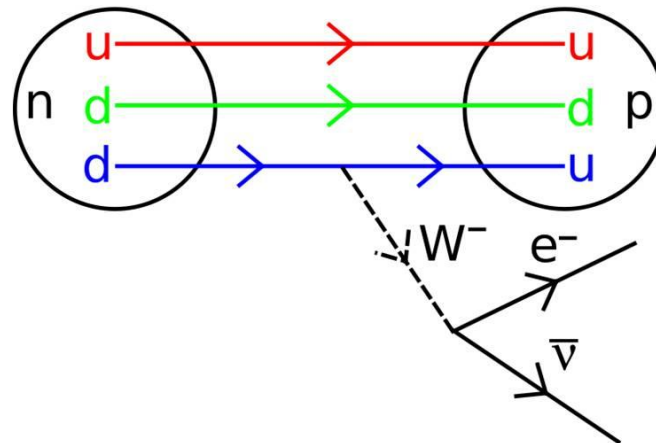


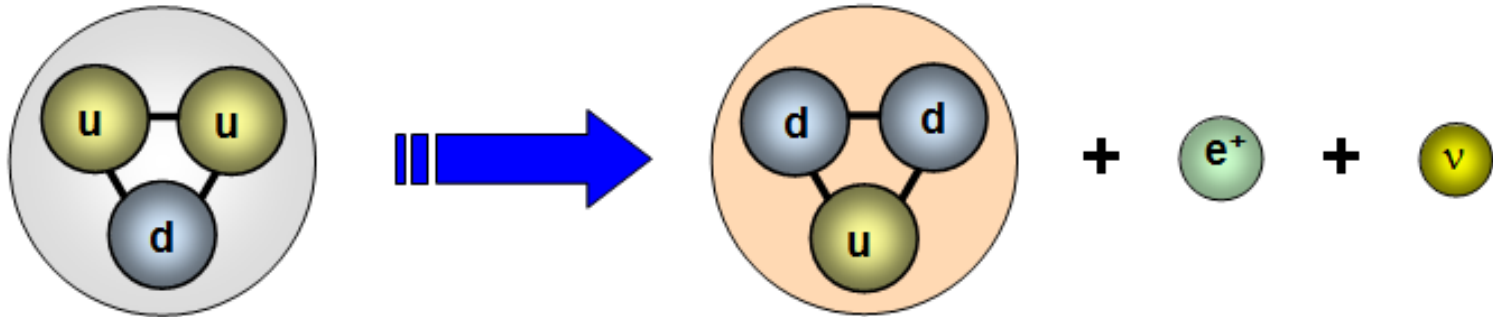
Βήτα διάσπαση



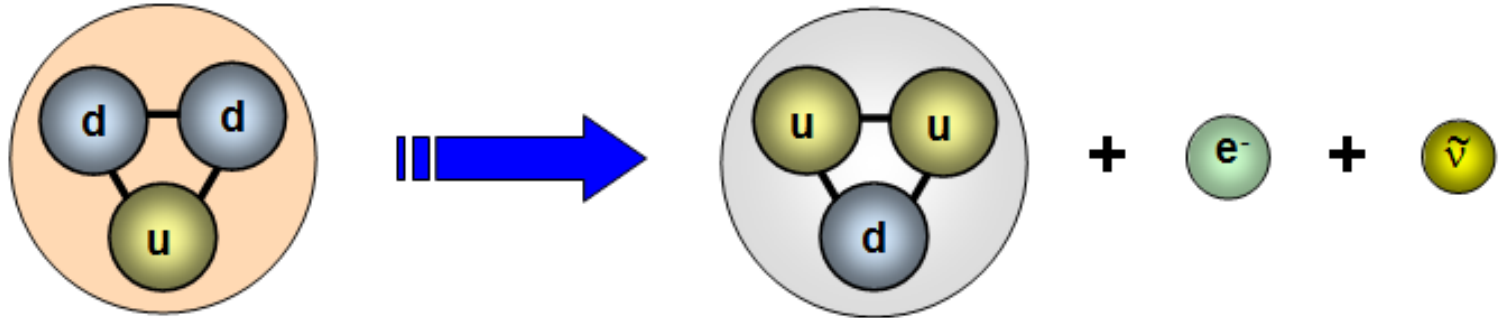
Α. Λιόλιος
Μάθημα Πυρηνικής Φυσικής

Υπάρχει η διάσπαση β^+ και η διάσπαση β^-

Beta⁺ decay: $p \rightarrow n + \beta^+ + \nu$

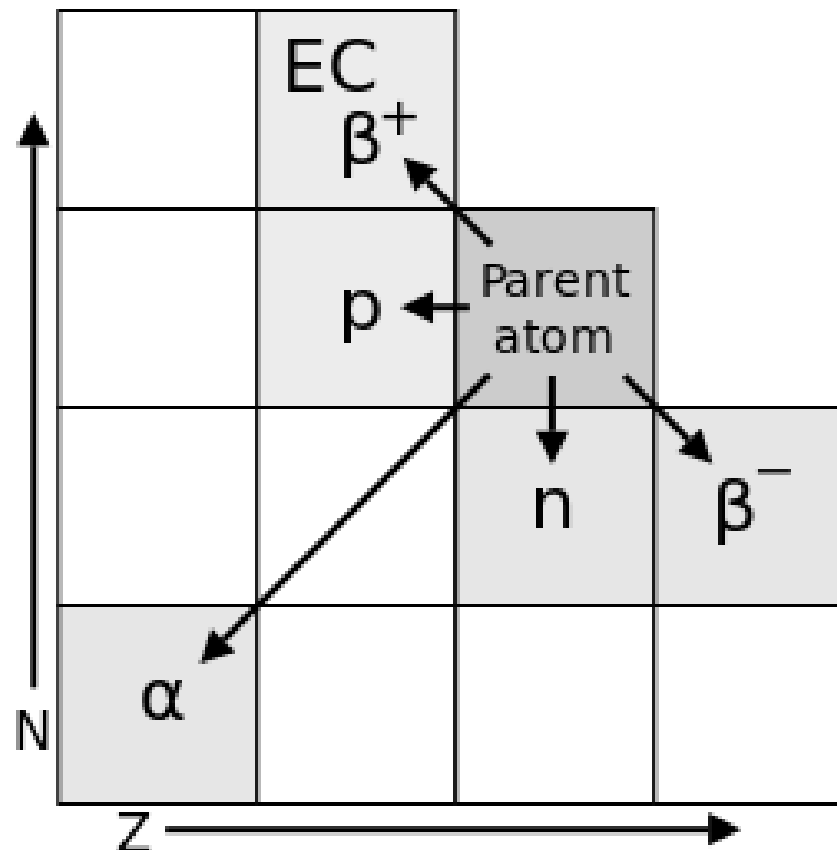


