

Στοιχεία Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2012-13)

Τμήμα G3: Κ. Κορδάς & Χ. Πετρίδου

Μάθημα 7

α) Αλληλεπίδραση νουκλεονίου-νουκλεονίου – πυρηνική
δύναμη και δυναμικό

β) Πυρηνικό μοντέλο των φλοιών

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη Ι, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 19 Νοεμβρίου 2012

Σήμερα

- **Πυρηνικό δυναμικό - δυναμικό Yukawa, σύστημα δευτερίου**
 - Βιβλίο C&G, Κεφ. 3, παρ. 3.3, παρ. 3.4
 - Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 6
- **Πυρηνικό μοντέλο των φλοιών - εκτίμηση βάθους δυναμικού, ενεργειακών σταθμών και μαγικών αριθμών**
 - Βιβλίο C&G, Παράρτημα Β, Κεφ. 5, 5.1-5.7
 - Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 8
- **Χαρακτηριστικά πυρήνων πέρα από το μέγεθος και τη μάζα: σπιν (spin), ομοτιμία (parity), μαγνητική ροπή, ηλεκτρική τετραπολική ροπή**
 - Βιβλίο C&G, Παράρτημα Γ , παρ. 1.3, Κεφ. 5, παρ. 5.5-5.7
 - Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 1, σελ. 4-5 (μαγνητική ροπή)
- **Ιστοσελίδα:** <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

Πυρήνες με δέσμια νουκλεόνια - τα πρωτόνια και τα νετρόνια σε διαφορετικά πηγάδια δυναμικού

Ενέργεια Fermi και βάθος πηγαδιών

Δέσμιο σύστημα **φερμιονίων** σε πηγάδι δυναμικού → **υπάρχουν ενεργειακές στάθμες** που συμπληρώνονται από το βάθος του πηγαδιού και προς τα πάνω, μέχρι μια ενέργεια που τη λέμε **Ενέργεια Fermi (E_F)**

