

Σοιχεία Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2012-13)

Τμήμα G3: Κ. Κορδάς & Χ. Πετρίδου

Μάθημα 2

α) QUIZ. Ενεργός διατομή

β) Μέγεθος του πυρήνα

γ) Μάζα πυρήνα, ενέργεια σύνδεσης, έλλειμα μάζας

Λέκτορας Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη Ι, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 8 Οκτωβρίου 2012

QUIZ - G3:14/10/2011

- 1) Πόση ενέργεια έχει ένα φωτόνιο α) του ορατού φωτός (μήκος κύματος 600nm) ; β) με μήκος κύματος 6 fm?
- 2) Πόση ενέργεια πρέπει να έχει ένα ηλεκτρόνιο ώστε να έχει μήκος κύματος $\lambda=6$ fm? Πόση για $\lambda=1$ fm?

Υπ' όψιν σας:

$E = T + m c^2$, όπου T η κινητική ενέργεια, m η μάζα, και E η ενέργεια του σωματιδίου

$E = m \gamma c^2$, όπου $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, και $\beta = v/c$, με v = ταχύτητα σωματιδίου

$p = m \gamma v = m \gamma \beta c$, όπου p = ορμή

$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$

Σημείωση: με $c = 1$, έχουμε : $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$, όπου $\hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$

QUIZ - Λύση

- Πόση ενέργεια έχει ένα φωτόνιο α) του ορατού φωτός, με μήκος κύματος 600nm ; β) με μήκος κύματος 6 fm?

Λύση:

Φωτόνιο $\rightarrow m=0 \rightarrow E = pc$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi \hbar c}{pc} = \frac{2\pi \times 197 \text{ MeV fm}}{E} \rightarrow E = \frac{2\pi \times 197 \text{ MeV fm}}{\lambda}$$

$$E = \frac{2\pi \times 197 \text{ MeV fm}}{\lambda} = \frac{2\pi \times 197 \text{ MeV fm}}{600 \times 10^6 \text{ fm}} \simeq 2 \text{ eV}$$

$$E = \frac{2\pi \times 197 \text{ MeV fm}}{\lambda} = \frac{2\pi \times 197 \text{ MeV fm}}{6 \text{ fm}} \simeq 200 \text{ MeV}$$

Σήμερα

- **Ενεργός διατομή - για σκεδάσεις**

- Βιβλίο Cottingham & Greenwood (C&G): Παράρτημα A.1-A.3

- **Μέγεθος των πυρήνων.**

- Βιβλίο C&G : Κεφ. 4, έως και παρ. 4.3
- Σημειώσεις Πυρηνικής: Κεφ. 2

<http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

- **Μάζα των πυρήνων, ενέργεια σύνδεσης και έλλειμα μάζας.**

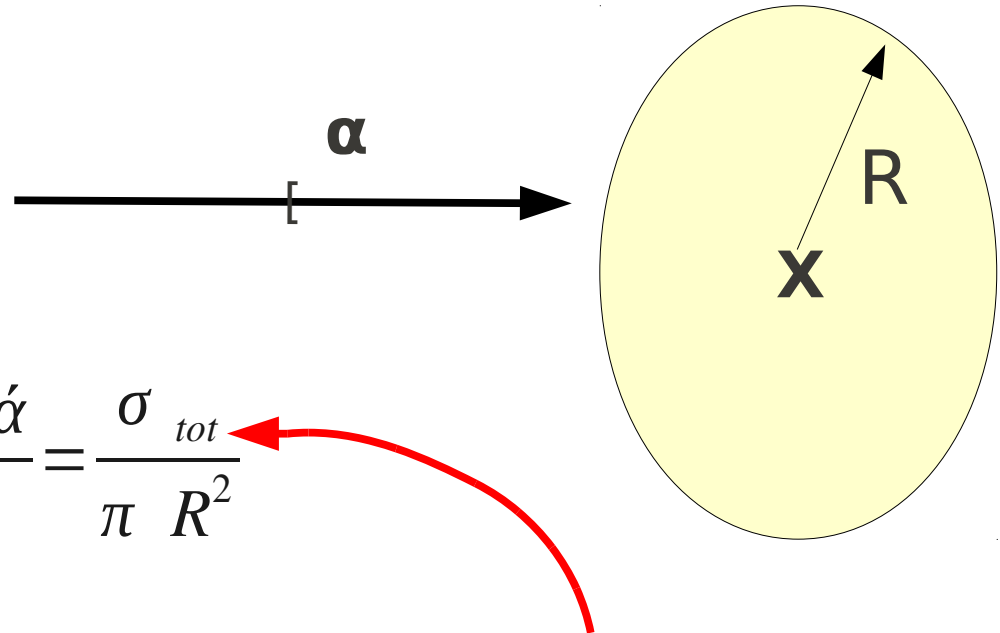
- Βιβλίο C&G : Κεφ. 4, παρ. 4.4 και 4.5
- Σημειώσεις Πυρηνικής: Κεφ. 3, έως παρ.3.2