Beta⁻ decay: $n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}$

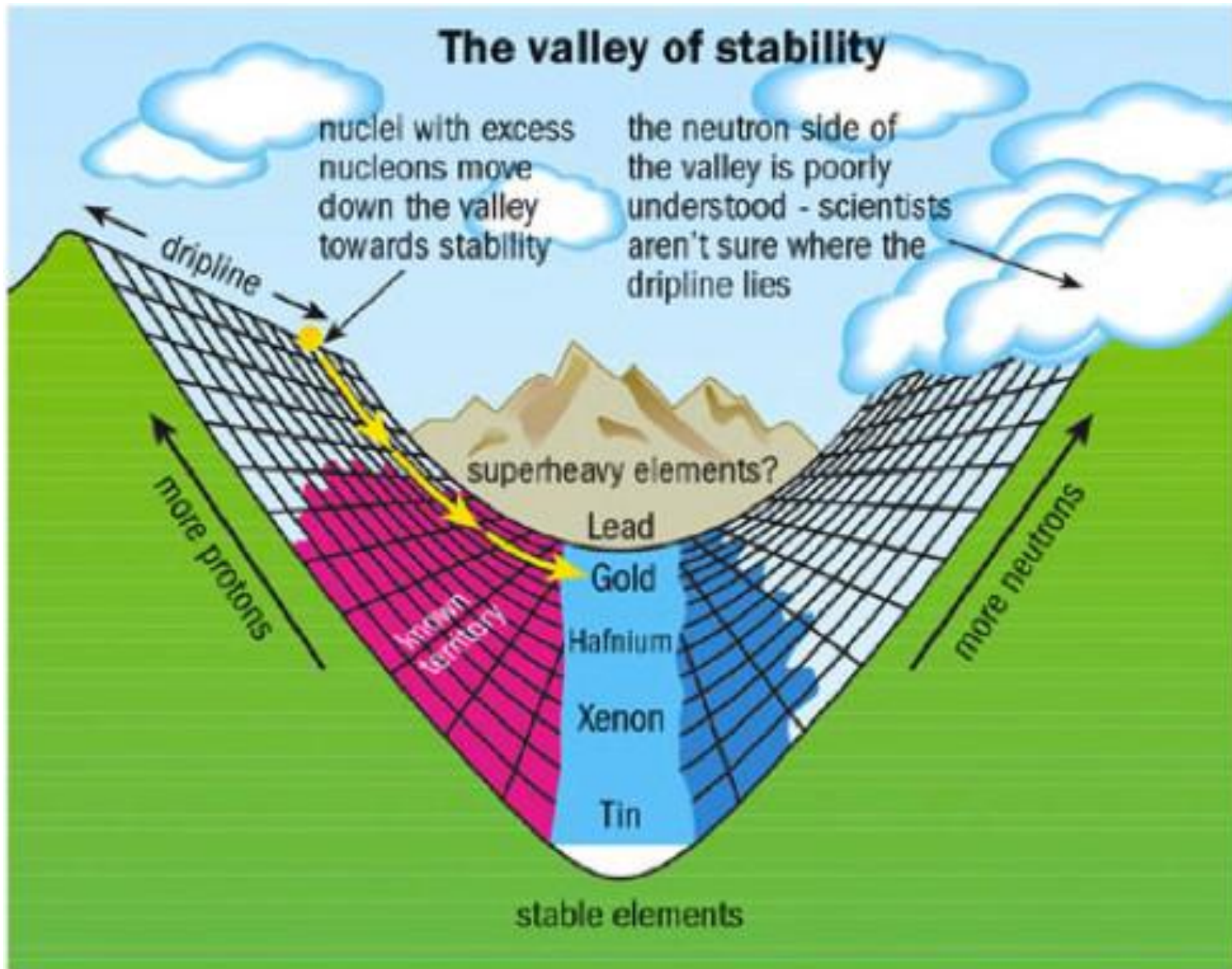


Μετατόπιση στον χάρτη ισοτόπων κατά την α , β , γ διασπάσεις

Ο πυρήνας αλλάζει για να πετύχει
μεγαλύτερη σταθερότητα.

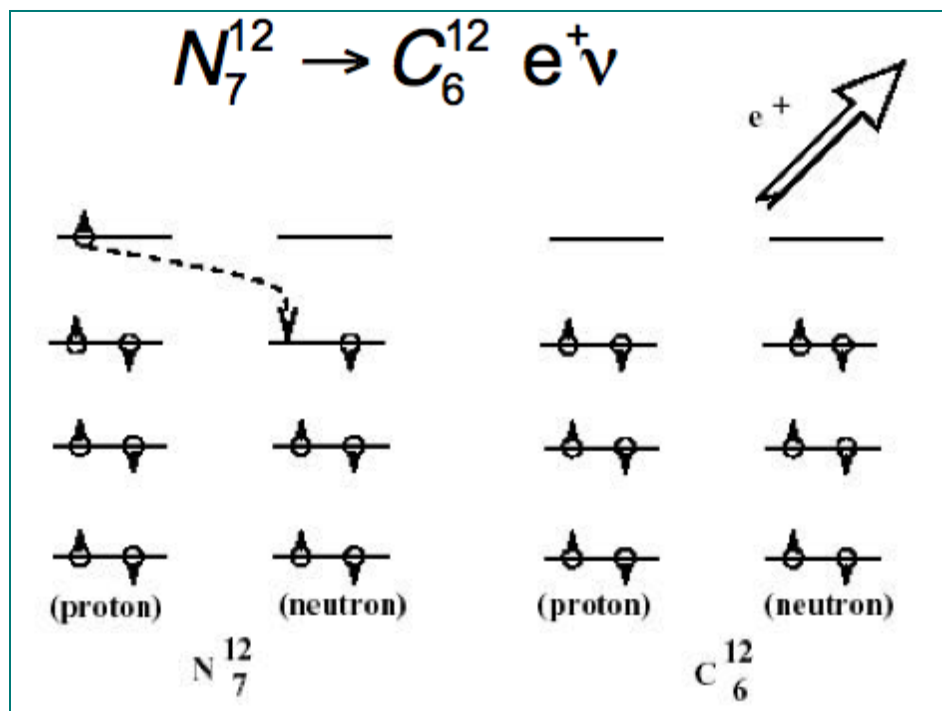


Η κοιλάδα της β-σταθερότητας

