

Στοιχεία Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2012-13)

Τμήμα G3: Κ. Κορδάς & Χ. Πετρίδου

Μάθημα 5

- α) QUIZ στην τάξη
- β) Σχάση και σύντηξη
- γ) Ασκήσεις από τα προηγούμενα

Λέκτορας Κώστας Κορδάς
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Σήμερα

- **Αυθόρμητη σχάση**
 - Βιβλίο C&G, Κεφ. 6, παρ. 6.3, Επαγόμενη σχάση παρ. 9.1
 - Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 7
- **Σύντηξη**
 - Βιβλίο C&G, Κεφ. 10, παρ. 10.1
- **Ιστοσελίδα:** <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

Σχάση – σε ίσα μέρη (παρ. 6.3)

- $M(A,Z) \rightarrow$
 $2 * M(A/2, Z/2) + Q$

- Φαινόμενο σχάσης υγρής σταγόνας

$B(Z,N) =$

$a A$ (όγκου)

- $b A^{2/3}$ (επιφάνειας)

- $s (N-Z)^2 / A$ (ασυμμ.)

- $d Z^2 / A^{1/3}$ (Coulomb)

- $\delta / A^{1/2}$ (ζευγαρ.)

Σημείωση: για σφαιρικό πυρήνα

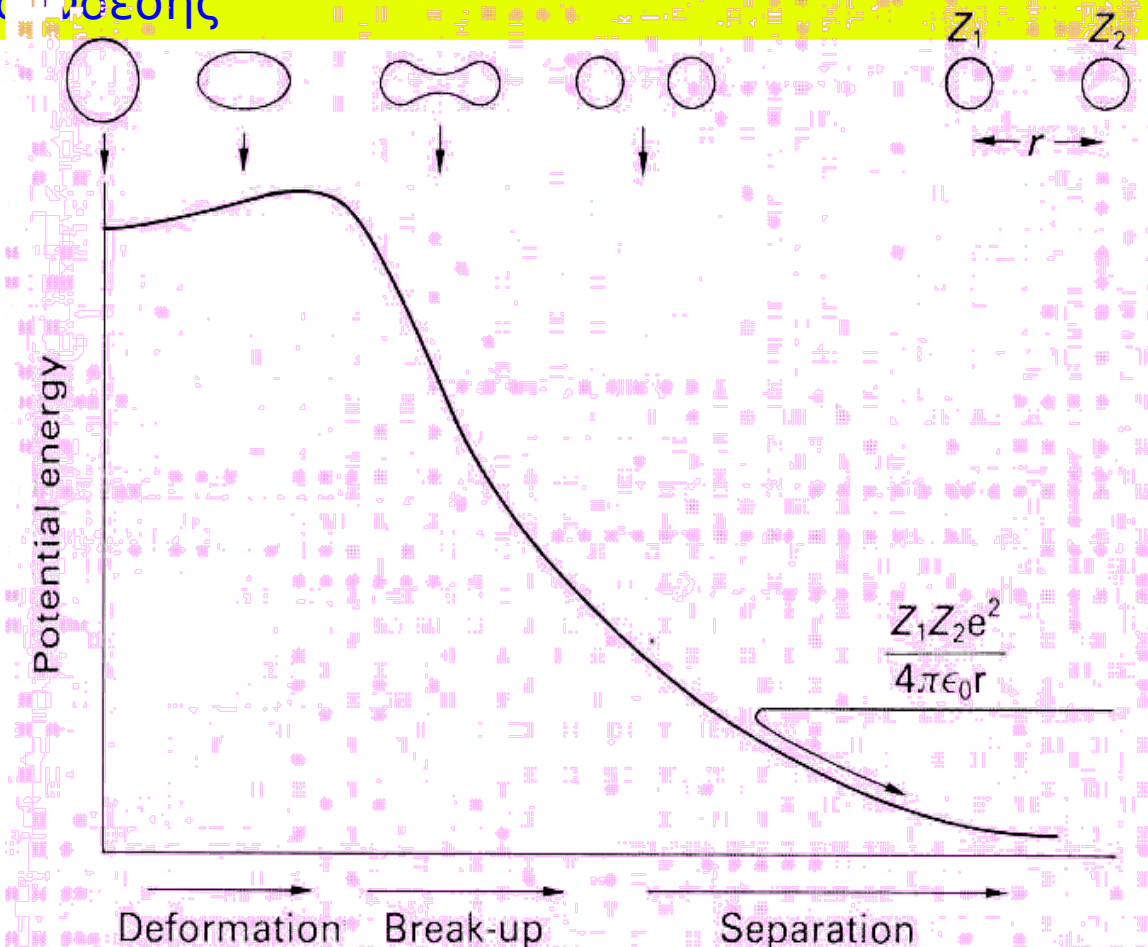
1. Παραμόρφωση μητρικού πυρήνα

2. Δημιουργία των θυγατρικών σχηματισμών

3. Οριστικός διαχωρισμός τους

Παραμόρφωση μητρικού πυρήνα:

- αύξηση επιφάνειας $\rightarrow$ μείωση ενέργειας σύνδεσης
- μείωση ενέργειας Coulomb $\rightarrow$ αύξηση ενέργειας σύνδεσης