Διαφορτικά πηγάρια ρ, η

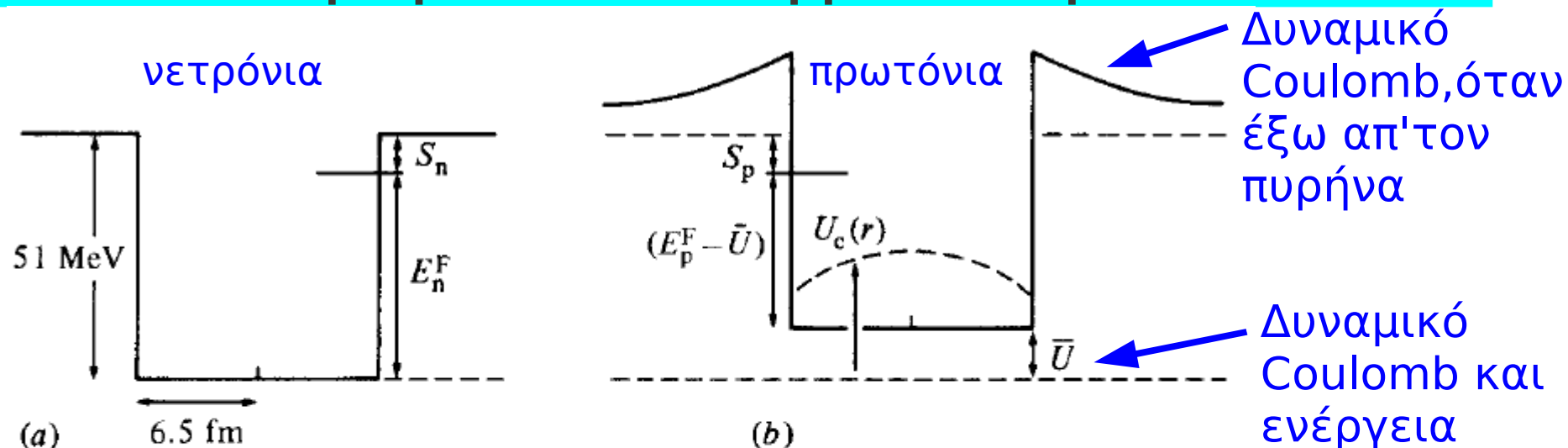
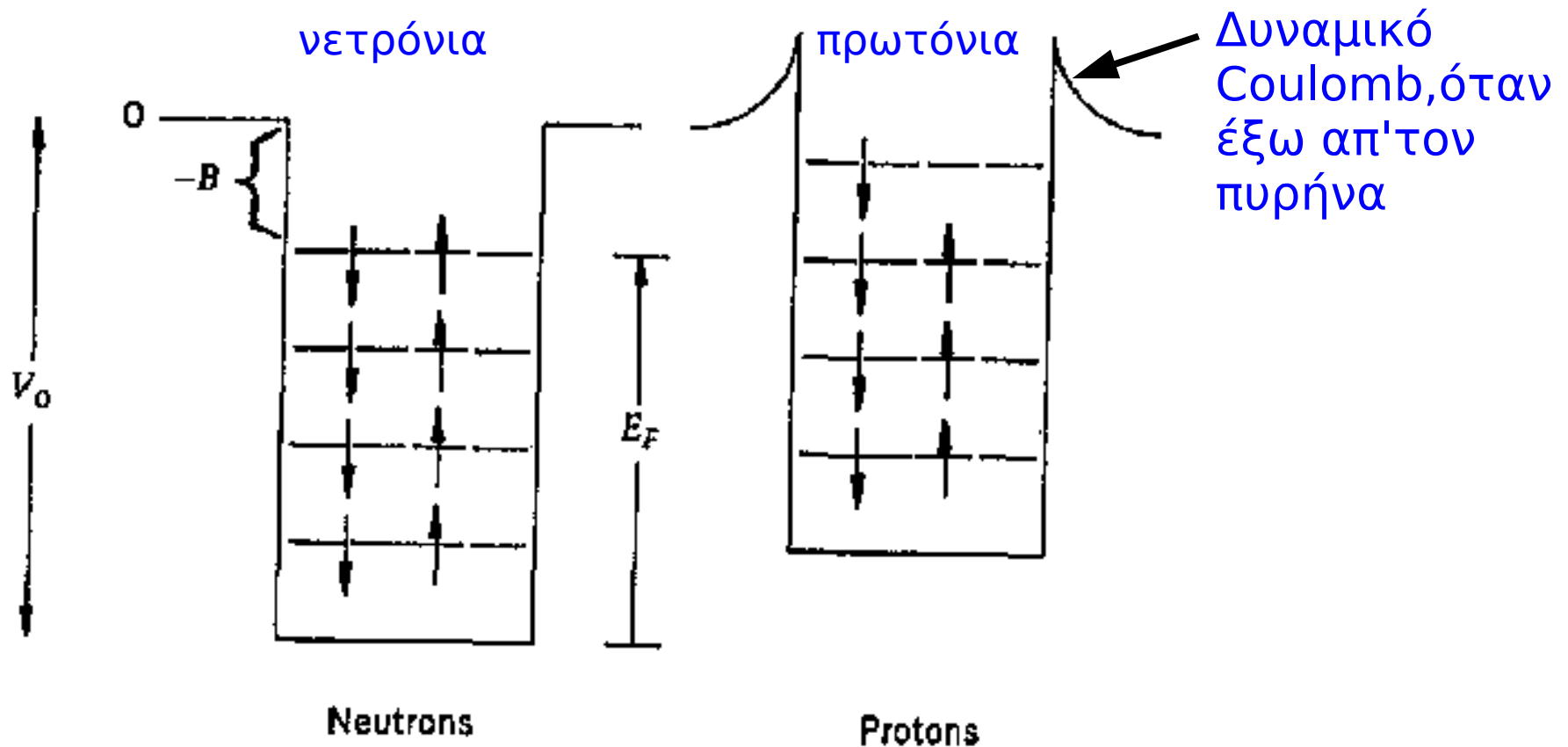


Fig. 5.1 A schematic representation of (a) the neutron potential well and (b) the proton potential well for the nucleus $^{208}_{82}\text{Pb}$. E_n^F and $(E_p^F - \bar{U})$ have been estimated using equation (5.5). The observed neutron separation energy S_n of 7.4 MeV implies a neutron well-depth of 51 MeV. The observed proton separation energy S_p of 8.9 MeV implies that $\bar{U} = 11$ MeV. $\bar{U}$ represents the sum of the mean electrostatic potential and the asymmetry energy.

$$U_c(r) = \begin{cases} \frac{(Z-1)e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left[\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R^2} \right], & r < R, \\ \frac{(Z-1)e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, & r > R, \end{cases} \quad (5.1)$$

where R is the nuclear radius.

