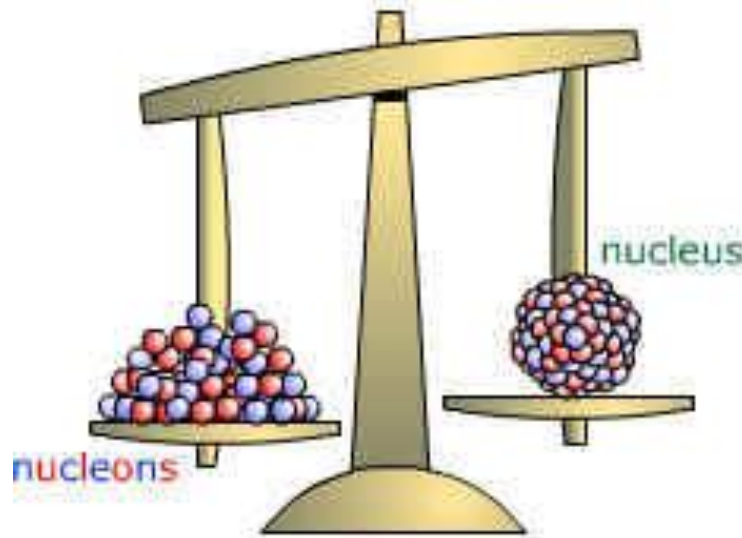


Μάζα των πυρήνων

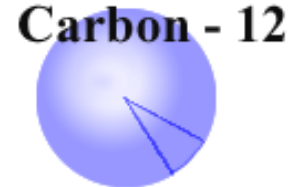


Α. Λιόλιος
Μάθημα Πυρηνικής Φυσικής

Μονάδα για τη μέτρηση των πυρηνικών μαζών

u

: είναι η μονάδα ατομικής μάζας (*atomic mass unit*)
εν συντομία *amu*.



Ορίζεται ότι η μάζα του ατόμου ^{12}C (μαζί με τα 6 ηλεκτρόνια)
ισούται με 12 amu (ή $12 u$) ακριβώς.

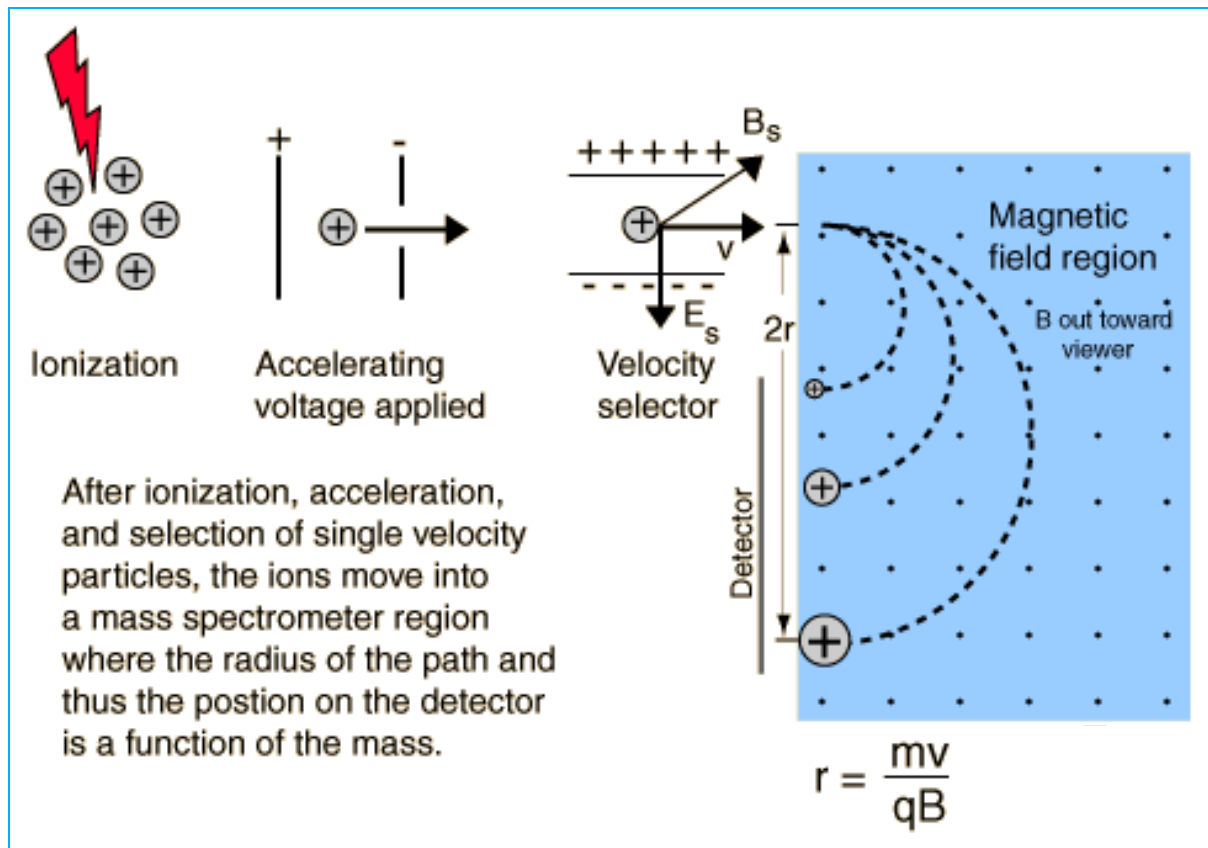
$$1 u = 1 \text{ amu} = 1.6605402 (10) \times 10^{-27} \text{ kg} \\ = 931.49432 (28) \text{ MeV}/c^2$$

Μάζα του πρωτονίου: $M_p = 1.007276470 (12) u = 938.27231 \text{ MeV}/c^2$

Μάζα του νετρονίου: $M_n = 1.008664898 (12) u = 939.56563 \text{ MeV}/c^2$

Μέτρηση της μάζας πυρήνων με φασματογράφο μάζας

Αρχή λειτουργίας του φασματογράφου μάζας



Ο επιλογέας ταχύτητας (Velocity Selector) έχει και ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο, κάθετα μεταξύ τους, που ασκούν δυνάμεις στα ιόντα αντίθετης φοράς. Μόνο για ορισμένης ταχύτητας ιόντα οι δυνάμεις $F=qE$ και $F=qvB$ εξισορροπούνται: $qE=qvB$, άρα μόνο τα ιόντα με ταχύτητα $v=E/B$ κινούνται ευθύγραμμα και φθάνουν στην επόμενη περιοχή στην οποία υπάρχει μόνο μαγνητικό πεδίο.

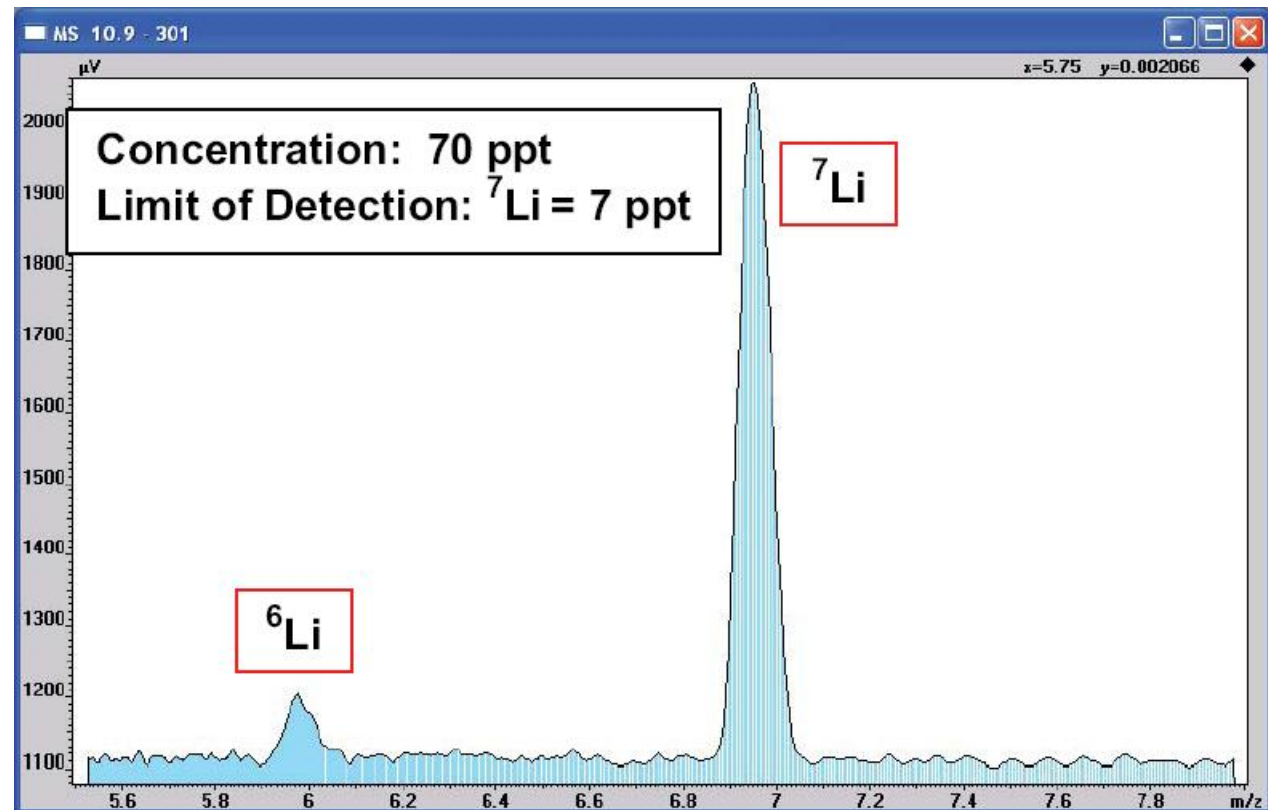
Εκεί τα ιόντα διαχωρίζονται **ανάλογα με το λόγο q/m** που έχουν, διότι η δύναμη Lorentz παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης. (βλέπε Εργαστήριο Ατομικής, άσκηση μέτρησης του e/m των ηλεκτρονίων).

Μέτρηση της μάζας πυρήνων με φασματογράφο μάζας

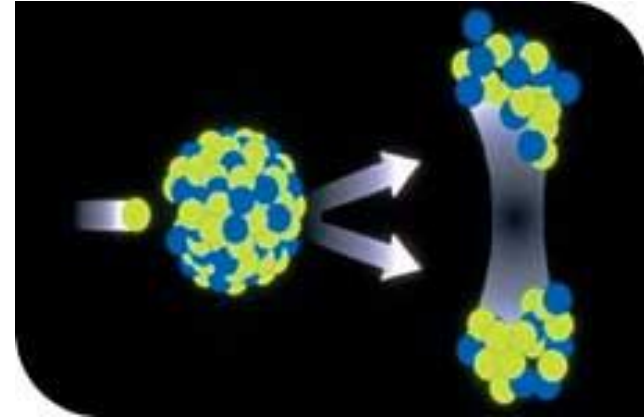
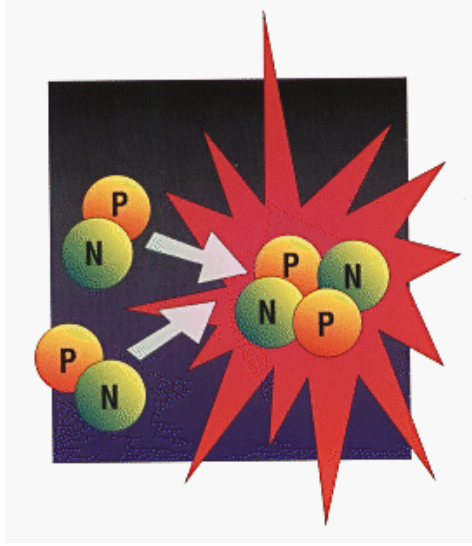


Παράδειγμα
φασματογραφήματος
μάζας:

Τα δύο σταθερά
ισότοπα του λιθίου Li-
6 και Li-7, με σχετική
ατομική αναλογία στη
φύση 7,5% και 92,5%
αντίστοιχα. Όλα τα
άλλα ισότοπα του
λιθίου είναι βραχύβια
ραδιενεργά.



Πυρηνική μάζα και ενέργεια σύνδεσης



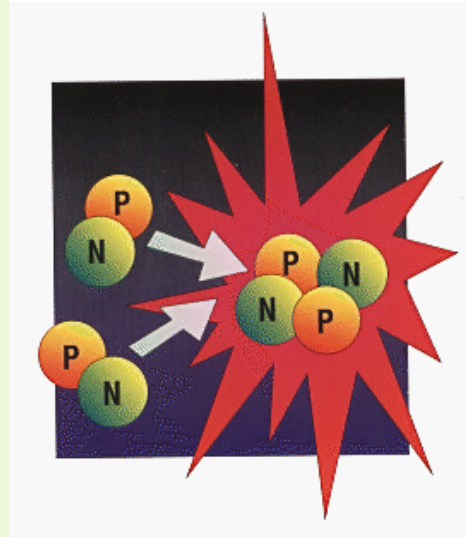
Η μάζα των πυρήνων (M) σχετίζεται με την ενέργεια σύνδεσης (binding energy, BE) και την ενέργεια διαχωρισμού (separation energy, S).