Σχάση - χρόνοι ζωής στην πράξη

- $M(A,Z) \rightarrow 2 * M(A/2, Z/2) + Q$

- $Q > 0$ όταν:

$$Z^2 / A > 18 \quad ({}^{98}_{42}\text{Mo})$$

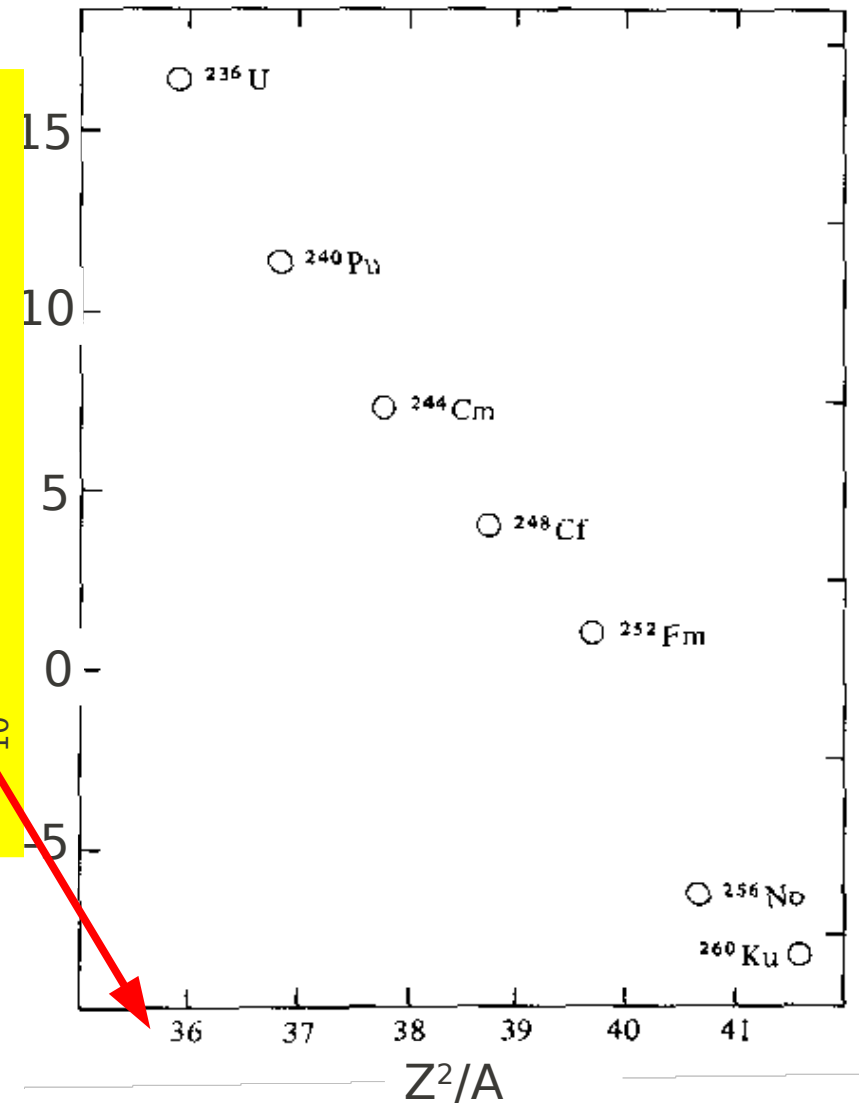
- Αλλά δεν γίνεται τόσο εύκολα:
φαινόμενο σύραγγας με φράγμα
δυναμικού $\sim 5\text{-}6 \text{ MeV}$

→ Στην πράξη γίνεται μόνο όταν
 $Z^2 / A > 36$

[Κάτι ανάλογο είδαμε και στην
α-διάσπαση:

Ότι $Q > 0$ για τα στοιχεία με $Z > 63$ (ή
ισοδύναμα, για $A > 151$), αλλά μόνο
αυτά που δίνουν $Q > 4 \text{ MeV}$ έχουν
χρόνους ζωής που δεν είναι τεράστιοι
σε σχέση με την ηλικία της Γής (4.5
δισ χρόνια)! Αυτά έχουν $Z > 83$].

Log_{10} (χρόνος ζωής τ , σε έτη)



Σχάση – είναι ενεργειακά προτιμιτέα μια μικρή παραμόρφωση;

- **$M(A,Z)$ σφαιρικός $\rightarrow M(A,Z)$ ελλειψοειδής , με ίσους όγκους:**

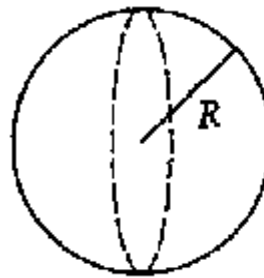
- Όρος επιφανείας:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi a b^2.$$

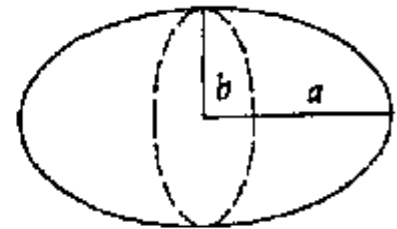
$$-b A^{2/3} \rightarrow -b A^{2/3} \left(1 + \frac{2}{5} \varepsilon^2\right)$$

- Όρος Coulomb:

$$-d \frac{Z^2}{A^{1/3}} \rightarrow -d \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left(1 - \frac{1}{5} \varepsilon^2\right)$$