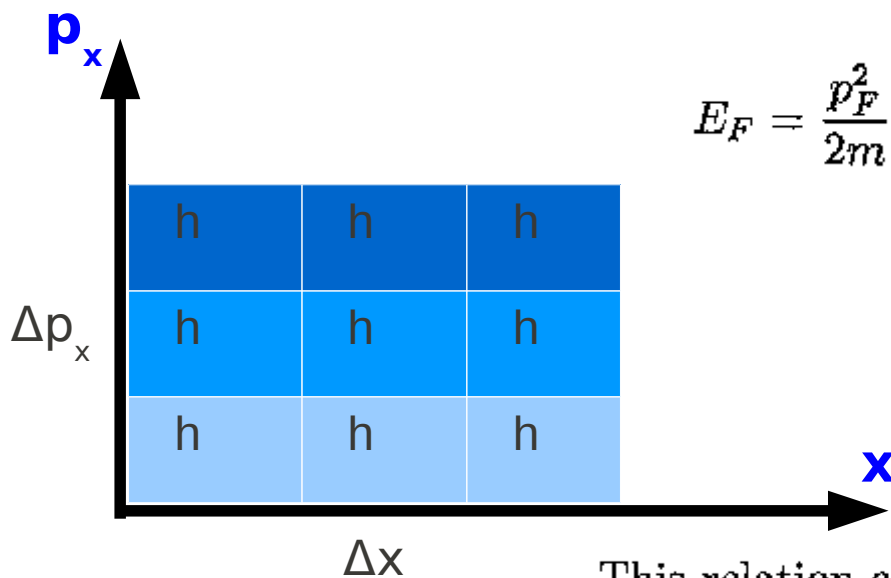
Διαφορτεικά πηγάδια p, n



Δέσμιο σύστημα **φερμιονίων** σε πηγάδι δυναμικού
→ ενεργειακές στάθμες, συμπληρωμένες από το βάθος του πηγαδιού και προς τα πάνω, μέχρι μια ενέργεια που τη λέμε **Ενέργεια Fermi (E_F)**

Μέγιστη κατειλημμένη ενέργεια = Ενέργεια Fermi = E_F

- Παράρτημα Β βιβλίου σας C&G, πυκνότητα καταστάσεων , σε κυβικό κιβώτιο (και σε σκεδαζόμενο σύστημα).
- Και αλλιώς: **χώρος των φάσεων (= χώρος θέσης-ορμής)**



$$E_F = \frac{p_F^2}{2m}, \quad V_{p_F} = \frac{4\pi}{3} p_F^3. \quad V_{TOT} = V \times V_{p_F} = \frac{4\pi}{3} r_0^3 A \times \frac{4\pi}{3} p_F^3$$

$$= \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 A (r_0 p_F)^3,$$

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (3.9)$$

This relation can be used to provide a restriction on the minimum volume that can be associated with any physical state of the system, which can be shown to be

$$V_{state} = (2\pi\hbar)^3 = h^3. \quad (3.10)$$

Μέγιστη κατειλημμένη ενέργεια = Ενέργεια Fermi = E_F

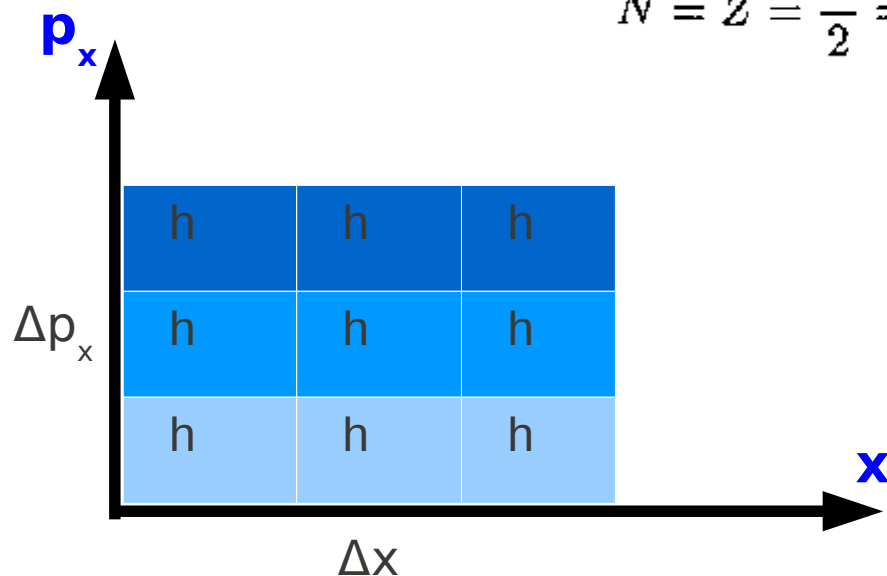
It follows, therefore, that the number of fermions that can fill states up to and including the fermi level is

$$n_F = 2 \frac{V_{TOT}}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 A (r_0 p_F)^3 = \frac{4}{9\pi} A \left(\frac{r_0 p_F}{\hbar}\right)^3, \quad (3.11)$$

where the factor of 2 arises because each state can be occupied by two fermions with opposite spins.

