

Σήμερα

- **Ημιεμπειρικός τύπος μάζας πυρήνων και κοιλάδα β-σταθερότητας**
 - Βιβλίο C&G, Κεφ. 4, παρ. 4.5-4.7.
 - Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 3, παρ 3.2, 3.3
- **Ενέργεια σύνδεσης πυρήνων και “Q-values” από α-διάσπαση και σχάση**
 - Υπολογισμός από ημιεμπειρικό τύπο
 - Σύγκριση με πειραματικές τιμές για α-διάσπαση
 - Βιβλίο C&G, Κεφ. 4, παρ. 4.8 & Κεφ. 6, παρ. 6.1
- **Ιστοσελίδα:**
http://skiathos.physics.auth.gr/atlas/Nuclear_Physics/2013/T1/

Μάζα και ενέργεια σύνδεσης πυρήνων

- Ενέργεια σύνδεσης = $B(N,Z)$

- Η μάζα ενός πυρήνα είναι μικρότερη από το άθροισμα των μαζών των νουκλεονίων που περιέχει. Μεγάλη ενέργεια σύνδεσης → μικρή μάζα → σταθερότερος πυρήνας:

$$M_{\text{πυρήνα}} = \sum m (\text{ελεύθερα νουκλεόνια}) - B(N,Z)$$

Table 4.2. Energies of some light nuclei

Πίνακας 4.2 του βιβλίου σας

Nucleus	Binding energy (MeV)	Binding energy of last nucleon (MeV)	Binding energy per nucleon (MeV)	Spin and parity
^2_1H	2.22	2.2	1.1	1^+
^3_2H	8.48	6.3	2.8	$\frac{1}{2}^+$
^4_2He	28.30	19.8	7.1	0^+
^5_2He	27.34	-1.0	5.5	$\frac{3}{2}^-$
^6_3Li	31.99	4.7	5.3	1^+
^7_3Li	39.25	7.3	5.6	$\frac{3}{2}^-$
^8_4Be	56.50	17.3	7.1	0^+
^9_4Be	58.16	1.7	6.5	$\frac{3}{2}^-$
$^{10}_5\text{B}$	64.75	6.6	6.5	3^+
$^{11}_5\text{B}$	76.21	11.5	6.9	$\frac{3}{2}^-$
$^{12}_6\text{C}$	92.16	16.0	7.7	0^+
$^{13}_6\text{C}$	97.11	5.0	7.5	$\frac{1}{2}^-$
$^{14}_7\text{N}$	104.66	7.6	7.5	1^+
$^{15}_7\text{N}$	115.49	10.8	7.7	$\frac{1}{2}^-$
$^{16}_8\text{O}$	127.62	12.1	8.0	0^+
$^{17}_8\text{O}$	131.76	4.1	7.8	$\frac{5}{2}^+$

Πειραματικές τιμές

Προσπάθεια εκτίμησης των ενεργειών σύνδεσης: μοντέλο της σταγόνας
→ ημιεμπειρικός τύπος μάζας του Weitzacker

Ημιεμπειρικός τύπος μάζας πυρήνων

- **Ενέργεια σύνδεσης πυρήνα = $B(N,Z)$**
 - **συνάρτηση και του Z και του N**
 - και τα δύο είδη νουκλεονίων (n , p) παίζουν ρόλο
 - Η πυρηνική δύναμη είναι ελκτική για την κλίμακα των ενδοπυρηνικών αποστάσεων.
 - Έχει μια απωστική συνιστώσα για ακόμη πιο μικρές αποστάσεις
 - ΔΕΝ εξαρτάται από το είδος του νουκλεονίου, είναι ίδια για πρωτόνια και για νετρόνια (συμμετρία ισοσπίν)
 - Φυσικά η ΗΜ απωστική δύναμη έχει μια αρνητική συνεισφορά στην ενέργεια σύνδεσης
 - ...και υπάρχουν και κάποιοι άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν την ενέργεια σύνδεσης...

Ενέργεια σύνδεσης - ημιεμπειρικός τύπος

$$B(Z,N) =$$

$$a A \quad (\text{όγκου})$$

$$- b A^{2/3} \quad (\text{επιφάνειας})$$

$$- s (N-Z)^2 / A \quad (\text{ασυμμετρίας})$$

$$- d Z^2 / A^{1/3} \quad (\text{Coulomb})$$

$$- \delta / A^{1/2} \quad (\text{ζευγαρώματος})$$

$$a=15.835 \text{ MeV} , \quad b=18.33 \text{ MeV}$$

$$s=23.20 \text{ MeV} , \quad d=0.714 \text{ MeV}$$

$$\delta = \begin{cases} +11.2 \text{ MeV} & \text{περιτοί-περιτοί (Z περιττό και N περιττό)} \\ 0 & \text{περιτοί-άρτιοι (π.χ: Z άρτιο και N περιττό)} \\ -11.2 \text{ MeV} & \text{άρτιοι-άρτιοι (Z άρτιο και N άρτιο)} \end{cases}$$

Ενέργεια σύνδεσης - ημιεμπειρικός τύπος

$$B(Z,N) =$$

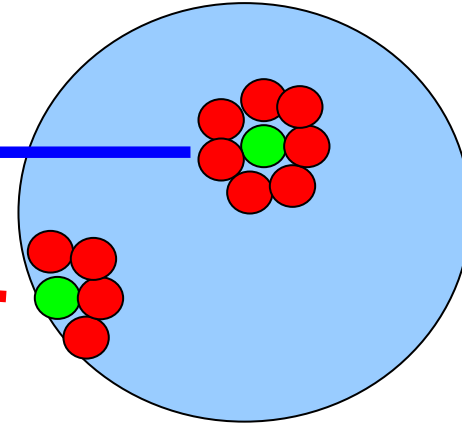
$$a A$$

$$- b A^{2/3}$$

$$- s (N-Z)^2 / A$$

$$- d Z^2 / A^{1/3}$$

$$- \delta / A^{1/2}$$



Ευνοούνται τα ζεύγη p-n
(μεγαλύτερη ενέργεια σύνδεσης
όταν $Z=N$)

Η άπωση Coulomb μεταξύ των
πρωτονίων έχει διαλυτικές τάσεις

$$a=15.835 \text{ MeV} , \quad b=18.33 \text{ MeV}$$

$$s=23.20 \text{ MeV} , \quad d=0.714 \text{ MeV}$$

$$\delta = \begin{cases} +11.2 \text{ MeV} & \text{περιττοί-περιττοί (Z περιττό και N περιττό)} \\ 0 & \text{περιττοί-άρτιοι (π.χ: Z άρτιο και N περιττό)} \\ -11.2 \text{ MeV} & \text{άρτιοι-άρτιοι (Z άρτιο και N άρτιο)} \end{cases}$$

Επιφάνεια πυρήνα-σταγόνας. Ηλεκτροστατική άπωση

$$V = \text{const} * A \rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = \text{const} * A \quad R^3 \propto A \quad R \propto A^{\frac{1}{3}}$$

$$\rightarrow R = R_0 * A^{1/3} \rightarrow R = 1.1 \text{ fm} * A^{\frac{1}{3}}$$

- Επιφάνεια = $4\pi R^2 = 4\pi R_0^2 * A^{2/3}$
- Ηλεκτροστατική ενέργεια (E_C) σταγόνας με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο Z στον όγκο της:

$$E_C = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R_0 A^{1/3}} = 0.79 \text{ MeV} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Ενέργεια σύνδεσης - ημιεμπειρικός τύπος

$$B(Z,N) =$$

$$a A$$

$$- b A^{2/3}$$

$$- s (N-Z)^2 / A$$

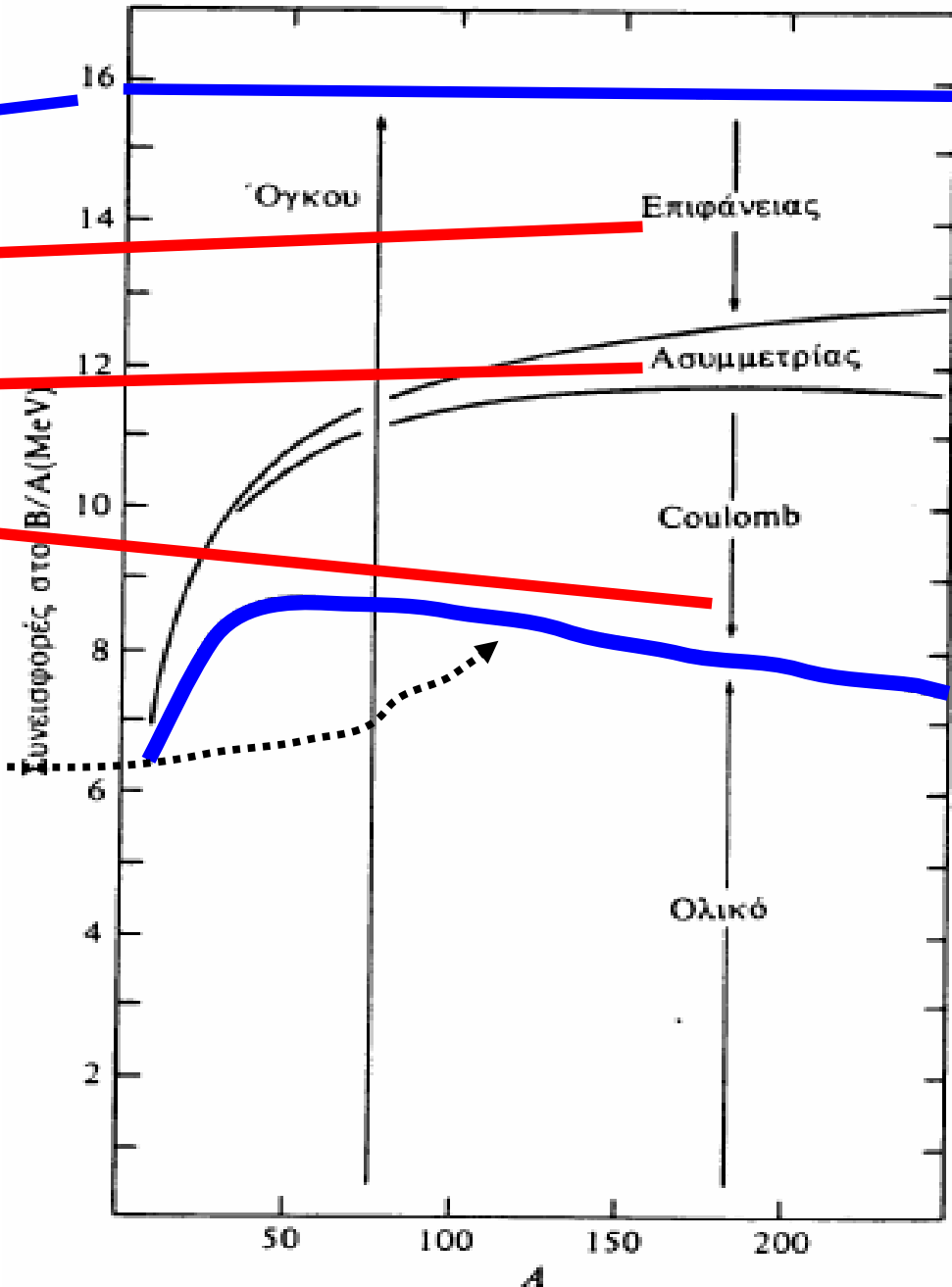
$$- d Z^2 / A^{1/3}$$

$$+ \delta / A^{1/2}$$

$$a=15.835 \text{ MeV} , \quad b=18.33 \text{ MeV}$$

$$s=23.20 \text{ MeV} , \quad d=0.714 \text{ MeV}$$

$$\delta = \begin{cases} +1.2 \text{ MeV} & \text{περιτοί-περιτοί} \\ 0 & \text{περιτοί-άρτιοι} \\ -1.2 \text{ MeV} & \text{άρτιοι-άρτιοι} \end{cases}$$