Ενέργεια σύνδεσης $B(A,Z)$

Ορισμός:

$$B(A, Z) = [ZM_p + NM_n - M(A, Z)]c^2$$

Ενέργεια σύνδεσης ενός πυρήνα είναι η ποσότητα ενέργειας που ελευθερώνεται όταν φανταστούμε τα νουκλεόνια που τον αποτελούν, ευρισκόμενα αρχικά σε ελεύθερη κατάσταση, να πλησιάζουν με μηδενική κινητική ενέργεια τόσο κοντά μεταξύ τους ώστε η δράση των ελκτικών δυνάμεων να τα κάνει να δημιουργήσουν έναν ενιαίο πυρήνα σε σταθερή κατάσταση.



Ενδιαφέρουσα ποσότητα είναι η μέση **ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο**.

$$B_{ave.}(A, Z) = \frac{B(A, Z)}{A}$$

Παράδειγμα: Ενέργεια Σύνδεσης του δευτερονίου

Παράδειγμα: deuteron ${}^2\text{D}$ (1 proton + 1 neutron)

$$m_p = 1.007825 \text{ u}$$

$$m_n = 1.008665 \text{ u}$$

$$m_{p+n} = 2.016490 \text{ u}$$

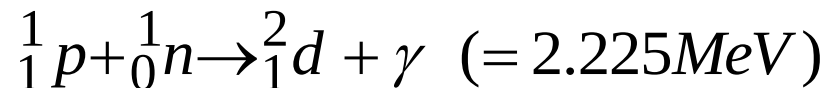
$$m_D = 2.014102 \text{ u}$$

Δηλαδή το δευτερόνιο είναι κατά 0.002338 u ελαφρύτερο από το άθροισμα των μαζών των p και n .

Αυτή η ποσότητα ισοδυναμεί με την **ενέργεια σύνδεσης** (Binding Energy) και είναι η ενέργεια που απαιτείται για να διαλυθεί ο πυρήνας στα εξ'ών συνετέθη (2.225 MeV).

Παράδειγμα: Ενέργεια Σύνδεσης του δευτερονίου

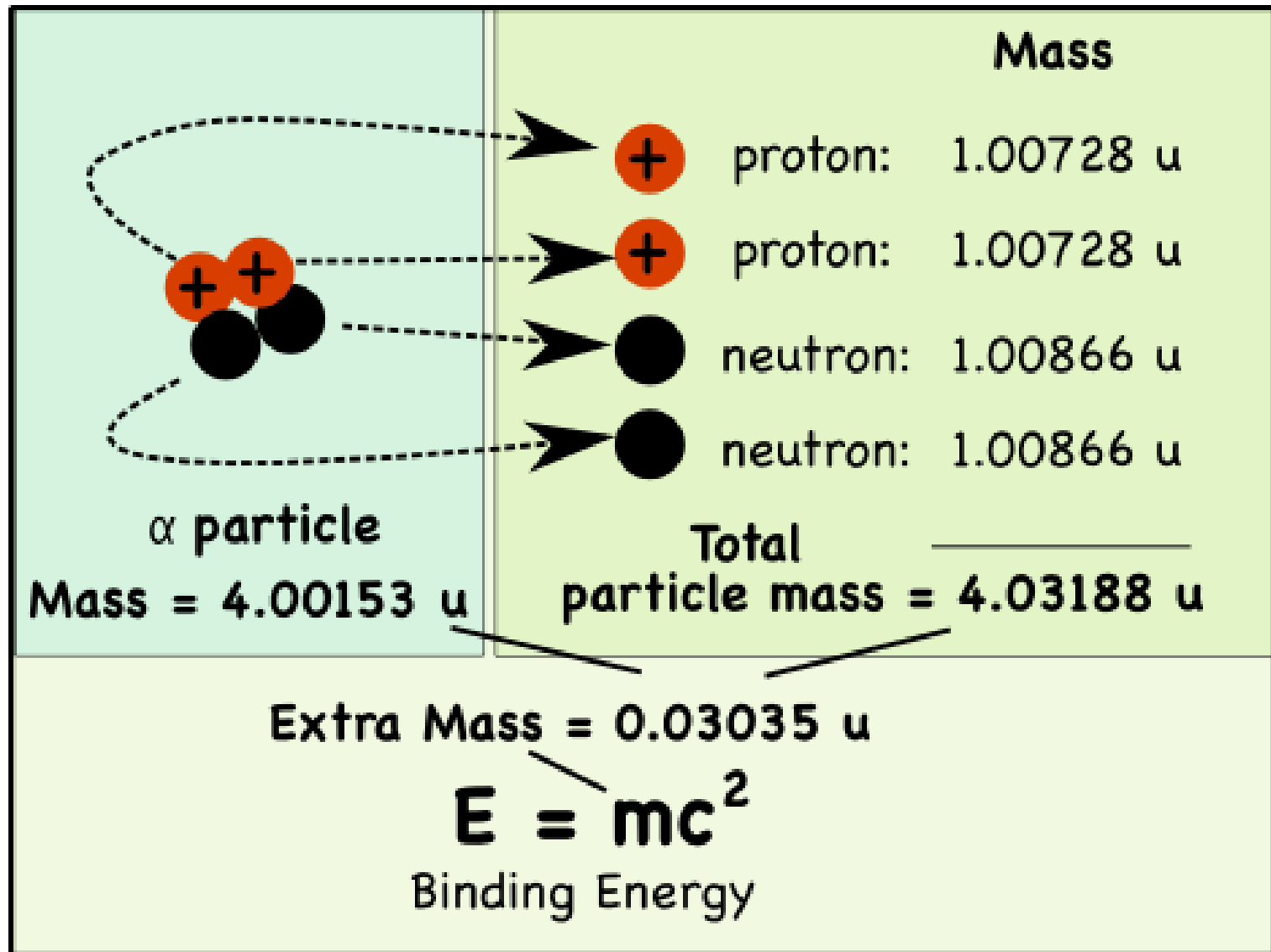
- ❖ Το δευτερόνιο μπορεί να σχηματισθεί με αντίδραση αρπαγής ενός θερμικού νετρονίου από ελεύθερο πρωτόνιο σύμφωνα με την αντίδραση:



- ❖ Η αντίδραση είναι εξώθερμη και έχει σαφές σήμα πραγματοποίησής της την σύγχρονη εκπομπή ενός φωτονίου ακτίνων-γ ενέργειας 2.225 MeV.
- ❖ Επειδή τα νετρόνια είναι θερμικά, σχεδόν μηδενικής κινητικής ενέργειας ($E_n = 0.025 \text{ eV}$), η ενέργεια των φωτονίων των ακτίνων γάμμα της αντίδρασης είναι η **ενέργεια σύνδεσης BE του δευτερονίου**:

$$BE({}_1^2d) = (m_p + m_n - m_d) \cdot c^2$$

Παράδειγμα: Ενέργεια Σύνδεσης του σωματίου άλφα



Χάρτης των ισοτόπων

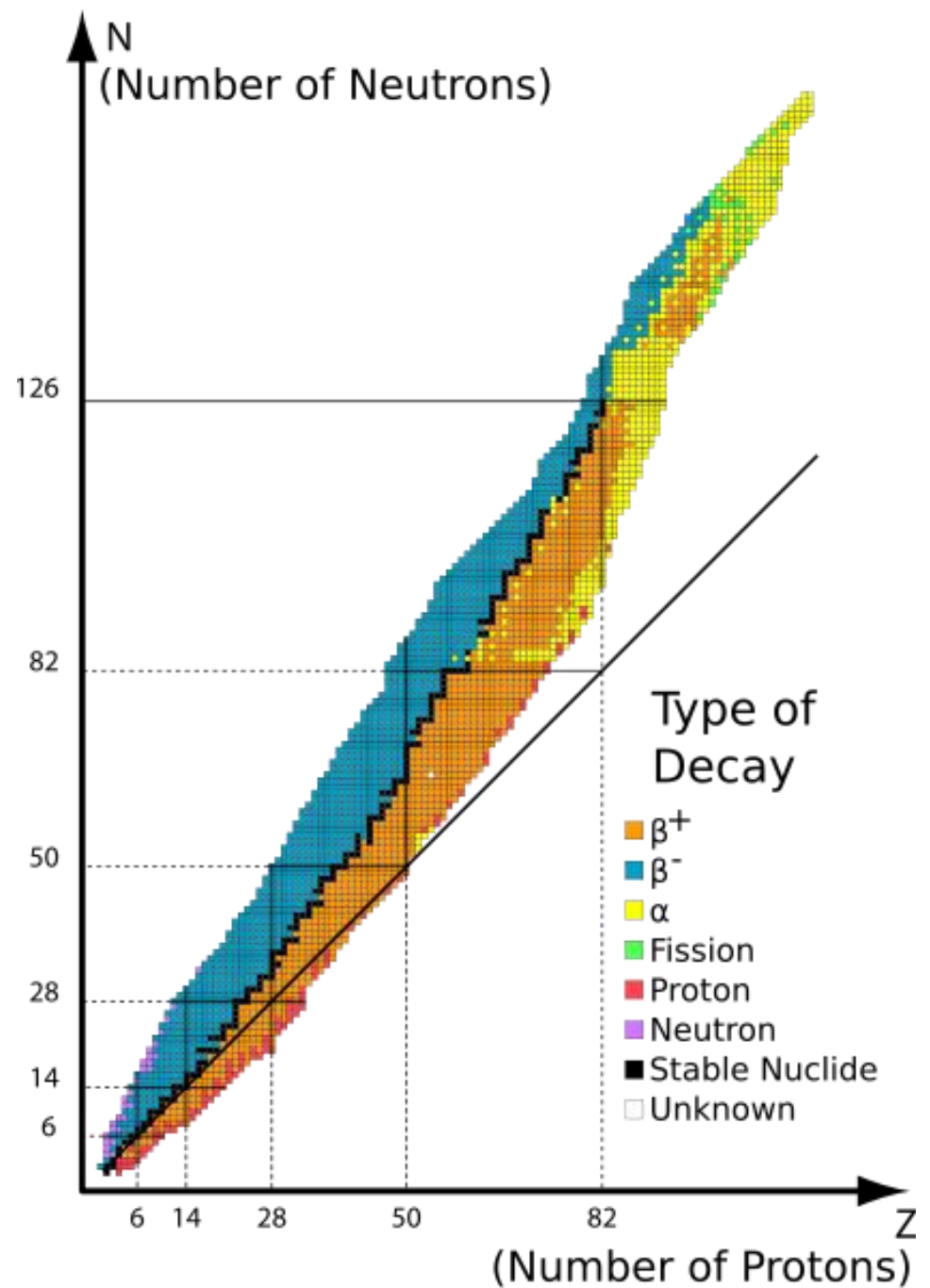
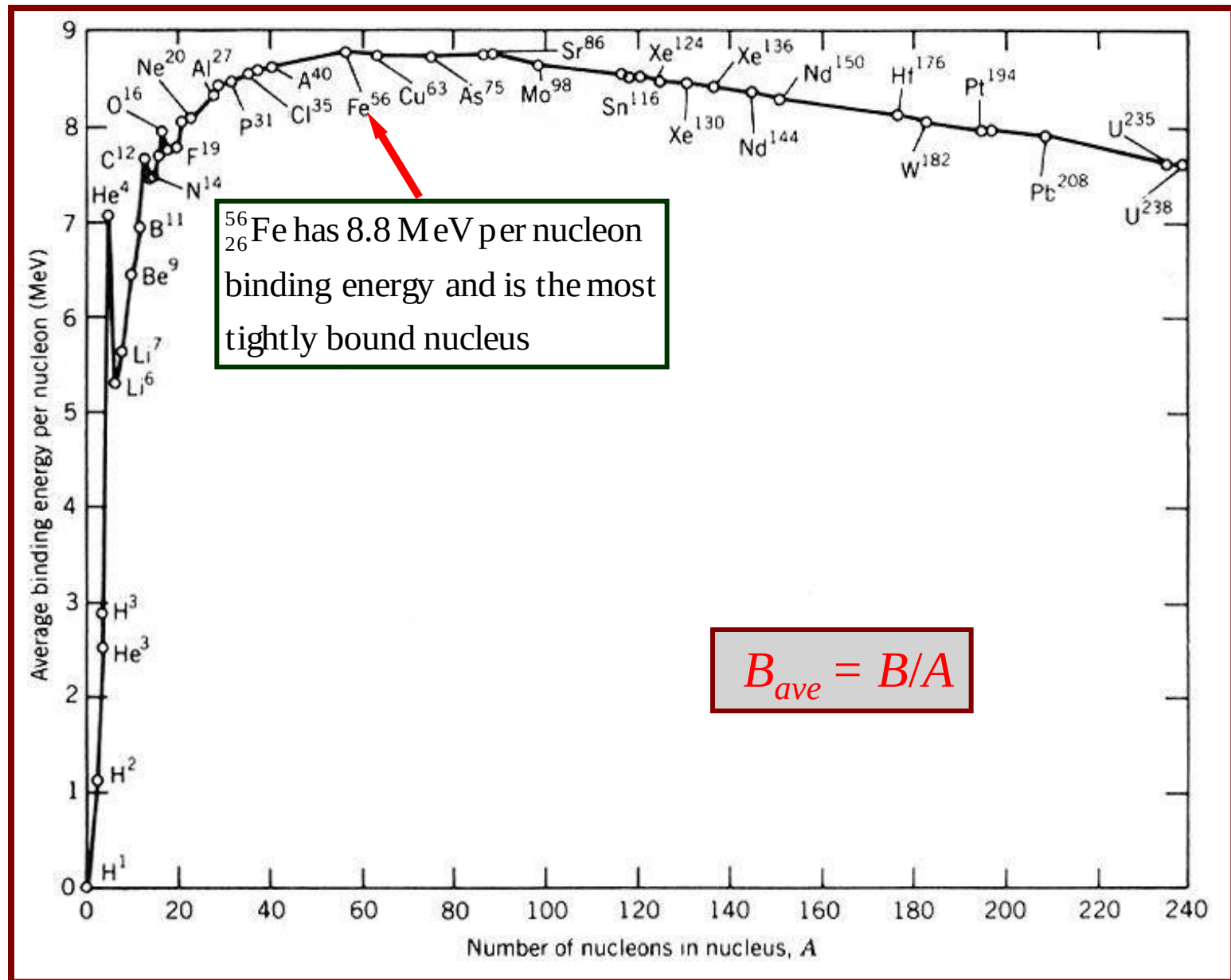


