

Πυρηνικές Δυνάμεις

Διάλεξη 4η
Πετρίδου Χαρά

- Κεφάλαιο 5: Ιδιότητες των Πυρήνων
 - ▶ 5.5: Μαγνητική Διπολική Ροπή του Πυρήνα
 - ▶ 5.7: Ηλεκτρική Τετραπολική του Πυρήνα
 - ▶ 5.1: Πυρηνικά Πηγάδια Δυναμικού
- Από το Κεφάλαιο 3: Νουκλεόνια και η Ισχυρή Αλληλεπίδραση
 - ▶ 3.3: Αλληλεπίδραση Νουκλεονίου-Νουκλεονίου
 - ▶ 3.3: Ο Πυρήνας του Δευτερίου
- Από το Κεφάλαιο 4:
 - ▶ 4.9: Οι Πυρηνικές Ιδιότητες και το Δυναμικό Νουκλεονίου-Νουκλεονίου

- Τη προηγούμενη βδομάδα γνωρίσατε:
 - ▶ Το διάφορα μοντέλα των πυρήνων
 - ▶ Στόχος των μοντέλων αυτών είναι να εξηγήσουν τις Ιδιότητες των Πυρήνων:
 - Γνωρίσαμε την Ενέργεια Σύνδεσης των Πυρήνων
 - Την μετρούμε πειραματικά και την εξηγούμε σε μεγάλο βαθμό με τον “Ημιεμπειρικό Τύπο Μάζας του Weizsacker”
- Από τις Πυρηνικές Ιδιότητες σήμερα θα γνωρίσουμε:
 - ▶ Το Πυρηνικό Σπιν
 - ▶ Τη Μαγνητική Διπολική Ροπή
 - ▶ Το “Σχήμα των Πυρήνων” → Ηλεκτρική Τετραπολική Ροπή
 - ▶ Το ισοτοπικό (ισοβαρικό) σπιν και η ομοτιμία (parity) (Μόνο θα τα αναφέρουμε)

Πυρηνικές Ιδιότητες: Γιατί θα τις γνωρίσουμε?

4

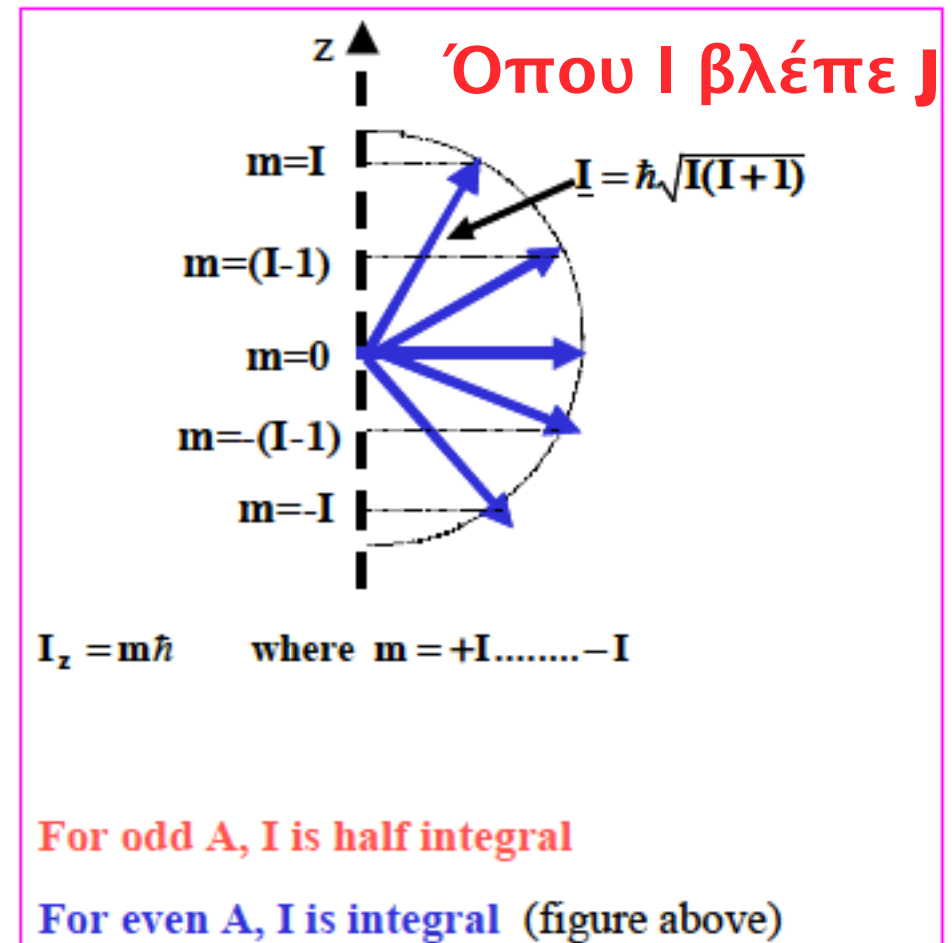
- Οι Πυρηνικές Ιδιότητες: R ακτίνα, BE ενέργεια σύνδεσης, μ μαγνητική διπολική ροπή, Q_e ηλεκτρική διπολική ροπή, I ισοτοπικό σπίν, αντικατοπτρίζουν κατά κάποιο τρόπο την ισχυρή δύναμη μεταξύ νουκλεονίων (τη δύναμη που τα συγκρατεί)
- Η δύναμη αυτή προκύπτει από τη σύσταση του νουκλεονίου από **κουάρκ και γκλουόνια**.
 - ▶ Αυτή είναι η **θεμελιώδης Ισχυρή Δύναμη** που θα την ξαναδούμε στα κεφάλαια για τα Στοιχειώδη Σωματίδια
- Εδώ θα κάνουμε μια ημι-φαινομενολογική προσέγγιση, για να εξηγήσουμε/περιγράψουμε τη δύναμη μεταξύ νουκλεονίων
 - ▶ Η θεώρηση αυτή βασίζεται σε **πειραματικά δεδομένα** από την μελέτη συστήματος δύο σωμάτων (νουκλεονίων) (two-body system)
 - ▶ Απόρροια της προσπάθειας περιγραφής της πυρηνικής δύναμης είναι η δημιουργία των διαφόρων πυρηνικών μοντέλων που γνωρίσατε την προηγούμενη βδομάδα.

