

# Στοιχεία Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2012-13)

Τμήμα G3: Κ. Κορδάς & Χ. Πετρίδου

## Μάθημα 5

- α)  $\beta$ -διάσπαση
- β) Ασκήσεις

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη Ι, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 5 Νοεμβρίου 2012

# Σήμερα

- **β-διάσπαση**

- Βιβλίο C&G, Κεφ. 4, παρ. 4.6. Κεφ. 12, παρ. 12.1
- Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 5, παρ. 5.2, 5.2.1 – 5.2.3

- **Ιστοσελίδα:** <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

# Κοιλιάδα β-σταθερότητας

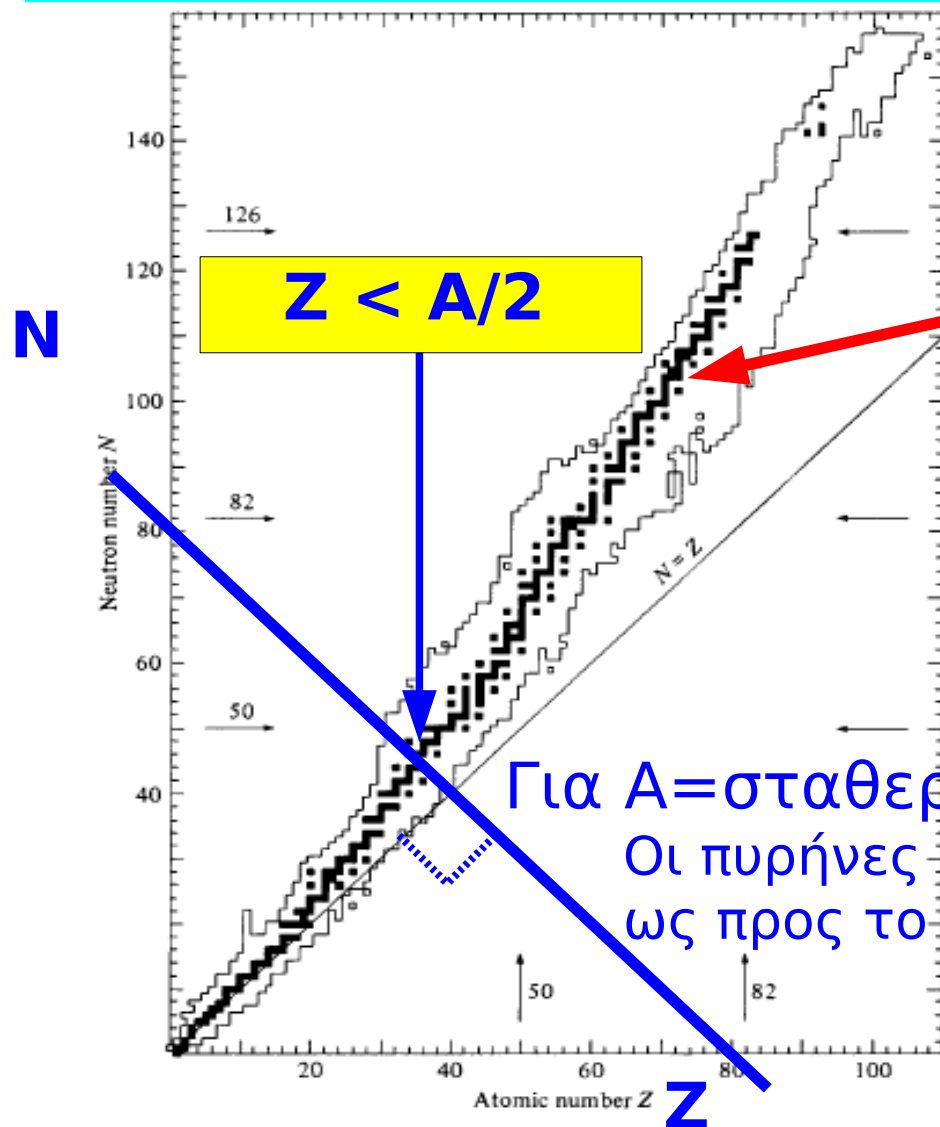
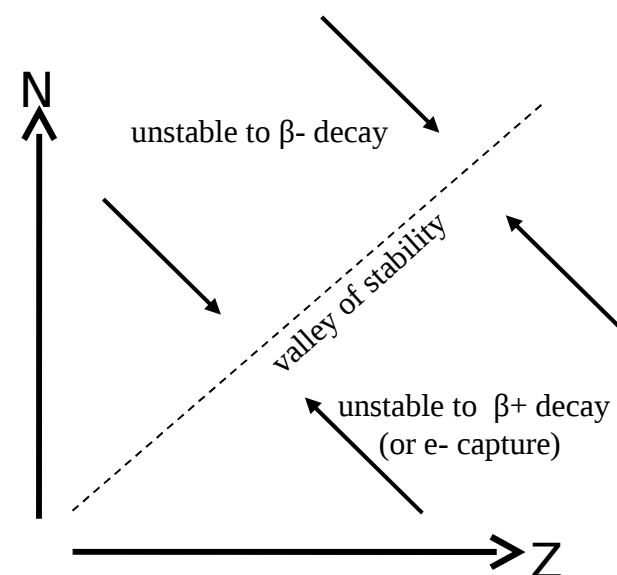


Fig. 4.6 The  $\beta$ -stability valley. Filled squares denote the stable nuclei and long-lived nuclei occurring in nature. Neighbouring nuclei are unstable. Those for which data on masses and mean lives are known fill the area bounded by the lines. For the most part these unstable nuclei have been made artificially. (Data taken from *Chart of the Nuclides* (1977), Schenectady: General Electric Company.)

Σχήμα 4.6 στο βιβλίο σας

- Για κάθε  $A$ , τα  $\beta$ -σταθερά νουκλίδια είναι στη μαύρη ζώνη ("κοιλιάδα σταθερότητας" - "valley of stability"). Αυτά που είναι μακριά απ'την κοιλιάδα, πάνε προς αυτήν με διασπάσεις  $\beta^+$  ( $= e^+$ ) ή  $\beta^-$  ( $= e^-$ )