Για πυρήνες με ίσο αριθμό Z , $N \rightarrow N$ & Z μοιράζονται τον όγκο:

$$N = Z = \frac{A}{2} = \frac{4}{9\pi} A \left(\frac{r_0 p_F}{\hbar}\right)^3, \quad \text{or} \quad p_F = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$$



$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{r_0}\right)^2 \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{\frac{2}{3}} \approx \frac{2.32}{2mc^2} \left(\frac{\hbar c}{r_0}\right)^2$$

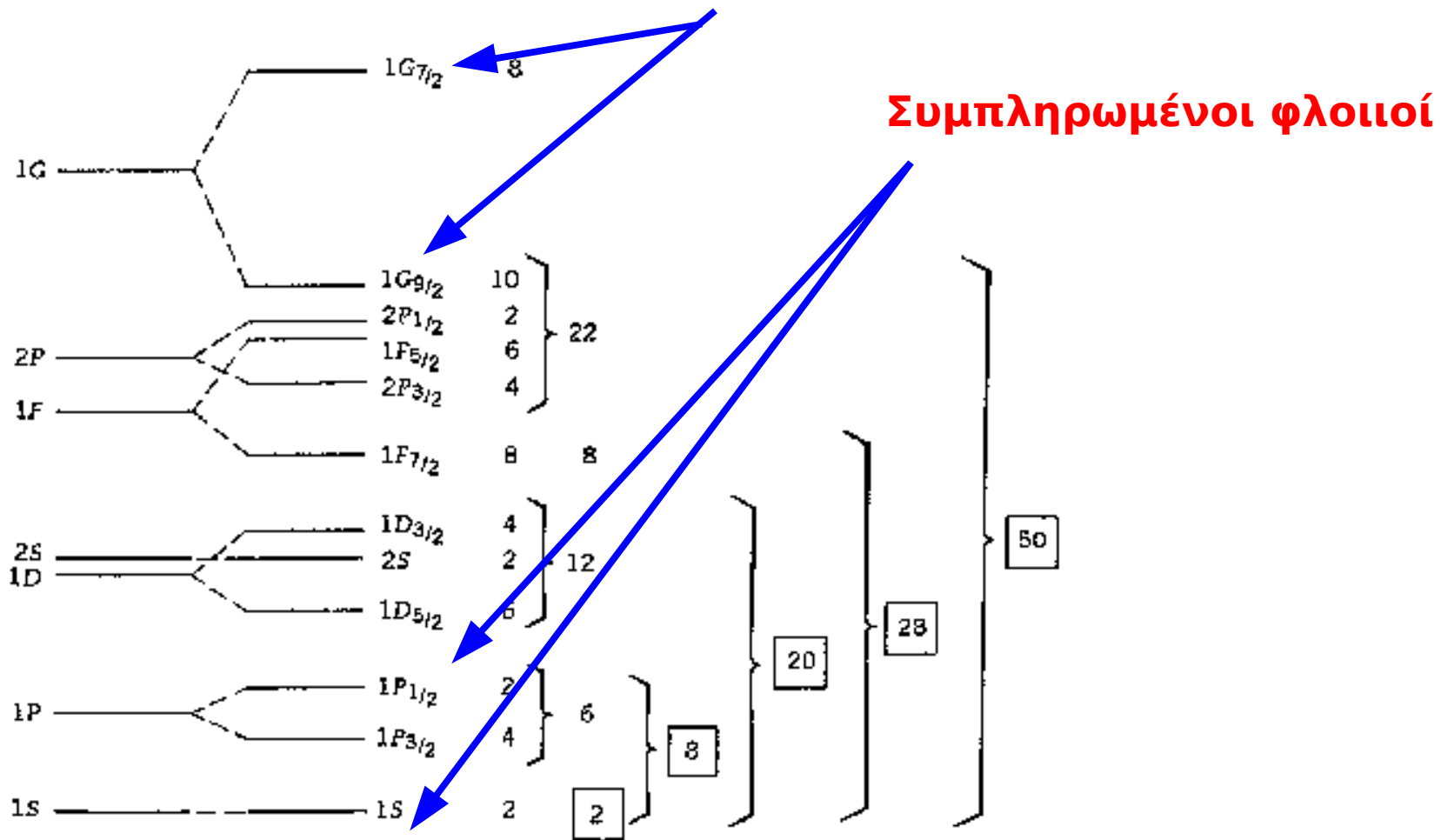
$$\approx \frac{2.32}{2 \times 940} \left(\frac{197}{1.2}\right)^2 \text{ MeV} \approx 33 \text{ MeV}.$$

$$V_0 = E_F + B \approx 40 \text{ MeV}.$$

Πυρηνικό Πρότυπο Φλοιών -
εξίσωση Schroedinger
(ανάλογα με τα άτομα)
με όρο για σύζευξη spin-orbit ($L \cdot S$)