Τι μπορεί να πάθουν δύο πυρήνες που περνάει ο ένας από τη γειτονιά του άλλου;

- Ή δεν θα “αισθανθεί” κανείς την παρουσία του άλλου
- Ή θα αλληλεπιδράσουν

Αλληλεπιδράσεις και ενεργός διατομή

- Όταν έχουμε σκέδαση δύο σωματιδίων, μιλάμε για την **ενεργό διατομή** της αλληλεπίδρασης
- Έστω ένα σωματίδιο α που προσεγγίζει από κάποια απόσταση έναν ακίνητο πυρήνα X , και προσπίπτει τυχαία οπουδήποτε σε μια επιφάνεια πR^2 με κέντρο τον πυρήνα

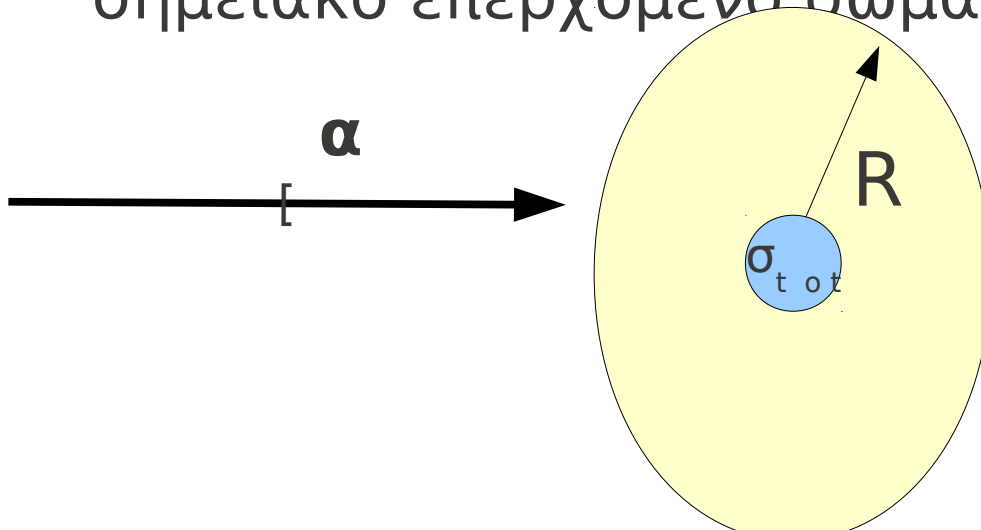


$$\text{Πιθανότητα αλληλεπίδρασης} = \frac{\text{σταθερά}}{\pi R^2} = \frac{\sigma_{tot}}{\pi R^2}$$

σ_{tot} = Ενεργός διατομή της αλληλεπίδρασης
μονάδες επιφανείας, σε $mb = (10 \text{ fm})^2$

Ενεργός διατομή

- Όταν έχουμε σκέδαση δύο σωματιδίων, μιλάμε για την **ενεργό διατομή** της αλληλεπίδρασης
- Η ενεργός διατομή μπορεί να θεωρηθεί σαν την “ενεργός επιφάνεια” που παρουσιάζει ο πυρήνας X σε σημειακό επερχόμενο σωματίδιο α