Τα διάφορα μοντέλα έχουν σα στόχο να κατασκευάσουν την χαμιλτονιανή του πυρήνα που να περιγράφει προσεγγυστικά τις πειραματικές μετρήσεις

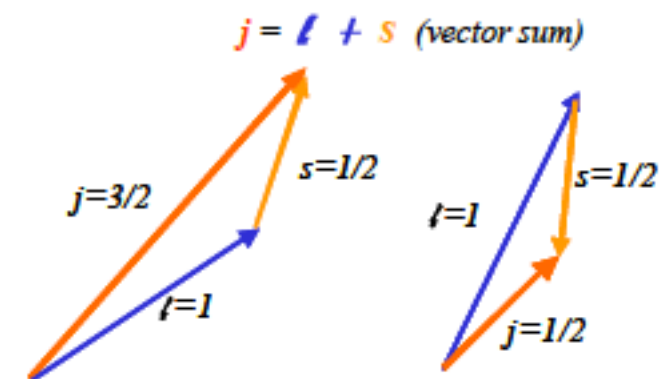
- Οι πυρήνες, ακόμα και στη βασική κατάσταση μπορεί να έχουν Γωνιακή ορμή που καθορίζεται/συμβολίζεται με το **κβαντισμένο διανυσμα J**

► $|J| = \sqrt{J(J+1)}\hbar$

- Η αναμενόμενη τιμή του διανύσματος J δεν είναι **παρατηρήσιμο μέγεθος**.
- Η συνιστώσα του όμως $J_z = m_j \hbar$ κατά την διεύθυνση κβάντωσης μπορεί να μετρηθεί και βρέθηκε ότι παίρνει $2J+1$ τιμές: $J \geq m_j \geq -J$
- Η μέγιστη τιμή του J ονομάζεται **σπίν του πυρήνα**



Vector Coupling of Angular Momentum
 l and s to give j



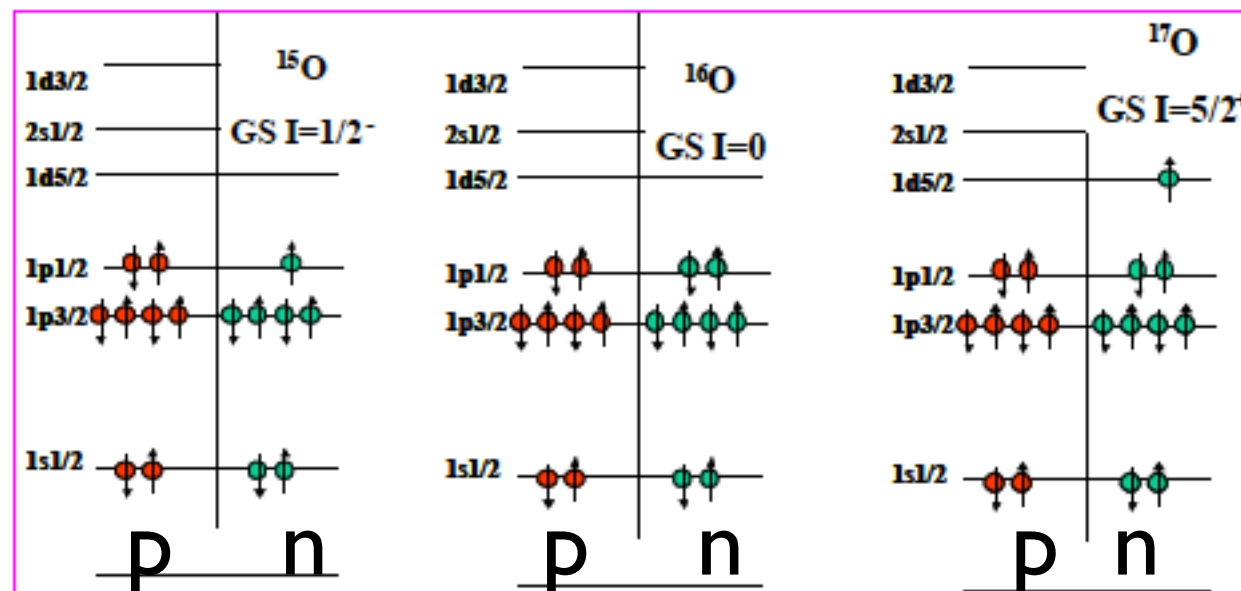
Είναι το διανυσματικό άθροισμα (“διανυσματική σύζευξη”) των τροχιακών στροφορμών (l) και σπίν (s) των νουκλεονίων του πυρήνα

Γωνιακή Ορμή του Πυρήνα: Πυρηνικό Spin

6

- Διανυσματική σύζευξη των τροχιακών στροφορμών (**I**) και σπιν(**s**) των νουκλεονίων του πυρήνα
 - ▶ Τα διάφορα πυρηνικά μοντέλα ορίζουν τον τρόπο σύζευξης των διανυσμάτων **L**, **s**
 - Λογικό να υποθέσουμε ότι όμοια νουκλεόνια: nn, pp, φτιάχνουν ζευγάρια με ίσα και αντίθετα σπιν και στροφορμή (σε συμφωνία και με την αρχή του Pauli, και λόγω ελάχιστης δυναμικής ενέργειας)
 - Αν ο πυρήνας αποτελείται από αρτιο-Z και άρτιο-N, ανεξαρτητα μοντέλου, έχει σπιν μηδέν στη βασική κατάσταση
 - Αν όλα τα ζευγάρια νουκλεονίων έχουν συνιστώσα $(L+s)=0$ το σπιν J ενός περιττού-A πυρήνα θα είναι το $J = I+s$ του “περιττού” νουκλεονίου