External
Perturbation $\rightarrow$



$$a = R(1 + \epsilon)$$

$$b = \frac{R}{(1 + \epsilon)^{1/2}}$$

- **Η σχάση είναι προτιμιτέα όταν:**

$$M(A,Z)_{\text{ελλειψ.}} < M(A,Z)_{\text{σφαιρ.}}$$

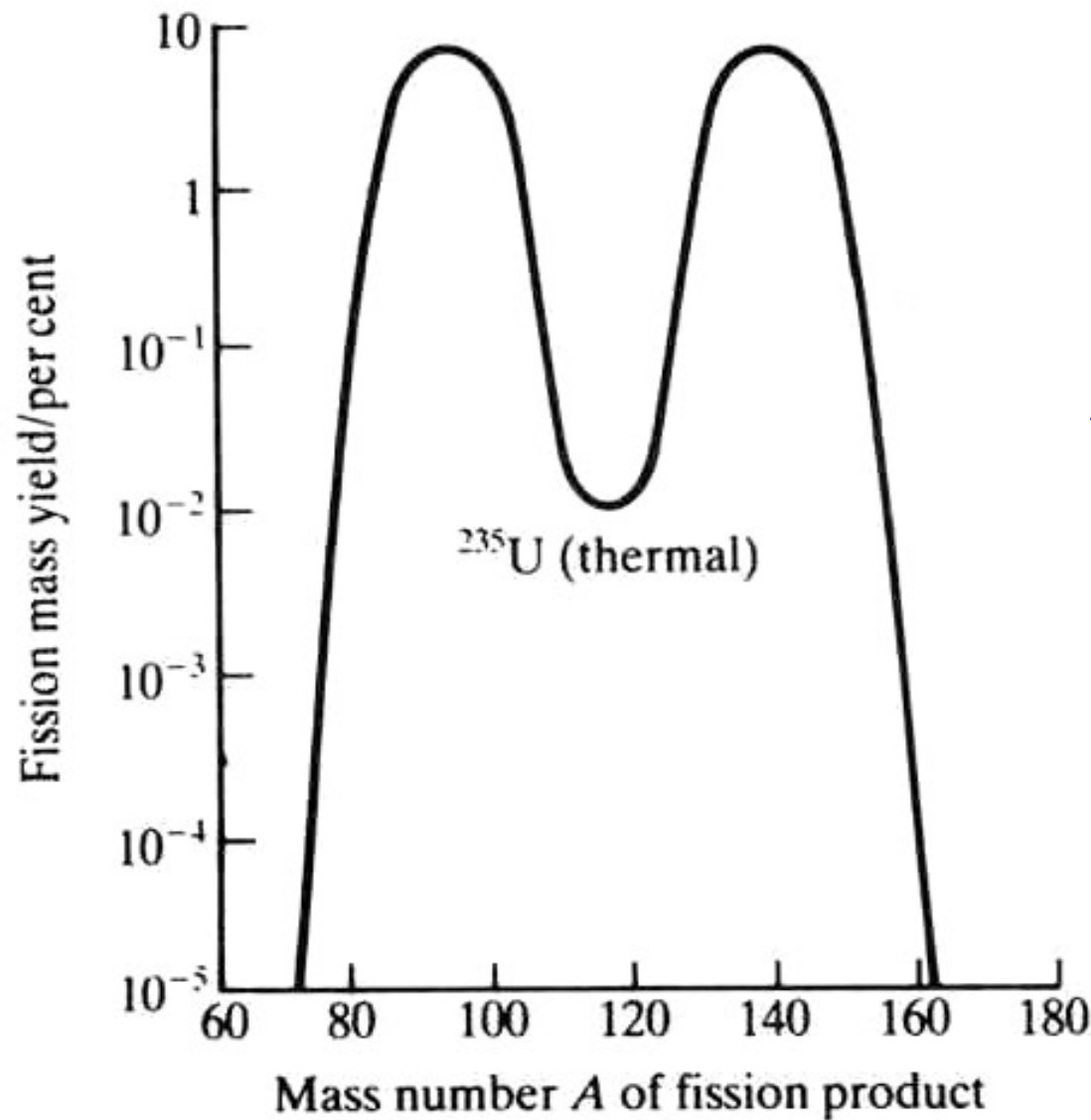
$$\rightarrow B(A,Z)_{\text{ελλειψ}} > B(A,Z)_{\text{σφαιρ}} \rightarrow B(A,Z)_{\text{ελλειψ}} - B(A,Z)_{\text{σφαιρ}} > 0$$

$$-\varepsilon^2 \left(\frac{2}{5} b A^{2/3} - \frac{1}{5} d \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right) > 0 \rightarrow \frac{Z^2}{A} > \frac{2b}{d} = 51 \rightarrow Z > 144 \text{ είναι ασταθής}$$