Table 4.2. *Energies of some light nuclei*

Nucleus	Binding energy (MeV)	Binding energy of last nucleon (MeV)	Binding energy per nucleon (MeV)	Spin and parity
${}^2_1\text{H}$	2.22	2.2	1.1	1^+
${}^3_2\text{H}$	8.48	6.3	2.8	$\frac{1}{2}^+$
${}^4_2\text{He}$	28.30	19.8	7.1	0^+
${}^5_2\text{He}$	27.34	-1.0	5.5	$\frac{3}{2}^-$
${}^6_3\text{Li}$	31.99	4.7	5.3	1^+
${}^7_3\text{Li}$	39.25	7.3	5.6	$\frac{3}{2}^-$
${}^8_4\text{Be}$	56.50	17.3	7.1	0^+
${}^9_4\text{Be}$	58.16	1.7	6.5	$\frac{3}{2}^-$
${}^{10}_5\text{B}$	64.75	6.6	6.5	3^+
${}^{11}_5\text{B}$	76.21	11.5	6.9	$\frac{3}{2}^-$
${}^{12}_6\text{C}$	92.16	16.0	7.7	0^+
${}^{13}_6\text{C}$	97.11	5.0	7.5	$\frac{1}{2}^-$
${}^{14}_7\text{N}$	104.66	7.6	7.5	1^+
${}^{15}_7\text{N}$	115.49	10.8	7.7	$\frac{1}{2}^-$
${}^{16}_8\text{O}$	127.62	12.1	8.0	0^+
${}^{17}_8\text{O}$	131.76	4.1	7.8	$\frac{5}{2}^+$

Διάγραμμα της μέσης ενέργειας σύνδεσης ανά νουκλεόνιο ως προς τον μαζικό αριθμό A



3. Διερεύνηση του διαγράμματος της ενέργειας σύνδεσης ανά νουκλεόνιο

(a). $0 \leq A \leq 30$

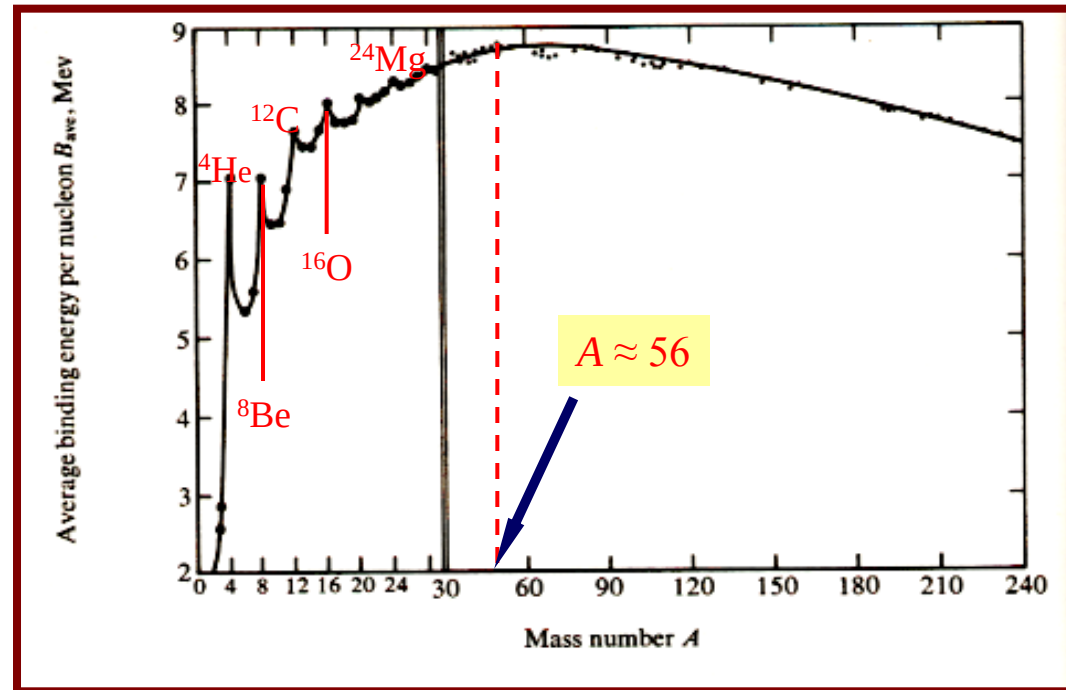
Η B_{ave} αυξάνει με την αύξηση του μαζικού αριθμού A . Σε κάποιες συγκεκριμένες τιμές του A (για $A = 4n$, $n = 1, 2, 3, 4, \dots$) η τιμή της B_{ave} είναι σαφώς μεγαλύτερη από αυτή των γειτονικών πυρήνων.

(b). $30 \leq A \leq 240$

Η τιμή της B_{ave} αυξάνει αργά και μετά μειώνεται αργά, κυμαινόμενη στην περιοχή μεταξύ $7.5 \sim 8.5$ MeV.

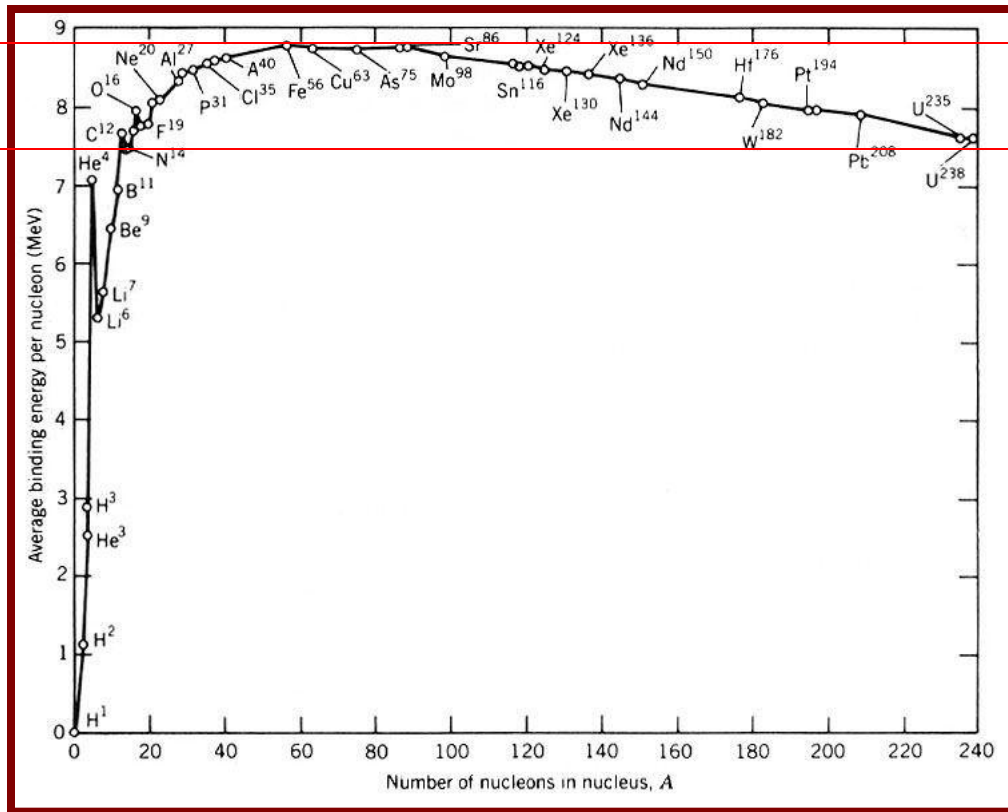
(c). $A \approx 56$ (^{56}Fe)

Εδώ, η τιμή της B_{ave} φτάνει στο μέγιστό της (8.8 MeV)



(d). $A > 60$

Η τιμή της B_{ave} μειώνεται με την αύξηση του A . Αυτό οφείλεται στην άπωση Coulomb των πρωτονίων (που δεν είναι κορέσιμη) και στον κορέσιμο χαρακτήρα της πυρηνικής δύναμης.



Η **σταθεροποίηση της τιμής** της B_{ave}/A (στα ~ 8 MeV περίπου) μετά τους λίγους πρώτους ελαφρούς πυρήνες, είναι εκδήλωση της **μικρής εμβέλειας** της πυρηνικής δύναμης.

Γι' αυτό το λόγο επίσης λέμε ότι η πυρηνική δύναμη είναι **κορέσιμη**.

Πιο σταθεροί οι ελαφροί πυρήνες με $A = 4n$. Αυτοί έχουν άρτιο και το Z και το N και γι' αυτό λέγονται “άρτιοι-άρτιοι πυρήνες”.

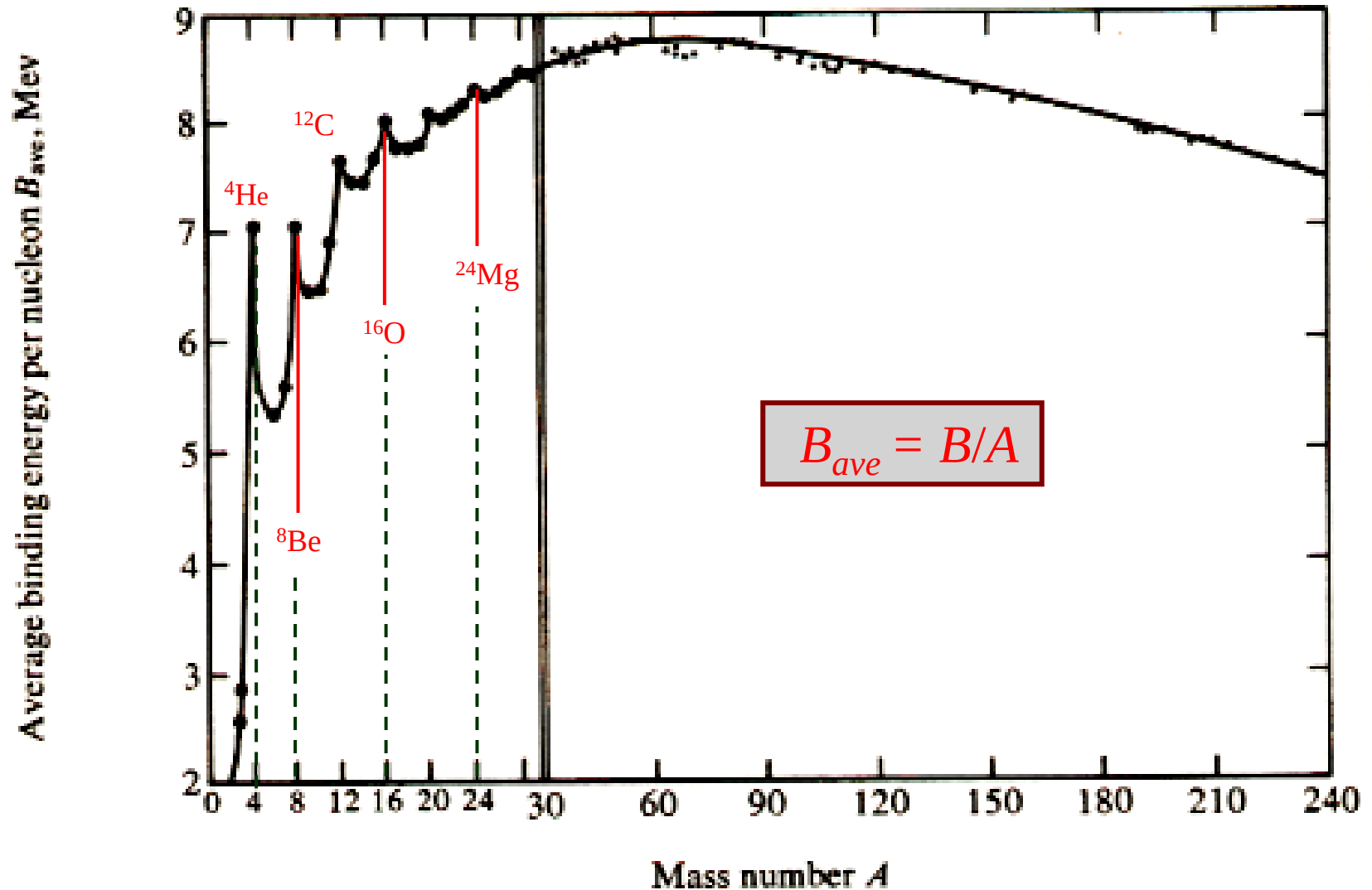


Table 1-3: Binding energies (MeV) for some stable light nuclei.