# Κοιλιάδα β-σταθερότητας

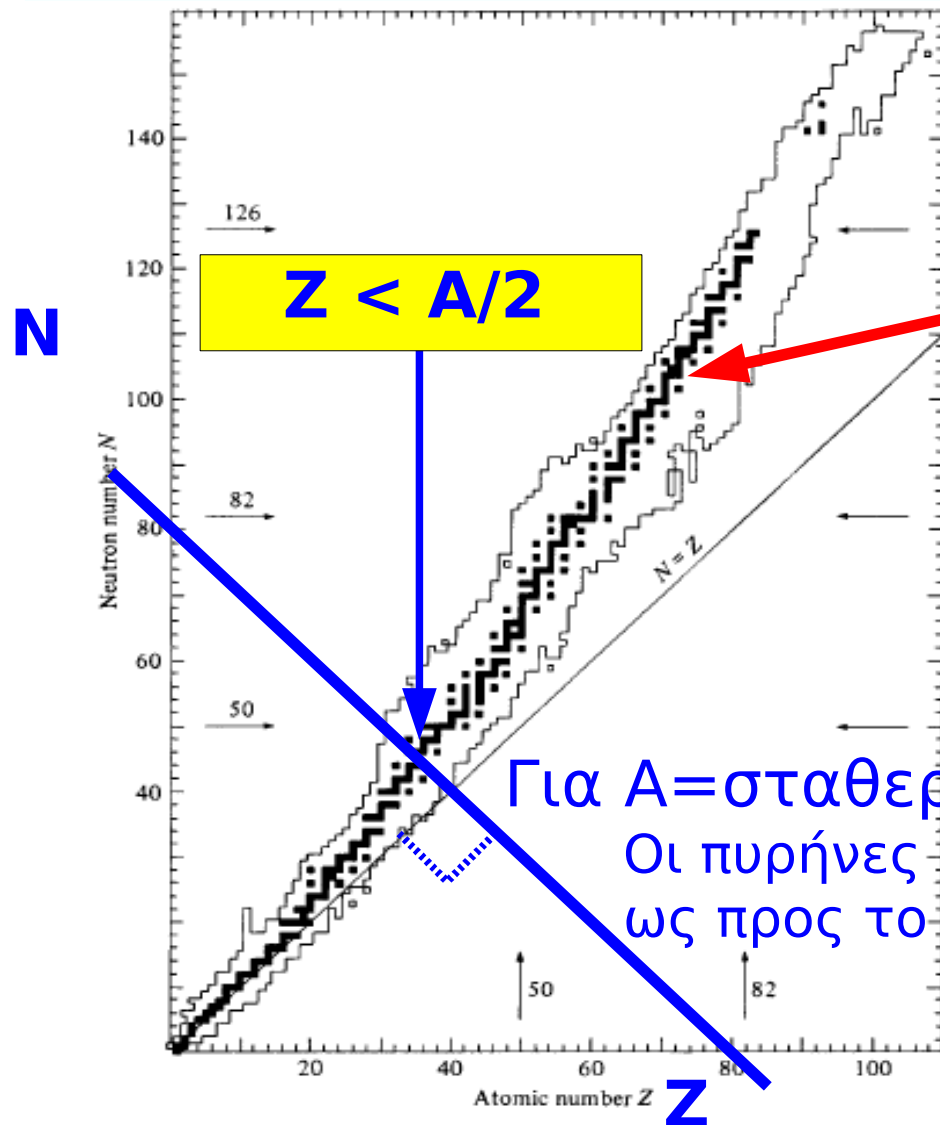
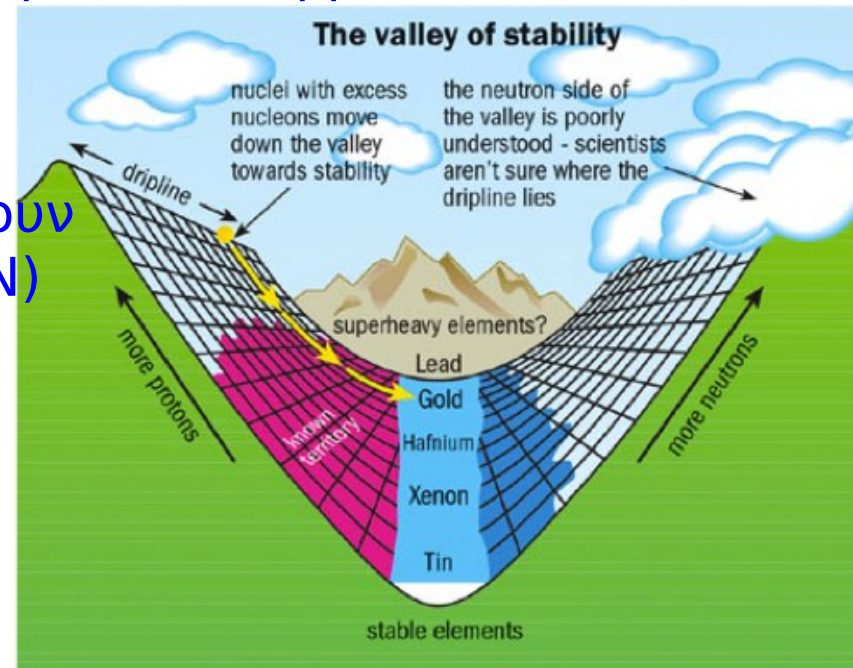


Fig. 4.6 The  $\beta$ -stability valley. Filled squares denote the stable nuclei and long-lived nuclei occurring in nature. Neighbouring nuclei are unstable. Those for which data on masses and mean lives are known fill the area bounded by the lines. For the most part these unstable nuclei have been made artificially. (Data taken from *Chart of the Nuclides* (1977), Schenectady: General Electric Company.)

Σχήμα 4.6 στο βιβλίο σας

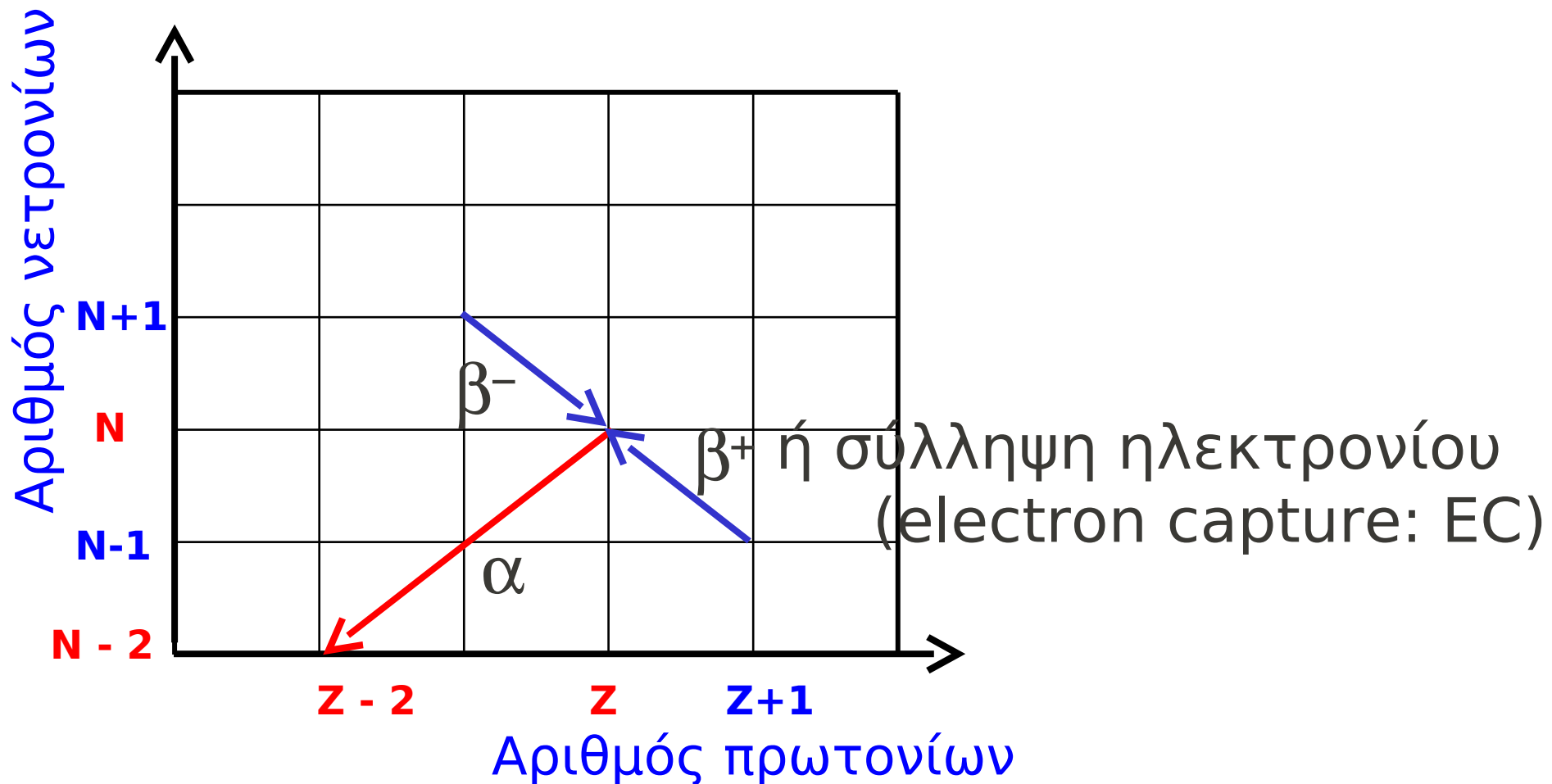
- Για κάθε  $A$ , τα  $\beta$ -σταθερά νουκλίδια είναι στη μαύρη ζώνη ("κοιλιάδα σταθερότητας" - "valley of stability"). Αυτά που είναι μακριά απ'την κοιλιάδα, πάνε προς αυτήν με διασπάσεις  $\beta^+$  ( $= e^+$ ) ή  $\beta^-$  ( $= e^-$ )