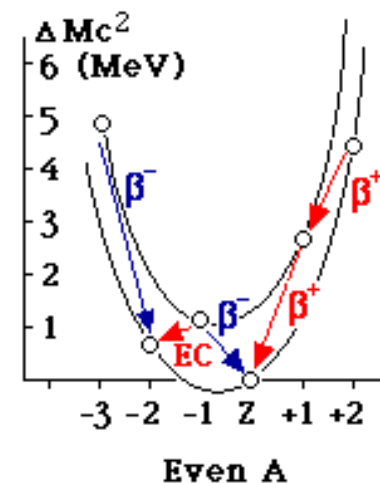
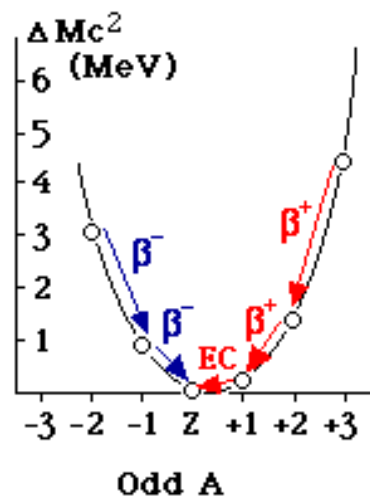


Η βήτα διάσπαση λειτουργεί ως ένας **μηχανισμός αποκατάστασης της συμμετρίας πρωτονίων-νετρονίων** με τη μετατροπή ενός πρωτονίου σε νετρόνιο (και αντιστρόφως), κάτι που αυξάνει τη σταθερότητα (μειώνει τη μάζα).