$Z > 144$ ασταθής ως προς τη σχάση

$Z > 92$ γίνεται αν περάσουν το φράγμα δυναμικού

Σχάση – στην πράξη ασυμμετρικοί θυγατρικοί

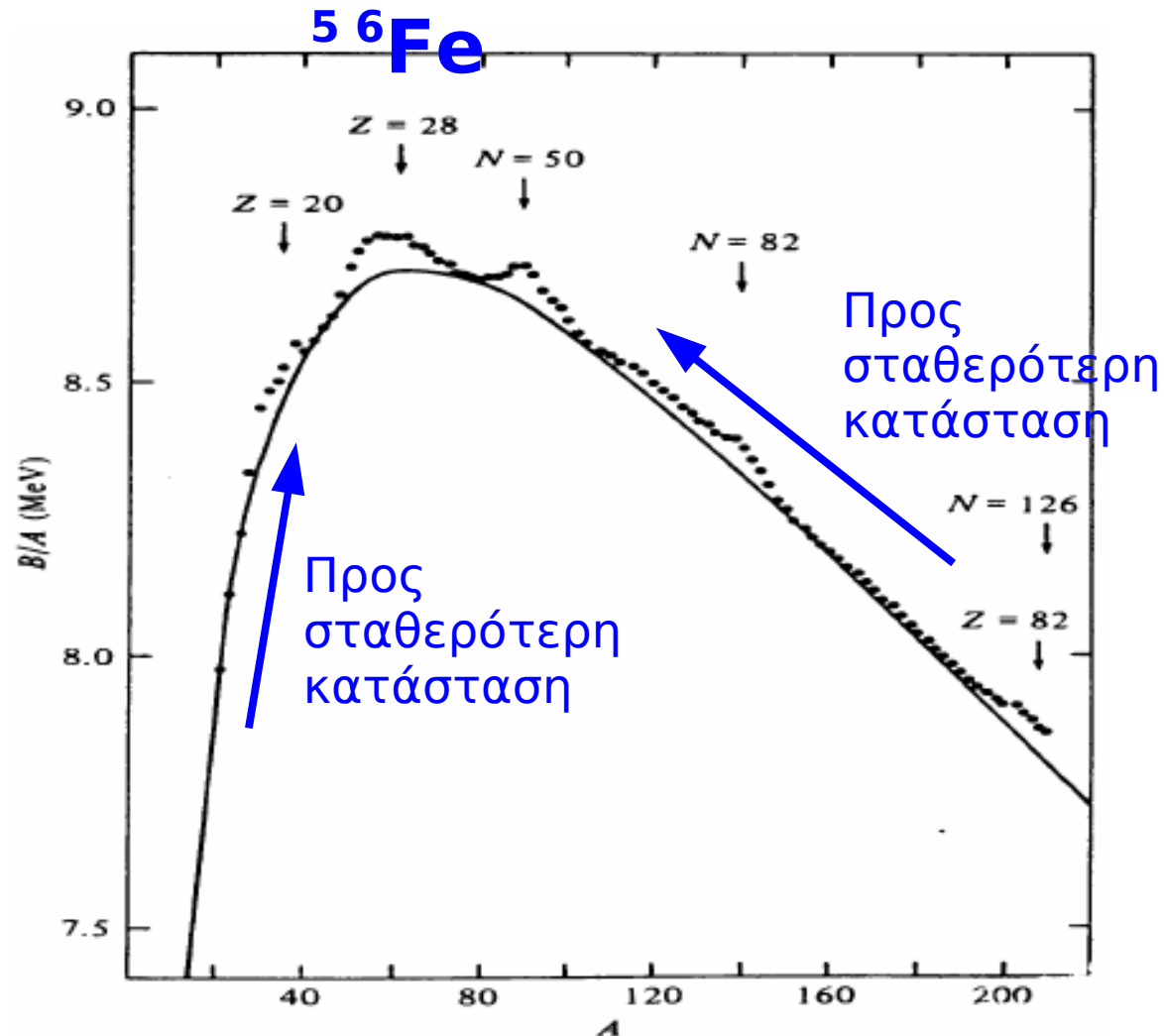


Π.χ., στη σχάση του
μητρικού ^{235}U , το πιο
πιθανό για τους
θυγατρικούς πυρήνες
είναι να έχουν, ο ένας
 $A \sim 90$ και ο άλλος το
υπόλοιπο ($A \sim 140$)

Σχάση - απελευθέρωση ενέργειας

Τι κερδίζουμε αποσυνθέτοντας πυρήνες?

Π.χ., $^{240}_{92}\text{X} \rightarrow ^{120}_{46}\text{Y} + ^{120}_{46}\text{Y} + Q$ (όπου $Q \sim 200 \text{ MeV}$)



Επαγόμενη Σχάση (παρ. 9.1 βιβλίου)

- Μπορούμε να βοηθήσουμε έναν βαρύ πυρήνα να σχασθεί αν ρίξουμε πάνω του ένα νετρόνιο.Π.χ:



- Ουσιαστικά, το νετρόνιο απορροφήθηκε από το ${}^{235}_{92}\text{U}$ και δημιουργήθηκε το ${}^{236}_{92}\text{U}$, το οποίο όμως είναι ασταθές και σχάζεται.
- Ανάλογα τον μητρικό πυρήνα, η ενέργεια του νετρονίου που θα προκαλέσει σχάση μπορεί να είναι ακόμα και ~μηδενικής ενέργειας!

– Τέτοιοι πυρήνες είναι: ${}^{233}_{92}\text{U}$, ${}^{235}_{92}\text{U}$, ${}^{239}_{94}\text{Pu}$, ${}^{241}_{94}\text{Pu}$

Επαγόμενη Σχάση (παρ. 9.1 βιβλίου)

- Μπορούμε να βοηθήσουμε έναν βαρύ πυρήνα να σχασθεί αν ρίξουμε πάνω του ένα νετρόνιο.Π.χ:



- Ουσιαστικά, το νετρόνιο απορροφήθηκε από το ${}^{235}_{92}\text{U}$ και δημιουργήθηκε το ${}^{236}_{92}\text{U}$, το οποίο όμως είναι ασταθές και σχάζεται.
- Ανάλογα τον μητρικό πυρήνα, η ενέργεια του νετρονίου που θα προκαλέσει σχάση μπορεί να είναι ακόμα και ~μηδενικής ενέργειας!

– Τέτοιοι πυρήνες είναι: ${}^{233}_{92}\text{U}$, ${}^{235}_{92}\text{U}$, ${}^{239}_{94}\text{Pu}$, ${}^{241}_{94}\text{Pu}$

- Αν τουλάχιστον ένα από τα παραγόμενα νετρόνια μπορεί να προκαλέσει τη σχάση ενός ίδιου πυρήνα, έχουμε αλυσιδωτή αντίδραση. Αν για κάθε νετρόνιο που πέφτει πάνω σ' έναν μητρικό πυρήνα, παράγονται κατά μέσο όρο k νετρόνια που προκαλούν με τη σειρά τους σχάση, τότε

α) αν $k > 1$ η αντίδραση μας έχει ξεφύγει (υπερκρίσιμη), **β)** Αν $k < 1$ τότε η αντίδραση σβήνει εκθετικά με το χρόνο (υποκρίσιμη), **γ)** αν $k = 1$ τότε η αντίδραση είναι ελέγξιμη (κρίσιμη)