# $\alpha$ και $\beta$ διάσπαση: οι πυρήνες αλλάζουν

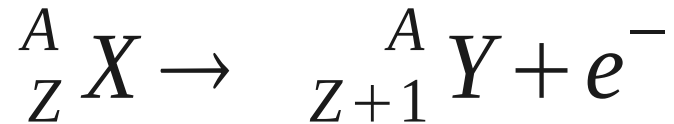
Η  $\alpha$  διάσπαση μας μεταφέρει πάνω-κάτω στην κοιλάδα σταθερότητας

Η  $\beta$  διάσπαση μας μεταφέρει προς την κοιλάδα σταθερότητας

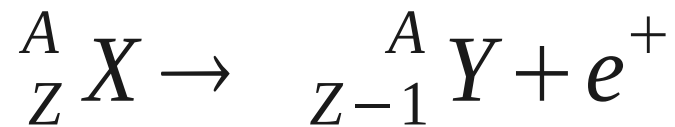


# Είδη β-διάσπασης

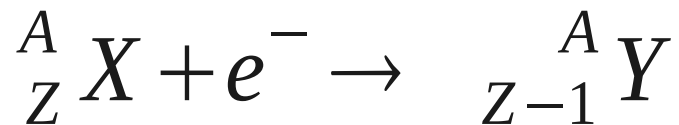
## Διάσπαση $\beta^-$



## Διάσπαση $\beta^+$



## Αρπαγή ηλεκτρονίου



$$|\Delta Z|=1 \text{ \& } \Delta A=0$$

$\beta^-$  : ηλεκτρόνια

$\beta^+$ : ποζιτρόνια (1932, Anderson)

Αρπαγή (1937, Alvarez)

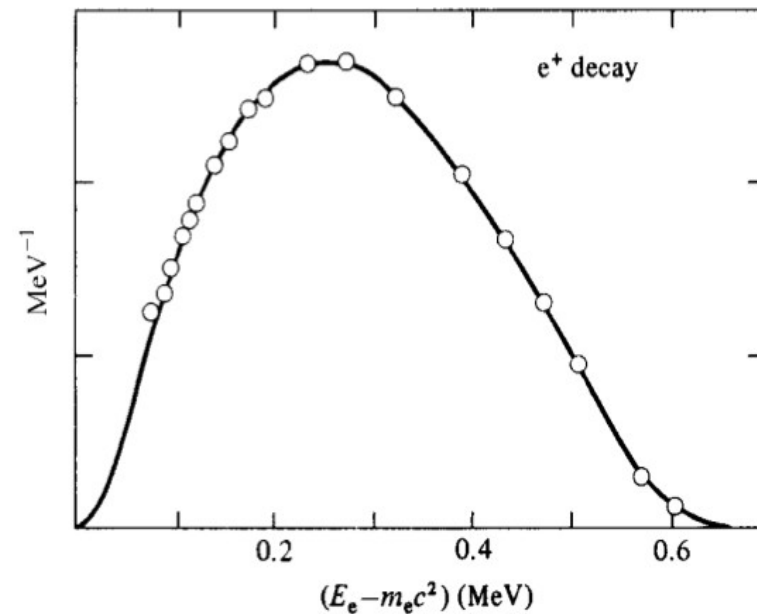
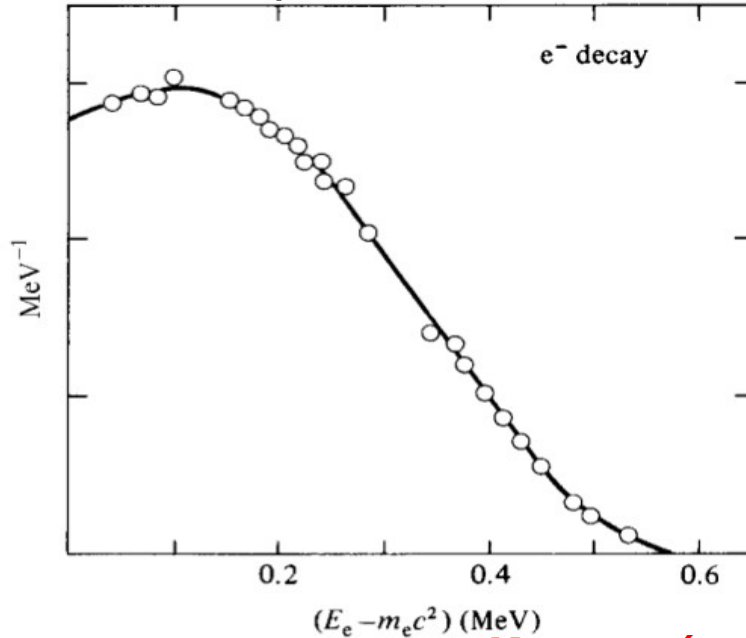
Διατήρηση φορτίου : ΟΚ

Όμως, οι διασπάσεις όπως γράφτηκαν αριστερά υποφέρουν από σοβαρά προβλήματα:

- 1) Διατήρηση ενέργειας
- 2) Τα  $e$  δεν υπάρχουν στον πυρήνα ( $\Delta x \Delta p \geq \hbar$ )
  - από πού προέρχονται;
- 3) Διατήρηση στροφορμής ( $\Delta A=0$ ,  $spin(n, p \text{ \& } e) = \hbar/2$ )

# 1) Ενέργεια ηλεκτρονίων στη $\beta$ -διάσπαση

- Κατανομή πληθυσμού εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων ( $e^-$ , αριστερά) ή ποζιτρονίων ( $e^+$ , δεξιά) σαν συνάρτηση της ενέργειάς τους, κατά τη  $\beta$ -διάσπαση του  $^{64}\text{Cu}$