$$|\Delta Z|=1 \text{ \& } \Delta A=0$$



“Κίνηση” στην κοιλάδα σταθερότητας

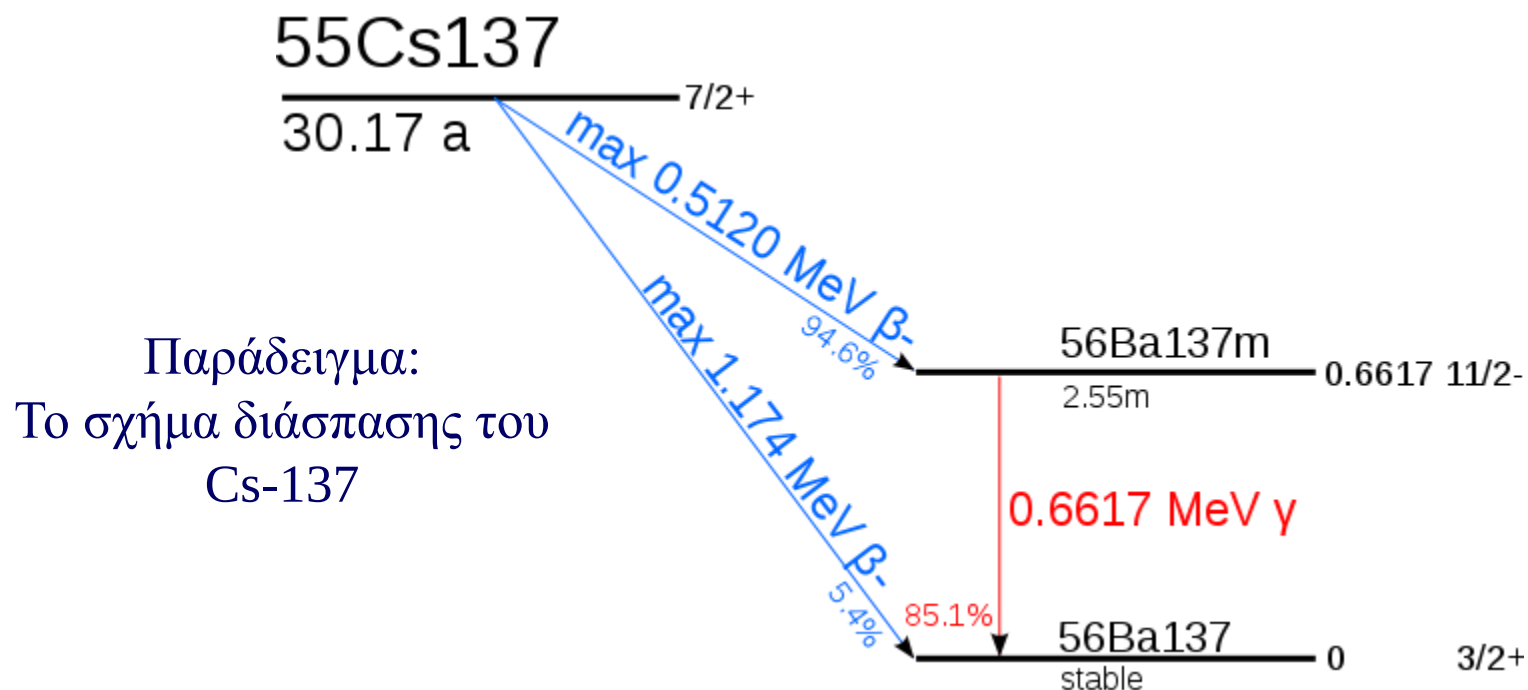


Οι τρεις μορφές της β-διάσπασης

$$\beta^- - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\beta^+ - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + e^+ + \nu_e$$

$$\text{EC (electron capture)} \quad e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + \nu_e$$