Symbol	E_B	E_B/A	ΔE	Symbol	E_B	E_B/A	Symbol	E_B	E_B/A
^2H	2.22	1.11	—	^3H	8.48	2.83	^3He	7.72	2.57
^4He	28.30	7.07	—	^5He	27.41	5.48	^5Li	26.33	5.27
^6Li	32.00	5.33	—	^7Li	39.25	5.61	^7Be	37.60	5.37
^8Be	56.50	7.06	-0.09	^9Be	58.17	6.46	^9B	56.31	6.26
^{10}B	64.75	6.48	—	^{11}B	76.21	6.93	^{11}C	73.44	6.68
^{12}C	92.16	7.68	7.27	^{13}C	97.11	7.47	^{13}N	94.11	7.24
^{14}N	104.66	7.48	—	^{15}N	115.49	7.70	^{15}O	111.96	7.46
^{16}O	127.62	7.98	14.44	^{17}O	131.76	7.75	^{17}F	128.22	7.54
^{18}F	137.37	7.63	—	^{19}F	147.80	7.78	^{19}Ne	143.78	7.57
^{20}Ne	160.65	8.03	19.17	^{21}Ne	167.41	7.97	^{21}Na	163.08	7.77
^{22}Na	174.15	7.92	—	^{23}Na	186.57	8.11	^{23}Mg	181.73	7.90
^{24}Mg	198.26	8.26	28.48	^{25}Mg	205.59	8.22	^{25}Al	200.53	8.02

Ισότοπα Βηρυλλίου

Τη μεγαλύτερη E/A έχει το ^8Be , αλλά είναι ασταθές.

Αντίθετα, ο πυρήνας ^9Be είναι σταθερός και αποτελεί το 100% του φυσικού βηρυλλίου.

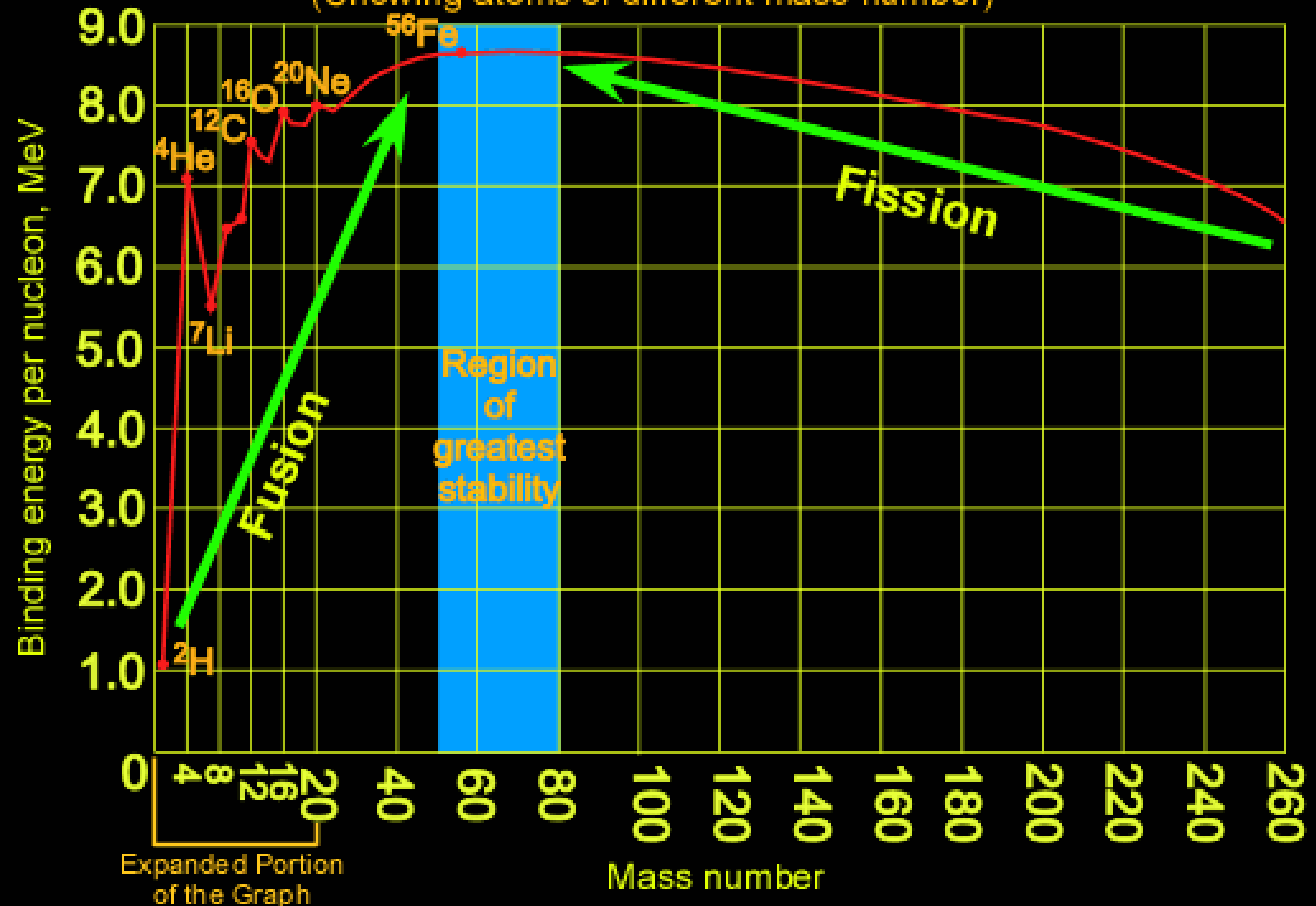
Αν θεωρήσουμε ότι οι ελαφροί πυρήνες των ισοτόπων με $A = 4n$ (για $2 < A < 25$) αποτελούνται από συσσωματώματα σωματιδίων άλφα, μπορούμε να εξετάσουμε την διαφορά ΔE :

$$\Delta E = B(A, Z) - nB(\alpha)$$

Εύκολα βρίσκουμε ότι $\Delta E(^8\text{Be}) = -0.09 \text{ MeV}$, κάτι που σημαίνει ότι ο πυρήνας ^8Be δεν ευνοείται ενεργειακά έναντι του σχηματισμού δύο σωματιδίων α . Έτσι, **το ^8Be δεν είναι σταθερό** και έχει χρόνο ημιζωής: $\tau_{1/2} = 7.0 \times 10^{-17} \text{ s}$.

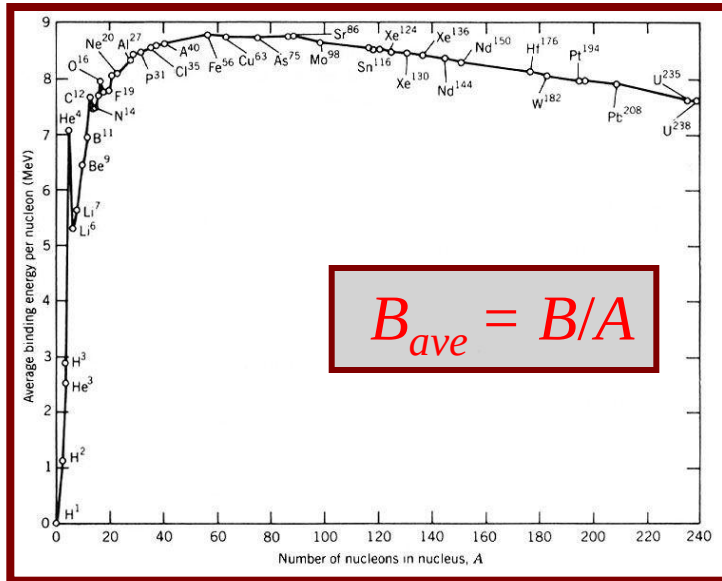
Average Binding Energy per Nucleon

(Showing atoms of different mass number)

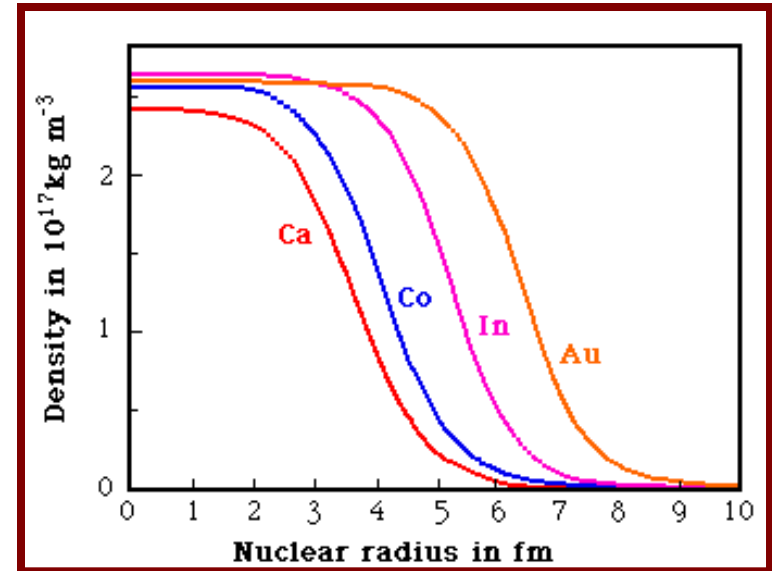


Το μοντέλο της υγρής σταγόνας (The liquid drop model)

Δυο σημαντικά χαρακτηριστικά των πυρήνων



Για τους περισσότερους πυρήνες,
η ενέργεια σύνδεσης ανά
νουκλεόνιο είναι σχεδόν η ίδια.

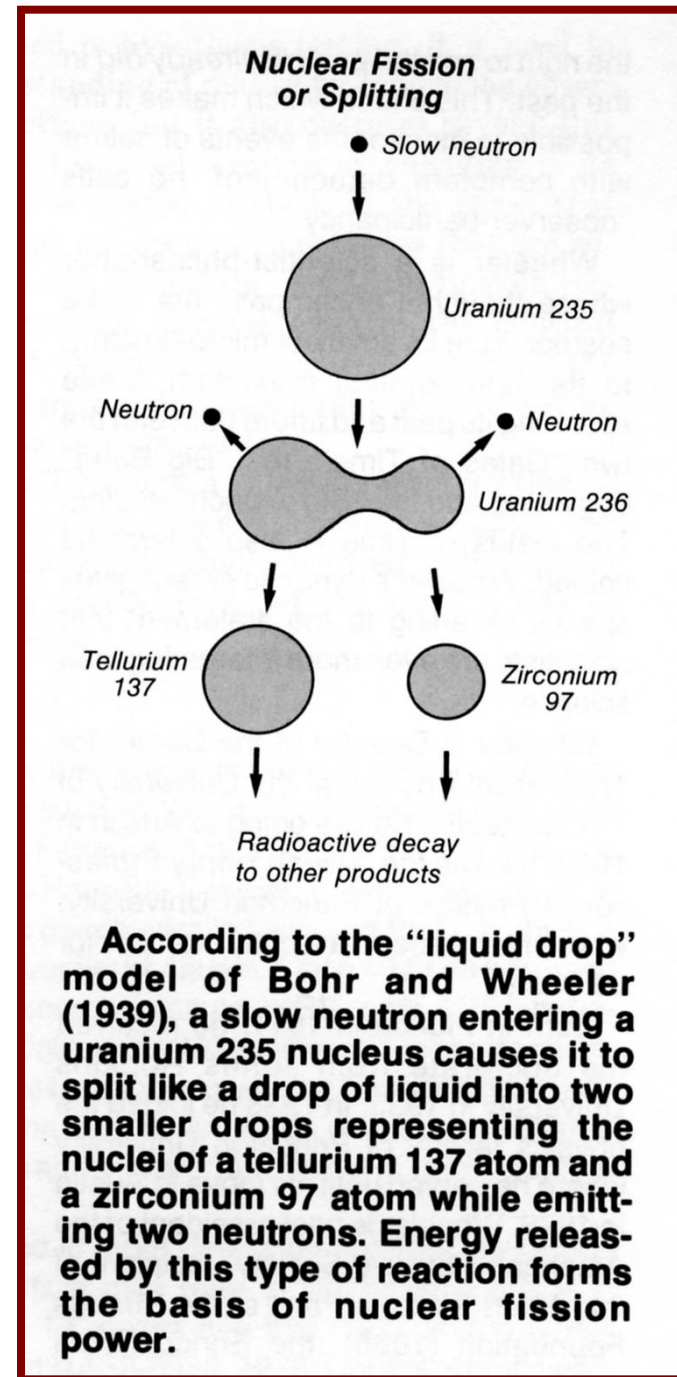


Για τους περισσότερους πυρήνες,
η πυρηνική πυκνότητα είναι
περίπου η ίδια.

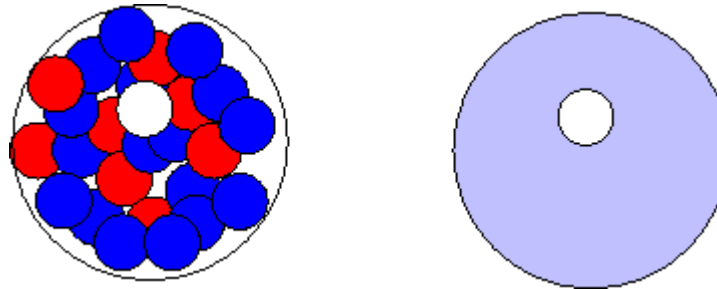
Τα δύο αυτά χαρακτηριστικά,
κάνουν τον πυρήνα να μοιάζει με **υγρή σταγόνα**.