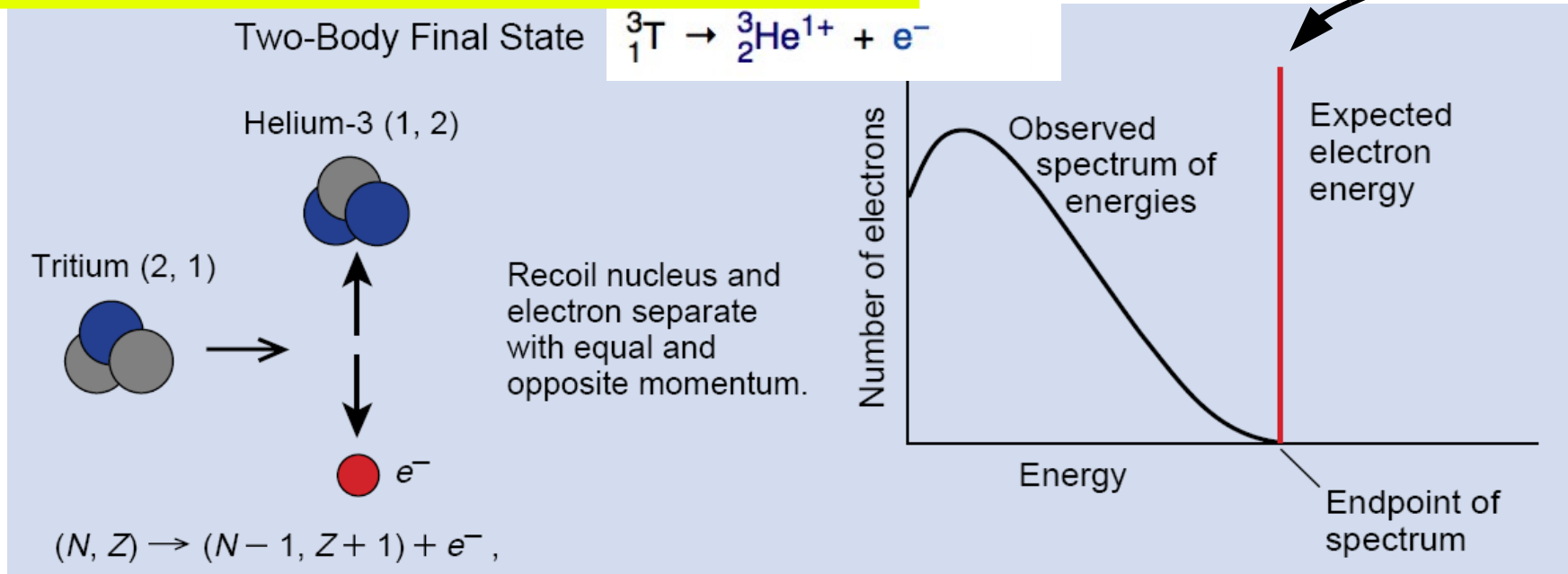
**Κινητική ενέργεια ηλεκτρονίων,  $T_e$**

- Οι ενέργειες  $\Delta E_N$  είναι συγκεκριμένες, όπως θα περίμενε κανείς αν τα παραγόμενα σωματίδια ήταν μόνο 2 (δηλαδή μόνο ο θυγατρικός πυρήνας και το ηλεκτρόνιο/ποζιτρόνιο). Δείτε π.χ., το μάθημα για την  $\alpha$ -διάσπαση για το μοίρασμα της ενέργειας μεταξύ δύο σωματιδίων

- Η μέγιστη ενέργεια είναι της τάξης του 1 MeV

# 1) Ενέργεια ηλεκτρονίων στη β-διάσπαση

Υπόθεση δύο προϊόντων στη διάσπαση:



$$T_e \sim Q = \Delta M = M(Z, A) - M(Z+1, A) :$$

Το Q μοιράζεται ως κινητική ενέργεια των προϊόντων.  
Η μοιρασιά είναι καθορισμένη και το πολύ ελαφρύτερο  
ηλεκτρόνιο παίρνει τη μερίδα του λέοντος:

Συμβολισμός:  $P \rightarrow D + e^-$

P = Parent = ο πυρήνας “γονιός”

D = Daughter = θυγατρικός πυρήνας

$$T_e = \frac{M_D}{M_P} Q \quad T_D = \frac{M_e}{M_P} Q$$

## 2) Ενέργεια ηλεκτρονίων στη β-διάσπαση: σχετικά μικρή για να προϋπάρχουν στον πυρήνα

Αν τα ηλεκτρόνια υπήρχαν μέσα στον πυρήνα

- η ορμή τους θα είχε μιά αβεβαιότητα  $\Delta p$  της τάξης

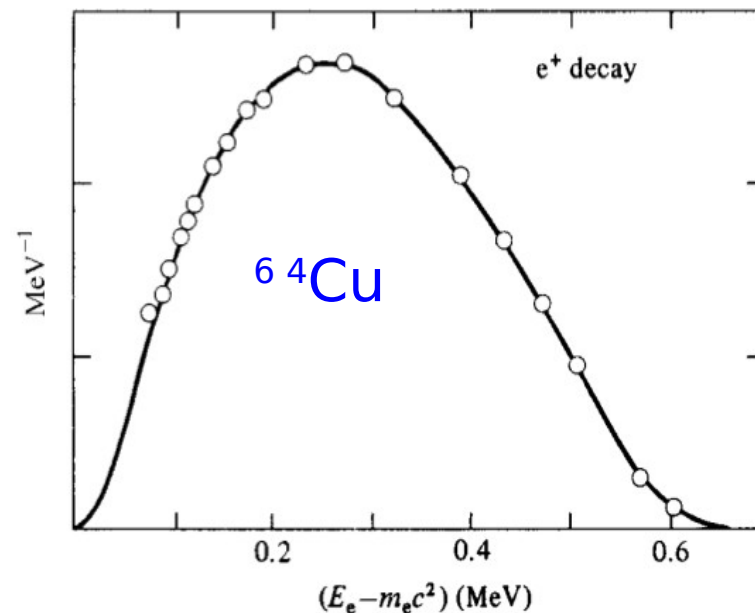
$$\Delta x \Delta p \geq \hbar \rightarrow \Delta p \geq \hbar / \Delta x$$

όπου  $\Delta x$  = οι διαστάσεις του πυρήνα  $\sim R$   
( $R = 1.1 \text{ fm} * A^{1/3} = 4.4 \text{ fm}$ , για  ${}^64\text{Cu}$ )

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{R} = \frac{\hbar c}{R} = \frac{197 \text{ MeV fm}}{4.4} \text{ fm} \simeq 45 \text{ MeV}$$

→ Άρα, η ορμή τέτοιων ηλεκτρονίων θα έπρεπε να “παίζει” κατά  $\pm 45 \text{ MeV}$ .

- Οπότε κάποια από αυτά θα είχαν ενέργειες πολύ μεγαλύτερες από το  $\sim 1 \text{ MeV}$  μέγιστο που βλέπουμε
- Από πού προέρχονται λοιπόν τα ηλεκτρόνια της β-διάσπασης;



# Pauli (1930) : υπόθεση νετρίνων

Προσπάθεια να εξηγηθεί η β-διάσπαση

$$(Z,A) \rightarrow (Z+1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$(Z',A') \rightarrow (Z'-1, A') + e^+ + \nu_e$$

Είναι η διάσπαση δέσμιων στον πυρήνα p και n

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

Μόνο το ελεύθερο n μπορεί να διασπαστεί  $m_n > (m_p + m_e)$ ,  
μέσος χρόνος ζωής,  $\tau = 885.7 \pm 0.8 \text{ s} \sim 15 \text{ min}$

Το ελεύθερο πρωτόνιο ΔΕΝ μπορεί να διασπαστεί, γιατί έχει μικρότερη μάζα απ' όση χρειάζεται:

→ τα πρωτόνια όμως μπορούν να κάνουν β-διάσπαση μόνο όταν είναι δέσμια μέσα σ' έναν πυρήνα: τότε κάνουμε ενεργειακούς υπολογισμούς με ολόκληρο το σύστημα.