Ενέργεια σύνδεσης - ημιεμπειρικός τύπος

$$B(Z,N) =$$

$$a A$$

$$- b A^{2/3}$$

$$- s (N-Z)^2 / A$$

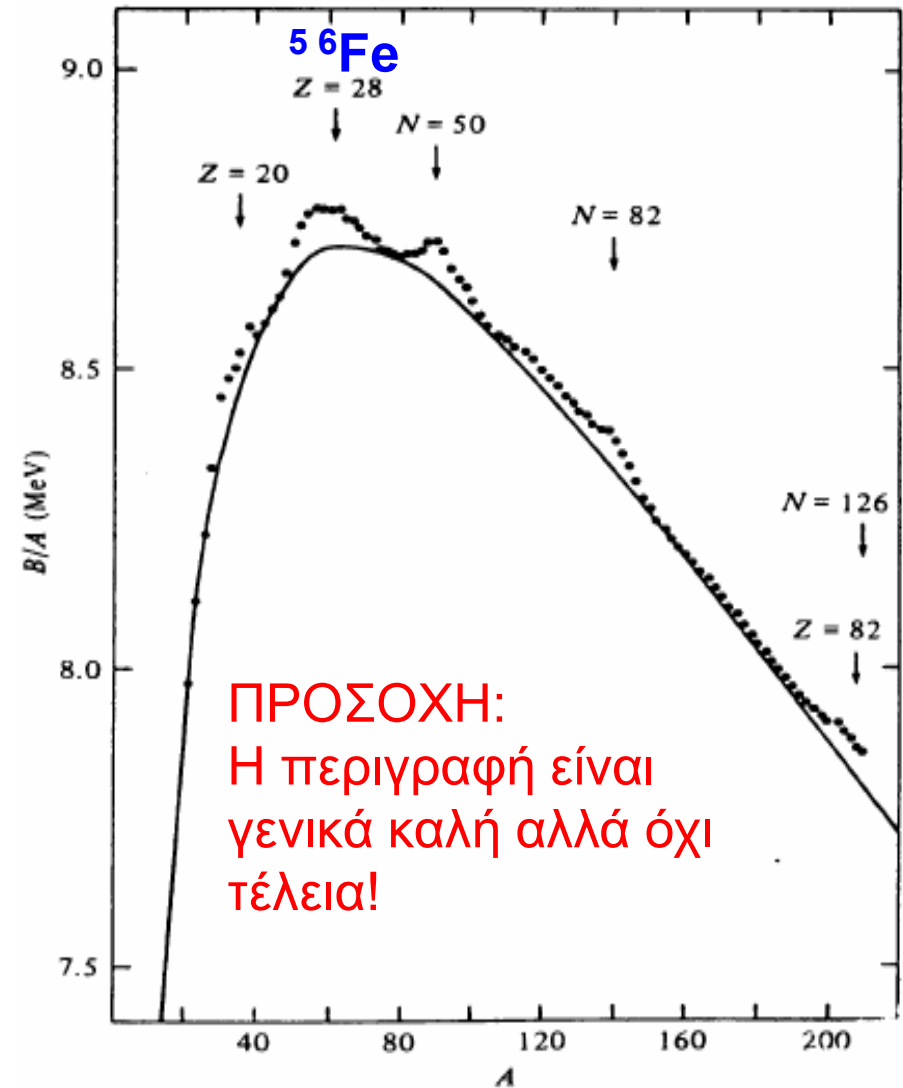
$$- d Z^2 / A^{1/3}$$

$$- \delta / A^{1/2}$$

$$a=15.835 \text{ MeV} , \quad b=18.33 \text{ MeV}$$

$$s=23.20 \text{ MeV} , \quad d=0.714 \text{ MeV}$$

$$\delta = \begin{cases} +1.2 \text{ MeV} & \text{περιττοί-περιττοί} \\ 0 & \text{περιττοί-άρτιοι} \\ -1.2 \text{ MeV} & \text{άρτιοι-άρτιοι} \end{cases}$$



← Άρτιο Z, άρτιο N

Ενέργεια σύνδεσης - ημιεμπειρικός τύπος

Υπολογισμός από ημιεμπειρικό τύπο:

- $B(^4_2\text{He}) = B(Z=2, N=2) = 20.95 \text{ MeV}$
- $B(^8_4\text{Be}) = B(Z=4, N=4) = 51.6 \text{ MeV}$
- $B(^{12}_6\text{O}) = B(Z=6, N=6) = 121.64 \text{ MeV}$

Πειραματική τιμή (πίνακας 4.2)

(28.30 MeV)

(56.5 MeV)

(127.62 MeV)

Υπολογισμός από ημιεμπειρικό τύπο

ΠΡΟΣΟΧΗ: Η περιγραφή είναι γενικά καλή αλλά όχι τέλεια!

Δεν φτάνει μόνο ο ημιεμπειρικός τύπος.

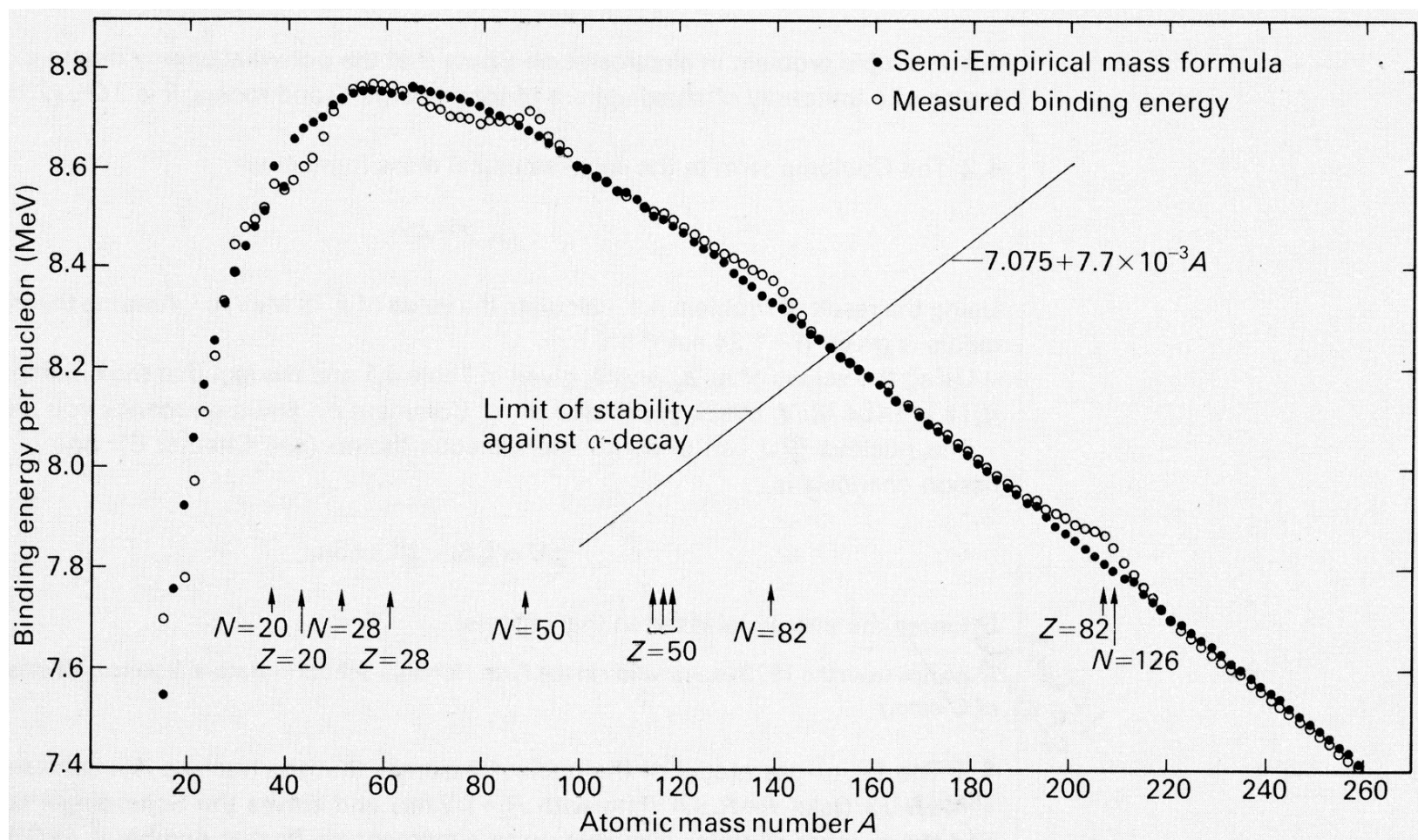
Ο πυρήνας δέν είναι μια υγρή σταγόνα. Υπάρχουν κι άλλα πράγματα που πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν μας (“φλοιώδη” δομή των πυρήνων). Όχι μόνο απλά τον αριθμό πρωτονίων και νετρονίων.

Ενέργεια σύνδεσης - μεταβάλλοντας το A

Τι κερδίζουμε συνθέτοντας και αποσυνθέτοντας πυρήνες?