Ανακάτεμα των ενεργειακών σταθμών και “χάσμα” σε μερικές περιοχές : μαγικοί αριθμοί

- Ο όρος σύζευξης $L \cdot S$ ξεχωρίζει τις καταστάσεις με ίδιο $\{n, l\}$, αλλά διαφορετικούς προσανατολισμούς του σπιν ως προς L



Ανακάτεμα των ενεργειακών σταθμών και “χάσμα” σε μερικές περιοχές : μαγικοί αριθμοί

Table 5.1

	x_n	Neutron		Proton	
1s	3.14	1s _{1/2}	2	1s _{1/2}	1s
1p	4.49	1p _{1/2}	6	1p _{1/2}	1p
		1p _{3/2}	8	1p _{3/2}	
1d	5.76	1d _{3/2}	14	1d _{3/2}	1d
		2s _{1/2}	16	2s _{1/2}	
2s	6.28	1d _{5/2}	20	1d _{5/2}	2s
1f	6.99	1f _{7/2}	28	1f _{7/2}	
		2p _{3/2}	32	2p _{3/2}	
2p	7.73	1f _{5/2}	38	1f _{5/2}	1f
		2p _{1/2}	40	2p _{1/2}	
1g	8.18	1g _{7/2}	50	1g _{7/2}	2p
		2d _{3/2}	56	2d _{3/2}	
2d	9.10	1g _{9/2}	64	1g _{9/2}	
		1h _{11/2}	76	1h _{11/2}	
1h	9.36	3s _{1/2}	78	3s _{1/2}	1g
		2d _{5/2}	82	2d _{5/2}	
3s	9.42	2f _{7/2}	90	2f _{7/2}	
		1h _{9/2}	100	1h _{9/2}	
2f	10.42	3p _{3/2}	104	3p _{3/2}	2d
1i	10.51	1i _{13/2}	118	1i _{13/2}	
		2f _{5/2}	124	2f _{5/2}	
3p	10.90	3p _{1/2}	126	3p _{1/2}	1h
		2g _{7/2}	136	2g _{7/2}	
1j	11.66	1i _{11/2}	148	1i _{11/2}	3s
		2g _{9/2}	156	2g _{9/2}	
2g	11.70			92 1h _{7/2}	
				100 2f _{3/2}	