# Υπόθεση τρίτου σωματιδίου στη β-διάσπαση

## Three-Body Final State

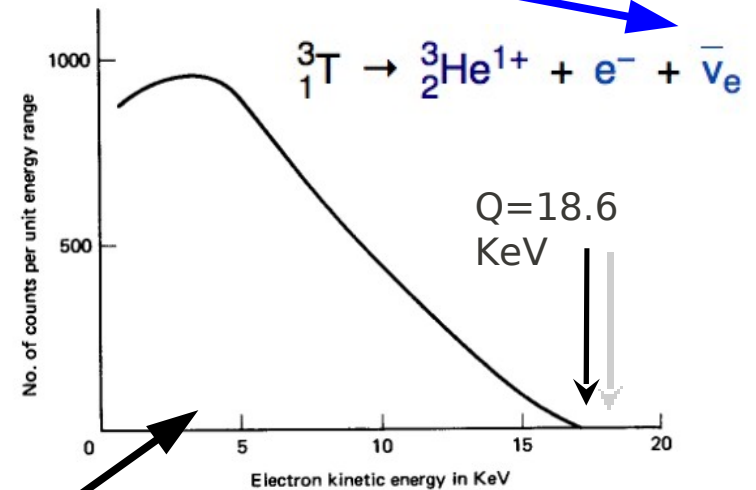
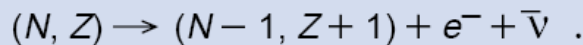
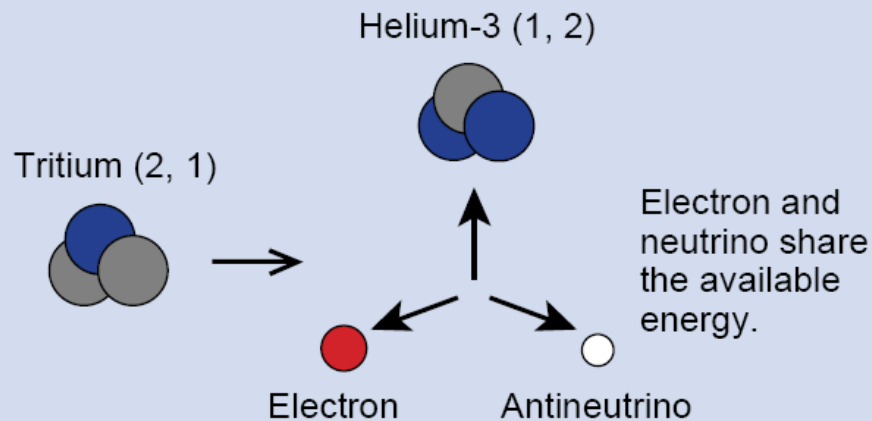


Figure 1.6 The beta decay spectrum of tritium ( ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He}$ ). (Source: G. M. Lewis, *Neutrinos* (London: Wykeham, 1970), p. 30.)

Αν υπάρχει νεutrino:  $0 \leq T_e \leq \Delta M - m_{\nu_e}$

$$m_{\nu} \approx 0$$

$$\text{spin} = \hbar/2$$

Υπόθεση  $\nu_e$  : *Pauli 1930*

\* Επιβεβαίωση ύπαρξης  $\nu_e$ : Reines - Cowan, με αντineutrίνα από πυρηνικό αντιδραστήρα.

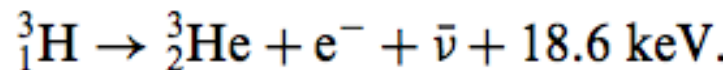
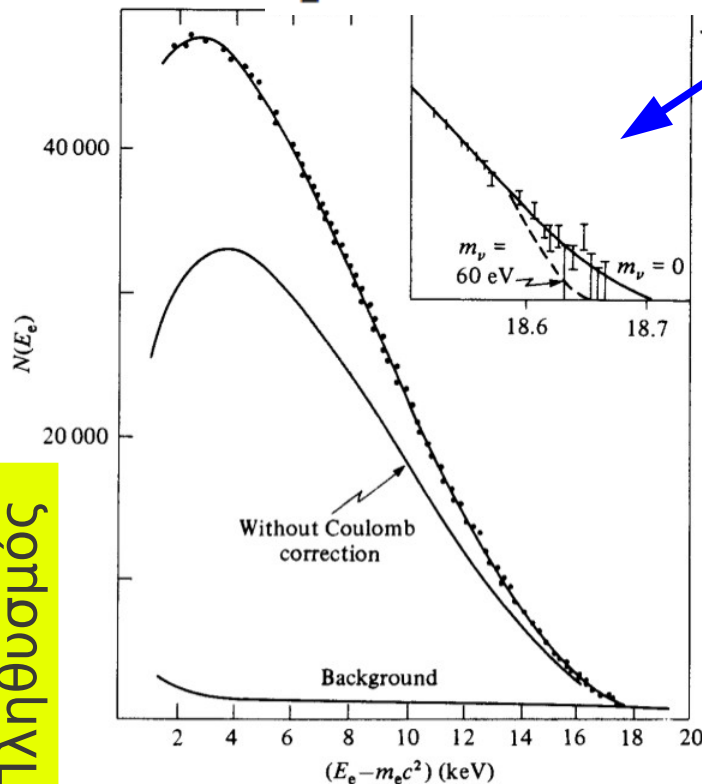
\* Επιβεβαίωση ότι  $\nu_e \neq \bar{\nu}_e$ : πείραμα Davis, αντίδραση που γίνεται με νεutrίνα, δεν γίνεται με αντineutrίνα

# Μάζα του νετρίνου;

- Εξετάζουμε το διάγραμμα πληθυσμού σαν συνάρτηση της κινητικής ενέργειας των ηλεκτρονίων στην περιοχή της μέγιστης κινητικής. Κάνοντας έναν μετασχηματισμό ως προς το τη μεταβλητή στον άξονα y, έχουμε γραμμική σχέση για  $m_\nu = 0$ : **διάγραμμα Fermi-Kurie**.

$$\left[ \frac{dR/dE_e}{F(Z_d, E_e) E_e (E_e^2 - m_e^2 c^4)^{1/2}} \right]^{1/2} = (\text{constant})(E_0 - E_e)^{1/2} [(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2 c^4]^{1/4}.$$