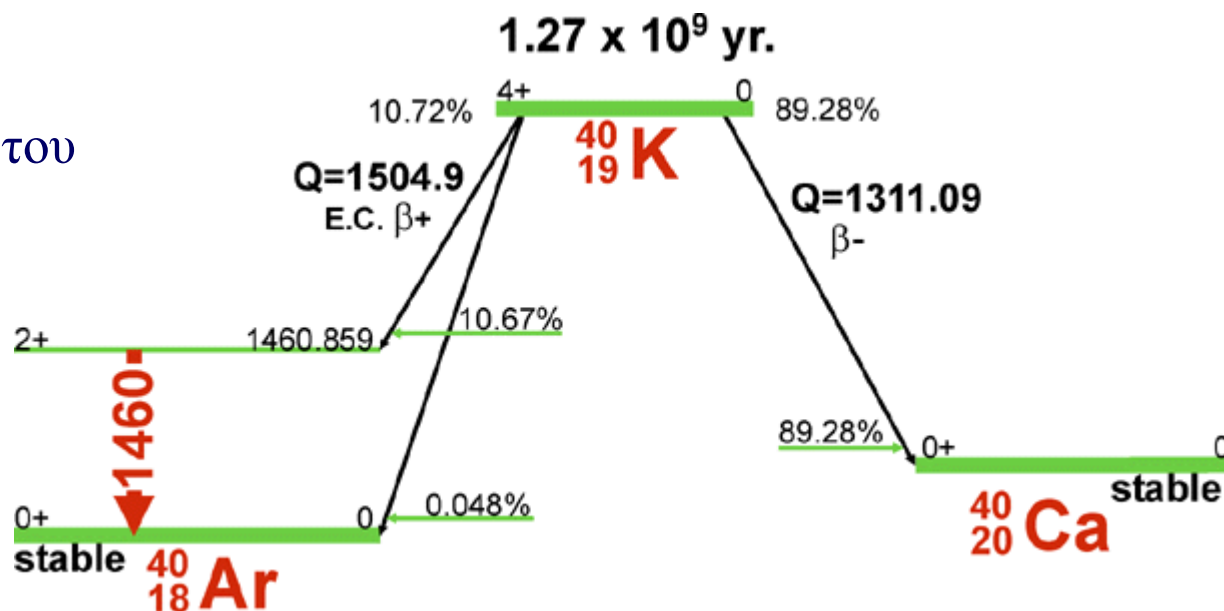
Οι τρεις μορφές της β-διάσπασης

$$\beta^- - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\beta^+ - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + e^+ + \nu_e$$

$$\text{EC (electron capture)} \quad e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + \nu_e$$