Π.χ., α) ${}^2_0X + {}^2_0X \rightarrow {}^4_0Y$,

β) ${}^{240}_{100}X \rightarrow {}^{120}_{50}Y + {}^{120}_{50}Y$, γ) ${}^AX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2\alpha$



Ενέργεια σύνδεσης – συνάρτηση του A μόνο (1);

$$B(Z,N) =$$

$$a A$$

$$- b A^{2/3}$$

$$- s (N-Z)^2 / A$$

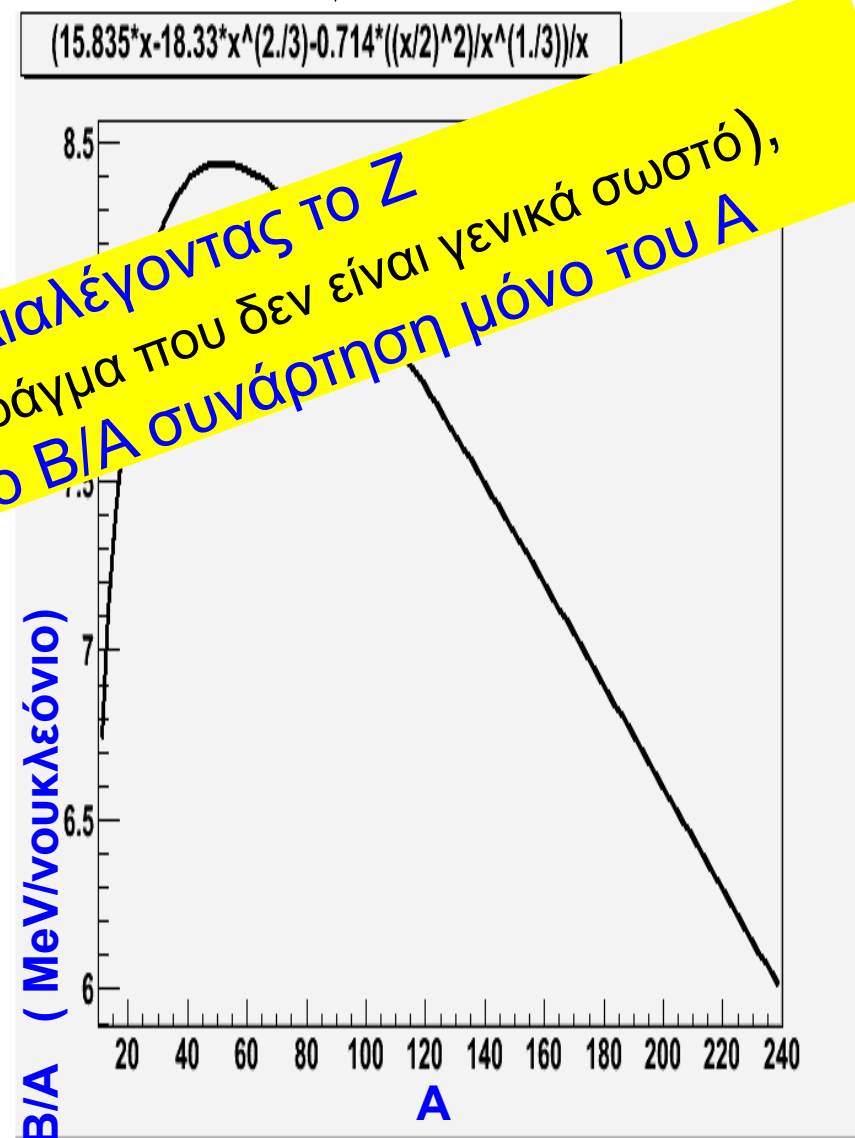
$$- d Z^2 / A^{1/3}$$

$$- \delta / A^{1/2}$$

$$a=15.835 \text{ MeV} , \quad b=18.33 \text{ MeV}$$

$$s=23.20 \text{ MeV} , \quad d=0.714 \text{ MeV}$$

$$\delta = \begin{cases} +1.2 \text{ MeV} & \text{περιτοί-περιτοί} \\ 0 & \text{περιτοί-άρτιοι} \\ -1.2 \text{ MeV} & \text{άρτιοι-άρτιοι} \end{cases}$$



Ενέργεια σύνδεσης - συνάρτηση του A μόνο (2);

$$B(Z,N) =$$

$$a A$$

$$- b A^{2/3}$$

$$- s (N-Z)^2 / A$$

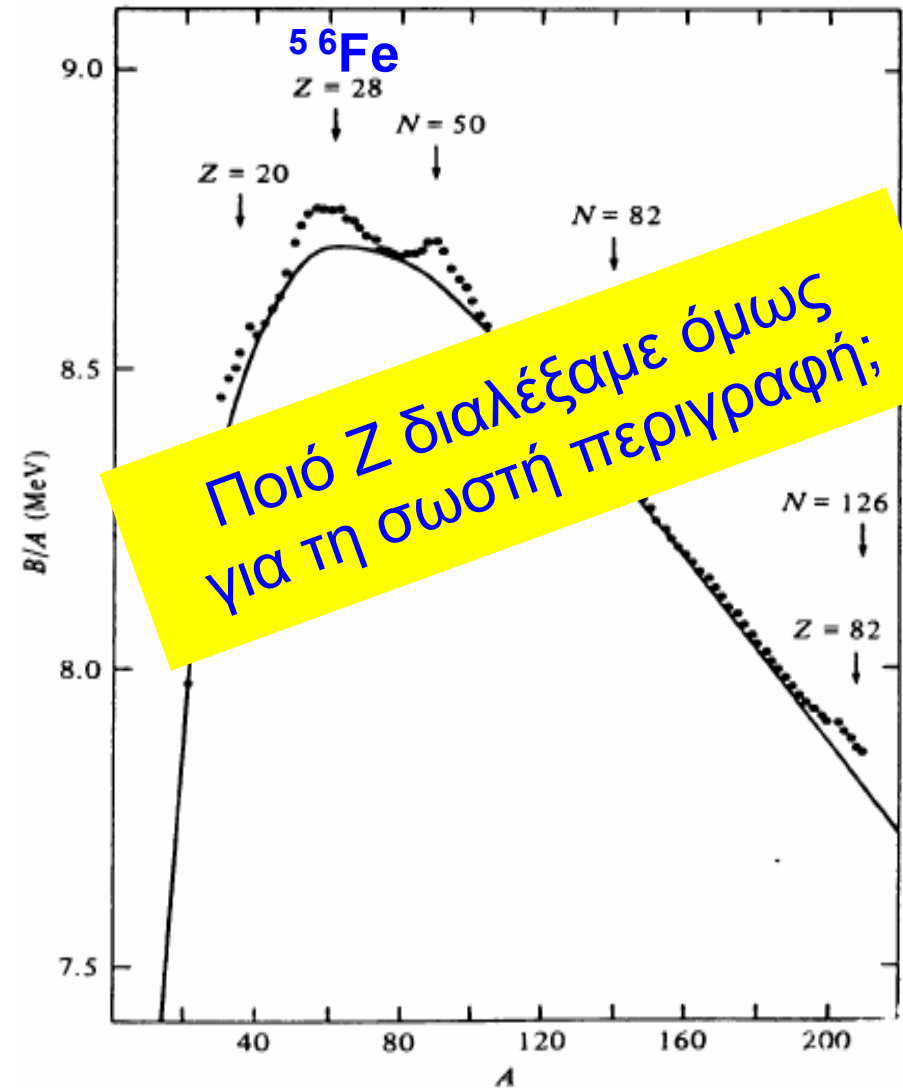
$$- d Z^2 / A^{1/3}$$

$$- \delta / A^{1/2}$$

$$a=15.835 \text{ MeV} , \quad b=18.33 \text{ MeV}$$

$$s=23.20 \text{ MeV} , \quad d=0.714 \text{ MeV}$$

$$\delta = \begin{cases} +1.2 \text{ MeV} & \text{περιττοί-περιττοί} \\ 0 & \text{περιττοί-άρτιοι} \\ -1.2 \text{ MeV} & \text{άρτιοι-άρτιοι} \end{cases}$$



← Άρτιο Z, άρτιο N

Κοιλάδα β-σταθερότητας

Το σταθερότερο Z για κάθε A

Κοιλάδα β-σταθερότητας: Για κάθε A, ποιο Z δίνει το σταθερότερο στοιχείο;

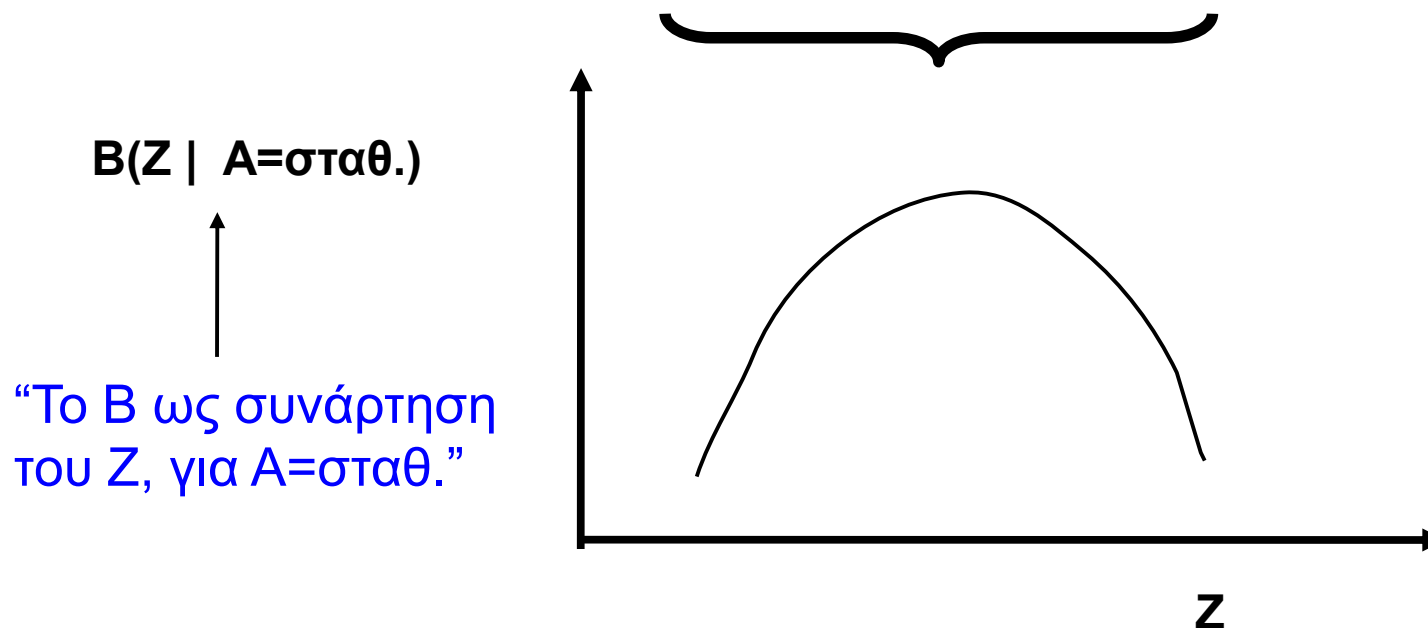
- Ενέργεια σύνδεσης πυρήνα:

$$B(Z,N) = a A - b A^{2/3} - s (N-Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

Αντικαθιστώντας $N=A-Z$, έχουμε $B(A,Z)$ αντί για $B(Z,N)$:

$$B(A,Z) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

$$\rightarrow B(A,Z) = c_1 + c_2 * Z + c_3 * Z^2 = \text{παραβολή (για } A=\text{σταθ.)}$$



β-σταθερό, το σταθερότερο Z σε κάθε A: μέγιστη ενέργεια σύνδεσης

- Μέγιστο $B(A,Z)$, για κάθε A =σταθερό:

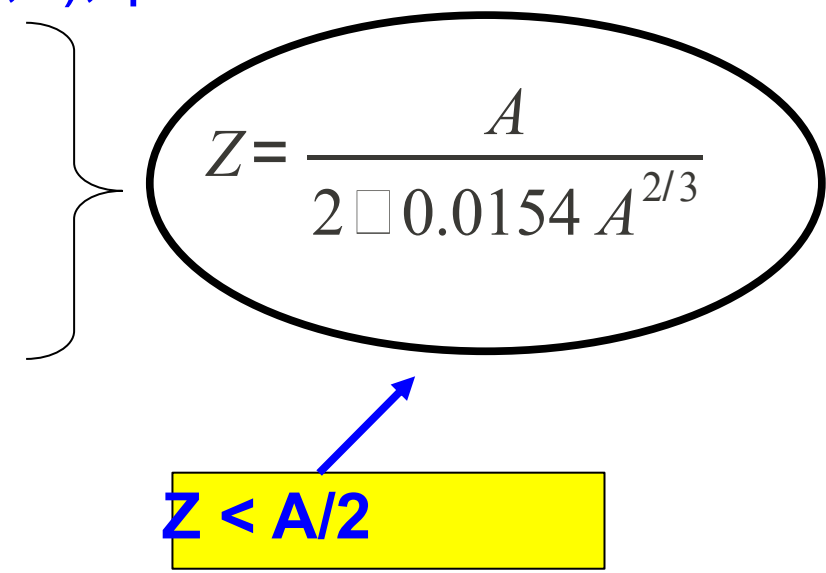
$$\frac{\partial B(A,Z)}{\partial Z} = 0 \Rightarrow \frac{-2dZ}{A^{1/3}} - \frac{2s(A-2Z) \cdot (-2)}{A} = 0 \Rightarrow \frac{4s(A-2Z)}{A} = \frac{2dZ}{A^{1/3}}$$

$$\Rightarrow 2s(A-2Z) = dZA^{2/3} \Rightarrow Z(4s + dA^{2/3}) = 2sA \Rightarrow Z = \frac{2sA}{4s + dA^{2/3}}$$

- Άρα το Z που δίνει το μέγιστο $B(A,Z)$, για κάθε A είναι:

$$Z = \frac{A}{2 + d/2s A^{2/3}}$$

$$s=23.20 \text{ MeV} \quad , \quad d=0.714 \text{ MeV}$$


$$Z = \frac{A}{2 + 0.0154 A^{2/3}}$$

$$Z < A/2$$

Κοιλάδα β-σταθερότητας: Για κάθε A, ποιο Z δίνει το σταθερότερο στοιχείο;

- Αν λάβουμε υπ'όψιν το άτομο ως σύνολο, με μάζα $M(A,Z)$:

$$M(A,Z) = \Sigma m - B(A,Z) - B(\text{Coulomb ηλεκτρονίων})^0$$

- $B(\text{Coulomb ηλεκτρονίων}) \sim 0$ (τάξη μεγέθους eV, ενώ στον πυρήνα έχουμε MeV)

$$\Rightarrow M(A,Z) = Z m_p + Z m_e + (A-Z) m_n -$$

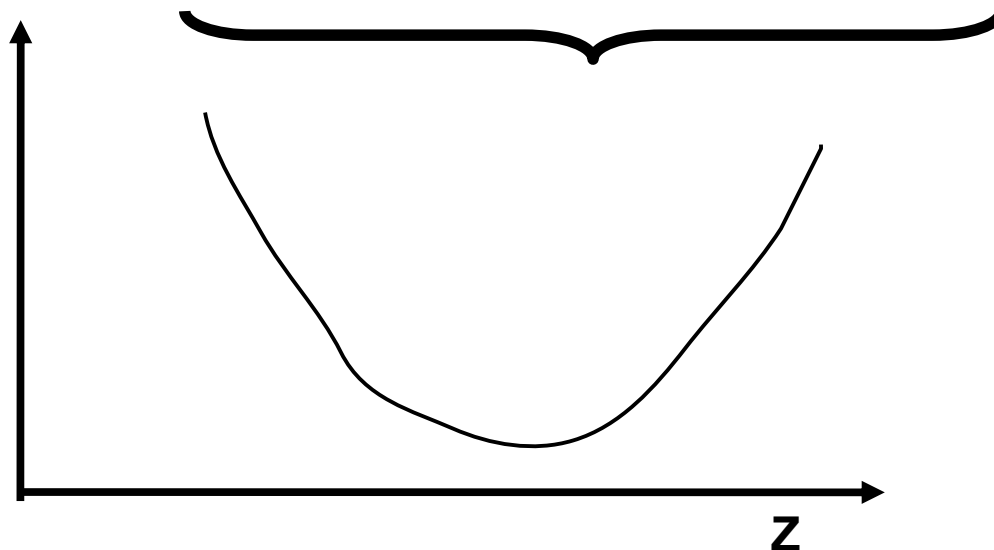
$$[a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}]$$

→ $M(A,Z)$ = άλλη παραβολή ως προς Z για A=σταθ.

$M(Z | A=\text{σταθ.})$



“Το M ως συνάρτηση του Z, για A=σταθ.”



β-σταθερό = το σταθερότερο Z σε κάθε A: ελάχιστη μάζα (ενέργεια) ατόμου

- Ελάχιστη μάζα $M(A,Z)$ για κάθε A=σταθερό:

Για συγκεκριμένο A και δ (π.χ., δ=0), το Z που δίνει ελάχιστη μάζα είναι:

$$Z = \beta/2\gamma = \frac{(4s + (m_n - m_p - m_e)c^2)A}{2(4s + dA^{2/3})} \quad (4.9)$$

Στο
βιβλίο
σας

- Άρα το Z που δίνει την ελάχιστη $M(A,Z)$, για κάθε A είναι:

$$m(n) = 939.57 \text{ MeV} / c^2$$

$$m(p) = 938.27 \text{ MeV} / c^2$$

$$m(e) = 0.511 \text{ MeV} / c^2$$

$$s = 23.20 \text{ MeV} \quad , \quad d = 0.714 \text{ MeV}$$

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

$$Z < A/2$$

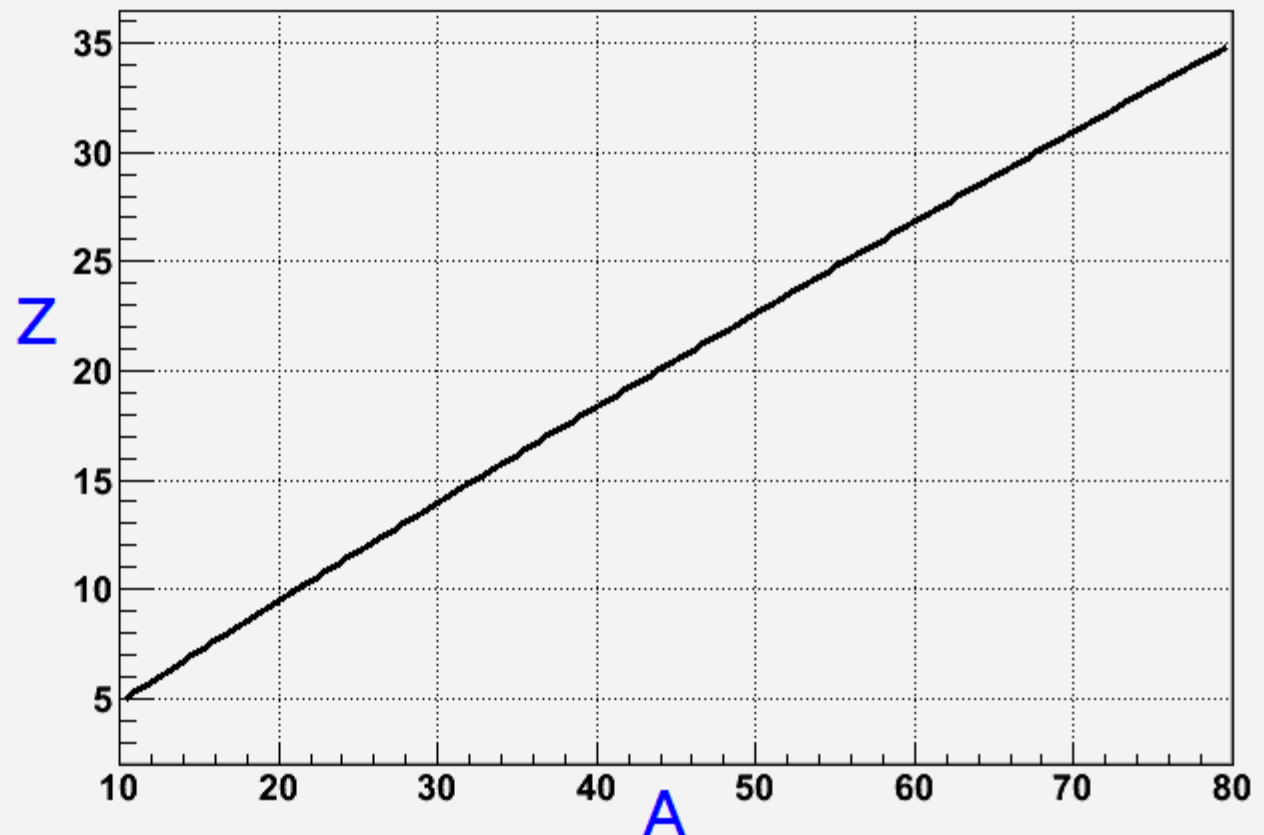
β-σταθερό = το σταθερότερο Z σε κάθε A:
ελάχιστη μάζα (ενέργεια) ατόμου

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

Όντως, σε κάθε A,
είναι $Z < A/2$:

$$Z < A/2$$

$$x/(2+0.0154*x^{(2./3)})$$



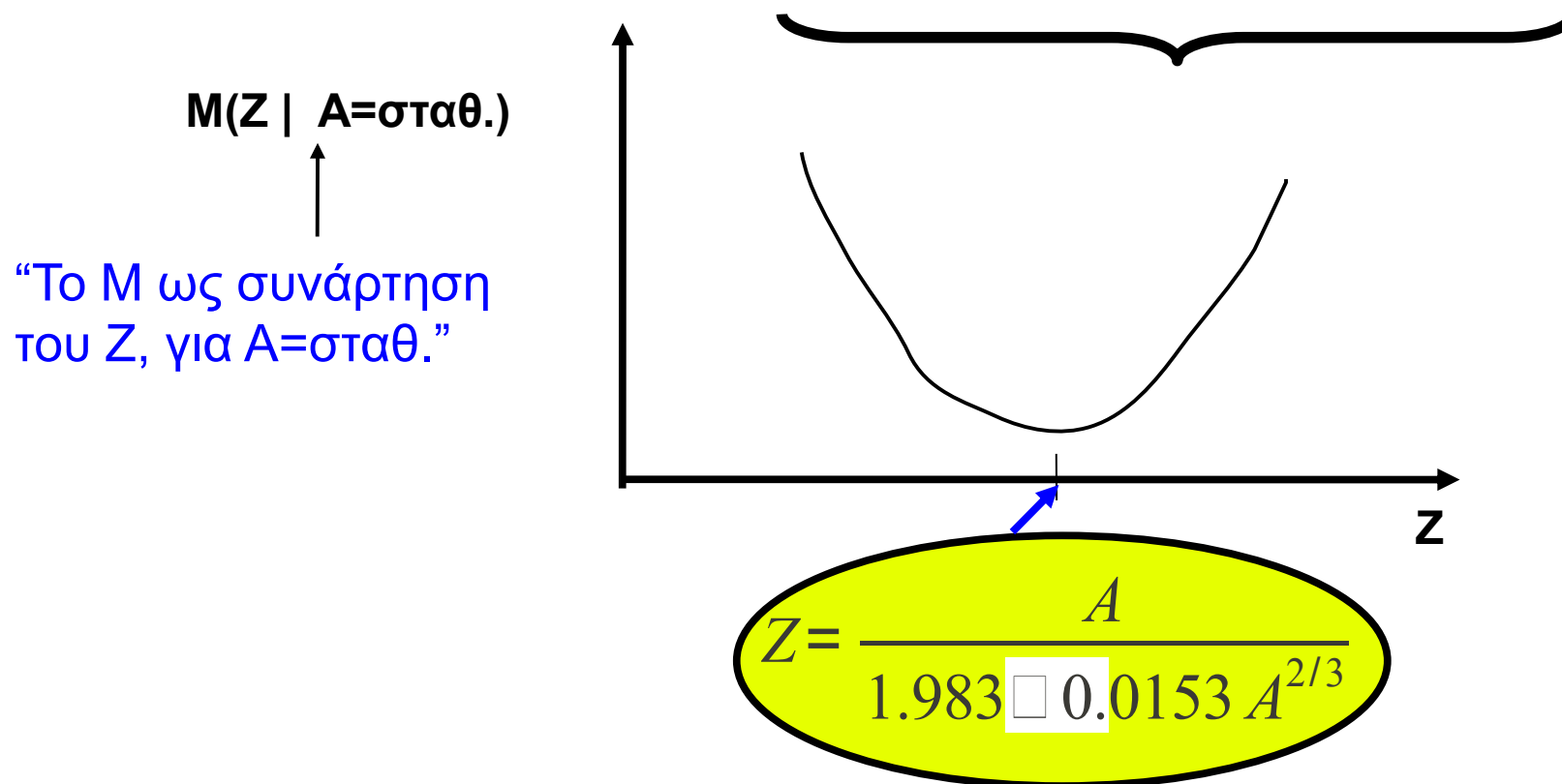
Κοιλάδα β-σταθερότητας: Για κάθε A, ποιο Z δίνει το σταθερότερο στοιχείο;

- Αν λάβουμε υπ'όψιν το άτομο ως σύνολο, με μάζα M(A,Z):

$$M(A,Z) = Z m_p + Z m_e + (A-Z) m_n - B(\text{Coulomb ηλεκτρονίων})$$

$$- [a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}]$$

→ M(A,Z) = άλλη παραβολή ως προς Z για A=σταθ.



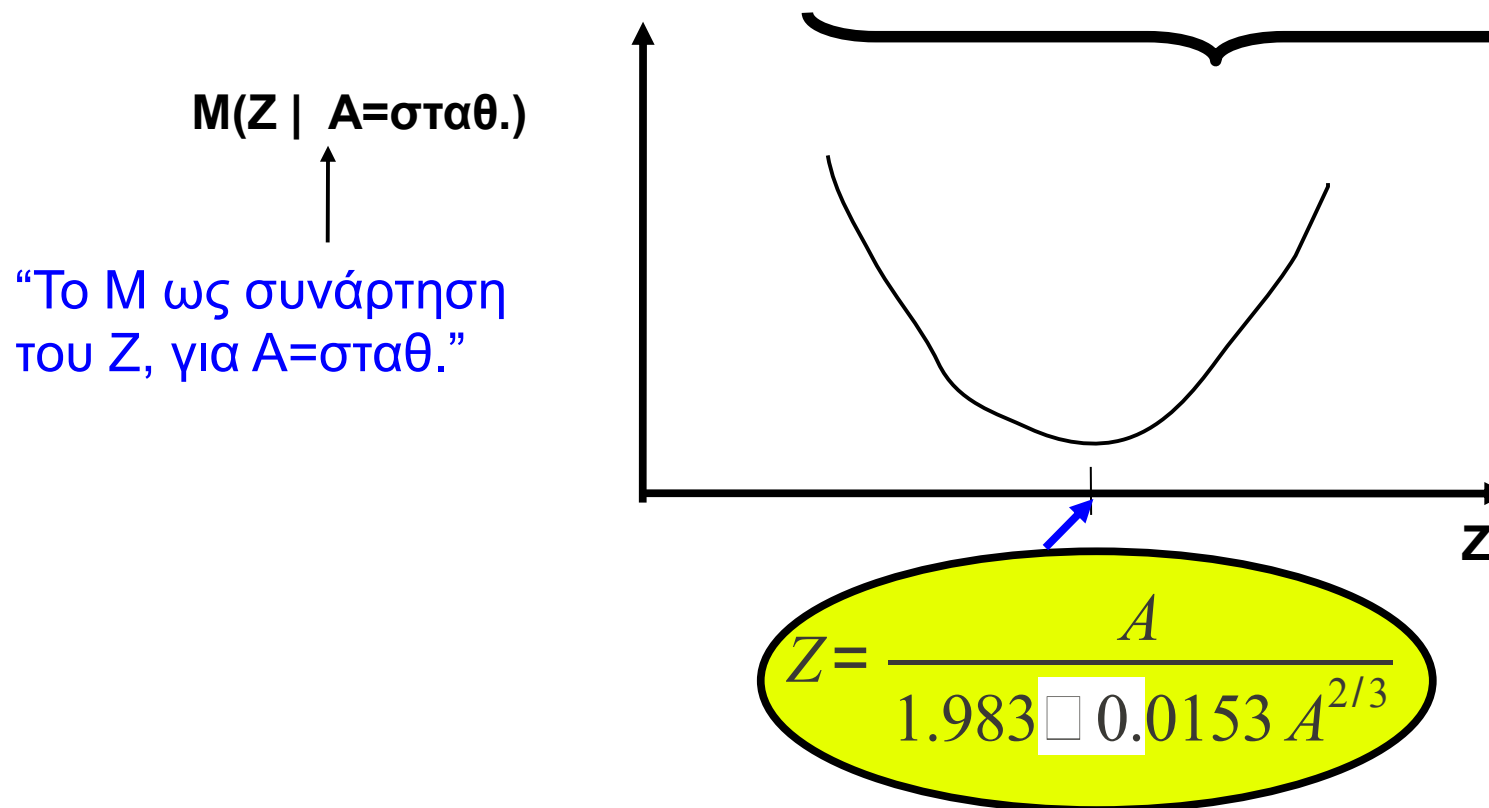
Κοιλάδα β-σταθερότητας: Για κάθε A, ποιο Z δίνει το σταθερότερο στοιχείο;

- Αν λάβουμε υπ'όψιν το άτομο ως σύνολο, με μάζα $M(A,Z)$:

$$M(A,Z) = Z m_p + Z m_e + (A-Z) m_n -$$

$$[a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}]$$

→ $M(A,Z)$ = άλλη παραβολή ως προς Z για A=σταθ.

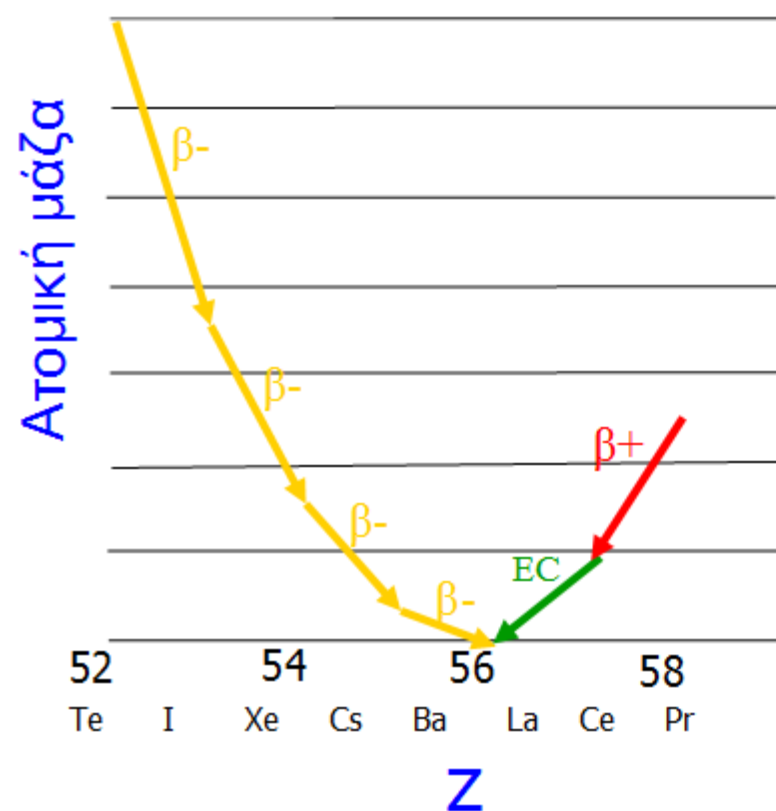


Για A= περιττό, το δ έχει μία τιμή ($\delta=0$) → μία καμπύλη μάζας.

Αλλά για A=άρτιο, μπορεί να πάρει δύο τιμές → δύο καμπύλες μάζας

Α περιττός: άρτιος-περιττός πυρήνας, $\delta=0$

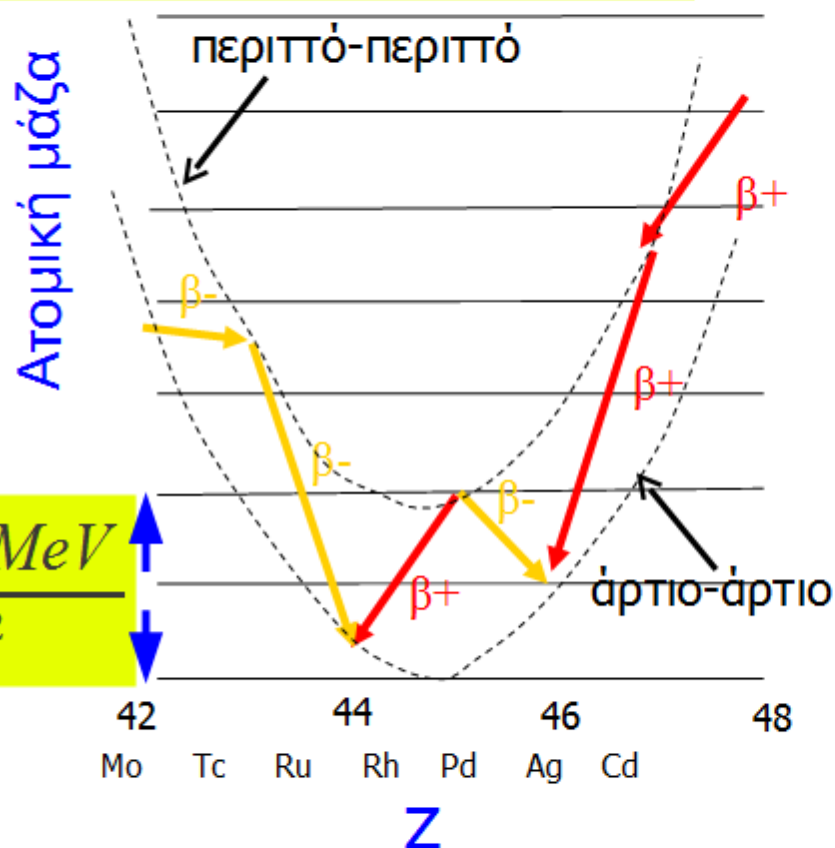
Μία παραβολή π.χ., $A=135$



- Αν υπάρχει $Z < Z_{\min}$ διασπάται με β^- -διάσπαση: $(A, Z) \rightarrow (A, Z+1)$ και
 - $M(A, Z) > M(A, Z+1)$
- Αν $Z > Z_{\min}$ θα διασπασθεί με β^+ -διάσπαση: $(A, Z) \rightarrow (A, Z-1)$ και
 - $M(A, Z) > M(A, Z-1)$
- Το $Z_{\min}$ αντιστοιχεί σε Μη διασπώμενο (δηλ. σταθερό) πυρήνα πάνω στην παραβολή των ισοβαρών
- σε κάθε περιττό A αντιστοιχεί **1 μόνο σταθερό ισοβαρές**