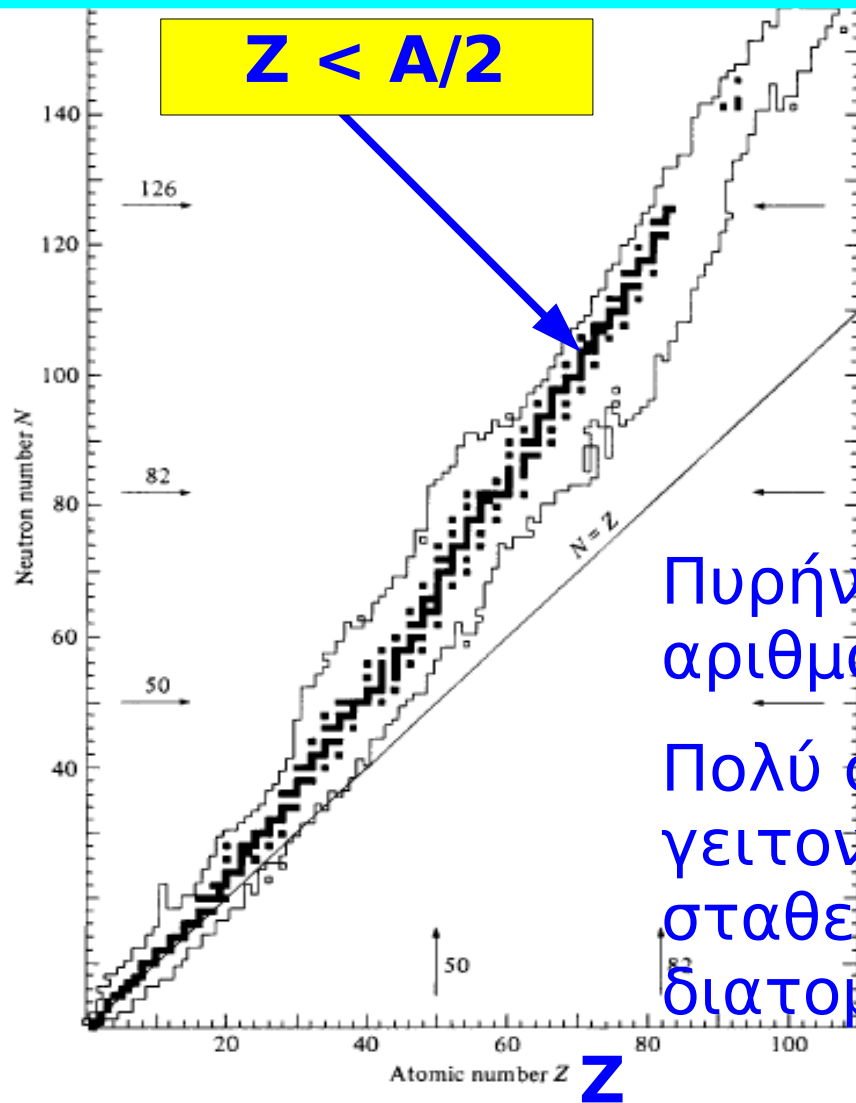
Πίνακας 5.1 βιβίλου σας

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2 m_n}, \text{ with: } k = \frac{x}{R}$$

For $\ell=0$, $x = n \pi$

Πυρήνες με “μαγικούς” αριθμούς - οι σταθερότεροι

N



Πυρήνες με “μαγικούς” αριθμούς:

Πολύ σταθεροί σε σχέση με τους γειτονές τους (με πολλά σταθερά ισότοπα, μικρή ενεργός διατομή σύλληψης νετρονίου)

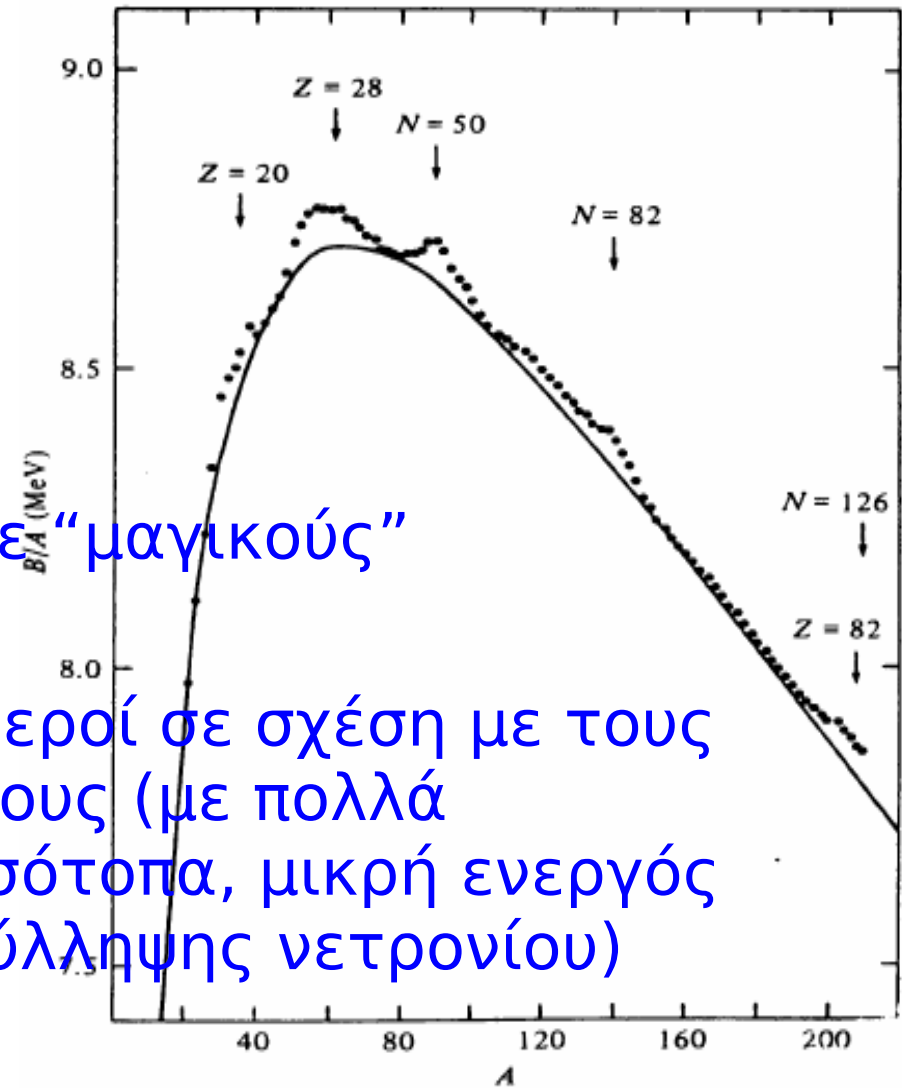


Fig. 4.6 The β -stability valley. Filled squares denote the stable nuclei and long-lived nuclei occurring in nature. Neighbouring nuclei are unstable. Those for which data on masses and mean lives are known fill the area bounded by the lines. For the most part these unstable nuclei have been made artificially. (Data taken from *Chart of the Nuclides* (1977), Schenectady: General Electric Company.)