Το μοντέλο της υγρής σταγόνας (The liquid drop model)

1. Η λεπτομερής θεωρία για την ενέργεια σύνδεσης, έχει αναπτυχθεί από τον Brueckner και τους συνεργάτες του (1954-1961).
2. Υπάρχει όμως ένα πιο χοντρικό μοντέλο που ενώ παραλείπει τα δευτερεύοντα πυρηνικά χαρακτηριστικά, δίνει έμφαση στην ισχυρή έλξη μεταξύ των νουκλεονίων. Το μοντέλο αυτό αναπτύχθηκε (1935) από τον *Carl Friedrich Freiherr von Weizsäcker* (1912 –2007) με βάση την ομοιότητα του πυρήνα με *υγρή σταγόνα*.



Το μοντέλο της υγρής σταγόνας (The liquid drop model)



Οι βασικές υποθέσεις του μοντέλου:

1. Ο πυρήνας είναι σφαιρικός, αποτελούμενος από ασυμπίεστη ύλη, έτσι ώστε να ισχύει:

$$R \sim A^{1/3}.$$

2. Η πυρηνική δύναμη είναι πανομοιότυπη για όλα τα νουκλεόνια, είτε αυτά είναι πρωτόνια, είτε νετρόνια:

$$V_{pn} = V_{pp} = V_{nn}$$

3. Η πυρηνική δύναμη κορέννεται (δηλαδή, το κάθε νουκλεόνιο αισθάνεται μόνο τα γειτονικά του).

Τύπος για την ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα

Ορισμός:

$$B(A, Z) = [ZM_p + NM_n - M(A, Z)]c^2$$

Ημι-εμπειρικός τύπος του Weizsäcker

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta$$

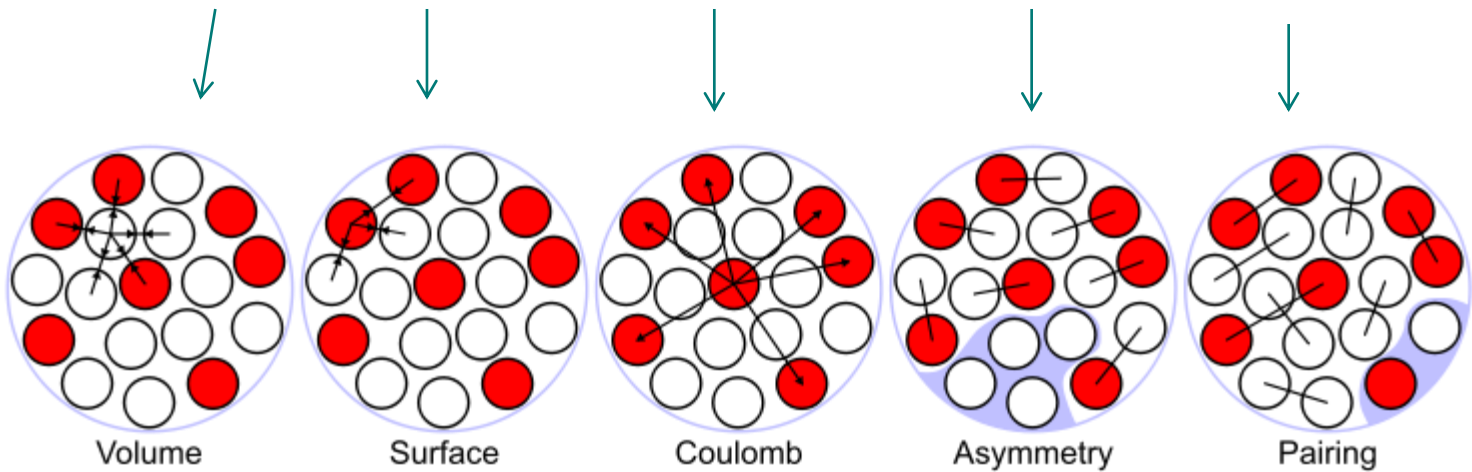
Ο τύπος δίνει διάφορους όρους που συνεισφέρουν στην ενέργεια σύνδεσης, άρα που καθορίζουν τη **μάζα** του πυρήνα

$$M(A, Z)c^2 = [ZM_p + NM_n]c^2 - B(A, Z)$$



Carl Friedrich
von Weizsäcker
(1912-2007)

$$B(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta$$



$$a_v A$$

Η “*ενέργεια όγκου*” είναι η ενέργεια σύνδεσης των νουκλεονίων όλου του “όγκου” του πυρήνα, όπου το κάθε νουκλεόνιο συνδέεται με τα γειτονικά του νουκλεόνια.

Αν η πυρηνική δύναμη δεν ήταν μικρής εμβέλειας (άρα κορεσμένη), ο όρος αυτός θα ήταν ανάλογος του αριθμού όλων των δυνατών ζευγών νουκλεονίων, δηλαδή του $\frac{A(A-1)}{2} \propto A^2$

$$-a_s A^{2/3}$$

Η “*ενέργεια επιφάνειας*” διορθώνει την ενέργεια όγκου για το γεγονός ότι τα “επιφανειακά” νουκλεόνια δεν περιβάλλονται από παντού με άλλα νουκλεόνια και άρα αυτά είναι ασθενέστερα συνδεδεμένα.



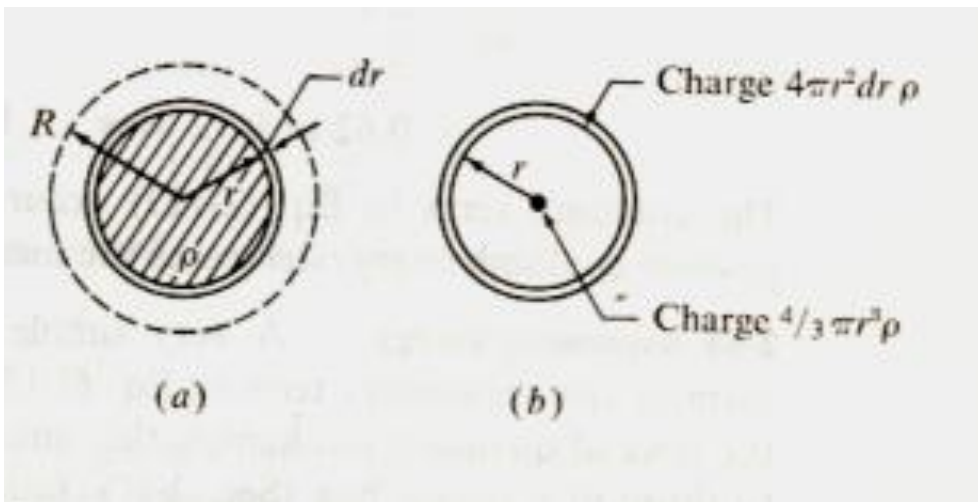
Ο όρος επιφάνειας είναι προφανώς ανάλογος της σφαιρικής επιφάνειας του πυρήνα, δηλαδή του $A^{2/3}$.

$$-a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Η “*ενέργεια Coulomb*” επιφέρει μείωση της ενέργειας σύνδεσης (άρα αύξηση της μάζας) λόγω της απώσης Coulomb όλων των πρωτονίων του πυρήνα.

Η δυναμική ενέργεια φορτίου του πυρήνα

Έστω ότι ο πυρήνας είναι μια σφαίρα φορτίου ακτίνας R , σταθερής πυκνότητα φορτίου ρ , που δομείται βαθμιαία. Το έργο που απαιτείται για να προστεθεί το κάθε νέο στρώμα φορτίου πάχους dr στην υπάρχουσα σφαίρα με ακτίνα r , μπορεί να υπολογιστεί θεωρώντας ότι το φορτίο $(4/3)\pi r^3 \rho$ της σφαίρας είναι συγκεντρωμένο στο κέντρο της. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του πυρήνα όλων των φλοιών από 0 έως R θα είναι:



$$V_{Coulomb} = \int_0^R \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \rho \right) \cdot (4\pi r^2 dr \rho) \cdot \frac{1}{r}$$

$$= \frac{16}{15} \pi^2 \rho^2 R^5 = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R}$$

$$\rho = \frac{Ze}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$R \sim A^{1/3}$$

Τύπος του Weizsäcker

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta$$

Οι μέχρι τώρα 3 όροι που
εισήχθησαν είναι, υπό μία
έννοια, *κλασσικοί*.

Αυτοί που θα συζητηθούν
στο εξής, είναι
κβαντομηχανικοί.

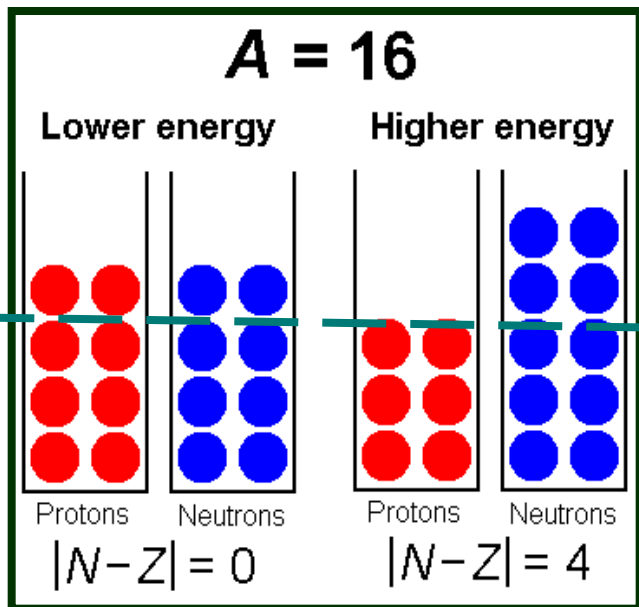
Οι νέοι όροι:

- (1) Η ενέργεια ασυμμετρίας
- (2) Η ενέργεια σύζευξης

$$-a_A \frac{(N-Z)^2}{A}$$

Η “*ενέργεια ασυμμετρίας*” εισάγεται επειδή **μεταξύ ισοβαρών πυρήνων** (δηλ. για τον ίδιο A), σταθερότεροι είναι οι πυρήνες που έχουν ίδιο αριθμό πρωτονίων και νετρονίων, δηλαδή $Z = N$.

Άρα, για $N-Z \neq 0$, δηλαδή για πυρήνες μη συμμετρικούς σε αριθμό πρωτονίων και νετρονίων, η ενέργεια σύνδεσης θα είναι μειωμένη ως προς αυτήν που έχουν οι συμμετρικοί ισοβαρείς τους πυρήνες ($Z=N$).



Παράδειγμα για A = 16

Αιτία της ενέργειας ασυμμετρίας είναι *η απαγορευτική αρχή του Pauli* η οποία εφαρμόζεται μεταξύ ταυτόσημων φερμιονίων. Αποτέλεσμα αυτής είναι ότι σε κάθε ενεργειακή στάθμη επιτρέπεται να υπάρχουν μόνο 2 πρωτόνια ($\uparrow\downarrow$) και 2 νετρόνια ($\uparrow\downarrow$). Στην επόμενη στάθμη μπορούν να προστεθούν άλλα 4 νουκλεόνια υπό τον όρο να είναι συμμετρικά ως προς p και n, δηλ. $2p+2n$. Αν είναι ασύμμετρα μεταξύ p και n, π.χ. $3p+1n$ ή $4p+0n$, τότε το $1p$ ή τα $2p$ που περισσεύουν, θα πάνε μια στάθμη ακόμη παραπάνω.

$$\pm \delta$$

Η *ενέργεια σύζευξης ή ενέργεια ζευγαρώματος (pairing term)* αποδίδει το γεγονός της αυξημένης σταθερότητας των πυρήνων με άρτιο N ή άρτιο Z, ή και τα δύο.