Α άρτιος: άρτιος-άρτιος ($\delta > 0$) ή περιττός-περιττός ($\delta < 0$) πυρήνας

Δύο παραβολές π.χ., $A=102$



- Σχεδόν όλοι οι **περιττοί -περιττοί** πυρήνες μπορούν να διασπασθούν με β -διάσπαση σε άρτιους-άρτιους που να είναι σταθεροί

- Ο πυρήνας με $Z_{\min}$ στη περίπτωση περιττός-περιττός ($Z-N$) έχει συνήθως δύο δυνατότητες β -διάσπασης (β^+ και β^-) **καταλήγοντας σε δύο διαφορετικού Z (άρτιο) σταθερούς πυρήνες**

- Οι μοναδικοί περιττοί-περιττοί πυρήνες που είναι σταθεροί είναι οι τέσσερις ελαφρύτεροι: **${}^2_1\text{H}$, ${}^6_3\text{Li}$, ${}^{10}_5\text{B}$, ${}^{14}_7\text{N}$**

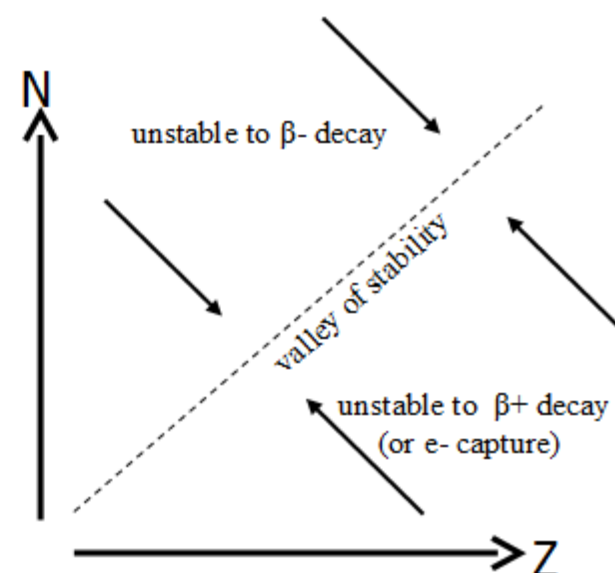
Κοιλιάδα β-σταθερότητας



Fig. 4.6 The β -stability valley. Filled squares denote the stable nuclei and long-lived nuclei occurring in nature. Neighbouring nuclei are unstable. Those for which data on masses and mean lives are known fill the area bounded by the lines. For the most part these unstable nuclei have been made artificially. (Data taken from *Chart of the Nuclides* (1977), Schenectady: General Electric Company.)

Σχήμα 4.6 στο βιβλίο σας

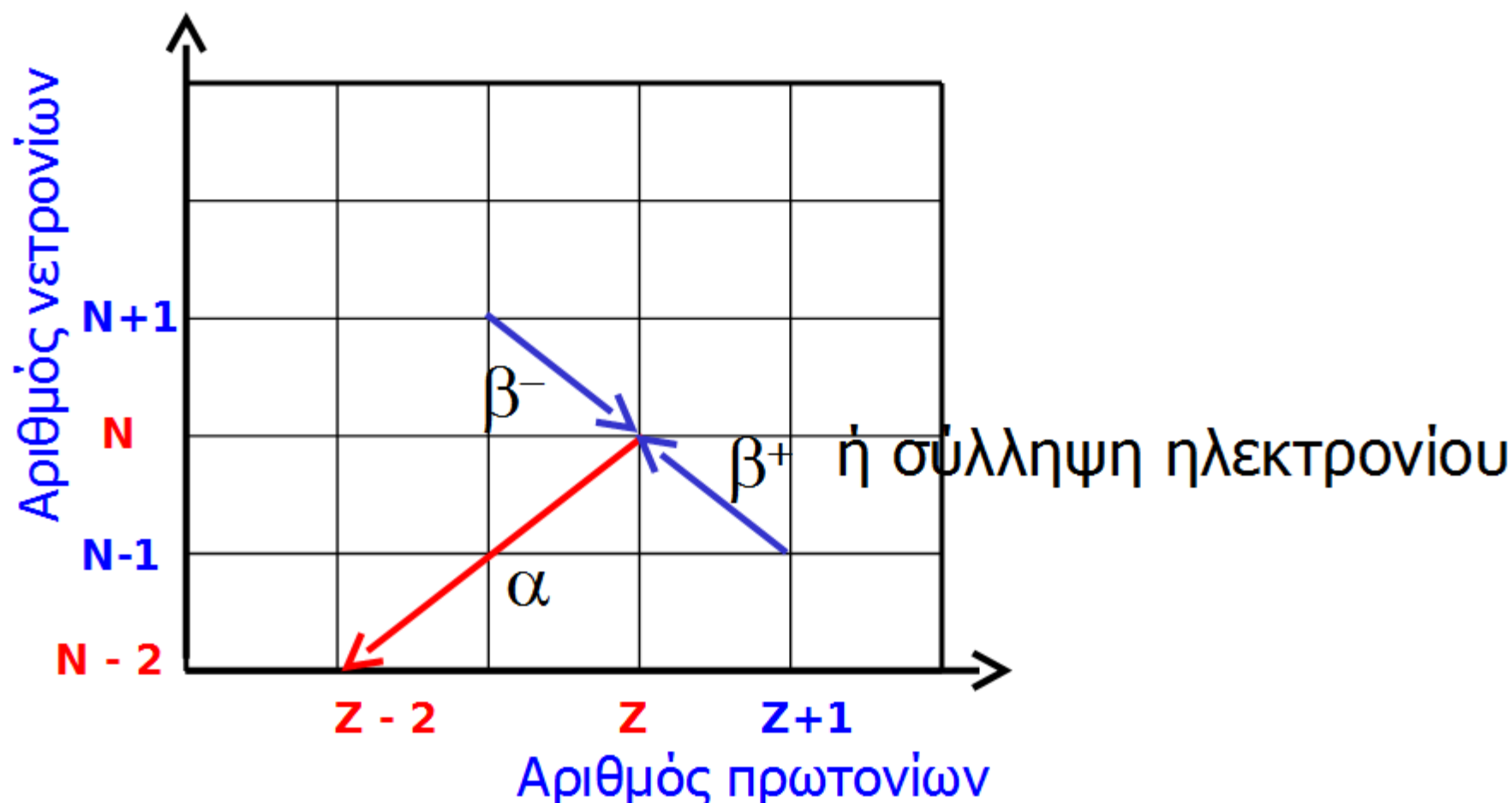
- Για κάθε A , τα β -σταθερά νουκλίδια είναι στη μαύρη ζώνη ("κοιλιάδα σταθερότητας" - "valley of stability"). Αυτά που είναι μακριά απ'την κοιλιάδα, πάνε προς αυτήν με διασπάσεις β^+ ($= e^+$) ή β^- ($= e^-$)