Spin πυρήνα (J) και μαγνητική ροπή (μ)

- Σπιν πυρήνα, J = ολικό τροχιακό σπίν των νουκλεονίων + το άθροισμα των σπιν τους.

$$\vec{J}_{\text{πυρήνα}} \equiv \sum_{\text{νουκλεόνια}} \vec{L} + \sum_{\text{νουκλεόνια}} \vec{S} = \sum_{\text{νουκλεόνια}} (\vec{L} + \vec{S})$$

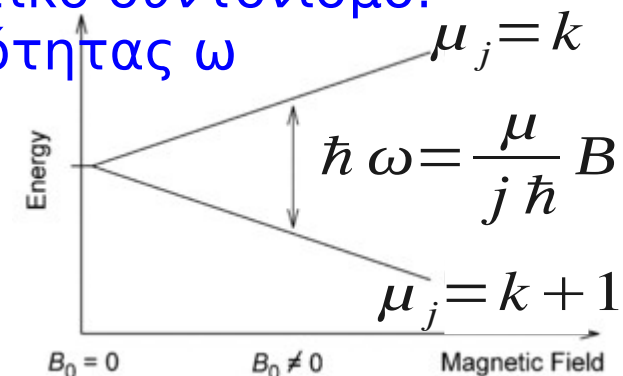
- Το ολικό σπίν (J) άρτιων-άρτιων πυρήνων έχει βρεθεί ότι είναι 0
→ άρα, υπάρχει ισχυρό ζευγάρωμα των σπιν που δίνει άθροισμα 0

Για περιττό αριθμό νουκλεονίων, το ασύζευκτο νουκλεόνιο καθορίζει σπίν και parity του πυρήνα

- Κι έτσι καθορίζει τη μαγνητική ροπή του, μ**
 - Την οποία μετράμε με πυρηνικό μαγνητικό συντονισμό: παλλόμενο H/M πεδίο κυκλικής συχνότητας ω

$$\vec{\mu} \equiv \frac{\mu}{j \hbar} \vec{J} \quad \mu_z = \frac{\mu}{j \hbar} m_j$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z B = -\frac{\mu}{j \hbar} m_j B = -\left(\frac{\mu}{j \hbar} B\right) m_j$$



Spin νουκελονίων και μαγνητική ροπή

- Κάθε νουκλεόνιο, εδώ πρωτόνιο, έχει μαγνητική διπολική ροπή:

$$\vec{\mu}_p = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_s = g_L \frac{q}{2 m_p c} \vec{L} + g_s \frac{q}{2 m_p c} \vec{S} = g_L \frac{\mu_N}{\hbar} \vec{L} + g_s \frac{\mu_N}{\hbar} \vec{S}$$

- Πρωτόνιο έχει spin $\{+1/2, -1/2\}$, όπως και τα νετρόνια. Κι έτσι έχει μαγνητική ροπή λόγω spin, ίση με :

$$\vec{\mu}_p = g_s \frac{q}{2 m_p c} \vec{S} = g_s \frac{e}{2 m_p c} \vec{S} = g_s \mu_N \frac{\vec{S}}{\hbar}$$

$$\mu_p = g_s \mu_N \sqrt{s(s+1)}$$

$$\mu_{p,z} = g_s \mu_N m_s$$

$$U_p = -g_s \mu_N m_s B$$

όπου: $\mu_N \equiv \frac{e \hbar}{2 m_p c}$

Πυρηνική μαγνητόνη ~ 2000 μικρότερη της μαγνητόνης του Bohr μ_B (που ορίζεται για τη μάζα ηλεκτρονίου)

$$\mu_p \simeq 2.79 \mu_N$$

$$\mu_n \simeq -1.91 \mu_N$$

$g_s \neq 2 \rightarrow$ όχι στοιχειώδες

$$m_s = \frac{1}{2} \text{ ή } -\frac{1}{2} = 2 \text{ επι μέρους ενεργειακές στάθμες}$$

Μαγνητική ροπή πυρήνα = μαγνητική ροπή ασύζευκτου νουκλεονίου

- Κάθε νουκλεόνιο έχει μαγνητική διπολική ροπή:

$$\vec{\mu}_N = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_s = g_L \frac{q}{2m_p c} \vec{L} + g_s \frac{q}{2m_p c} \vec{S} = g_L \frac{\mu_N}{\hbar} \vec{L} + g_s \frac{\mu_N}{\hbar} \vec{S} = \mu_N [g_L \vec{L} + g_s \vec{S}]$$