Άσκηση 2: Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U)

Άσκηση 2:

a) Πόση ενέργεια εκλύεται κατά την παρακάτω αντίδραση σχάσης του ουρανίου?



b) Συγκρίνετε την ενέργεια αυτή με την ενέργεια που εκλύεται σε χημικές αντιδράσεις (όπου έχουμε ανταλλαγές ηλεκτρονίων των ατόμων, τα οποία έχουν ενέργειες της τάξης των eV, κι έτσι η τάξη μεγέθους για χημικές αντιδράσεις δύο ατόμων είναι eV)

c) Αν ένας πυρηνικός αντιδραστήρας έχει σχεδιαστεί να δίνει 1 MW θερμότητας συνεχώς, πόσες σχάσεις ουρανίου σαν την παραπάνω πρέπει να συμβαίνουν κάθε δευτερόλεπτο για να συντηρούν την ισχύ αυτή? Πόσο ουράνιο-235 καταναλώνεται κάθε χρόνο στον αντιδραστήρα?

Δίνονται: το βιβλίο σας

- παρ. 9.1, 9.2, 9.3

- παρ. 4.4., σελ. 60: $1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2$ και $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

$m(n) = 1.0087 \text{ amu}$, $m(\text{U}) = 235.0439 \text{ amu}$, $m(\text{Ba}) = 140.9139 \text{ amu}$,
 $m(\text{Kr}) = 91.8973 \text{ amu}$

Άσκηση 2α): Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U)

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά , Η μάζα είναι μιά μορφή ενέργειας
 - $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$, για αυθόρμητη σχάση πρέπει $Q \geq 0$
- Η μάζα κάθε πυρήνα δίνεται σε amu. Μπορώ να τις κάνω MeV αμέσως, ή να τις αφήσω σε amu, να βρω το Q σε amu και να το κάνω σε MeV στο τέλος.
- $M(^{235}\text{U}) + M(n) = M(^{141}\text{Ba}) + M(^{92}\text{Kr}) + 3 \cdot M(n) + Q$
 $\rightarrow Q = M(^{235}\text{U}) - M(^{141}\text{Ba}) - M(^{92}\text{Kr}) - 2 \cdot M(n) = 0.2153 \text{ amu} \rightarrow$
 $Q = 0.2153 \cdot 931.49 \text{ MeV} = \mathbf{200.5 \text{ MeV}}$ (δηλ. $Q > 0$: άρα γίνεται αυθόρμητα)
- Οπότε κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., για ENAN μόνο πυρήνα ^{235}U), εκλύεται ενέργεια **200.5 MeV**.

Άσκηση 2β): Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U) - Λύση

- Υπολογίσαμε πριν ότι κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., για ENAN μόνο πυρήνα ^{235}U), εκλύεται ενέργεια **200.5 MeV**
- Οι ενέργειες που εκλύονται κατά τις χημικές αντιδράσεις είναι της τάξης των διαφορών στις ενεργειακές στάθμες των ατόμων, δηλαδή της τάξης των eV-keV, δηλαδή χοντρικά κατά 10^9 (1 δις) έως 10^{12} (1 τρις) φορές μικρότερες!
- $1 \text{ MW} = 1 \text{ MJ/s}$ (θυμνάστε ότι η ισχύς είναι ενέργεια ανά μονάδα χρόνου)

$$1 \text{ χρόνος} = 1 \text{ y} = 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s} = 31536000 \text{ s} = 3.15 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$\text{Οπότε: } 1 \text{ MW} = 3.15 \cdot 10^7 \text{ MJ/y}$$

- Οπότε μπορούμε να βρούμε πόσους πυρήνες χρειαζόμαστε για να πάρουμε τόση ενέργεια σε ένα χρόνο

Αριθμός σχάσεων ^{235}U σε ένα έτος = αριθμός πυρήνων ^{235}U που χρειαζόμαστε σε ένα έτος = $3.15 \cdot 10^7 \text{ MJ} / 234.1 \text{ MeV} =$

$$3.15 \cdot 10^7 \cdot 10^6 \text{ J} / (234.1 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}) = 0.98 \cdot 10^{24}$$