α και β διάσπαση: οι πυρήνες αλλάζουν

Η α διάσπαση μας μεταφέρει πάνω-κάτω (κατά μήκος) στην κοιλάδα σταθερότητας

Η β διάσπαση μας μεταφέρει από τις “πλαγιές” προς την κοιλάδα σταθερότητας

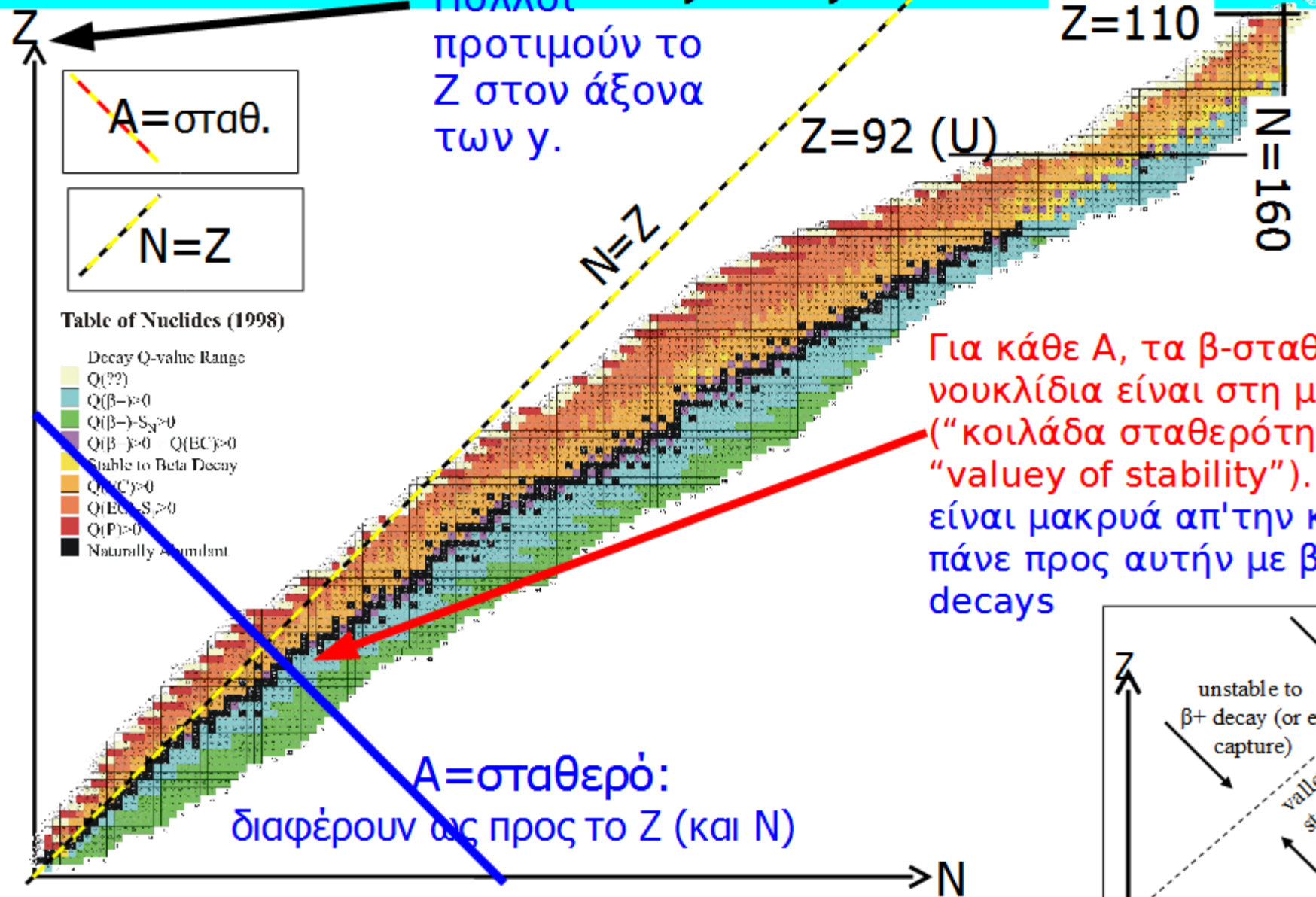


Πολλές φορές θα δείτε την
κοιλιάδα β-σταθερότητας με ανεστραμένους
άξονες

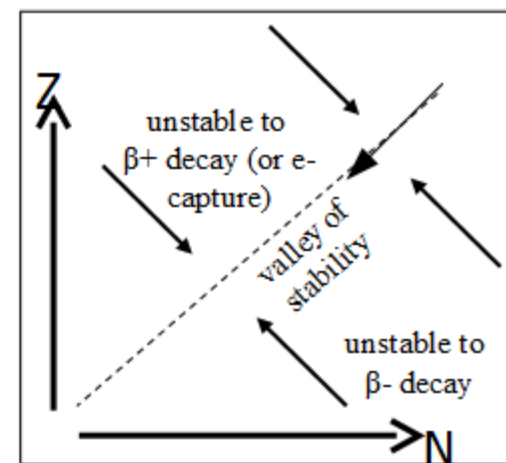
Δεν χάλασε ο κόσμος...
Εσείς προσέχετε τους άξονες απλώς...
η φυσική (φυσικά!) παραμένει αναλλοίωτη...

Η κοιλάδα β-σταθερότητας με ανεστραμένους άξονες

Πολλοί προτιμούν το Z στον άξονα των y .



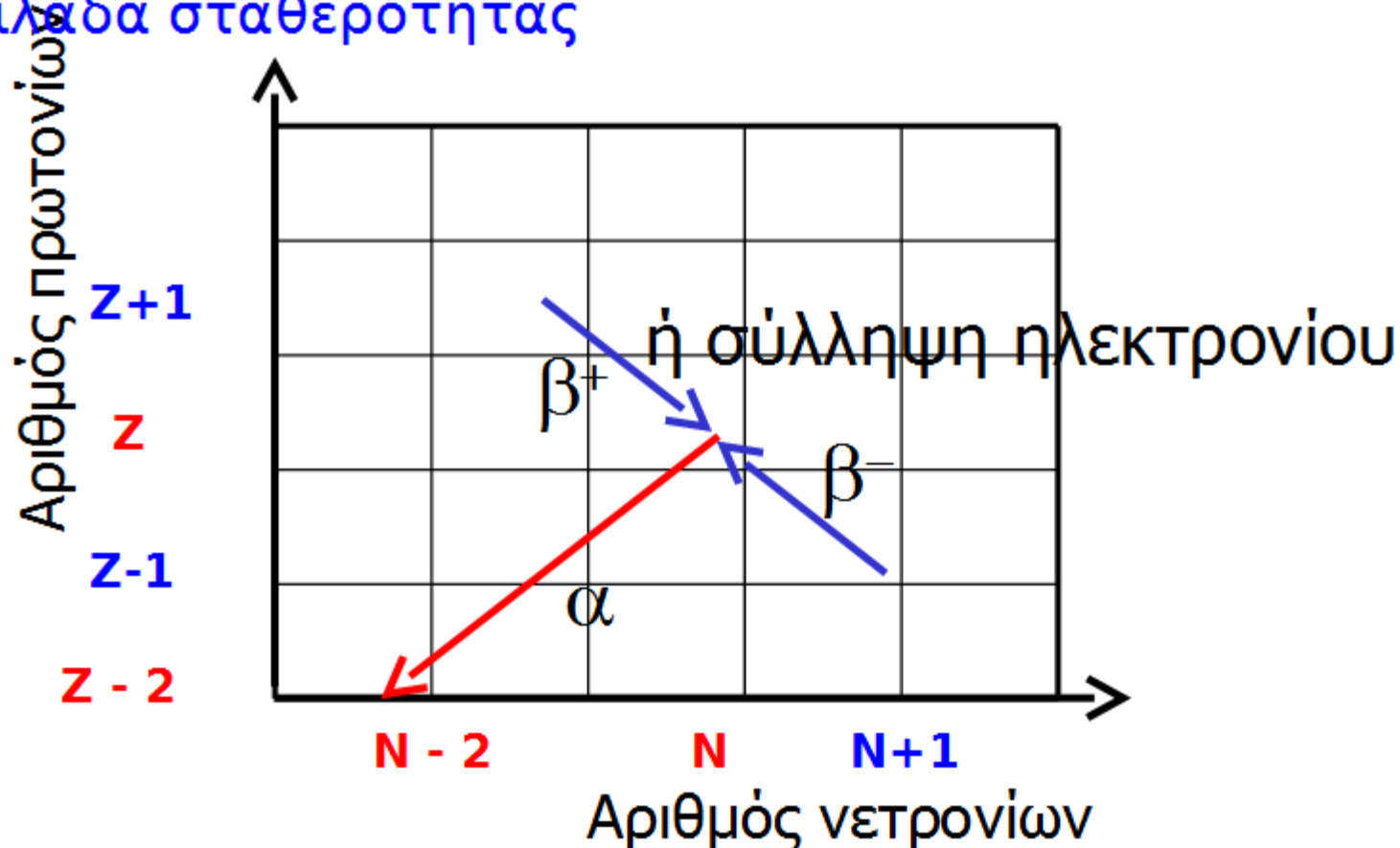
Για κάθε A , τα β-σταθερά νουκλίδια είναι στη μαύρη ζώνη ("κοιλάδα σταθερότητας" - "valley of stability"). Αυτά που είναι μακριά απ'την κοιλάδα, πάνε προς αυτήν με β^+ ή β^- decays



α και β διάσπαση: οι πυρήνες αλλάζουν (επανάληψις μήτηρ μαθήσεως...)

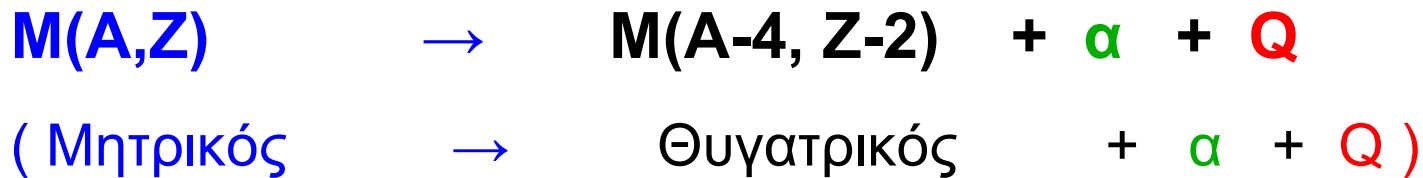
Η α διάσπαση μας μεταφέρει πάνω-κάτω (κατά μήκος) στην κοιλάδα σταθερότητας

Η β διάσπαση μας μεταφέρει από τις “πλαγιές” προς την κοιλάδα σταθερότητας



Διασπάσεις α – γενικά

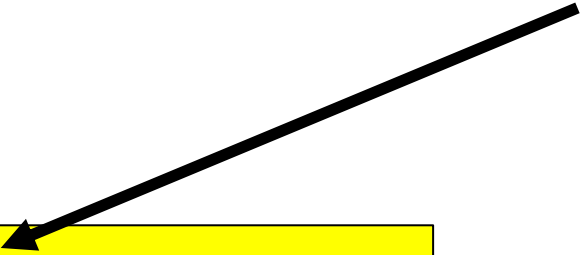
- α-διάσπαση:



- Οπότε:

$$\begin{aligned} Z M_p + N M_n - B(A,Z) &= \\ & (Z-2) M_p + (N-2) M_n - B(A-4,Z-2) \\ & + 2 M_p + 2 M_n - B(^4\text{He}) \\ & + Q \end{aligned}$$

- Κι έτσι:


$$Q = B(A-4,Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A,Z)$$

Διάσπαση α – π.χ, Πολώνιο

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

Από τον ημ εμπειρικό τύπο μάζας (δηλ., ενέργειας σύνδεσης):

$$B(^{206}_{82}\text{Pb}) = B(Z=82, N=124) = 1611.874 \text{ MeV}$$

$$B(^{210}_{84}\text{Po}) = B(Z=84, N=126) = 1636.054 \text{ MeV}$$

- $Q = 1611.874 + 28.3 - 1636.054 = 4.12 \text{ MeV}$

- Πώς συγκρίνεται αυτός ο υπολογισμός με την πειραματική τιμή? **5.4 MeV**

- Από φασματογράφους μάζας και την απόσταση που διανύουν τα α μέχρι να χάσουν όλη τους την ενέργεια με ιονισμούς ατόμων στο διάβα τους (dE/dx)

Εν κατακλείδι:

Καλός ο ημιεμπειρικός τύπος για την ενέργεια σύνδεσης, αλλά ως
ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΣ

- Οι ενέργειες σύνδεσης που προκύπτουν βασίζονται σε θεωρήσεις του πυρήνα υπό το πρίσμα του μοντέλου υγρής σταγόνας μόνον.
- Το μοντέλο είναι προσεγγιστικό
- Τον πυρήνα προσεγγίζουμε καλύτερα αν τον δούμε και μέσα από το λεγόμενο μοντέλο φλοιών, το οποίο εξηγεί την ιδιαίτερη ευστάθεια που παρουσιάζουν κάποιοι πυρήνες με συγκεκριμένους αριθμούς πρωτονίων ή/και νετρονίων (συμπληρωμένοι φλοιοί)

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια E
μάζα m



Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας

γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \rightarrow E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: με $c = 1$, γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} \cdot V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^9 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης} \cdot \text{ενέργειας} \times \text{χρόνου} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [\text{mks}] = \frac{e^2}{\hbar c} [\text{cgs}] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπτής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:

eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,
και θα βάζουμε:

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c² (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: 1/MeV (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = 1/MeV (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$1 \text{ amu} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV/c}^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV/c}^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV/c}^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV/c}^2$$

Αυθόρμητη διάσπαση – χρόνος ζωής

- Μέσος χρόνος ζωής σωματιδίου = τ

= ο μέσος χρόνος που υπάρχει το σωματίδιο πριν διασπαστεί

- Η πιθανότητα διάσπασης ανά μονάδα χρόνου είναι σταθερή (λ = “σταθερά διάσπασης” = “ρυθμός διάσπασης”),
- η πιθανότητα διάσπασης είναι ανεξάρτητη από την ηλικία του πυρήνα** (π.χ., $\lambda = 1\%$ ανά λεπτό = $0.01/\text{min}$).