Υπέρλεπτη Υφή:
προκύπτει από την
αλληλεπίδραση της
μαγνητικής ροπής
του πυρήνα και της
μαγνητικής ροπής
των ηλεκτρονίων

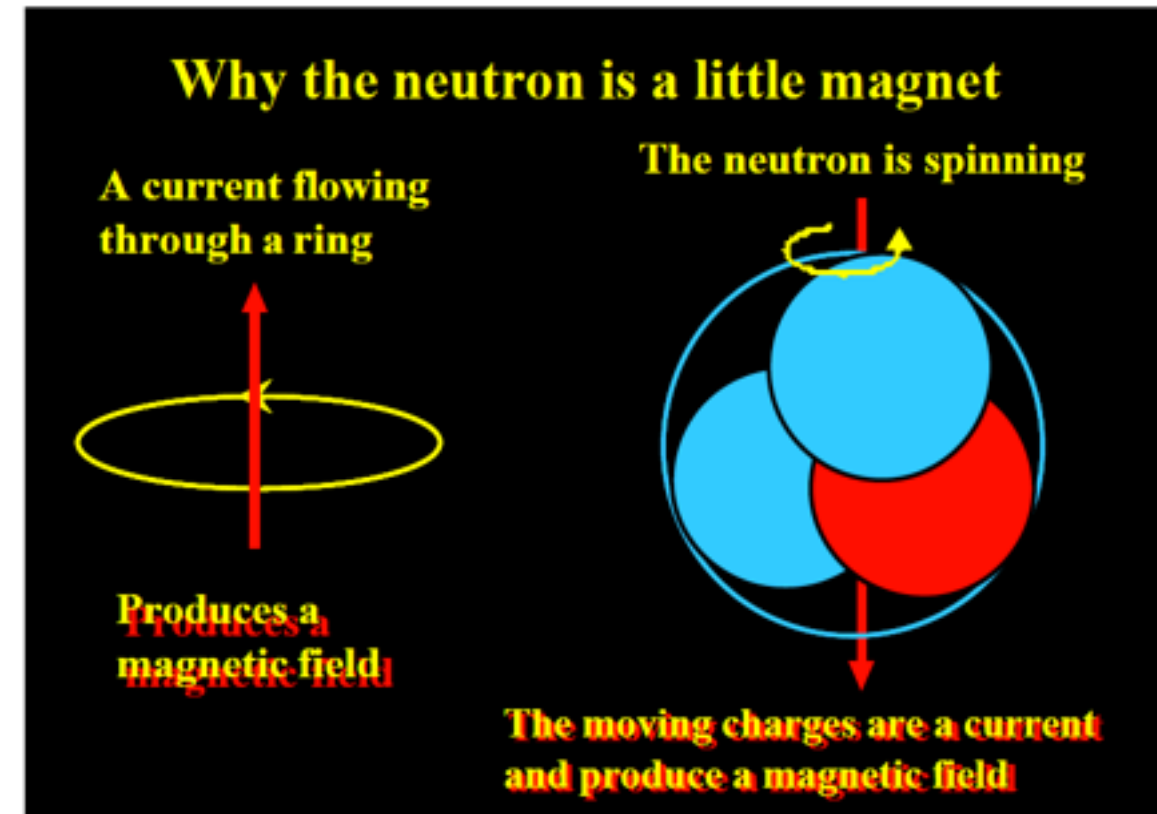


Η βασική κατάσταση του πυρηνικού σπιν ενός πυρήνα μετριέται με τις μεθόδους της Υπέρλεπτης Υφής και του Μαγνητικού Συντονισμού

Μαγνητική Διπολική Ροπή

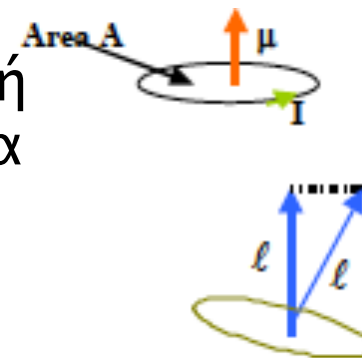
7

- Φορτισμένο σωματίο σε περιστροφική κίνηση (γωνιακή ορμή) δημιουργεί μαγνητική διπολική ροπή
- Φορτισμένο σωματίο με "εσωτερική στροφορμή" (σπιν), έχει επίσης και "εσωτερική μαγνητική διπολική ροπή" (intrinsic magnetic moment)
 - ▶ e, p αναμένεται και έχουν εσωτερική μαγνητική ροπή. Το νετρόνιο παρ'ότι ΟΥΔΕΤΕΡΟ, έχει επίσης εσωτερική μαγνητική ροπή! (δεν έχει τροχιακή συνεισφορά: $Q=0$)



- Πυρήνας με τελεστή στροφορμής $\mathbf{J}$ έχει τελεστή μαγνητικής ροπής $\boldsymbol{\mu}$ με μέση τιμή πάνω σε όλα τα νουκλεόνια $\langle \boldsymbol{\mu} \rangle = \mu / J \hbar \langle \mathbf{J} \rangle$

- ▶ Η μαγνητική δυναμική ενέργεια πυρήνα σε μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B} (0,0,B)$ είναι η αναμενόμενη τιμή: $-\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = \mu_z B \Rightarrow E(j_z) = -\mu (j_z / j) B \Rightarrow (2j+1)$ ενεργειακές στάθμες



$$\boldsymbol{\mu} = i\mathbf{A}$$

μακροσκοπικά

$$\mu = \frac{e}{(2\pi r / v)} \pi r^2 = \frac{evr}{2} = \frac{e}{2m} \ell$$

$$\boxed{\mu = \frac{e\hbar}{2m} \ell}$$

μαγνητόνη: $e\hbar/2m$

μαγνητόνη Bohr: $\mu_B = e\hbar/2m_e$
πυρηνική μαγνητόνη: $\mu_N = e\hbar/2m_p$

Παλλόμενο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο με συχνότητα ω αν: $\hbar\omega = \mu B / j$ προκαλεί μεταπτώσεις μεταξύ των σταθμών: **Πυρηνικός Συντονισμός**