Η σταθερότητα αυτή οφείλεται στο ότι ζεύγος ομοίων νουκλεονίων είναι ισχυρότερα συνδεδεμένο από ζεύγος ανόμοιων νουκλεονίων.

$$\delta(Z, A) = \frac{a_p}{A^{1/2}}, \quad a_p = 11.2 \text{ MeV}$$

Υπάρχουν 3 περιπτώσεις:

1. Z άρτιο και N άρτιο, η μεγαλύτερη σταθερότητα $\rightarrow + \delta$
2. Z περιττό και N περιττό, η μικρότερη σταθερότητα $\rightarrow - \delta$
3. Z άρτιο & N περιττό, ή Z περιττό & N άρτιο $\rightarrow \delta = 0$

ΣΗΜΕΙΩΣΗ:

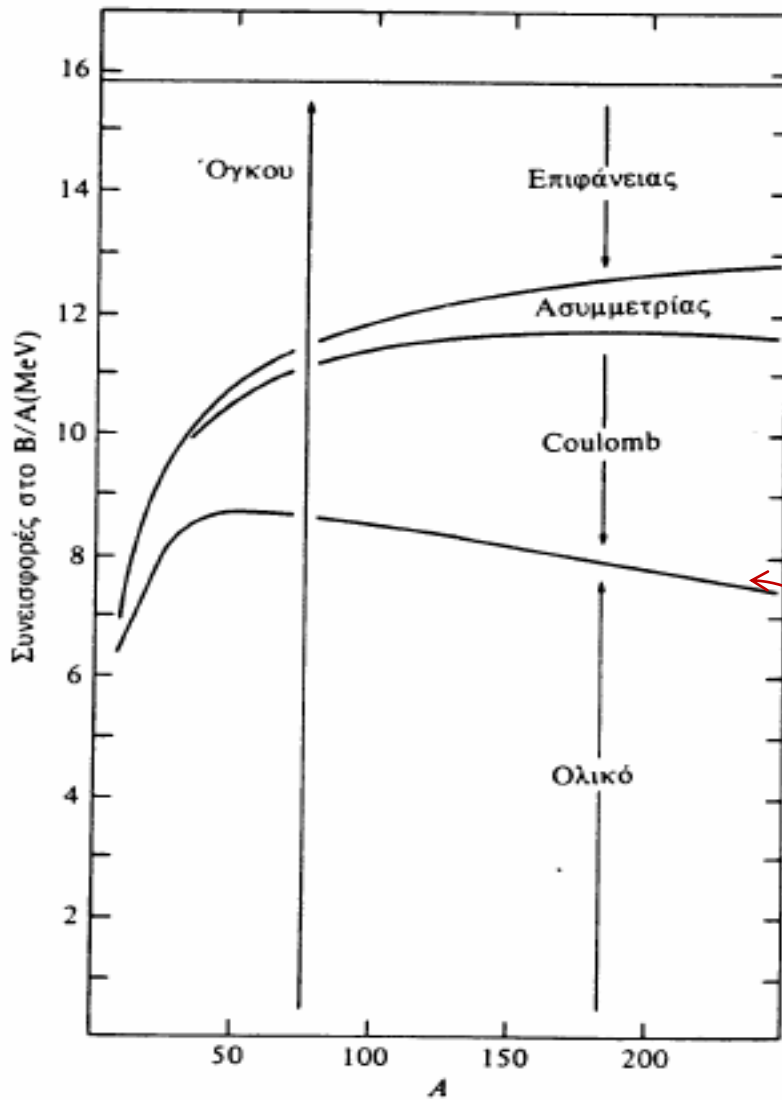
Οι περιπτώσεις 1 & 2 αντιστοιχούν σε **A άρτιο**, ενώ η 3 σε **A περιττό**.

$$B(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta$$

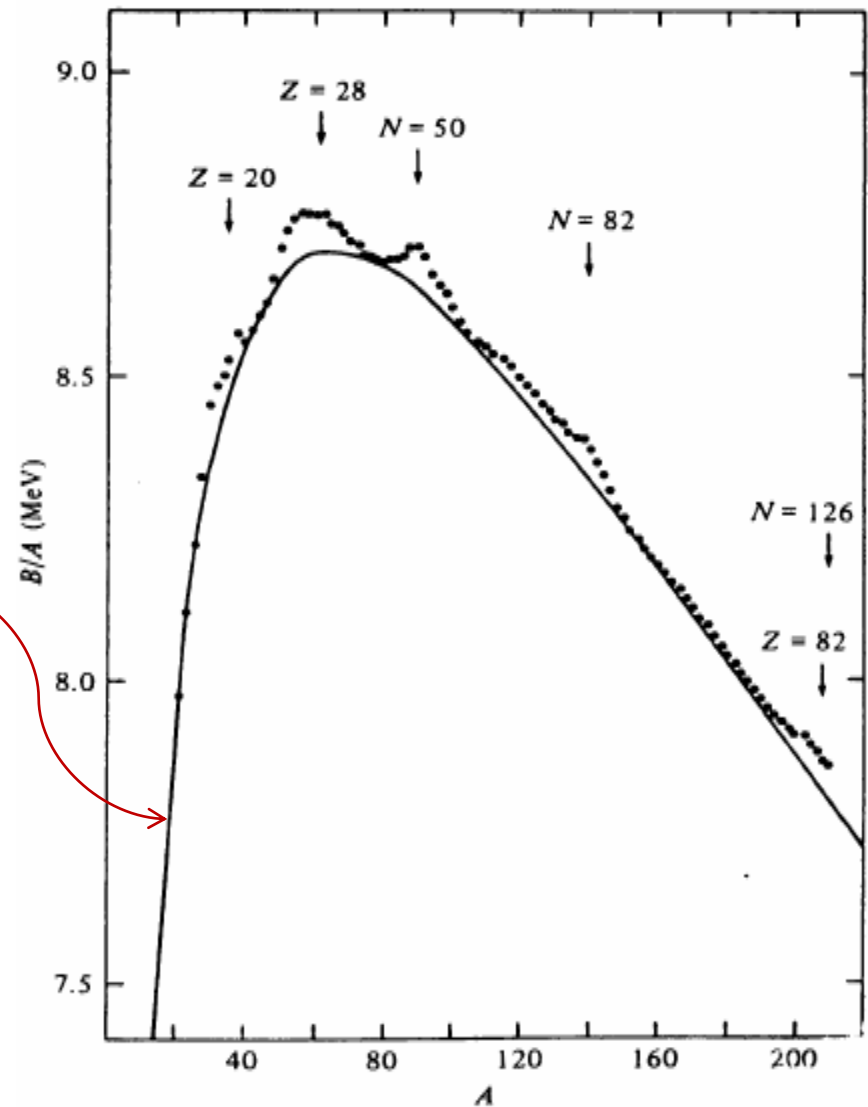
Ένα **σετ τιμών** για τους 5 όρους του **ημιεμπειρικού τύπου μάζας** που είδαμε, είναι αυτό που προτείνει το βιβλίο των Cottingham και Greenwood:

$$\begin{aligned} a_V &= 15.835 \text{ MeV} \\ a_S &= 18.33 \text{ MeV} \\ a_C &= 23.20 \text{ MeV} \\ a_A &= 0.714 \text{ MeV} \\ a_P &= 11.2 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Πόσο ακριβής είναι ο ημι-εμπειρικός τύπος μάζας;

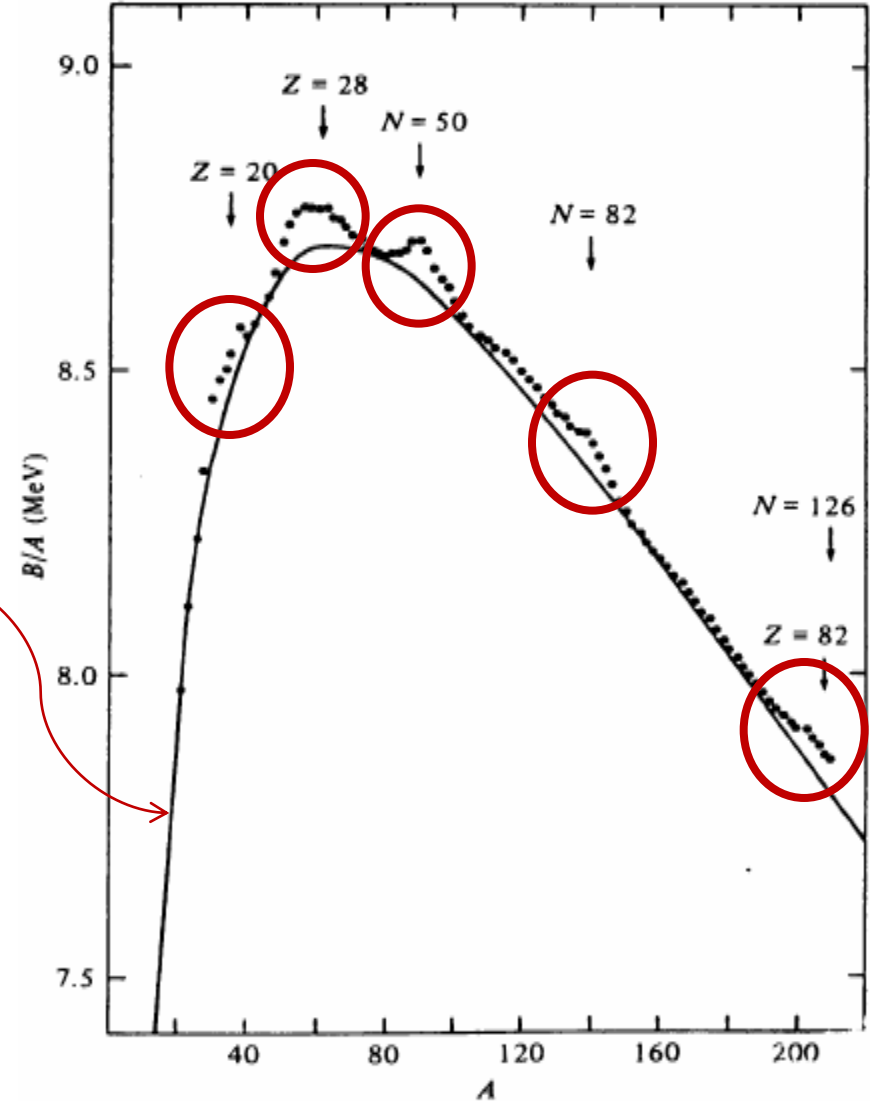
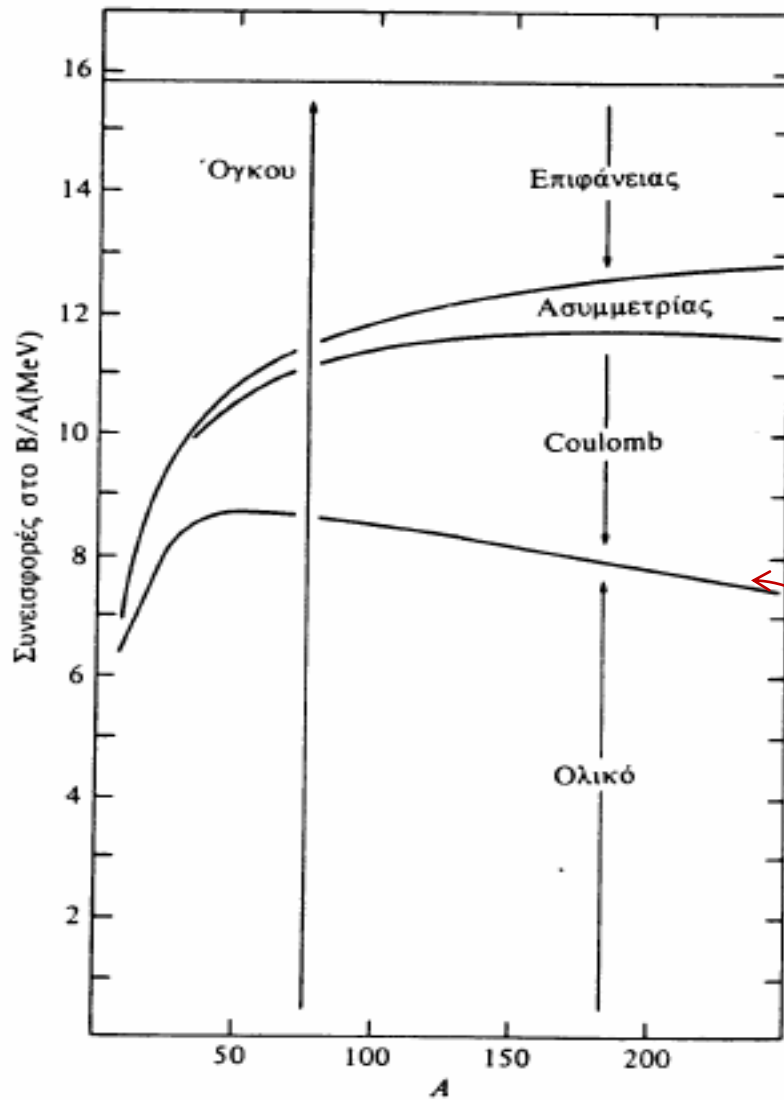


Οι 4 κύριες συνεισφορές στην B/A σύμφωνα με τον ημι-εμπειρικό τύπο μάζας.



Η τελική καμπύλη του τύπου Weizsäcker και οι πειραματικές τιμές.

Πόσο ακριβής είναι ο ημι-εμπειρικός τύπος μάζας;



Η τελική καμπύλη του τύπου Weizsäcker και οι πειραματικές τιμές.

Οι αποκλίσεις οφείλονται κυρίως σε **φαινόμενα φλοιών**.

Μερικές φορές, εισάγεται ένας επιπλέον όρος στον τύπο Weizsäcker:

$$B(A, Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta + \eta$$

η

Ο νέος όρος η δεν δικαιολογείται από το μοντέλο της υγρής σταγόνας και συνήθως παραλείπεται από τον τύπο.