Παράδειγμα:
Το σχήμα διάσπασης του
Καλίου-40

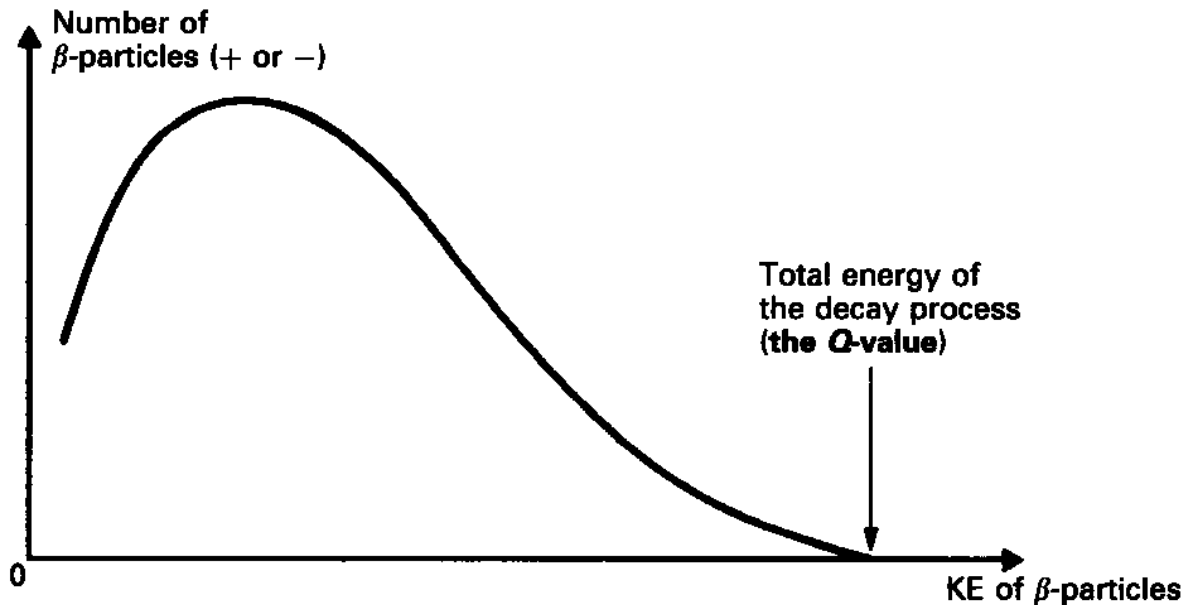


Φάσμα της β-διάσπασης

$$\beta^- - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

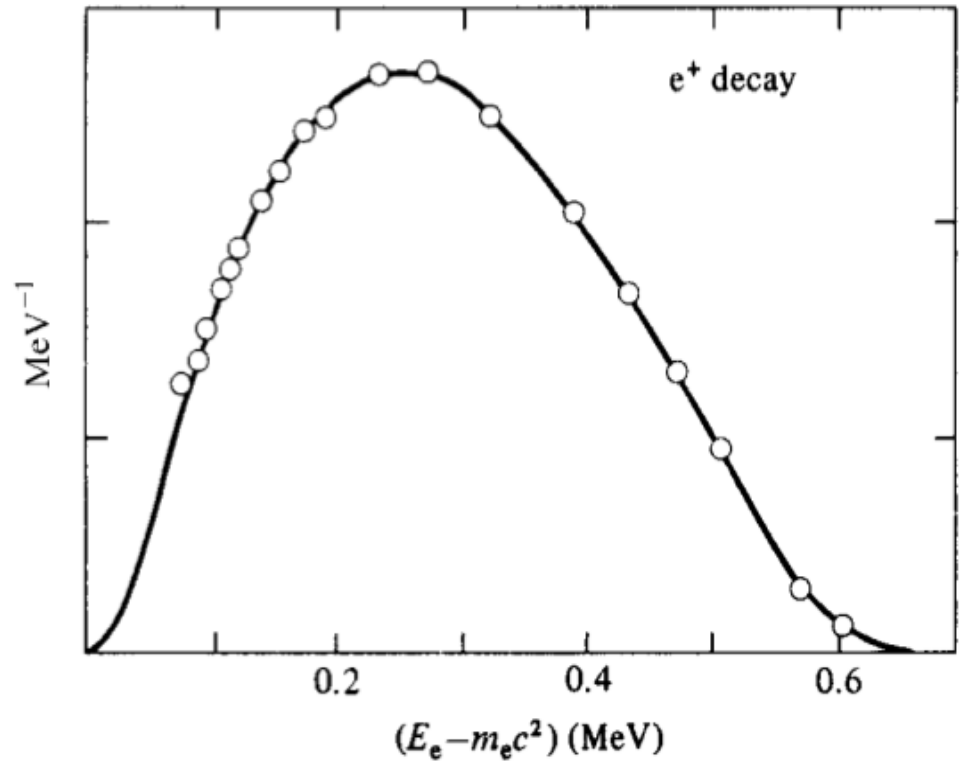
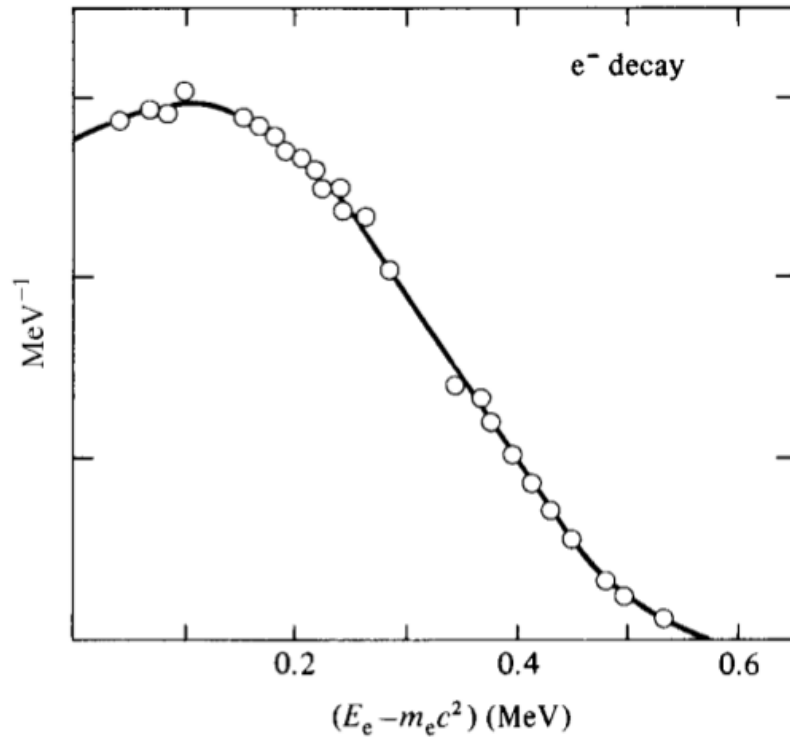
$$\beta^+ - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + e^+ + \nu_e$$

$$\text{EC (electron capture)} \quad e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + \nu_e$$



Το φάσμα των βήτα είναι συνεχές λόγω της εκπομπής και ενός (αντι-)νετρίνο

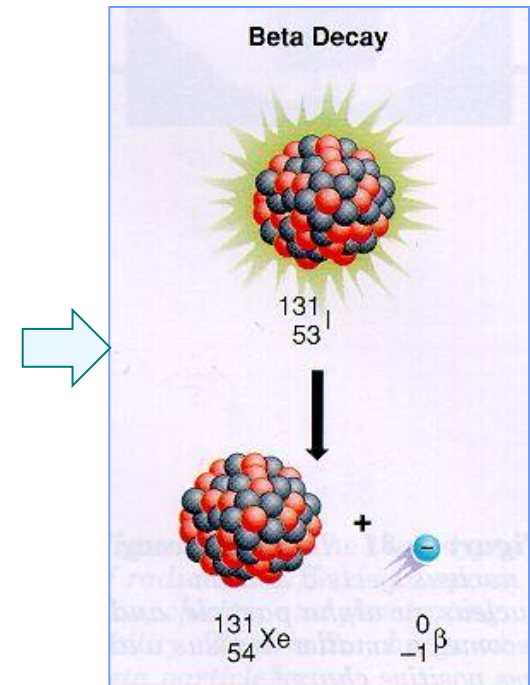
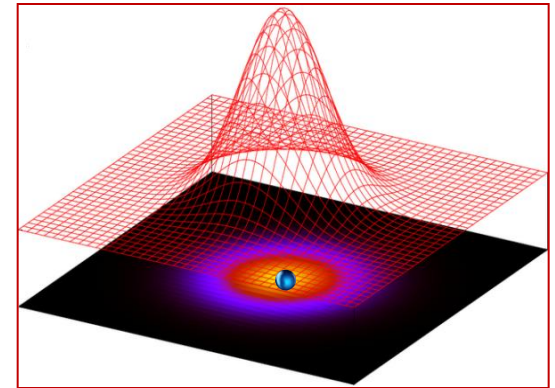
Παράδειγμα ισοτόπου με β^- και β^+ :
Ενεργειακά φάσματα ηλεκτρονίου και ποζιτρονίου
κατά τη β -διάσπαση του ^{64}Cu