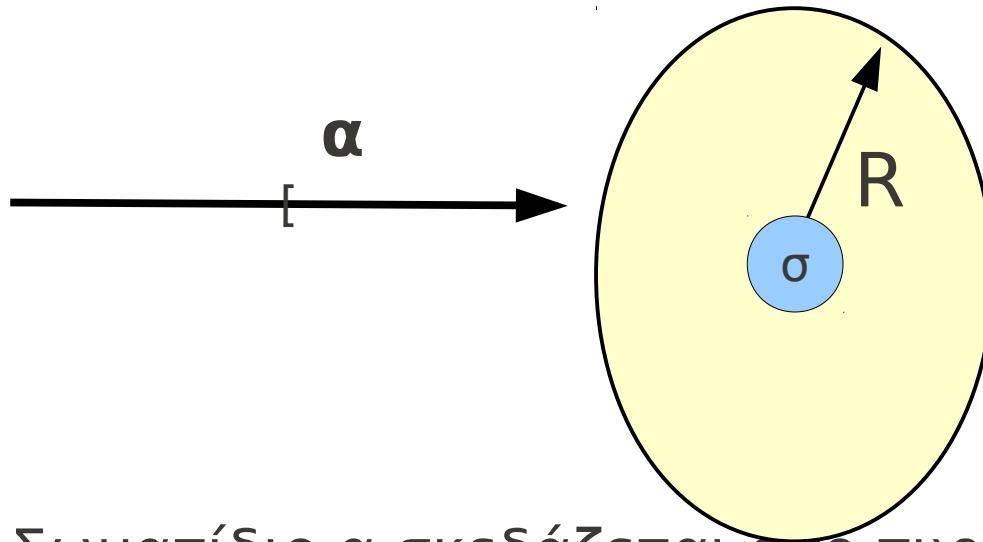


→ **Αλλά δεν είναι το ίδιο!**
Δεν έχουμε “hit or miss” στην αλληλεπίδραση σωματιδίων.

Βέβαια, η ενεργός διατομή δεν είναι γεωμετρικός παράγοντας, αλλά συλλογική ιδιότητα των δύο σωματιδίων που αλληλεπιδρούν.
Εξαρτάται και από τον τύπο των σωματιδίων και από την ενέργειά τους

Μιά αίσθηση μεγέθους ενεργών διατομών

- Ας πάρουμε τη γεωμετρική θεώρηση μιας σκέδασης



- Σωματίδιο α σκεδάζεται από πυρήνα με ακτίνα $r = 6 \text{ fm}$.
- Αν θεωρήσουμε το α σημειακό που πέφτει τυχαία οπουδήποτε στον μεγάλο κύκλο R , και επίσης θεωρήσουμε την επιφάνεια σ που παρουσιάζει ο πυρήνας σαν την “ενεργό” επιφάνεια αλληλεπίδρασης, τότε η ενεργός διατομή αλληλεπίδρασης είναι $\sigma = \pi * r^2 = 113 \text{ fm}^2 = 1.13 \text{ mb}$
- πιθανότητα το α να πέσει πάνω στον πυρήνα $= \pi * r^2 / \pi * R^2 = \sigma / (\pi * R^2)$, με $\sigma = 1.13 \text{ mb}$, που είναι σωστή τάξη μεγέθους για ισχυρές αλληλεπιδράσεις.

Ενεργός διατομή: επί μέρους και ολική

- **Η ενεργός διατομή δεν είναι γεωμετρικός παράγοντας**
- Εξαρτάται από τα σωματίδια που αλληλεπιδρούν και τις ενέργειές τους
 - π.χ. $\sigma(\pi+p) > \sigma(e+p) > \sigma(\nu+p)$
- Ανάλογα με την ερώτηση που θέλουμε να απαντήσουμε, μπορεί να εξαρτάται επίσης και από τα παραγόμενα σωματίδια και τα χαρακτηριστικά τους
 - Μπορούμε να ορίσουμε τις “επί μέρους ενεργές διατομές” = “**exclusive cross section**”) = σ_i
 - π.χ., $\sigma(pp \rightarrow W), \sigma(pp \rightarrow Z)$
 - “ολική ενεργός διατομή” = “**inclusive cross section**”
= $\sigma_{tot} = \sum \sigma_i$
 - π.χ., $\sigma_{tot}(pp) = \sigma(pp \rightarrow W) + \sigma(pp \rightarrow Z) + \dots$