Μαγνητική Διπολική Ροπή

8

- Η πυρηνική μαγνητική ροπή είναι το διάνυσμα μ_j . Η διεύθυνση στο χώρο δεν είναι παρατηρήσιμο μέγεθος, όπως και η γωνιακή ορμή J
 - ▶ δεν είναι κβαντισμένη
 - ▶ δεν υπόκειται σε κανόνες διατήρησης
 - ▶ εκφράζεται σε μονάδες πυρηνικής μαγνητόνης
- Το παρατηρήσιμο μέγεθος είναι η αναμενόμενη τιμή του τελεστή μ στην κατάσταση ($J, m_j=J$)
- Ο γυρομαγνητικός λόγος ορίζεται: $\gamma_j = \mu_j / j \hbar$
- Ο παράγοντας g (g factor) είναι ο λόγος της μαγνητικής ροπής σε μονάδες μ_N προς την στροφορμή σε μονάδες $\hbar$:
$$\mu_j = \gamma_j j \hbar = g_j j \mu_N$$
- Αντίστοιχα μπορούν να ορισθούν τα g_l, g_s : είναι οι αντίστοιχοι παράγοντες για την τροχιακή ορμή και το σπιν. Για πυρήνες με ένα αζευγάρωτο νουκλεόνιο:
$$g_j = [g_l \pm (g_s - g_l) / (2I + 1)]$$
- Σημειακό σωματίο με σπιν $1/2$ έχει $g_s = 2$ π.χ. ηλεκτρόνιο (το πείραμα έχει επιβεβαιώσει την κβαντική ηλεκτροδυναμική).

Για τα νουκλεόνια το g_s απέχει πολύ από σημειακό σωματίδιο
πρωτόνιο: $g_s = +5.5856912$ (διαφορά +3.6) νετρόνιο: $g_s = -3.8260837$ (διαφορά -3.8)

Ηλεκτρική Τετραπολική Ροπή

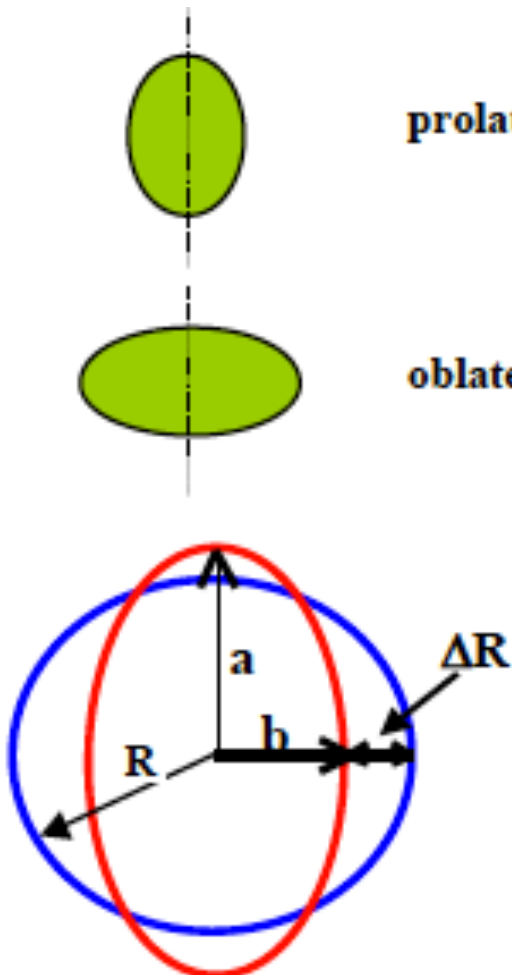
9

- Η κατανομή του φορτίου στον όγκο του πυρήνα είναι η αιτία ύπαρξης ηλεκτρικών ροπών

Το ηλεκτρικό δυναμικό μη σημειακού φορτίου

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R} \int \rho dV + \frac{1}{R^2} \int \rho z dV + \frac{1}{R^3} \int \rho (3z^2 - r^2) dV \right]$$

monopole dipole quadrupole



prolate Q +ve

oblate Q -ve

$$Q = \frac{2}{5} Z(a^2 - b^2) \equiv 6.5 Z R^2 (\Delta R / R)$$

- ▶ μπορεί να αποδειχτεί ότι η ηλεκτρική διπολική ροπή μηδενίζεται για καλά καθορισμένη κβαντομηχανική κατάσταση (όπως η βασική κατάσταση του πυρήνα)
- ▶ η τετραπολική ηλεκτρική ροπή: eQ υπάρχει, αν ο πυρήνας δεν είναι σφαιρικός
- ▶ η τετραπολική ροπή ορίζεται ως:

$$Q = \frac{1}{e} \int \rho (3z^2 - r^2) dV$$

- ▶ ρ : πυκνότητα φορτίου, dV : στοιχείο όγκου
- eQ έχει μονάδες επιφάνειας
- ▶ Σχετίζεται με το σχήμα του πυρήνα; για σφαιρικό πυρήνα $eQ=0$

Η ηλεκτρική τετραπολική ροπή είναι ένα ευαίσθητο εργαλείο για τη μελέτη του πυρηνικού περιβάλλοντος. Θα την ξανασυναντήσουμε στη γάμμα-διάσπαση

Πυρηνικές Δυνάμεις:

Η γενική φύση της πυρηνικής δύναμης

10

- Το γεγονός ότι υπάρχει ο πυρήνας σημαίνει ότι:
 - ▶ Η πυρηνική δύναμη είναι **ελκτική**
 - ▶ ...Αρκετά “ισχυρή” ώστε να υπερνικά την άπωση από τα Z πρωτόνια μέσα στον όγκο του πυρήνα
 - ▶ Η **εμβέλεια** της πυρηνικής δύναμης: $4 \times 10^{-15} \text{ m}$ (Προκύπτει για ελαφρείς πυρήνες από πειράματα σκέδασης σωματίων α)
- Το γεγονός ότι η ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα είναι $\propto A$ και όχι $\propto A(A-1) \sim A^2$ (αν θεωρήσουμε όλα τα αλληλεπιδρώντα ζεύγη) σημαίνει ότι:
 - ▶ Υπάρχει **κορεσμός**: Η πυρηνική δύναμη περιορίζει το πλήθος των ελκτικών αλληλεπιδράσεων μέσα στον πυρήνα (**δύναμη κορεσμένη** $\Rightarrow$ συγκεκριμένη μορφή στο δυναμικό ζεύγους νουκλεονίων ... επόμενα)
- Η πυρηνική δύναμη είναι ίδια για τις αλληλεπιδράσεις pp , nn , $np \Rightarrow$ **ανεξάρτητη του φορτίου**

Πυρηνικές Δυνάμεις:

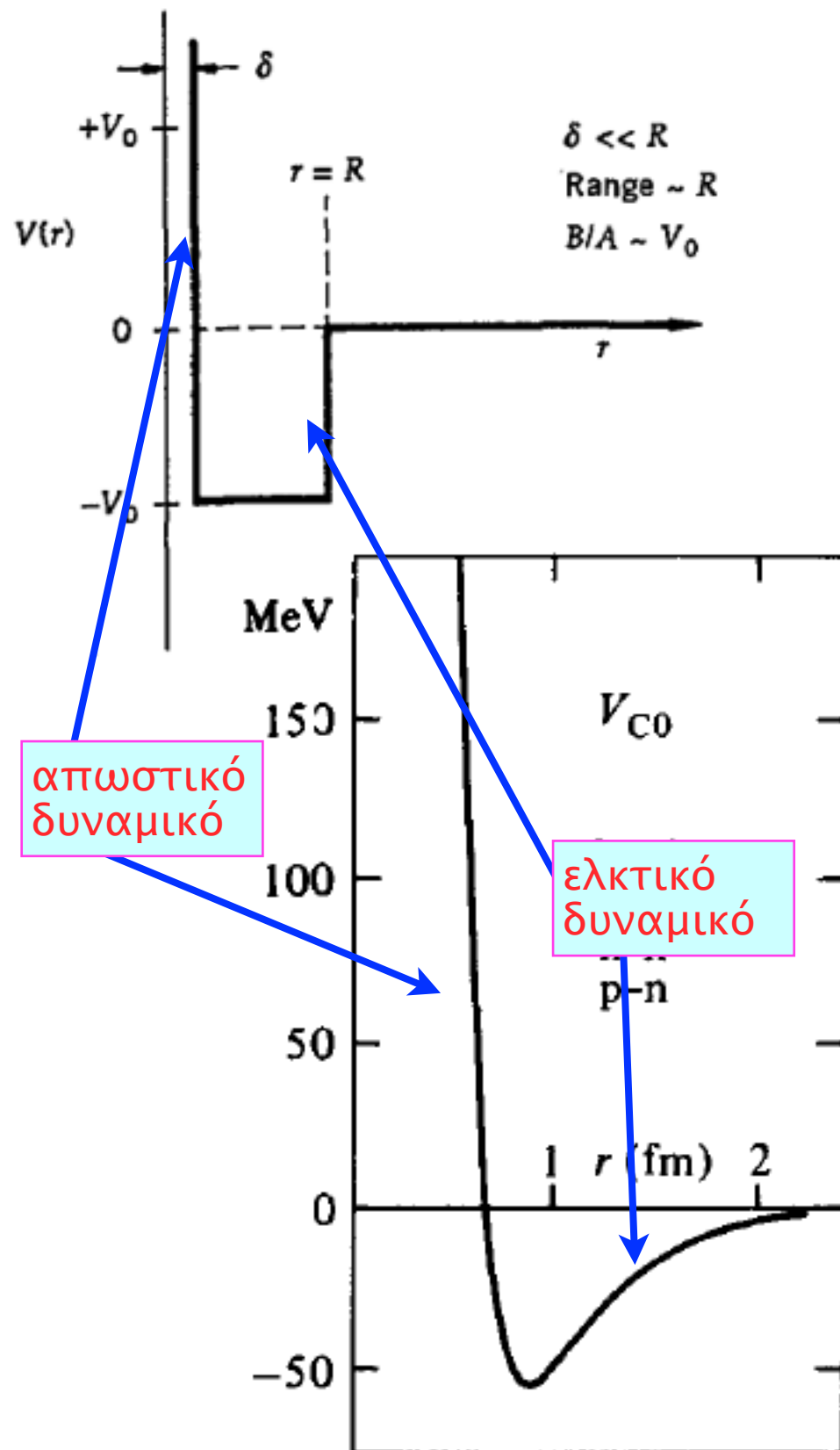
Η αλληλεπίδραση Νουκλεονίου-Νουκλεονίου



- Τα νουκλεόνια είναι σύνθετα σωμάτια:
 - ▶ Οι αλληλεπιδράσεις τους ΔΕΝ είναι απλές !
 - ▶ Έχουμε εμπειρική γνώση των δυνάμεων μεταξύ δύο νουκλεονίων
 - Η θεωρητική περιγραφή είναι ικανοποιητική στις χαμηλές ενέργειες
- Το δυναμικό των δύο νουκλεονίων πρέπει να περιγράφει τις βασικές ιδιότητες του πυρήνα: **κορεσμό, μικρή εμβέλεια**
 - ▶ Από το δυναμικό $V \rightarrow$ Χαμιλτονιανή $H \rightarrow$ λύνουμε την εξίσωση Schroedinger $\rightarrow$ για τα δύο νουκλεόνια, προσαρμόζουμε τη λύση στα πειραματικά δεδομένα (υπολογίζουμε τις παραμέτρους της λύσης)
 - Πειραματικά δεδομένα από **σκεδάσεις pn, np, nn** (δυσκολες πειραματικά)
 - Πειραματικά δεδομένα από τη **μελέτη των ιδιοτήτων του δευτερίου**
- Δυναμικά διαφόρων τύπων έχουν χρησιμοποιηθεί:
 - ▶ Στατικά Δυναμικά: Coulomb, Yukawa (διαφέρουν ως προς τη συνάρτηση)
 - ▶ Αλληλεπιδράσεις Νουκλεονίου-Νουκλεονίου: Δυναμικό Παρισιού
 - ▶ Δυναμικά μέσου πυρηνικού πεδίου