Όπου:  $E_0 = Q$  της διάσπασης



$$m_\nu < 4.35 \text{ eV}$$

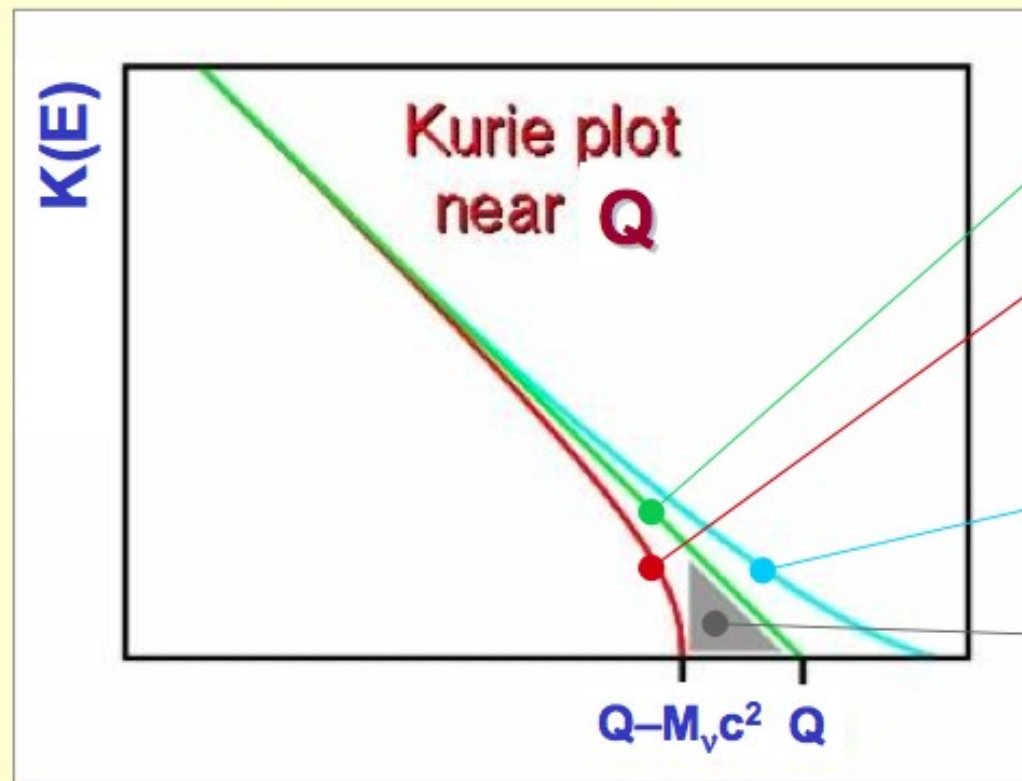
(Belesev, A. I. et al. (1995), *Phys. Lett. B* **350**, 263)

# Fermi-Kurie plot

## Effects of a finite neutrino mass on the Kurie plot

The Kurie plot  $K(E_e)$  is a convenient **linearization** of the beta spectrum

$$K(E) \equiv \left[ \frac{\frac{dN}{dE}}{G_F |M_{if}|^2 F(Z, E_e) S(E_e) [1 + \delta_R(Z, E_e)] (E_e + m_e c^2)} \right]^{1/2} \propto \left[ (Q - E_e) \sqrt{(Q - E_e)^2 - M_\nu^2 c^4} \right]^{1/2}$$



zero neutrino mass

finite neutrino mass

effect of:

- background
- energy resolution
- excited final states

$$\int_{Q-\delta E}^Q (dN/dE) dE \cong 2(\delta E/Q)^3$$

Μάζα  $\nu \neq 0$  (παρατηρήσαμε “ταλαντώσεις”  $\nu$ ) : ένα είδος νεutrino μετατρέπεται σε ένα άλλο  $\rightarrow$  γίνεται μόνο αν τα νεutrino έχουν μάζα: άρα έχουν μάζα...

## MINOS experiment

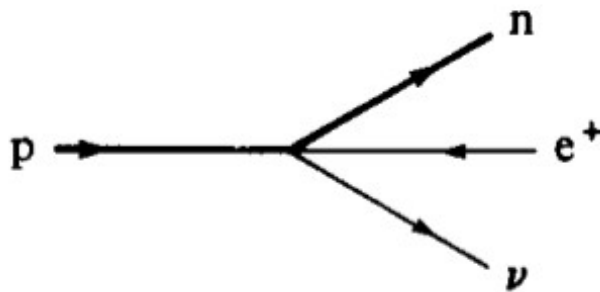


This is the most precise measurement of  $\Delta m^2$ .  
The results are:  $\Delta m^2_{23} = 2.43^{+0.13}_{-0.13} \text{ eV}^2/c^4$   
(90% confidence limit) and  
 $\sin^2(2\theta_{23}) > 0.90$  (90% confidence limit)

..αλλά η μάζα τους είναι τόσο μικρή που μπορούμε πολύ άνετα να τη θεωρούμε 0 στις πυρηνικές αντιδράσεις

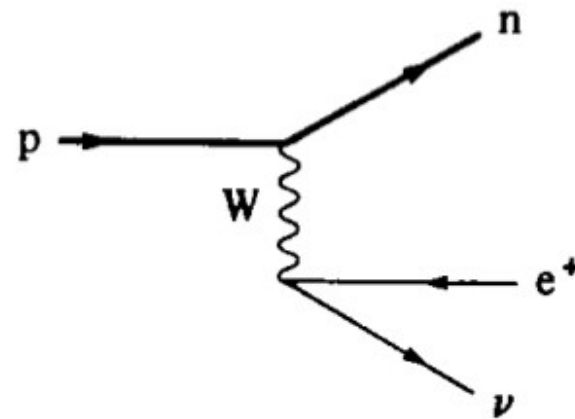
# β-διάσπαση

*Enrico Fermi: θεωρία της β-διάσπασης. Θεωρεί ότι τα σωματρία που αλληλεπιδρούν ότι βρίσκονται στο ίδιο σημείο*



Αλληλεπίδραση επαφής

*Σύγχρονη εικόνα. Η β-διάσπαση προκαλείται από την ασθενή δύναμη, που σημαίνει αλληλεπίδραση μέσω ανταλλαγής ένος σωματιδίου W*



Αλληλεπίδραση με ανταλλαγή W

# Σε τί διαφέρουν τα νετρίνα από τα αντίνετρίνα;

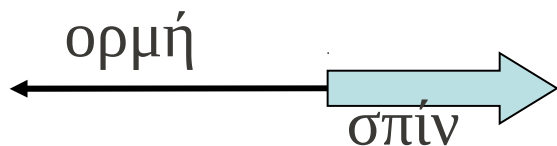
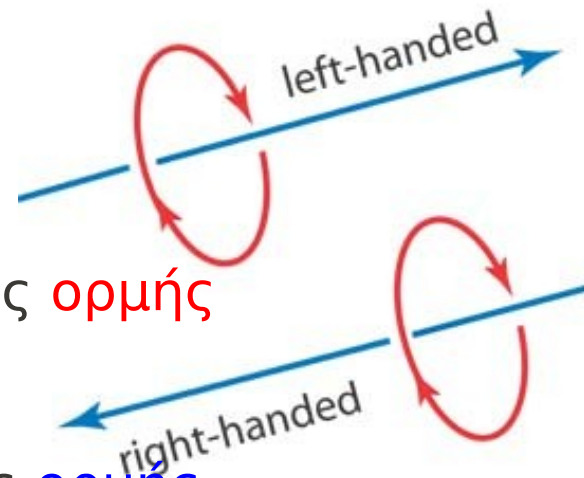
Δεν έχουν φορτίο => Δεν έχουν ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις

Τα νετρίνα είναι 'αριστερόστροφα' =>

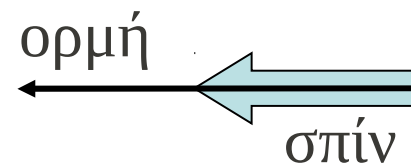
Το **σπίν** έχει διεύθυνση **αντίθετη** από το διάνυσμα της **ορμής**