Παράδειγμα: ενεργός διατομή

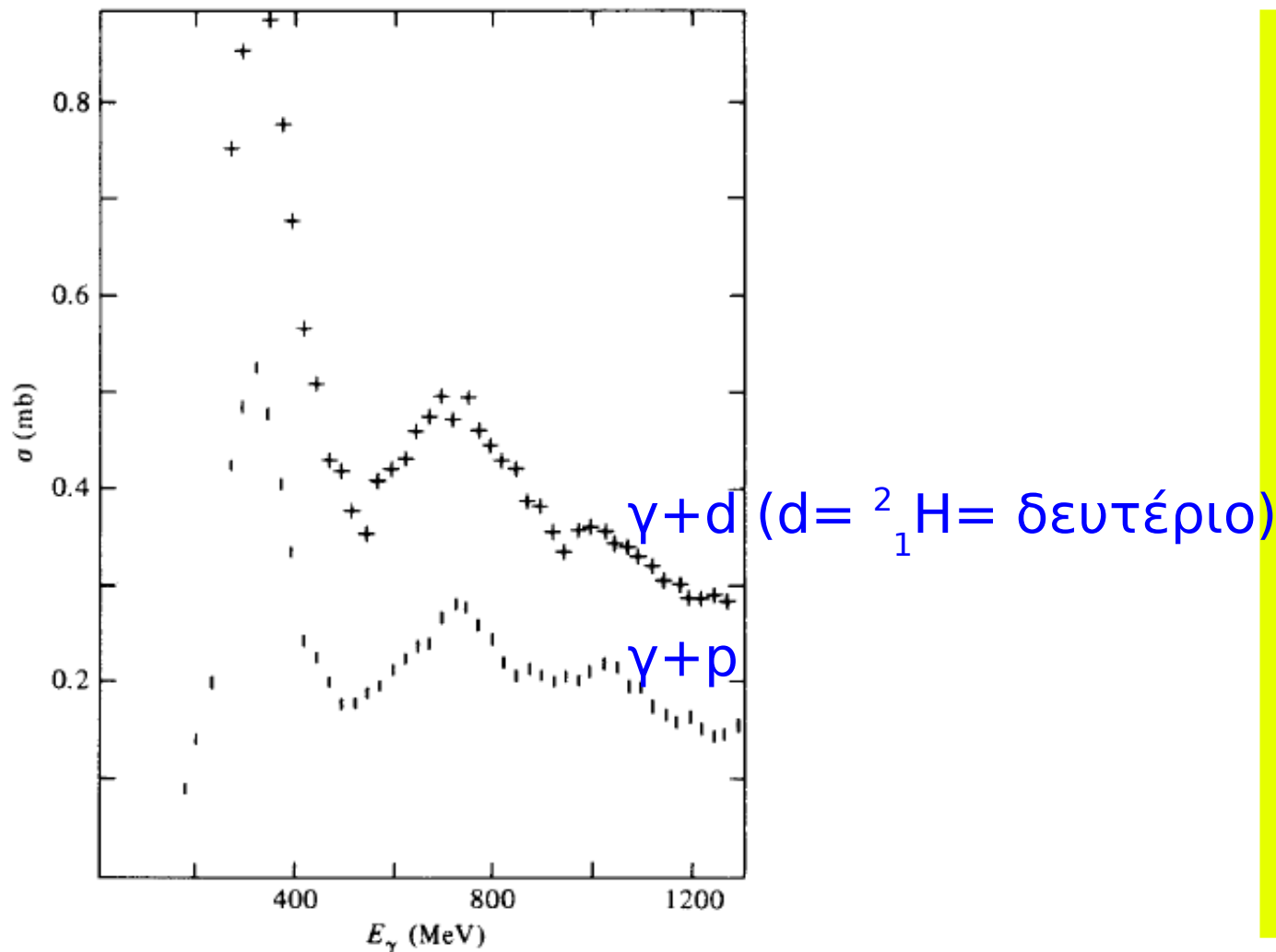


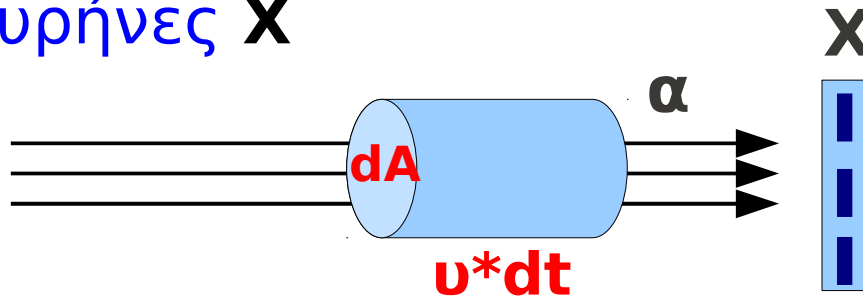
Fig. 3.1 The total photon cross-section for hadron production on protons (dashes) and deuterons (crosses). The difference between these cross-sections is approximately the cross-section on neutrons. (After Armstrong, T. A. *et al.* (1972), *Phys. Rev.* **D5**, 1640; *Nucl. Phys.* **B41**, 445.)