Η αλληλεπίδραση Νουκλεονίου-Νουκλεονίου: Στατικά Δυναμικά

12



- Από το δυναμικό δύο νουκλεονίων πρέπει να προκύπτει η δύναμη κορεσμού

► Τα δυναμικά δίνουν μια **ελκτική δύναμη** για $r \sim$ εμβέλεια: $F = -\partial V / \partial r$ και μια **απωστική δύναμη** για πολύ μικρό r

- Το απωστικό δυναμικό Coulomb

$$V(r) \propto \frac{1}{r}$$

είναι δυνατόν να δημιουργεί δυσκολίες στους υπολογισμούς.

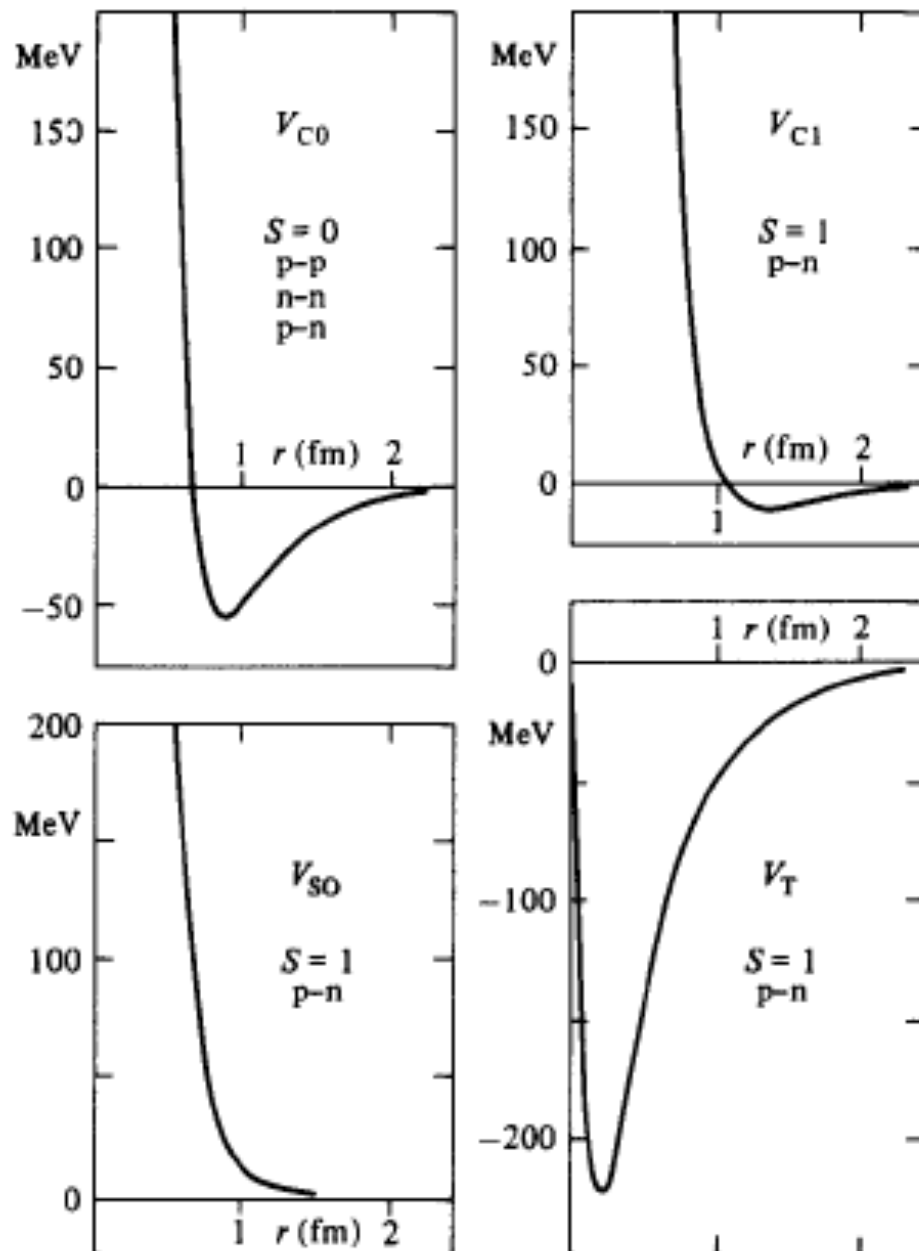
- Συχνά για μικρές ορμές νουκλεονίων το αντικαθιστούμε με το “**πηγάδι δυναμικού**”, ή με το **δυναμικό Yukawa**

$$V(r) \propto \frac{e^{-\frac{mc}{\hbar}r}}{r}$$

•

Η αλληλεπίδραση Νουκλεονίου-Νουκλεονίου: Δυναμικό Παρισίου

13



$$V(r) = V_{C1}(r) + V_T(r)\Omega_T + V_{SO}(r)\Omega_{SO} + V_{SO2}(r)\Omega_{SO2}$$

• Περιλαμβάνει:

- ▶ συνάρτηση για τις επιτρεπτές (αντισυμμετρικές) καταστάσεις δύο πρωτονίων ή δύο νετρονίων ή νετρονίου πρωτονίου
- ▶ συνάρτηση για τις συμμετρικές καταστάσεις (εφικτές μόνο στο σύστημα πρωτονίου-νετρονίου)