- Για να πάρουμε υπόψιν μας το ότι το νετρόνιο δεν έχει φορτίο, γράφουμε για τη μαγνητική ροπή λόγω L:

Πρωτόνιο: $g_L = 1$, νετρόνιο: $g_L = 0$

- ...
$$\begin{aligned} \mu &= \mu_N [jg_L - \frac{1}{2}(g_L - g_s)] && \text{for } j = l + \frac{1}{2}, \\ \mu &= \mu_N \left[jg_L + \frac{j}{2(j+1)}(g_L - g_s) \right] && \text{for } j = l - \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (5.26)$$

which are referred to as the ‘Schmidt values’.

Spin πυρήνα, J

- Οι πυρήνες έχουν μαγνητικές ροπές $\mu \sim -3 \mu_N$ έως $10 \mu_N$
 - Μικρή σε σχέση με τον αριθμό νουκλεονίων (που το καθένα συνεισφέρει $\sim -2 \mu_N$ έως $+3 \mu_N$)
 - Ταιριάζει με την υπόθεση ότι ουσιαστικά μόνο τα “ασύζευκτα” νουκελόνια συνεισφέρουν
 - Μικρή σε σχέση με μαγνητόνη Bohr
 - Μάλλον δεν έχουμε ηλεκτρόνια στους πυρήνες

Ηλεκτρική τετραπολική ροπή πυρήνα, Q

- Κατανομή ηλεκτρικού φορτίου στον πυρήνα $\rightarrow$ χαρακτηρίζεται από το Q
- Όταν πυρήνας σφαιρικός $\rightarrow Q = 0$
- Αλλιώς
 - $Q > 0$ όταν επιμήκυνση κατά άξονα z
 - $Q < 0$ όταν συμπίεση κατά άξονα z
- Όταν $j=0$ ή $j=1/2 \rightarrow Q = 0$

Ηλεκτρική τετραπολική ροπή πυρήνα, Q

- Η κατανομή του φορτίου στον όγκο του πυρήνα είναι η αιτία ύπαρξης ηλεκτρικών ροπών

- ▶ μπορεί να αποδειχτεί ότι η ηλεκτρική διπολική ροπή μηδενίζεται για καλά καθορισμένη κβαντομηχανική κατάσταση (όπως η βασική κατάσταση του πυρήνα)
- ▶ η τετραπολική ηλεκτρική ροπή: eQ υπάρχει, αν ο πυρήνας δεν είναι σφαιρικός
- ▶ η τετραπολική ροπή ορίζεται ως:

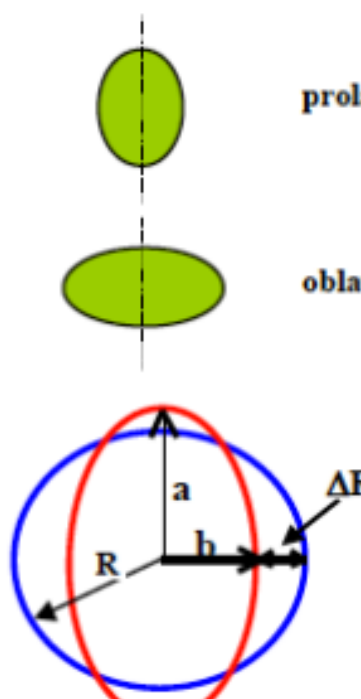
$$Q = 1/e \int \rho (3z^2 - r^2) dV$$

- ▶ ρ : πυκνότητα φορτίου, dV : στοιχείο όγκου
- eQ έχει μονάδες επιφάνειας
- ▶ Σχετίζεται με το σχήμα του πυρήνα; για σφαιρικό πυρήνα $eQ=0$

Το ηλεκτρικό δυναμικό μη σημειακού φορτίου

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{R} \int \rho dV + \frac{1}{R^2} \int \rho z dV + \frac{1}{R^3} \int \rho (3z^2 - r^2) dV \right]$$

monopole dipole quadrupole



prolate $Q +ve$

oblate $Q -ve$

$$Q = \frac{2}{5} Z (a^2 - b^2) \approx 6.5 Z R^2 (\Delta R/R)$$

Η ηλεκτρική τετραπολική ορμή είναι ένα ευαίσθητο εργαλείο για τη μελέτη του πυρηνικού περιβάλλοντος. Θα την ξανασυναντήσουμε στη **γάμμα-διάσπαση**