→ **οπότε χρειαζόμαστε:**

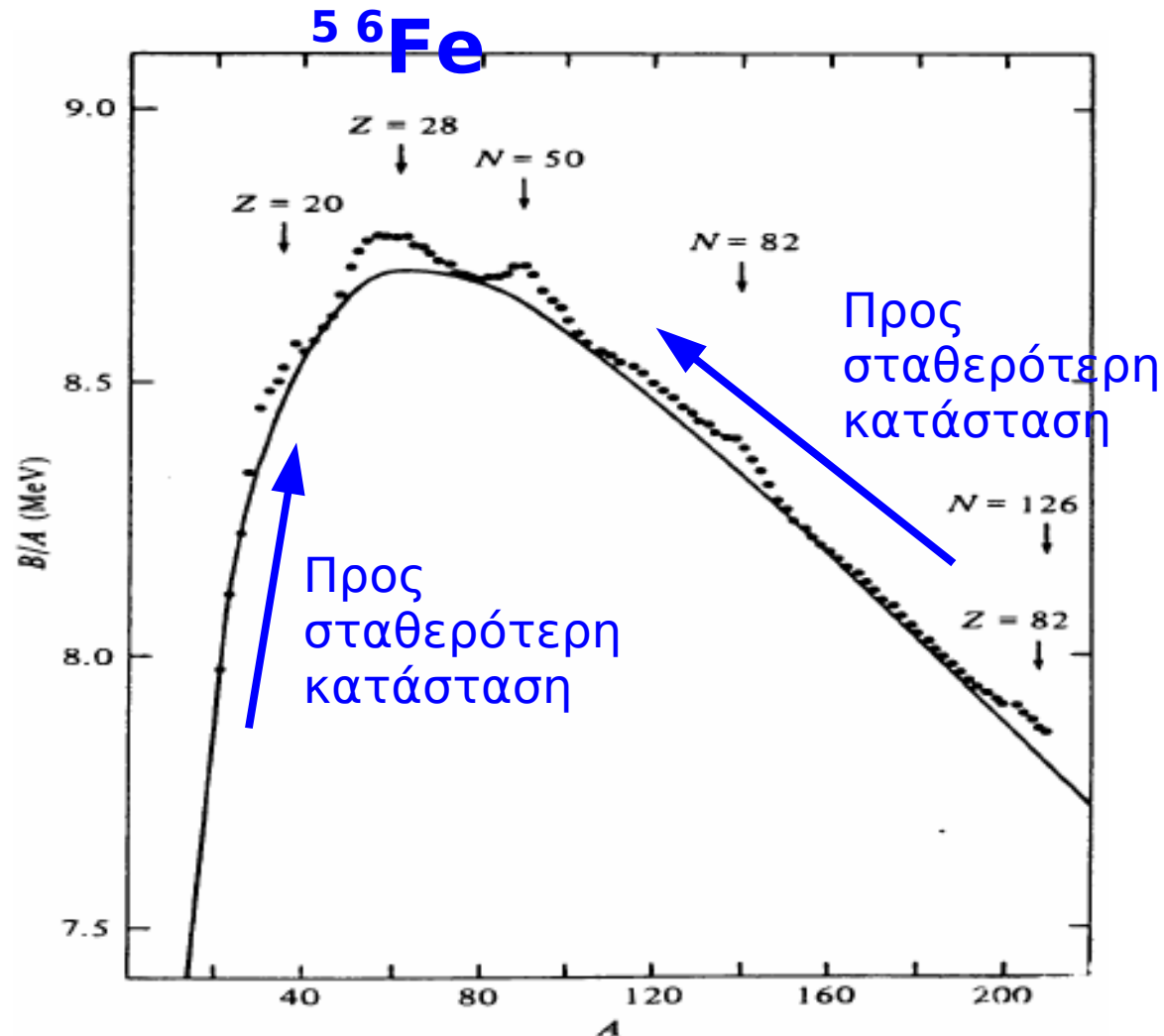
$$0.98 \cdot 10^{24} / (6.02 \cdot 10^{23}) \text{ mol} = 1.6 \text{ mol} = 1.6 \cdot 235 \text{ gr}$$

$$= \mathbf{376 \text{ gr ουρανίου } ^{235}\text{U}}$$

Σύντηξη (παρ. 10.1 βιβλίο)

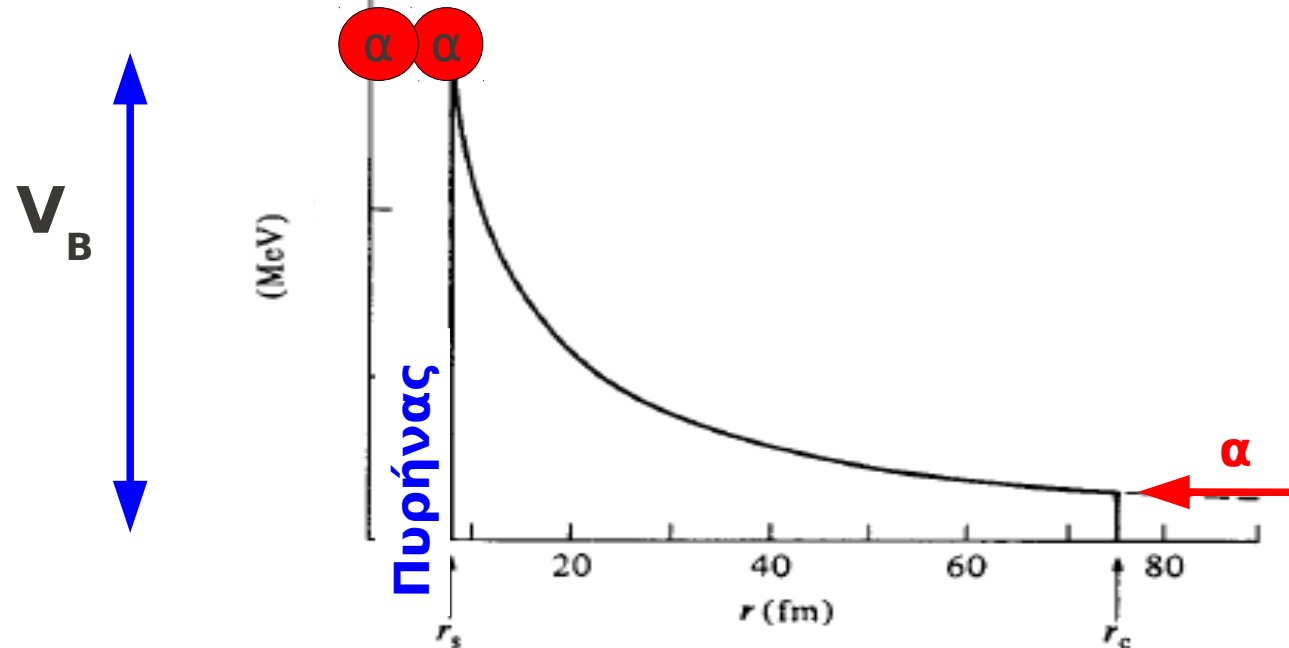
Τι κερδίζουμε συνθέτοντας πυρήνες?