Για ολικό $S=0$, τα νουκλεόνια “αισθάνονται” μόνο ένα κεντρικό δυναμικό παντα

Για ολικό $S=1$, υπάρχουν τεσσereis συνεισφορές στο δυναμικό

$$\Omega_T = 3 \frac{(\sigma_1 \cdot \mathbf{r})(\sigma_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - \sigma_1 \cdot \sigma_2$$

$$\hbar\Omega_{SO} = (\sigma_1 + \sigma_2) \cdot \mathbf{L}$$

$$\hbar^2\Omega_{SO2} = (\sigma_1 \cdot \mathbf{L})(\sigma_2 \cdot \mathbf{L}) + (\sigma_2 \cdot \mathbf{L})(\sigma_1 \cdot \mathbf{L}).$$

Οι 4 όροι στο $V(r)$: κεντρικό, τανυστικό δυναμικό & 2 όροι σύζευξης $L \cdot S$

Το Δευτέριο (^2H ή d)

14

- Είναι η μόνη δέσμια κατάσταση νουκλεονίου-νουκλεονίου (n-p) που υπάρχει: ($A=2, Z=N=1$)
 - ▶ Μπορεί να διαχωριστεί στα n, p με ακτινοβολήση $E_\gamma \geq 2.2245 \text{ MeV}$ (ενέργεια σύνδεσης)
 - ▶ Το δευτέριο ΔΕΝ έχει διεγερμέν
 - ▶ Στροφορμή $J = 1\hbar$
 - ▶ Μαγνητική διπολική ροπή μ_d και
 - ▶ Ηλεκτρική τετραπολική ροπή

binding energy = 2.2245 MeV,
angular momentum $j = 1$,
magnetic moment $\Rightarrow = 0.8574(e\hbar/2m_p)$,
electric quadrupole moment = 0.286 fm².

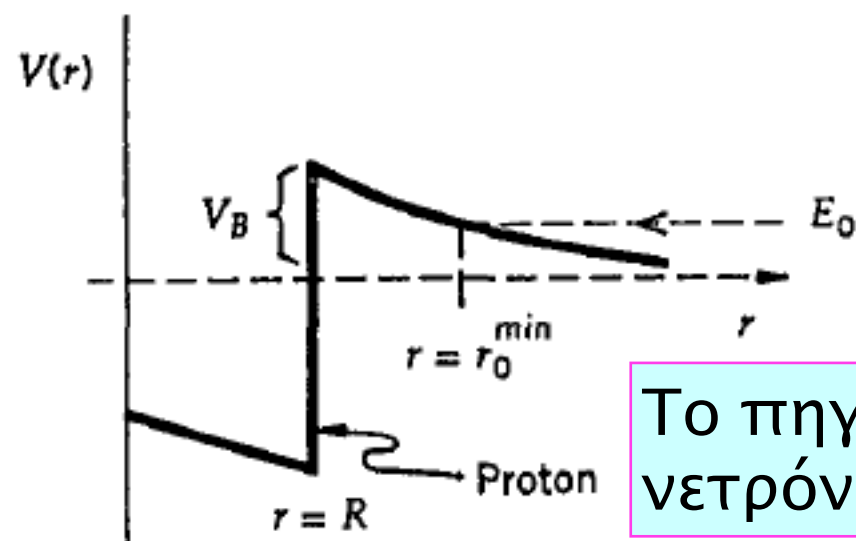
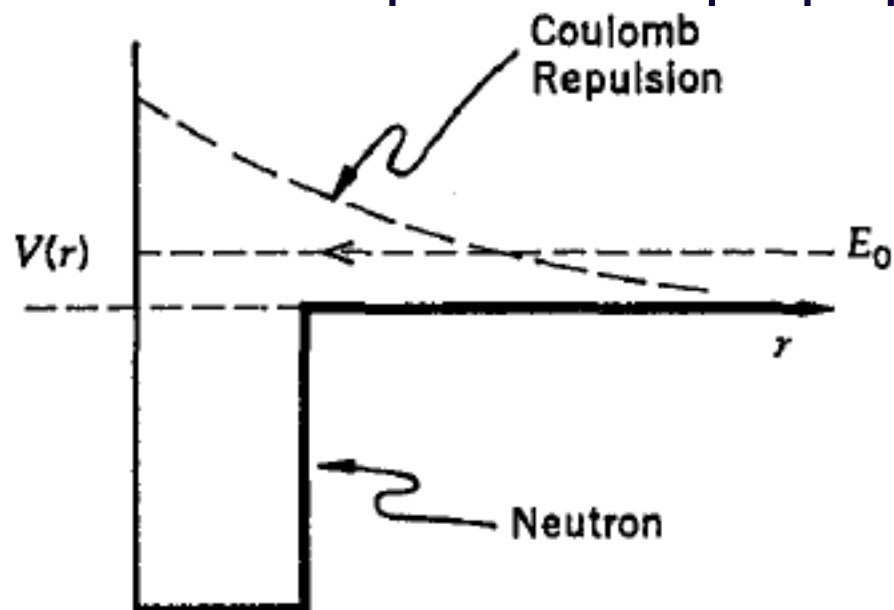
Παρατηρούμε : $\mu_d \neq \mu_n + \mu_p$ (αλγεβρικό άθροισμα) Αλλά ούτε είναι πολύ διαφορετικό $\Rightarrow$ Αποκλείεται η ύπαρξη τροχιακής στροφορμής ($\Rightarrow L = 0$)

- Έχουμε τις εξής επιλογές με: $S_p = 1/2, S_n = 1/2$
 - $S_d = 1$ ($S_z = -1, 0, 1$)
 - $S_d = 0$ ($S_z = 0$)
- Η κατάσταση $S_d = 0$ ΔΕΝ είναι δέσμια

Το Δευτέριο (^2H ή d)

15

- Γιατί η τετραπολική ροπή του δευτερίου δεν είναι μηδέν?
 - ▶ $L=0 \Rightarrow$ πρόκειται για $S \Rightarrow$ “σφαιρική” κατανομή φορτίου
 - ▶ Πιθανή εξήγηση:
 - ▶ Δεν είναι καθαρή S αλλά έχει κι ένα μικρό ποσοστό D ($D \equiv I=2$: σχετική στροφορμή $p-n$)
- Για να βρούμε τις κυματοσυναρτήσεις χρησιμοποιούμε σφαιρικό πηγάδι δυναμικού:
- Η εξίσωση Schroedinger: $d^2u/dr^2 + 2\mu/\hbar^2 (V_0 - E)u = 0$ $u = r \psi(r)$ ($L=0$)
- Η κυματοσυνάρτηση πρέπει να τείνει στο μηδέν για $r > R$ (δυναμικού)