Επίδραση της έλξης ή άπωσης των φορτίων

Δυσκολίες στην ερμηνεία της βήτα διάσπασης

- Τα $e^\pm$ δεν υπάρχουν στον πυρήνα ($\Delta x \Delta p \geq \hbar$).
Από πού προέρχονται;
Μη διατήρηση του
ηλεκτρονικού λεπτονικού αριθμού.
- Μη διατήρηση της ενέργειας και ορμής
(αν η διάσπαση γίνεται σε δύο σώματα)
- Μη διατήρηση της στροφορμής
(αν η διάσπαση γίνεται σε δύο σώματα)

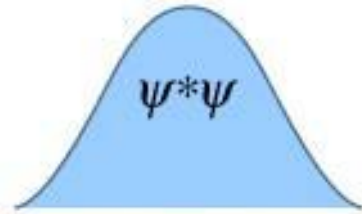


1^η δυσκολία στην ερμηνεία της βήτα διάσπασης

Τα e δεν υπάρχουν στον πυρήνα (κβαντομηχανικό επιχείρημα, αρχή απροσδιοριστίας).

Από πού προέρχονται λοιπόν τα ηλεκτρόνια και ποζιτρόνια της βήτα διάσπασης;

Μη διατήρηση του λεπτονικού αριθμού.



$\psi^*\psi$ is the probability of finding the particle.

ψ = wavefunction



Assume $\Delta p = p$
$$E = \frac{p^2}{2m}$$

Assume atomic size = 0.4nm

$$\text{Nuclear size} = \frac{1}{20,000} \times 0.4\text{nm}$$

Using the atomic size as the uncertainty in position:

This shows that Planck's constant determines the relationship between Δx and Δp and therefore the energy of confinement.

$$\Delta p = \frac{h}{\Delta x} = 1.66 \times 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}$$

These are in the range of observed atomic and nuclear processes.

Energy to:

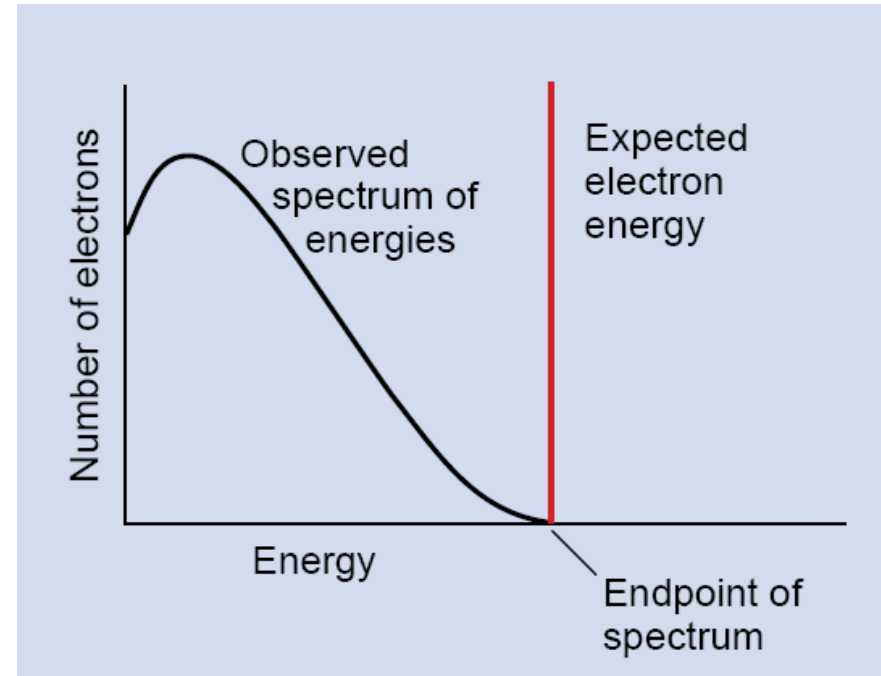
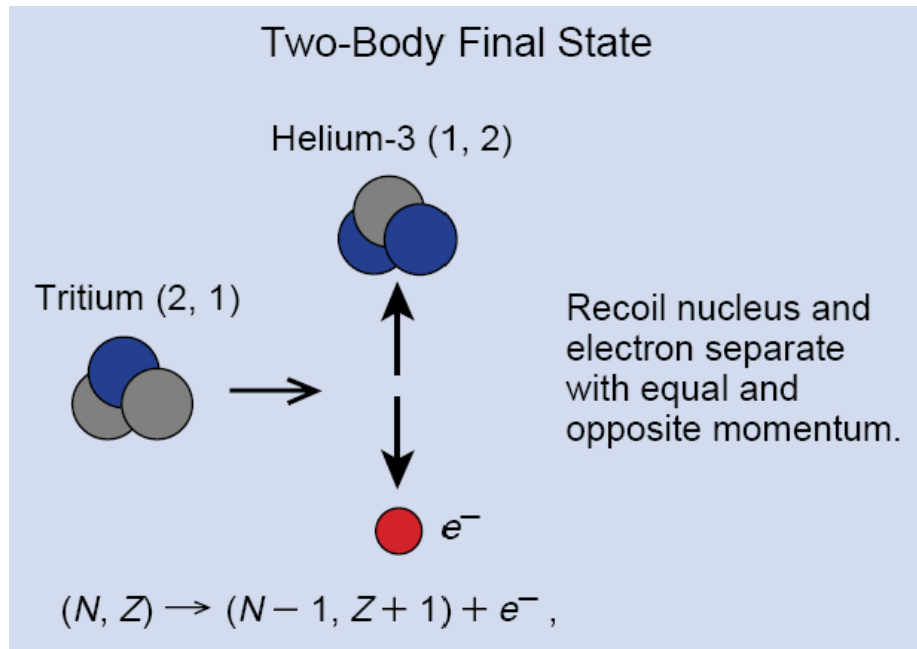
Confine electron in atom: 9.4eV