Σχετίζεται όμως με το **μοντέλο των φλοιών**, το οποίο ερμηνεύει την αυξημένη σταθερότητα των πυρήνων όταν σε αυτούς τα Z ή N έχουν τιμή ίση με τους λεγόμενους **μαγικούς αριθμούς: 2, 8, 20, 28, 50, 82 και 126.**

Παραβολές μάζας και κοιλάδα της β-σταθερότητας

Κάνοντας τις κατάλληλες πράξεις, ο τύπος μάζας του Weizsäcker μπορεί να ξαναγραφεί ως:

$$M(A, Z)c^2 = \alpha A + \beta Z + \gamma Z^2 \mp \delta$$

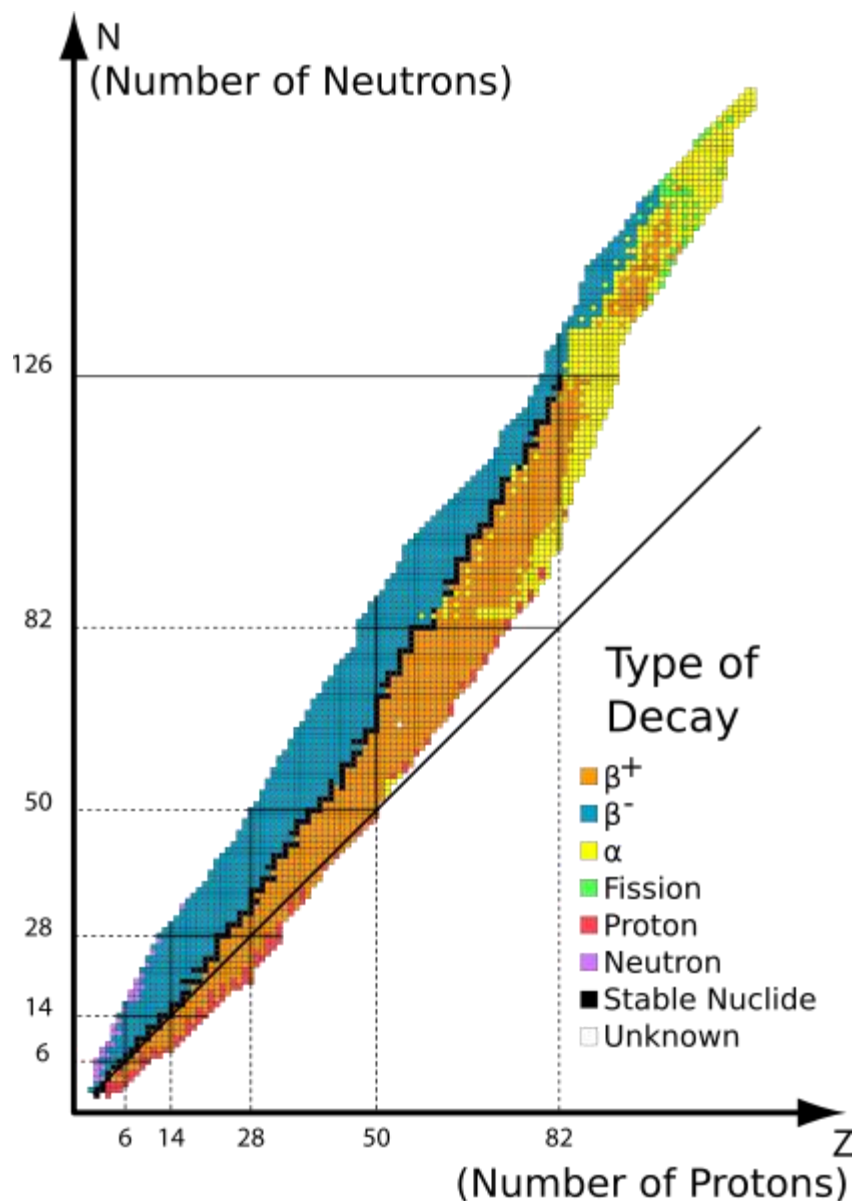
$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = M_n c^2 - a_V + a_A + \frac{a_S}{A^{1/3}} \\ \beta = -4a_A - (M_n - M_p)c^2 \approx -4a_A \\ \gamma = \frac{4a_A}{A} + \frac{a_C}{A^{1/3}} \end{array} \right.$$

Για κάθε δεδομένη τιμή του A , δηλαδή **για ισοβαρείς πυρήνες**, η εξίσωση αυτή ως προς τη μεταβλητή Z , είναι **εξίσωση παραβολής**.

Για να βρούμε πότε η μάζα γίνεται ελάχιστη, διαφορίζουμε την εξίσωση και βρίσκουμε τη ρίζα Z_0 της εξίσωσης που προκύπτει.

$$\frac{\partial}{\partial Z}(Mc^2) = 0 \longrightarrow \beta + 2\gamma Z_0 = 0 \longrightarrow Z_0 = -\frac{\beta}{2\gamma} \approx \frac{A/2}{1 + \frac{1}{4}(a_C/a_A)A^{2/3}}$$

Η Z_0 (που συνήθως δεν είναι ακέραιος αριθμός) είναι η τιμή του αριθμού πρωτονίων που, για δεδομένο A , ο πυρήνας έχει την **πιο μικρή μάζα** άρα είναι **ο πιο σταθερός**.



$$Z_0 = -\frac{\beta}{2\gamma} \approx \frac{A/2}{1 + \frac{1}{4}(a_C/a_A)A^{2/3}}$$

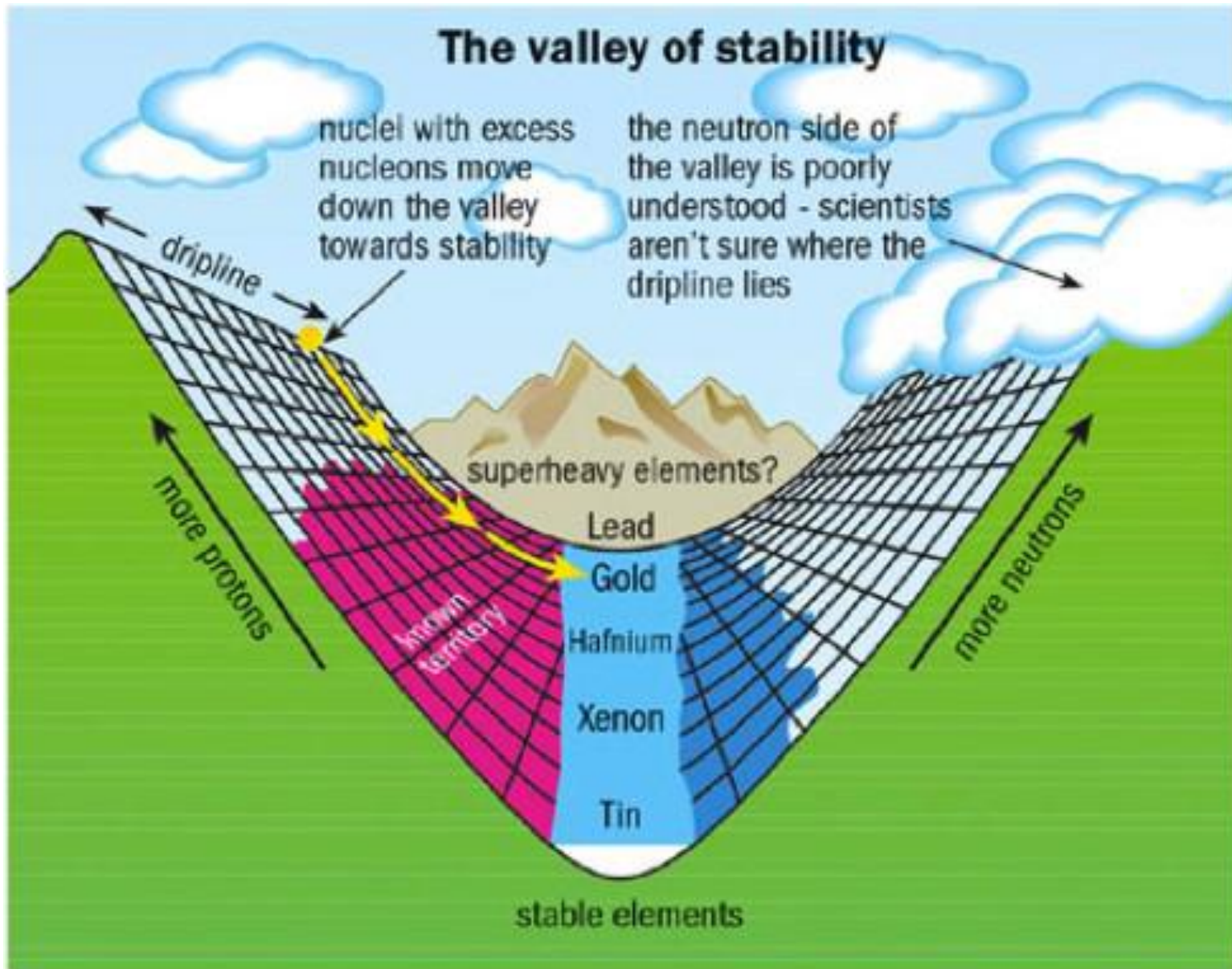
Αντικαθιστώντας τις τιμές των a_C και a_A , η σχέση γράφεται και ως:

$$Z_0 \approx \frac{A/2}{1 + 0.0077A^{2/3}}$$

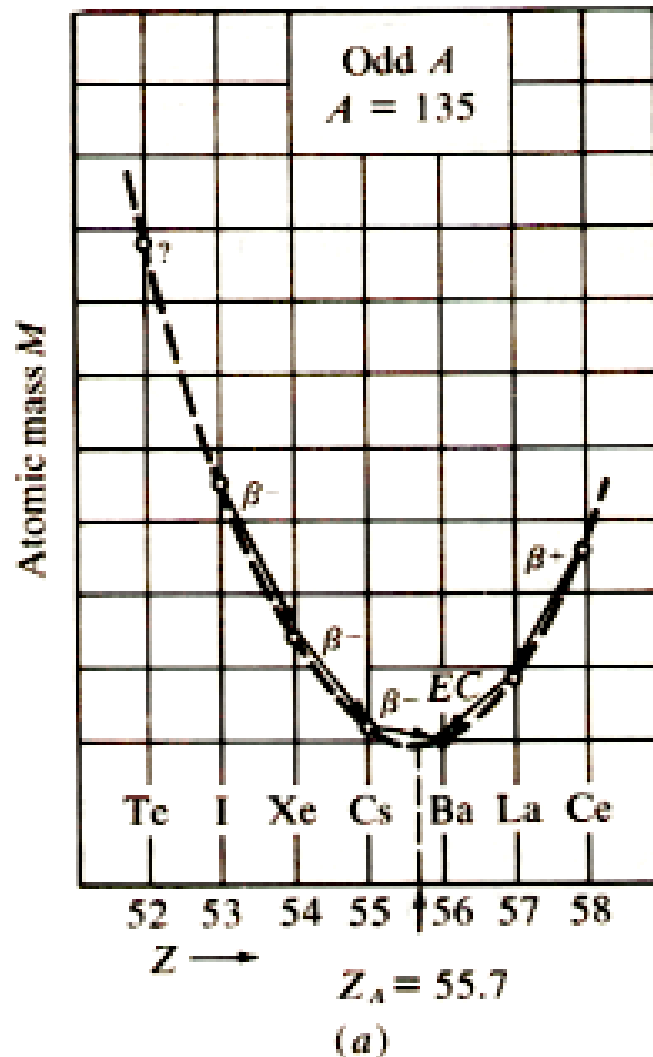
Από τη σχέση αυτή και από την $A = Z_0 + N$ μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα διάγραμμα στο επίπεδο N-Z με τη **γραμμή σταθερότητας** των πυρήνων, που βρίσκεται στον πυθμένα της **κοιλιάδας σταθερότητας**. Η γραμμή αυτή ακολουθεί ακριβώς τη γραμμή που λαμβάνουμε πειραματικά.

Ένα πρώτο ενδιαφέρον συμπέρασμα είναι ότι το κλάσμα στην παραπάνω σχέση έχει παρονομαστή πάντα μεγαλύτερο της μονάδας, άρα το Z_0 είναι πάντα μικρότερο του $A/2$, δηλαδή το Z_0 είναι πάντα μικρότερο του N .

Η κοιλάδα της β-σταθερότητας



Για ισοβαρείς πυρήνες με **περιττό- A** , έχουμε $\delta = 0$, και η εξίσωση για τη $M(A, Z)$ δίνει **μια απλή παραβολή**, με ένα μόνο σταθερό πυρήνα (σχήμα *a*, π.χ. για $A=135$, είναι το Βάριο).



Αν ισχύει:

$$M(A, Z) > M(A, Z+1)$$

τότε συμβαίνει **β^- -διάσπαση**
(εκπομπή ηλεκτρονίου) και
μεταστοιχείωση **από Z σε $Z+1$**

$$M(A, Z) > M(A, Z-1)$$

τότε συμβαίνει **β^+ -διάσπαση ή EC**
(electron capture) και
μεταστοιχείωση **από Z σε $Z-1$**

Για ισοβαρείς με **άρτιο- A** , έχουμε τον όρο $\pm\delta$, και η εξίσωση για τη $M(A, Z)$ δίνει **δύο παραβολές**, που διαφέρουν κατά 2δ (σχήμα b , π.χ. για $A=102$).

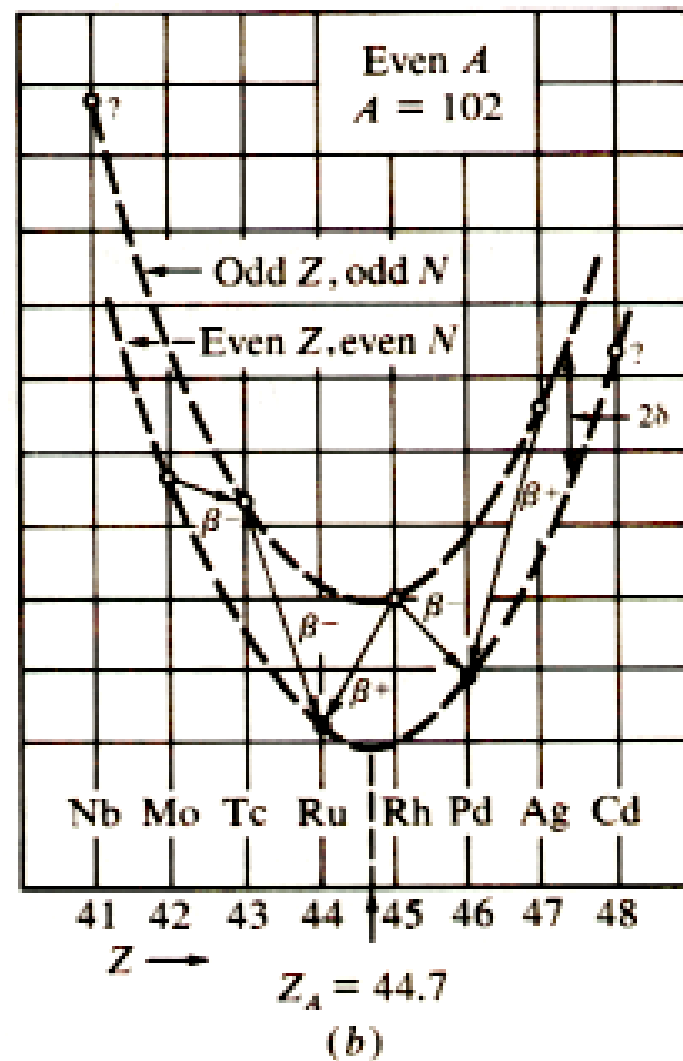
Σε εξάρτηση με την καμπυλότητα των παραβολών και την απόσταση 2δ , μπορούν να υπάρχουν περισσότεροι από ένας σταθεροί ισοβαρείς πυρήνες (π.χ. Ru, Pd).