- Η ενεργός διατομή είναι συλλογική ιδιότητα των δύο σωματιδίων που αλληλεπιδρούν: εξαρτάται από τον τύπο των σωματιδίων και την ενέργειά τους

Σχήμα 3.1 στο βιβλίο σας (C&G)

Ενεργός διατομή και ρυθμός αντίδρασης

- Δέσμη σωματιδίων α , προσπίπτει με ταχύτητα u σε υλικό με πυρήνες X

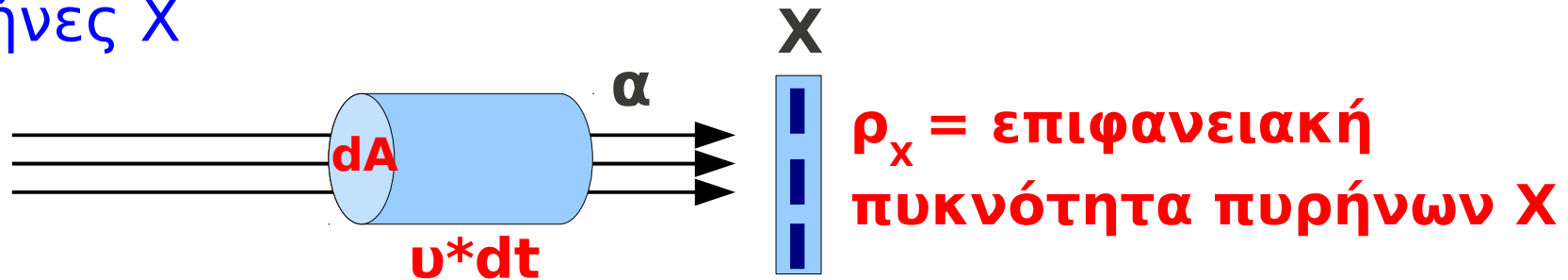


ρ_α = επιφανειακή
πυκνότητα δέσμης
σωματιδίων α

- Επιφανειακή πυκνότητα της δέσμης α = ρ_α = αριθμός σωματιδίων α , ανά μονάδα επιφάνειας
- Ροή των σωματιδίων α = αριθμός σωματιδίων α , ανά επιφάνεια dA σε χρόνο dt = $\rho_\alpha * dA * u * dt$. Αριθμός σωματιδίων α ανά μονάδα επιφάνειας, ανά μονάδα χρόνου; = $\rho_\alpha * u$
- Αριθμός α που διέρχεται από επιφάνεια πR^2 γύρω έναν πυρήνα X , στη μονάδα χρόνου ($dt=1$): $\rho_\alpha * u * \pi R^2$
- Πιθανότητα αλληλεπίδρασης των α με έναν πυρήνα X = $\frac{\sigma}{\pi R^2}$
- Ρυθμός (dN/dt) αλληλεπίδρασης σωματιδίων α με έναν πυρήνα X :
 $(\rho_\alpha * u * \pi R^2) * (\sigma / \pi R^2) = \rho_\alpha * u * \sigma_{tot} = \text{ροή} * \text{ενεργός διατομή}$

Ενεργός διατομή και μέση ελεύθερη διαδρομή

- Δέσμη σωματιδίων α , προσπίπτει με ταχύτητα u σε υλικό με πυρήνες X



- Αντίστοιχα με την προηγούμενη σελίδα:

Ρυθμός αντίδρασης (dN/dt) ενός σωματιδίου α με τους πυρήνες X του στόχου: $\rho_x * u * \sigma_{tot}$ (σαν να είμαι πάνω στο α και να βλέπω τους πυρήνες X να έρχονται με ταχύτητα u , οπότε έχω: ροή των σωματιδίων X * ενεργός διατομή αλληλεπίδρασης)

- Για μία αλληλεπίδραση απαιτείται κατά μέσο όρο χρόνος

$$\tau = 1/(\rho_x * u * \sigma_{tot})$$

- Μέση ελεύθερη διαδρομή = $\tau * u = 1/(\rho_x * \sigma_{tot})$

Πέρασμα δέσμης μέσα από υλικό με πολλούς πυρήνες

- Όταν μια δέσμη πολλών σωματιδίων α , πέφτει πάνω σε N_x πυρήνες, τότε ο ρυθμός αλληλεπιδράσεων είναι N_x φορές μεγαλύτερος απ' ότι η δέσμη των σωματιδίων α να πέφτει σε στόχο με έναν μόνο πυρήνα X :

$$dN/dt = N_x * \rho_\alpha * v * \sigma$$

- Αν η δέσμη των σωματιδίων α έχει επιφάνεια A , και πέφτει πάνω στο στόχο που έχει πάχος dx ,
- Αν οι πυρήνες X έχουν πυκνότητα