Τα **αντι**-νετρίνα είναι 'δεξιόστροφα' =>

το **σπιν** έχει διεύθυνση **ομόρροπη** με το διάνυσμα της **ορμής**



νετρίνο

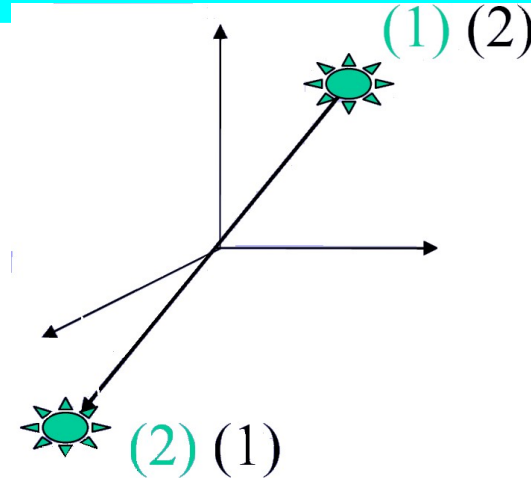


**αντι**-νετρίνο

# Ομοτιμία (parity)

## Μετασχηματισμός Parity (P): αντιστροφή του χώρου

$$P : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$



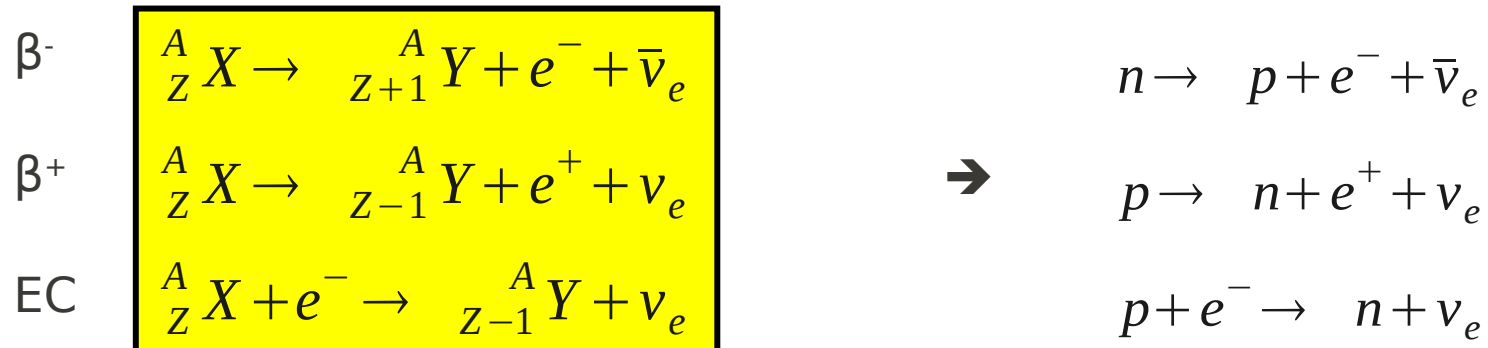
Η β-διάσπαση, έχοντας είτε νετρίνα, είτε αντνετρίνα, παραβιάζει τη συμμετρία της Parity, αφού υπάρχει διαφορετική συμπεριφορά του νετρίνου και αντνετρίνου:

Σε αντιστροφή του χώρου, το νετρίνο γίνεται αντνετρίνο, αλλά το σπίν δεν αλλάζει φορά.

Έτσι, η αντιστροφή του χώρου δημιουργεί δεξιόστροφα νετρίνα και αριστερόστροφα αντνετρίνα. Δεν παρατηρείται, οπότε η φύση (όσον αφορά τις β-διασπάσεις) δεν θεωρεί την Parity “καλή συμμετρία”, οπότε λέμε “παραβιάζει την Parity”



# Ενεργειακές συνθήκες για β-διάσπαση



# Ενεργειακές συνθήκες για διάσπαση $\beta^-$

## Ενεργειακή συνθήκη $\beta^-$ :

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e \quad \text{Θα πρέπει } Q > 0 \rightarrow Q = (M(A, Z) - M(A, Z+1) - m_\nu)c^2$$
$$\approx (M(A, Z) - M(A, Z+1))c^2 \geq 0,$$

$$M_P c^2 = T_D + M_D c^2 + T_{e^-} + m_e c^2 + T_{\bar{\nu}} + m_\nu c^2$$

$$T_D + T_{e^-} + T_{\bar{\nu}} = (M_P - M_D - m_e - m_\nu) c^2$$

$$= \Delta M c^2 = Q,$$

Σημείωση:

P=Parent = ο πυρήνας “γονιός”

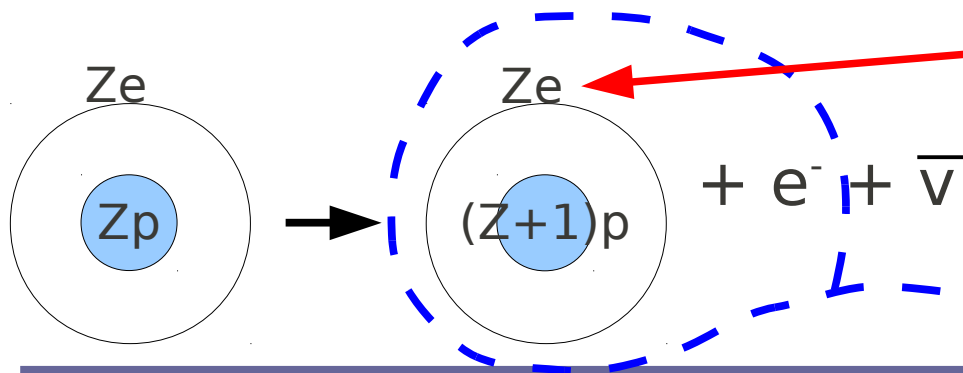
D=Daughter =θυγατρικός πυρήνας

**Όπου  $M(A, Z)$  οι ατομικές μάζες:**  
**άρα πρέπει να παίρνετε υπ' όψιν**  
**σας και τα ηλεκτρόνια ατόμου.**

**Σημείωση: όταν σας δίνονται οι**  
**ατομικές μάζες, αυτές υποθέτουν**  
**τόσα ηλεκτρόνια όσα πρωτόνια.**

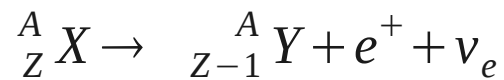
**Βασική ιδέα:** Τα ατομικά  
ηλεκτρόνια βρίσκονται από τη  
μιά στιγμή στην άλλη με  
περισσότερα πρωτόνια στον  
πυρήνα.

Μάζα ατόμου με:  $Z+1$  πρωτόνια  
και  $Z+1$  ηλεκτρόνια

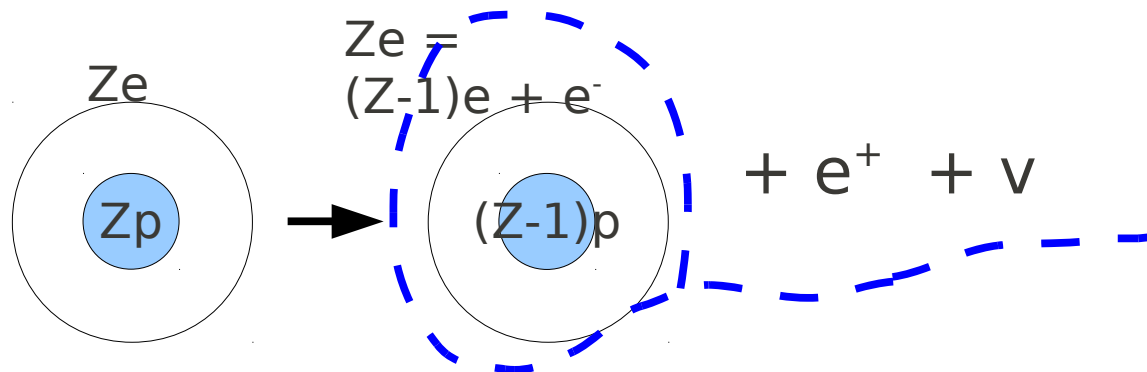
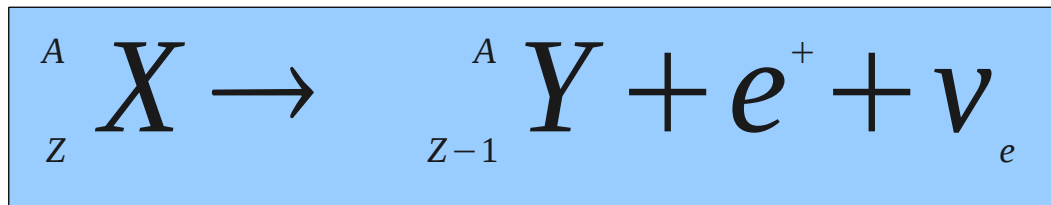