Το **σχήμα (b)** δείχνει ότι υπάρχει περίπτωση σε μερικούς περιττούς-περιττούς πυρήνες να ισχύει και

το: $M(A, Z) > M(A, Z+1)$

και το: $M(A, Z) > M(A, Z-1)$

οπότε είναι δυνατή η β -διάσπαση και με εκπομπή ηλεκτρονίου, και με εκπομπή ποζιτρονίου, όπως και γίνεται.

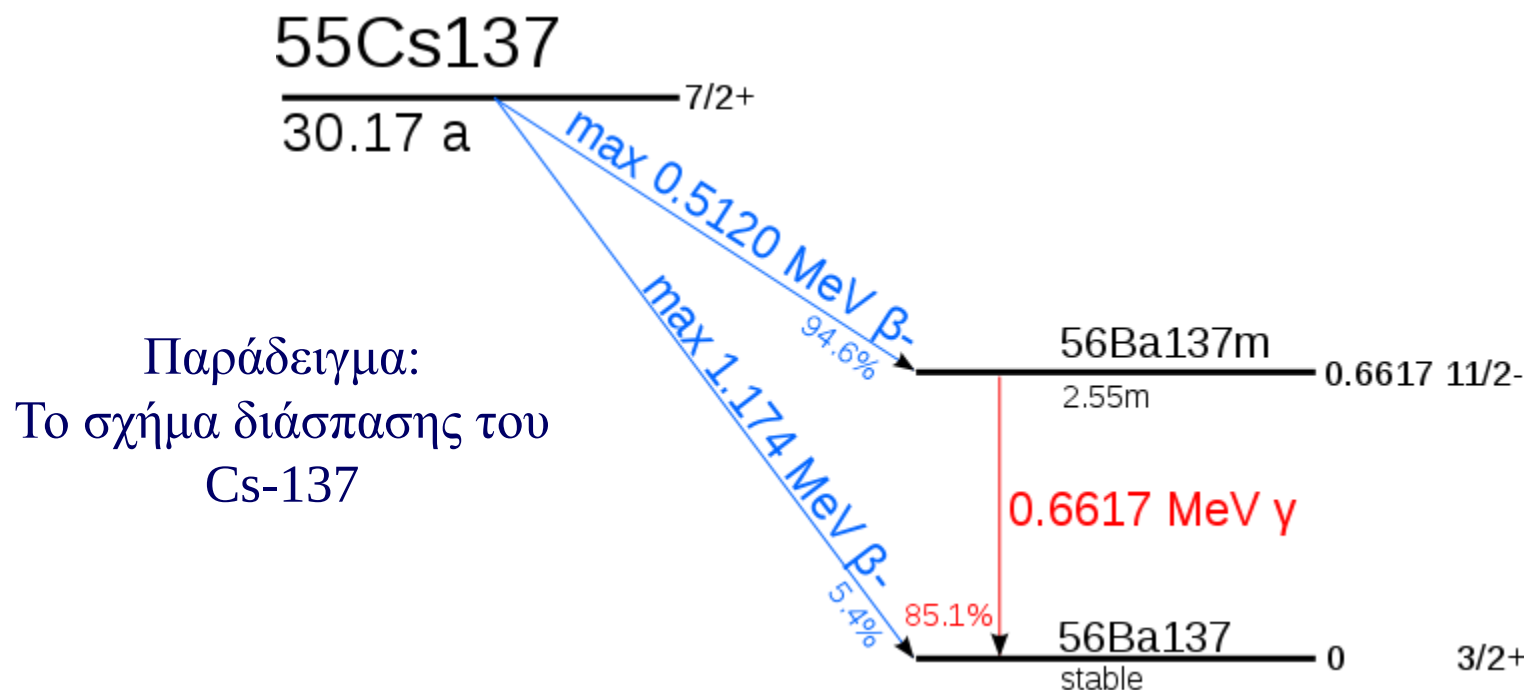


Οι τρεις μορφές της β-διάσπασης

$$\beta^- - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\beta^+ - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + e^+ + \nu_e$$

$$\text{EC (electron capture)} \quad e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + \nu_e$$



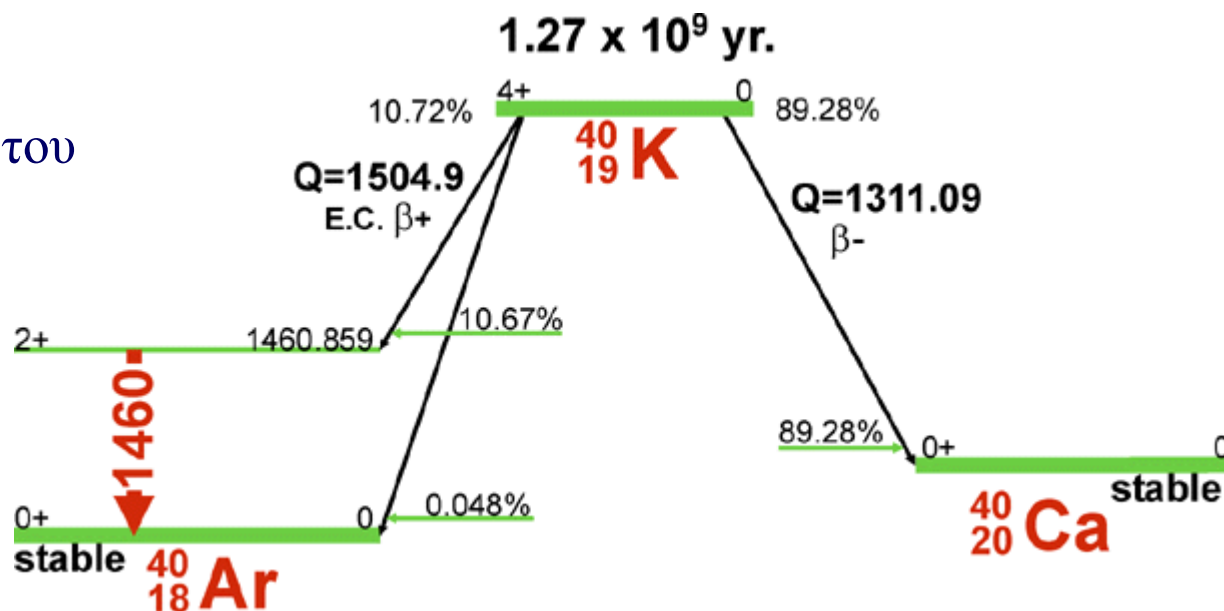
Οι τρεις μορφές της β-διάσπασης

$$\beta^- - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

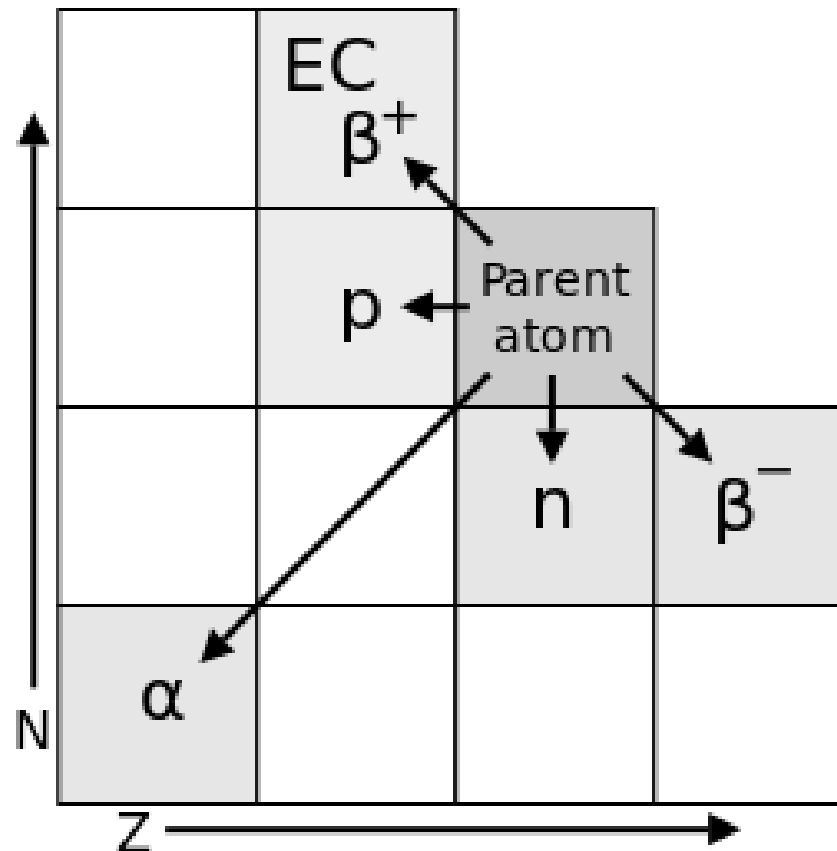
$$\beta^+ - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + e^+ + \nu_e$$

$$\text{EC (electron capture)} \quad e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + \nu_e$$

Παράδειγμα:
Το σχήμα διάσπασης του
Καλίου-40



Μετατόπιση στον χάρτη ισοτόπων κατά την α , β , γ διασπάσεις

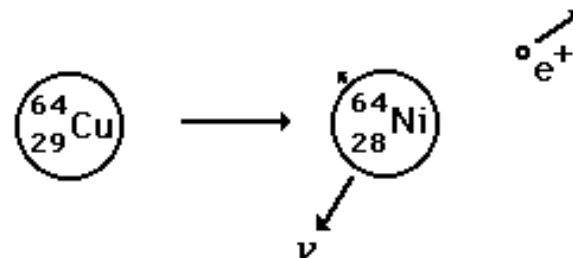
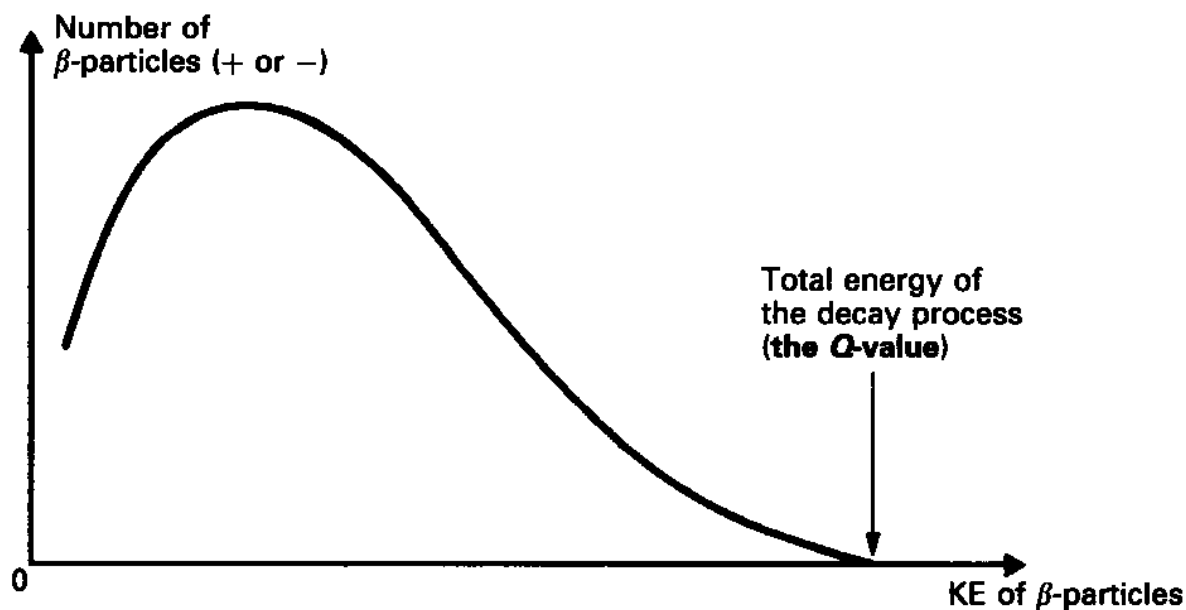


Φάσμα της β-διάσπασης

$$\beta^- - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\beta^+ - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + e^+ + \nu_e$$

$$\text{EC (electron capture)} \quad e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + \nu_e$$



Το φάσμα των βήτα είναι συνεχές λόγω της εκπομπής και ενός (αντι-)νετρίνο