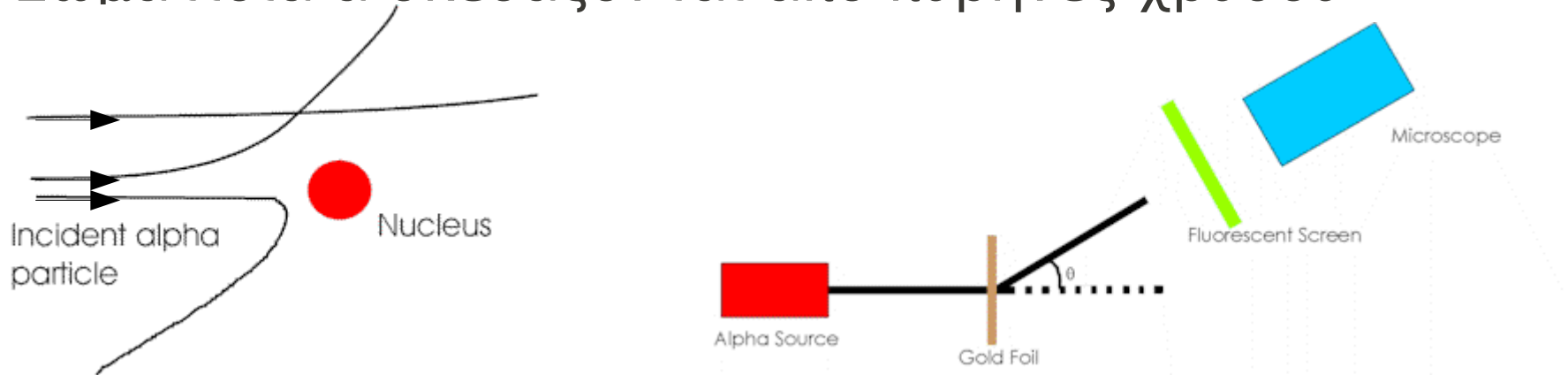
$$\rho_x \text{ (=αριθμός πυρήνων / cm}^3\text{),}$$

τότε:

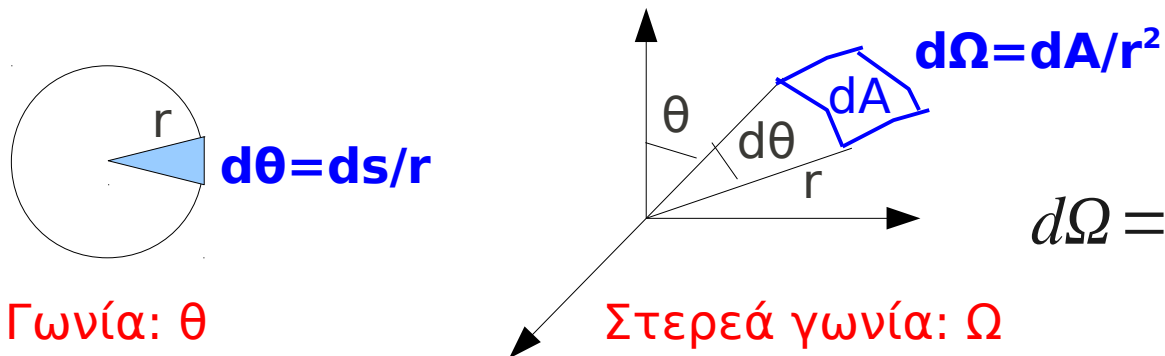
$$N_x = \rho_x * \text{όγκος} = \rho_x * A * dx$$

Rutherford scattering (σκέδαση) πάλι

- Σωματίδια α σκεδάζονται από πυρήνες χρυσού



- Μετρώ σε κάθε θέση θ , πόσα σωματίδια α “βλέπω” μέσα σε χρόνο dt :
Επειδή $dN/dt = \text{ροή} * \sigma$, έχω $dN = \text{ροή} * dt * \sigma$
- Επίσης μετρώ τον αριθμό των σωματιδίων dN , ανά μονάδα στερεάς γωνίας $d\Omega$: Δηλαδή μετρώ $dN/d\Omega$