Π.χ., ${}^{20}_0\text{X} + {}^{20}_0\text{X} \rightarrow {}^{40}_0\text{Y} + Q$



Σύντηξη: κατά κάποιον τρόπο, το ανάποδο της α-διάσπασης

- Ένας πυρήνας να βρεθεί μέσα σε έναν άλλον και θα γίνουν ένας βαρύτερος πυρήνας.
- Π.χ., ένα σωματίδιο α έρχεται από δεξιά και συναντά την ηλεκρομαγνητική άπωση ενός άλλου πυρήνα α . Η δυναμική ενέργεια Coulomb γίνεται μέγιστη, με τιμή V_B , όταν οι δύο πυρήνες α “εφάπτονται” σε απόσταση r_s : από εκεί και μετά η ισχυρή αλληλεπίδραση γίνεται σημαντική και αν το α περνούσε θα βρισκόταν στο πηγάδι δυναμικού του πυρήνα



Σύντηξη: Φράγμα Coulomb α και α

- Πόσο μεγάλο είναι το φράγμα (V_B) σε ενέργεια? Μπορεί το α να το “σκαρφαλώσει” και να περάσει μέσα στον πυρήνα α ?
- Το δυναμικό Coulomb είναι μέγιστο (“φράγμα” V_B) όταν το α “εφάπτεται” στον πυρήνα. Δηλαδή όταν η απόσταση από το κέντρο του α μέχρι το κέντρο του πυρήνα α είναι $R_\alpha + R_\alpha$, όπου R_α είναι οι ακτίνα των πυρήνων α αντίστοιχα.

$$R = 1.1 * A^{1/3} \text{ fm} \rightarrow R_\alpha = 1.1 * 4^{1/3} \text{ fm} = 1.7 \text{ fm}$$

$$\rightarrow r_s = 2 * R_\alpha = 3.4 \text{ fm}$$

$$V_B = \frac{(2e)(2e)}{r_s} = a \frac{2Z\hbar c}{r_s} = \frac{1}{137} \frac{2*2*197 \text{ MeV fm}}{3.4 \text{ fm}} = 1.6 \text{ MeV}$$

Σύντηξη: Φράγμα Coulomb α και α

- **Κλασσικά:**

όταν ένα σωματίδιο α έχει κινητική ενέργεια $T < V_B \rightarrow T < 1.6 \text{ MeV}$,
τότε δεν μπορεί να μπει στον πυρήνα α

...όμως μπαίνει με το κβαντομηχανικό φαινόμενο σύραγγας

Φράγμα 1.6 MeV πολύ μεγαλύτερο από την κινητική ενέργεια των συγκρουόμενων πυρήνων:

$\sim kT$ λόγω θερμοκρασίας του Ήλιου ($T \sim 10^7 \text{ Kelvin}$)

Σε 12000 K $\rightarrow kT = 1 \text{ eV}$

Σε 300 K $\rightarrow kT = 1/40 \text{ eV}$

Σε $10^7 \text{ K} \rightarrow kT \sim 1 \text{ keV}$: λίγη σε σχέση με το φράγμα δυναμικού, όμως:

α) η κινητική ενέργεια λόγω θερμικής κίνησης “παίζει”
(κατανομή Boltzman)

β) έχουμε το κβαντομηχανικό φαινόμενο σύραγγας που βοηθάει το σωματίδιο να συντηχθεί με τον άλλον πυρήνα διασχίζοντας την κλασσικά απαγορευμένη περιοχή

Άσκηση 3: Σύντηξη υδρογόνου για παραγωγή ηλίου στον Ήλιο

Άσκηση 3:

Πόσο υδρογόνο (^1H) πρέπει να μετατρέπεται σε ήλιο (^4He) κάθε δευτερόλεπτο στον Ήλιο, αν η ηλιακή σταθερά είναι $1.35 \text{ kW} / \text{m}^2$ στην επιφάνεια της Γης και η απόσταση Γης-Ηλίου είναι $1.5 \times 10^8 \text{ km}$?

(Υποθέστε εδώ ότι $4 \text{ } ^1\text{H} \rightarrow \text{}^4\text{He}$, χωρίς άλλο προϊόν, πράγμα που δεν είναι σωστό, αλλά χάριν την άσκησης υποστείτε το: θα σας διδάξει κάτι)

Δίνονται:

$$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2 \quad \text{και} \quad 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

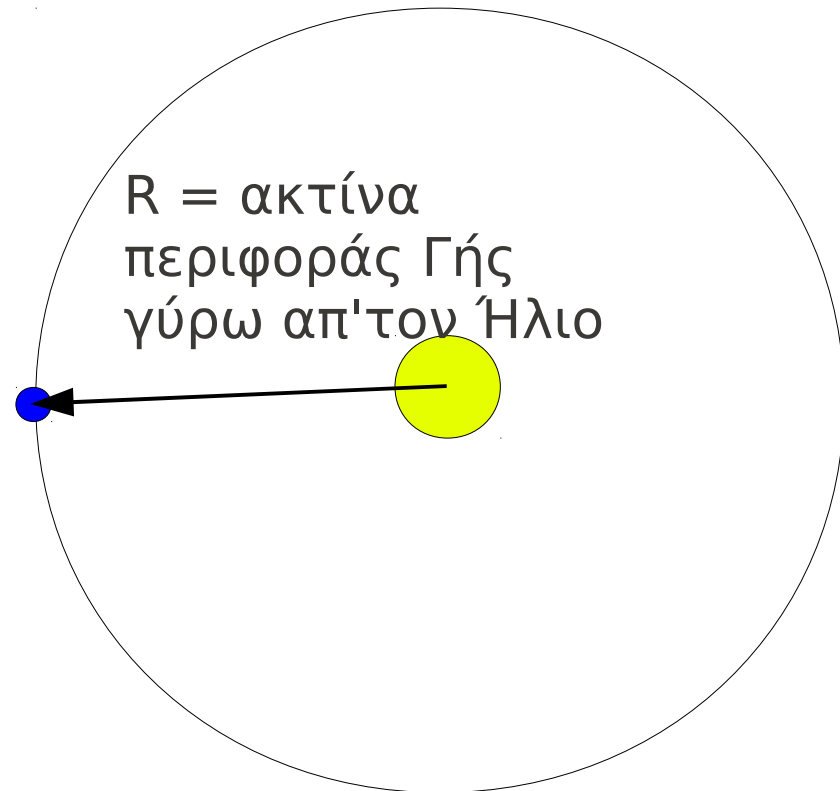
$$\text{- } M(n) = 939.57 \text{ MeV}, M(p) = 938.27 \text{ MeV}, M(e) = 0.511 \text{ MeV}, M(\nu)=0$$