Το πηγάδι δυναμικού για νετρόνια και για πρωτόνια

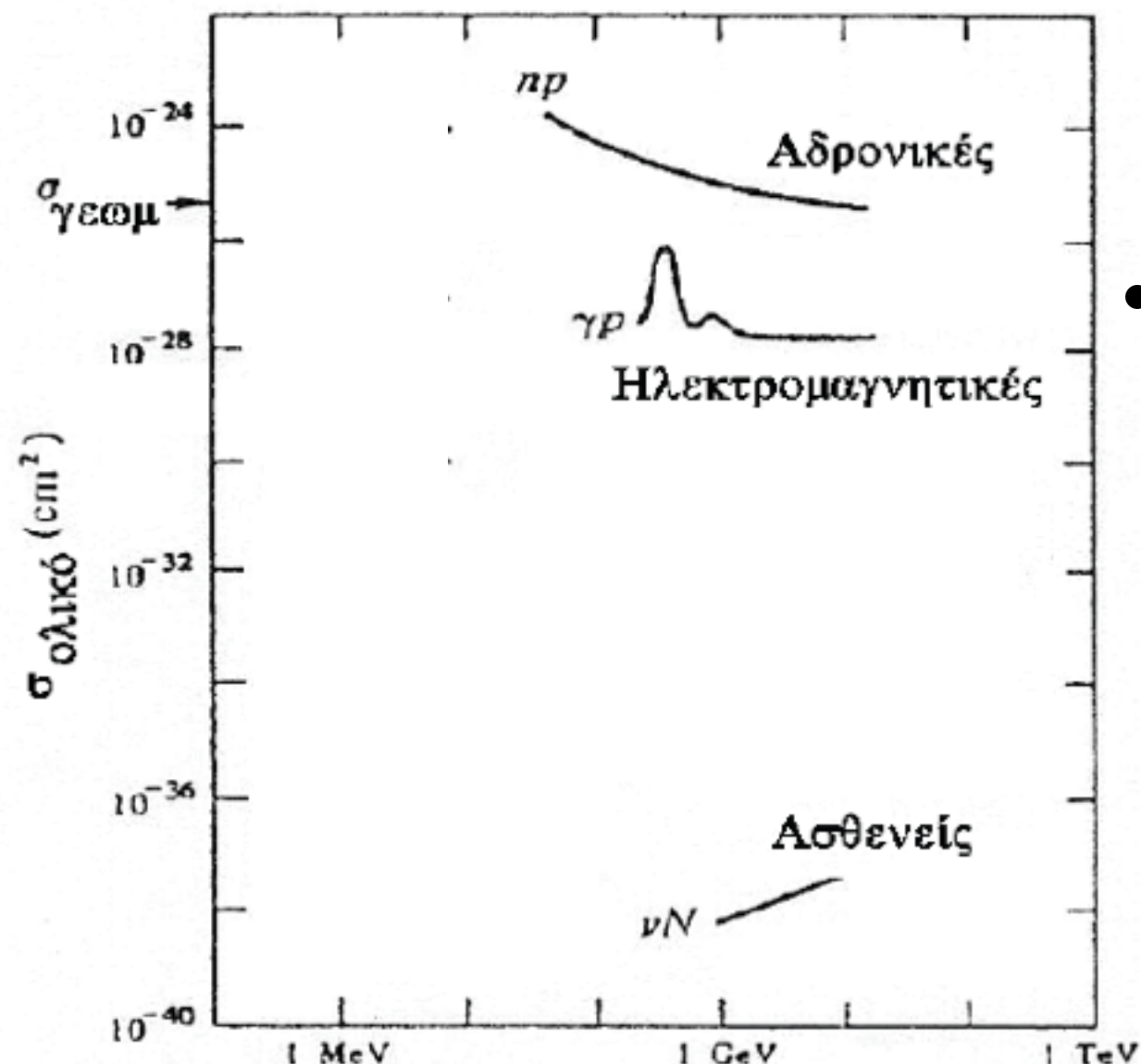
Πυρηνικές Δυνάμεις:

Η ισχύς της πυρηνικής δύναμης-ενεργές διατομές

16

Ενέργεια σύνδεσης δευτερίου (^2H), Τριτίου (^3H), Ηλίου (^4He)

Νουκλίδιο	Αριθμός δεσμών	Ενέργεια σύνδεσης (MeV)		
		Ολική	Ανα Σωματίδιο	Ανα δεσμό
^2H	1	2.2	2.2	1.2
^3H	3	8.5	2.8	2.8
^4He	6	28.0	7.0	4.7



Ενεργές διατομές για τα τρία είδη των αλληλεπιδράσεων

- Η σκέδαση np είναι ~ 100 φορές “ισχυρότερη” (πιό πιθανή) $\Leftrightarrow$ έχει ~ 100 φορές μεγαλύτερη ενεργό διατομή από τις ηλεκτρομαγνητικές ($\alpha=1/137$)
- ▶ Αν η ενεργός διατομή στις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις είναι ανάλογη της σταθεράς λεπτής υφής, η αντίστοιχη σταθερά σύζευξης στις πυρηνικές είναι $\alpha_s \sim 1$

Πυρηνικές Δυνάμεις:

Η ισχύς της πυρηνικής δύναμης-ενεργές διατομές

17

Τύπος αλληλ/δρασης	Σχετική ένταση	Εμβέλεια
Ισχυρή (Πυρηνική)	1	$\approx 10^{-13}$ cm
Ηλεκτρομαγνητική	$\approx 10^{-2}$	∞
Ασθενής (π.χ. εκπομπή ακτ. β)	$\approx 10^{-13}$	≈ 0
Βαρυτική	$\approx 10^{-39}$	∞