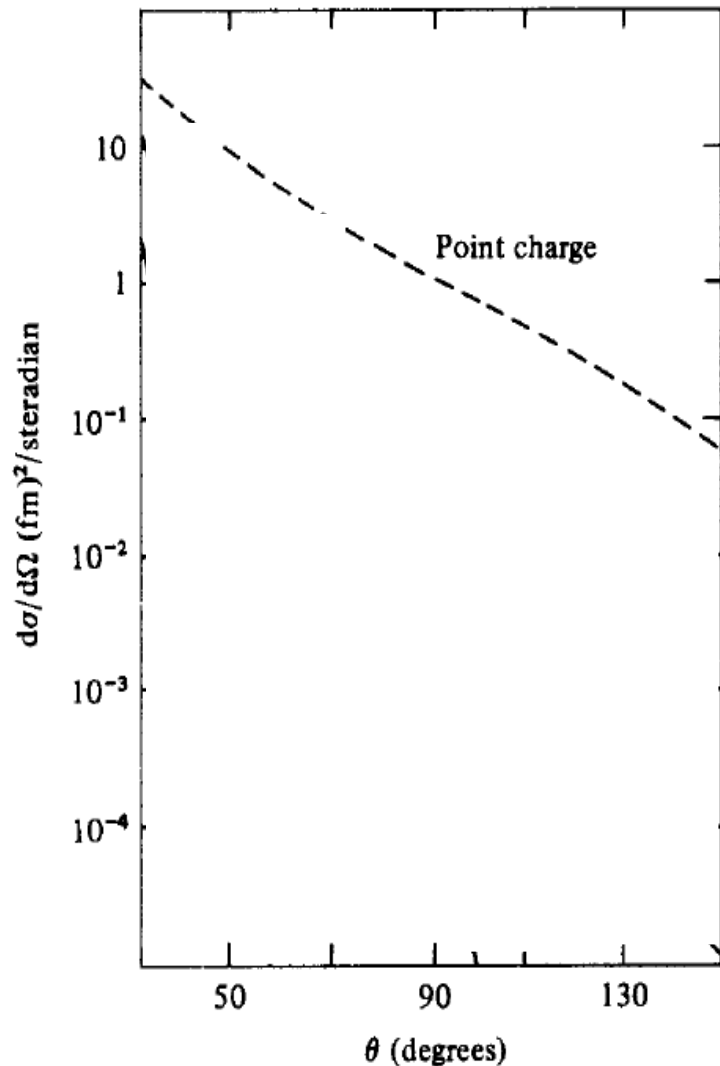
Γωνία: θ

Στερεά γωνία: Ω

$$d\Omega = 2\pi * \sin\theta * d\theta = 2\pi * d(\cos\theta)$$

Rutherford scattering (σκέδαση) πάλι

- Αν ο πυρήνας είναι σημειακό φοτίο: Rutherford approximation (σημείωση: $d\sigma \rightarrow$ για αλληλεπίδραση που δίνει σκεδαζόμενα σωματίδια σε γωνία θ)



$$\frac{dN(\theta)}{d\Omega} \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{(\text{ροή} * dt) * d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{σταθ.} * d\sigma}{d\Omega}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} = \frac{1}{(1 - \cos\theta)^2}$$

$$d\Omega = 2\pi * \sin\theta * d\theta = 2\pi * d(\cos\theta)$$

$$\frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} = \frac{1}{(1 - \cos\theta)^2}$$

Μερικοί σχετικοί ιστότοποι

- **Rutherford scattering:**

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/rutsca.html#c2>

- **Ενεργός διατομή σκέδασης:**

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/nuclear/crosec.html#c5>

- **Great experiments in Physics**

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/grexp.html#c1>

Έξτρα

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια μάζα



Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας

γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε : $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: με $c = 1$, γράφουμε : $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^6 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,
και θα βάζουμε

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

1 amu = 1/12 μάζας ουδέτρου ατόμου $^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$

Μάζα ηλεκτρονίου = $0.511 \text{ MeV}/c^2$

Μάζα πρωτονίου = $938.3 \text{ MeV}/c^2$, Μάζα νετρονίου = $939.6 \text{ MeV}/c^2$