- Ενέργειες Σύνδεσης (B):

$$B(^4\text{He}) = 28.30 \text{ MeV}$$

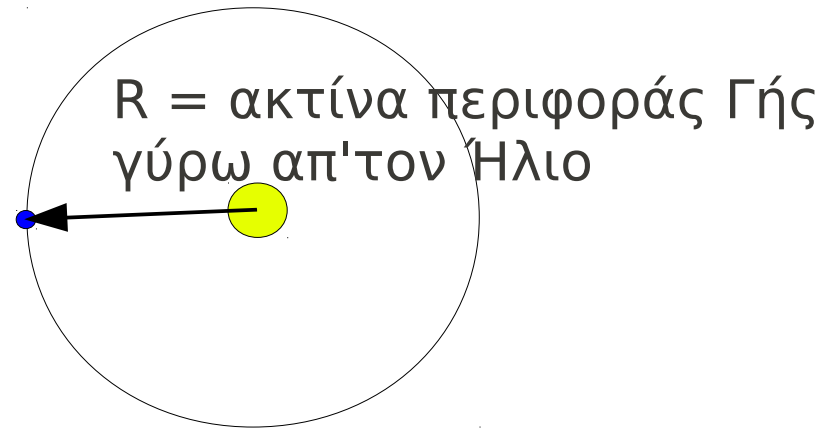
Άσκηση 3: Σύντηξη υδρογόνου - Λύση

- $4\ ^1\text{H} \rightarrow\ ^4\text{He} + Q$
- Γνωρίζετε ότι ο πυρήνας του υδρογόνου (^1H) είναι το πρωτόνιο και άρα δεν έχει ενέργεια σύνδεσης, αφού είναι μόνο του!
$$Q = 4 * M(p) - M(\text{He}) = 4* M(p) - (2 M (p) + 2 M(n) - 28.3) = \dots = 25.7\text{ MeV}$$
- Η ενέργεια που εκλύεται στον ήλιο κατά τη σύντηξη 4 πυρήνων υδρογόνου για παραγωγή ηλίου είναι 25.7 MeV, δηλαδή **6.43 MeV ανά πυρήνα υδρογόνου**
 $= 6.43 * 10^6 * 1.6 * 10^{-19}\text{ J} = 10^{-12}\text{ J}$
- Τί γίνεται αυτή η ενέργεια;
Εκπέμπεται παντού



Άσκηση 3: Σύντηξη υδρογόνου - Λύση

- Η ενέργεια που εκλύεται στον ήλιο κατά τη σύντηξη 4 πυρήνων υδρογόνου για παραγωγή ηλίου είναι 25.7 MeV, δηλαδή **6.43 MeV ανά πυρήνα υδρογόνου**
 $= 6.43 * 10^6 * 1.6 * 10^{-19} \text{ J} = 10^{-12} \text{ J}$
- Ο ήλιος εκπέμπει την ενέργεια αυτή. Όση ενέργεια εκπέμπει από τον ήλιο σε κάθε δευτερόλεπτο, διαχέεται ακτινικά προς τα έξω. Οπότε το σύνολο της ενέργειας που “περνάει” μέσα από μια επιφάνεια $4\pi R^2$ κάθε δευτερόλεπτο, είναι όση εκπέμπει από τον ήλιο σε κάθε δευτερόλεπτο.



- Στη Γη ξέρουμε την ηλιακή σταθερά, δηλ. πόση ηλιακή ενέργεια “πέφτει” σε μια επιφάνεια 1 m^2 , σε κάθε δευτερόλεπτο **$= 1.35 \text{ kW} / \text{m}^2 = 1.35 (\text{kJ/s}) / \text{m}^2$**
- Οπότε, στην απόσταση Γης-Ήλιου (σε ακτίνα **$R=1.5 \times 10^8 \text{ km}$** από τον ήλιο), περνούν **$1.35 * 4\pi R^2 \text{ kJ/s} / \text{m}^2$** και άρα ο ήλιος εκπέμπει $3.8 * 10^{26} \text{ J}$ ανά sec.
- Άρα χρειάζονται $(3.8 * 10^{26} \text{ J/s}) / (10^{-12} \text{ J}) = 3.8 * 10^{38}$ πυρήνες υδρογόνου ανά sec.
- Αφού $6.02 * 10^{23}$ πυρήνες ^1H ζυγίζουν 1 γρ (όσο ο μαζικός αριθμός), τότε στον ήλιο συντήκονται **$3.8 * 10^{38} / 6.02 * 10^{23} = 6.3 * 10^{11} \text{ kg } ^1\text{H}$ ανά sec !!!**

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια E
μάζα m

Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας



γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: με $c = 1$, γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^6 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,
και θα βάζουμε

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$\mathbf{1 \text{ amu}} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$