– πιθανότητα διάσπασης μέσα σε χρονικό διάστημα $dt = \lambda * dt$

- Σε $t=0$ έχουμε N_0 πυρήνες. Σε χρόνο t , έχουμε $N(t)$
- Στο διάστημα $\{t, t+dt\}$ έχουν **διασπαστεί**: $N(t) * \lambda * dt$ πυρήνες και έχουν απομείνει: $N(t+dt) = N(t) - N(t) * \lambda * dt \rightarrow$

$$N(t+dt) - N(t) = - N(t) * \lambda * dt \rightarrow dN = -N * \lambda * dt \rightarrow \dots$$

$\dots \rightarrow N(t) = N_0 * e^{-\lambda t} \rightarrow$ **εκθετική μείωση του ραδιενεργού υλικού με το πέρασμα του χρόνου**

Αυθόρμητη διάσπαση – χρόνος ζωής

- $N(t) = N_0 * e^{-\lambda t}$

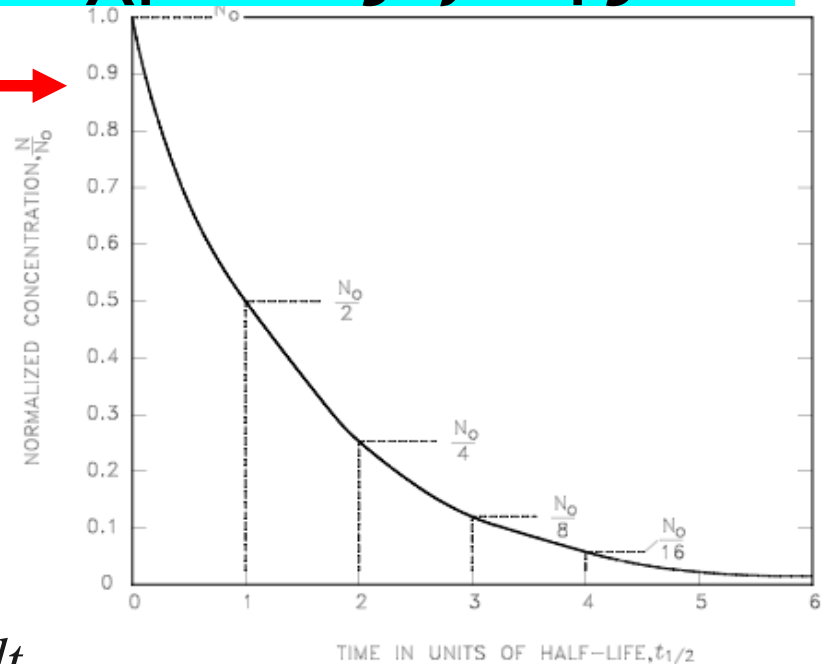
Εκθετική μείωση του αδιάσπαστου
(και άρα ραδιενεργού) πληθυσμού
με το πέρασμα του χρόνου

- Μέσος χρόνος ζωής

$$\tau = \frac{t_1 N_1 \square t_2 N_2 \dots}{N_1 \square N_2 \square \dots} = \frac{\int_0^{\infty} t N \square t \square dt}{\int_0^{\infty} N \square t \square dt} = \frac{N_0 \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt}{N_0 \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt} = \frac{\lambda^{-2}}{\lambda^{-1}} = \frac{1}{\lambda} \square \lambda = \frac{1}{\tau}$$

- Χρόνος ημίσειας ζωής: $T_{1/2}$

$$N(t=T_{1/2}) = N_0/2 : N_0/2 = N_0 * e^{-\lambda t} \rightarrow t = T_{1/2} = \tau * \ln(2) = 0.693 * \tau$$



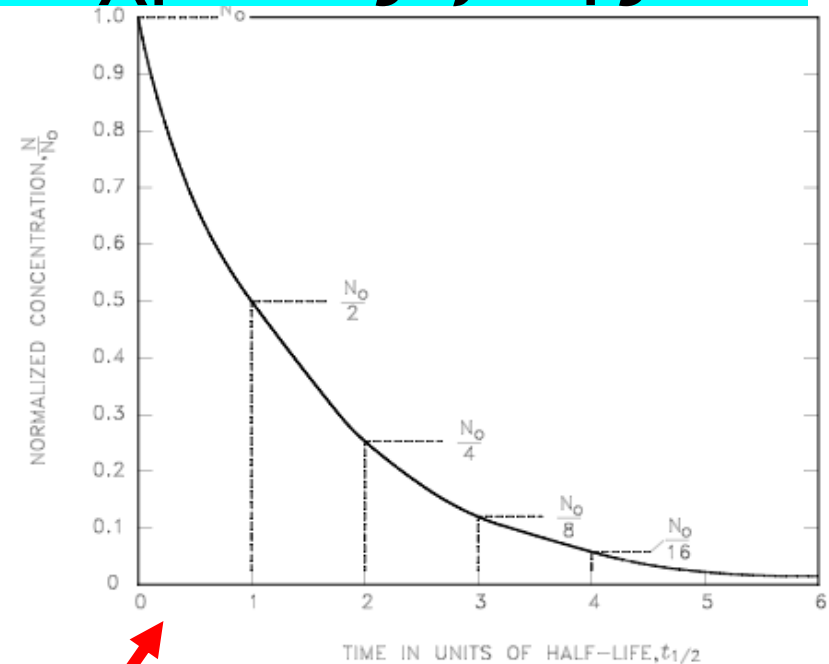
Αυθόρμητη διάσπαση – χρόνος ζωής

- $N(t) = N_0 * e^{-\lambda t}$

- Ενεργότητα, $A =$
διασπάσεις/μονάδα χρόνου:

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

Αρχική ενεργότητα



Η ενεργότητα μειώνεται εκθετικά με το χρόνο,
με τον ίδιο τρόπο όπως και ο πληθυσμός των εναπομείναντων αδιάσπαστων
(ραδιενεργών) πυρήνων.

Άσκηση Β

Άσκηση Β:

Ποια η ενεργότητα 1g ^{226}Ra ?

Δίνονται:

$$T_{1/2} = 1670\text{y} \approx 1.6 \times 10^3 \times 3.1 \times 10^7 \text{ s} \approx 5 \times 10^{10} \text{ s}$$

Λύση:

$$\lambda = 0.693 / (5 \times 10^{10} \text{ s}) \approx 1.4 \times 10^{-11} / \text{s}$$

1g περιέχει $N_0 \approx 6 \times 10^{23} / 226 \approx 2.7 \times 10^{21}$ πυρήνες

Η ενεργότητα στην αρχή δημιουργίας του δείγματος είναι

$$t=0 \quad A(t=0) = \lambda N_0 \approx 1.4 \times 10^{-11} \times 2.7 \times 10^{21} / \text{s} \approx \mathbf{3.7 \times 10^{10} \text{ διασπ./s}}$$

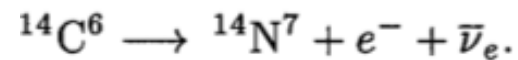
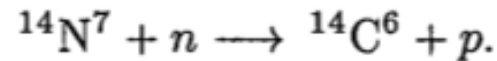
Μονάδες ενεργότητας:

Curie $1\text{Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ διασπ./s}$

Becquerel $1\text{Bq} = 1 \text{ διασπ./s}$

Σημείωση: Ραδιοχρονολόγηση με ^{14}C

Το ισότοπο ^{14}C παράγεται από την αλληλεπίδραση της κοσμικής με το άζωτο ^{14}N της ατμόσφαιρας



β^- ραδιενεργό

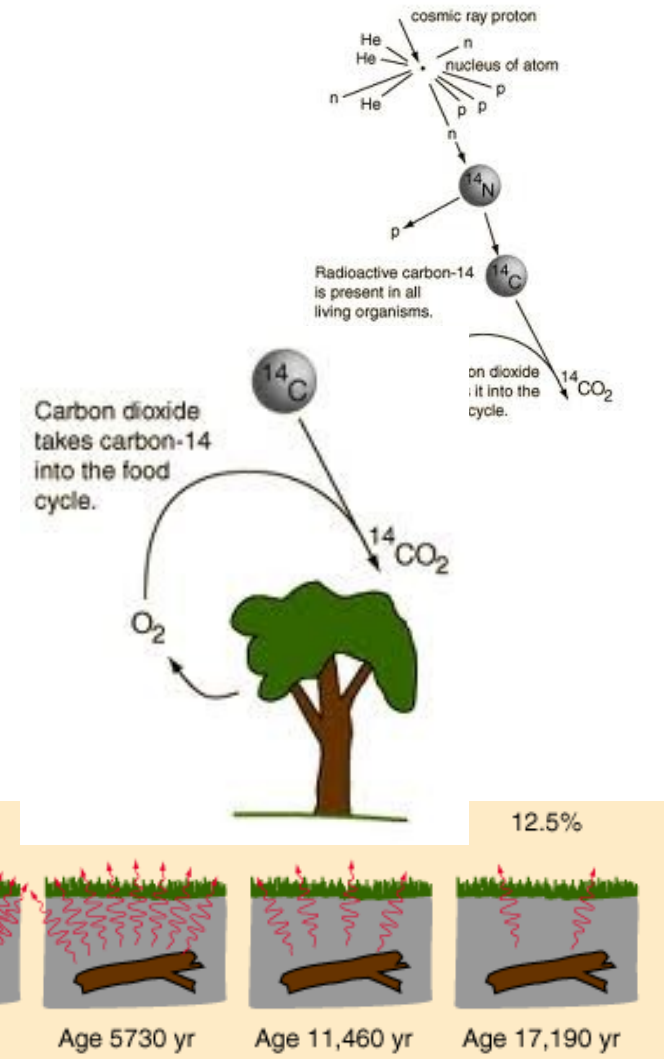
$T_{1/2} = 5730$ χρόνια.

Ζωντανοί οργανισμοί καταναλώνουν CO_2 το οποίο περιέχει τα ισότοπα του ^{12}C και ^{14}C .

Μετά το τέλος της ζωής του οργανισμού παύει η πρόσληψη ^{14}C και συνεχίζεται μόνο η διάσπασή του.

Χρονολόγηση με τη σύγκριση της ενεργότητας του ^{14}C στο δείγμα τώρα, σε σχέση με την ενεργότητα του ^{14}C σε ζωντανό οργανισμό.

--> Ο λόγος των πυρήνων $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ σε ένα ζωντανό δένδρο είναι 1.3×10^{-12} . Μετά το θάνατο του δέντρου, η αναλογία μικραίνει αφού το ^{14}C διασπάται χωρίς να αναπληρώνεται.



- Ένα δένδρο χτυπιέται από κεραυνό και νεκρώνεται. Πάτε στο βουνό και το βλέπετε κεραυνοβολημένο. Παίρνετε δείγμα και απομονώνετε 1 γρ άνθρακα. Τι ενεργότητα αναμένετε να μετρήσετε στο δείγμα αυτό; (δίνεται η αναλογία του άνθρακα-14 ως το $1.3 \times 10^{(-12)}$ του άνθρακα-12, καθώς και ο χρόνος ημιζωής ίσος με 5730 έτη).

Λύσις

...