# Ενεργειακές συνθήκες για διάσπαση $\beta^+$

## Ενεργειακή συνθήκη $\beta^+$ :



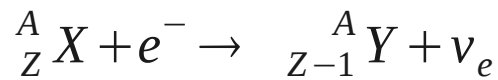
$$\begin{aligned} Q &= (M_P - M_D - m_e - m_\nu)c^2 \\ &= (M(A, Z) - M(A, Z-1) - 2m_e - m_\nu)c^2 \\ &\approx \boxed{(M(A, Z) - M(A, Z-1) - 2m_e)c^2} \end{aligned}$$



α) Μάζα ατόμου με: Z-1  
πρωτόνια και Z-1 ηλεκτρόνια  
συν  
β) 1 πλεονάζων ηλεκτρόνιο

# Ενεργειακές συνθήκες για β-διάσπαση

**Ενεργειακή συνθήκη σύλληψης ηλεκτρονίου (EC, “Κ-σύλληψη”):**

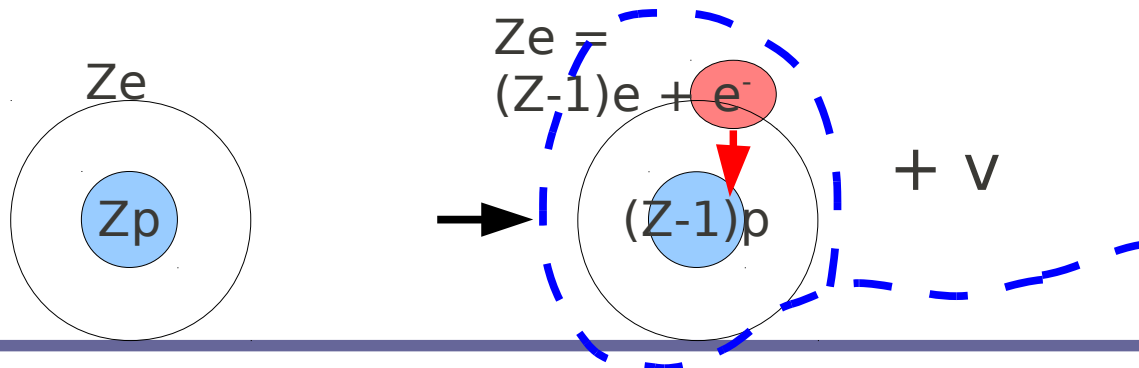
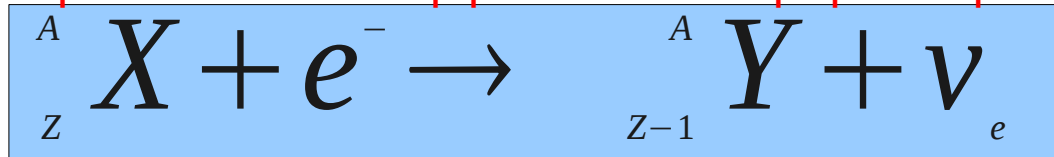


$$\begin{aligned} Q &= (M_P + m_e - M_D - m_\nu)c^2 \\ &= (M(A, Z) - M(A, Z-1) - m_\nu)c^2 \\ &\approx (M(A, Z) - M(A, Z-1))c^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Η αντίδραση σύλληψης ηλεκτρονίου (EC), μπορεί να προκύψει από την γραφή της αντίστοιχης εξίσωσης  $\beta^+$ , μεταφέροντας το  $e^+$  στο αριστερό σκέλος, οπότε το  $e^+$  γίνεται το “αντίθετό” του. Αντίθετο, με την έννοια σωματίο-αντισωματίο (“σωμάτιο” = “σωματίδιο”: δύο λέξεις για το ίδιο πράγμα).

Κατά συνθήκη: το  $e^-$  είναι το σωματίδιο και το  $e^+$  είναι το αντισωματίδιο. Το  $\nu_e$  είναι σωματίδιο και το  $\bar{\nu}_e$  είναι αντι-σωματίδιο.

Σημείωση: γενικά πάντως, το να γράψω την αντίδραση δεν σημαίνει ότι επιτρέπεται και ενεργειακά! Εδώ βέβαια η EC είναι ενεργειακά καλύτερη από τη  $\beta^+$



- α) Μάζα ατόμου με:  $Z-1$  πρωτόνια και  $Z-1$  ηλεκτρόνια, συν
- β) 1 πλεονάζων ηλεκτρόνιο το οποίο το πιάνει ο πυρήνας κι έτσι μειώνει τα πρωτόνια του

# Άσκηση: $\beta$ -διασπάσεις ( $\beta^-$ , $\beta^+$ και σύλληψη ηλεκτρονίου)

Δίνονται οι ατομικές μάζες (σε amu). Με δεδομένο ότι η μάζα του ηλεκτρονίου είναι 0.00055 amu, δείξτε ποιο νουκλίδιο σε κάθε ζεύγος είναι ασταθές, με ποιο τρόπο διασπάται και βρείτε την ενέργεια που ελευθερώνεται στη διάσπαση:

|     |                     |         |     |                         |         |
|-----|---------------------|---------|-----|-------------------------|---------|
| (1) | ${}^7_3\text{Li}$   | 7.0182  | (3) | ${}^{19}_9\text{F}$     | 19.0045 |
|     | ${}^7_4\text{Be}$   | 7.0192  |     | ${}^{19}_{10}\text{Ne}$ | 19.0080 |
| (2) | ${}^{13}_6\text{C}$ | 13.0076 | (4) | ${}^{34}_{15}\text{P}$  | 33.9983 |
|     | ${}^{13}_7\text{N}$ | 13.0100 |     | ${}^{34}_{16}\text{S}$  | 33.9978 |
|     |                     |         | (5) | ${}^{35}_{16}\text{S}$  | 34.9791 |
|     |                     |         |     | ${}^{35}_{17}\text{Cl}$ | 34.9789 |

Βασική ιδέα και απαντήσεις:

- Το βαρύτερο νουκλίδιο διασπάται, άρα είναι το ποιο ασταθές.
- Όλες οι περιπτώσεις έχουν  $\Delta A = 0$  (δεν δίνουν  $\alpha$ -διάσπαση) και  $\Delta Z \neq 0$  (δεν δίνουν  $\gamma$ -διάσπαση)
- 1.  $\Delta M = 0.001 \text{ amu} < 0.0011 \text{ amu}$ , Be είναι ραδιενεργό σύλληψης ηλεκτρονίου
- 2.  $\Delta M = 0.0024 > 0.0011$  το N είναι  $\beta^+$  και σύλληψης ηλεκτρονίου
- 3.  $\Delta M = 0.0035 > 0.0011$  το Ne είναι  $\beta^+$  και σύλληψης ηλεκτρονίου
- 4.  $\Delta M = 0.0005$  ο P είναι  $\beta^-$
- 5.  $\Delta M = 0.0002$  το S είναι  $\beta^-$