Confine proton in nucleus: 2.05MeV

Confine electron in nucleus: 3.77GeV

This is about a factor of a **thousand** above the observed energies of nuclear processes, indicating that the electron **cannot be confined** in the nucleus!

2^η δυσκολία στην ερμηνεία της βήτα διάσπασης

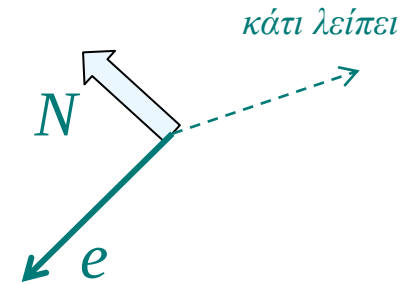
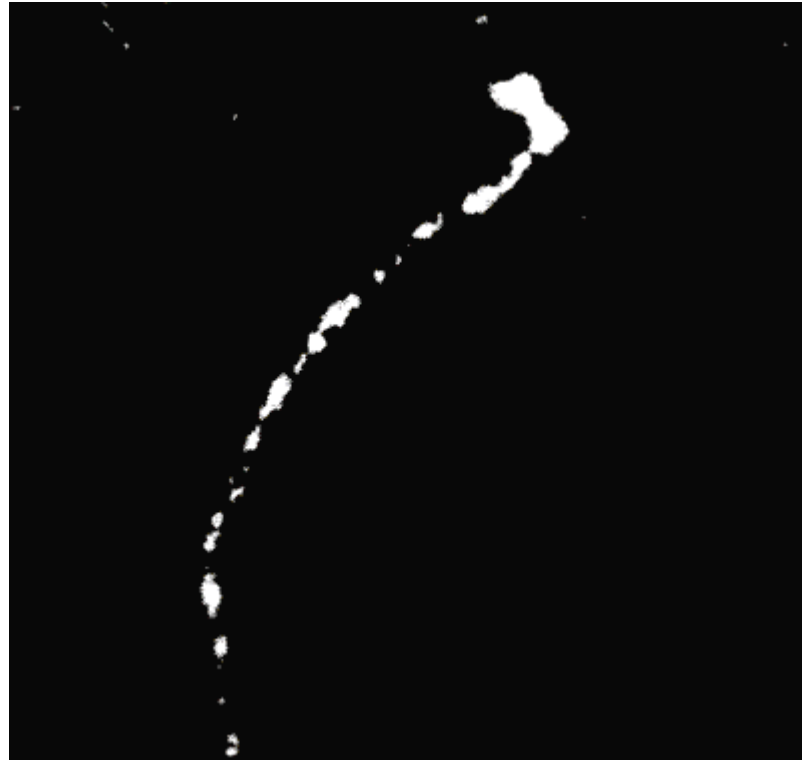


Δυσκολία στην περίπτωση διάσπασης ενός σωματιδίου σε δύο (π.χ. το νετρόνιο διασπάται σε πρωτόνιο + ηλεκτρόνιο).

Συνεχές φάσμα των βήτα → μη διατήρηση ενέργειας και ορμής, διότι αναμένεται $E_e = \Delta M = M(Z,A) - M(Z+1,A) =$ συγκεκριμένη (π.χ. περίπτωση γραμμικού φάσματος στην α -διάσπαση).

2^η δυσκολία στην ερμηνεία της βήτα διάσπασης

Φωτογραφία από
θάλαμο νέφωσης που
δείχνει τις τροχιές
των δύο
φορτισμένων
σωματιδίων από β-
διάσπαση του He6 .
Οι τροχιές του
ηλεκτρονίου και του
θυγατρικού πυρήνα
δεν είναι
συγγραμμικές.

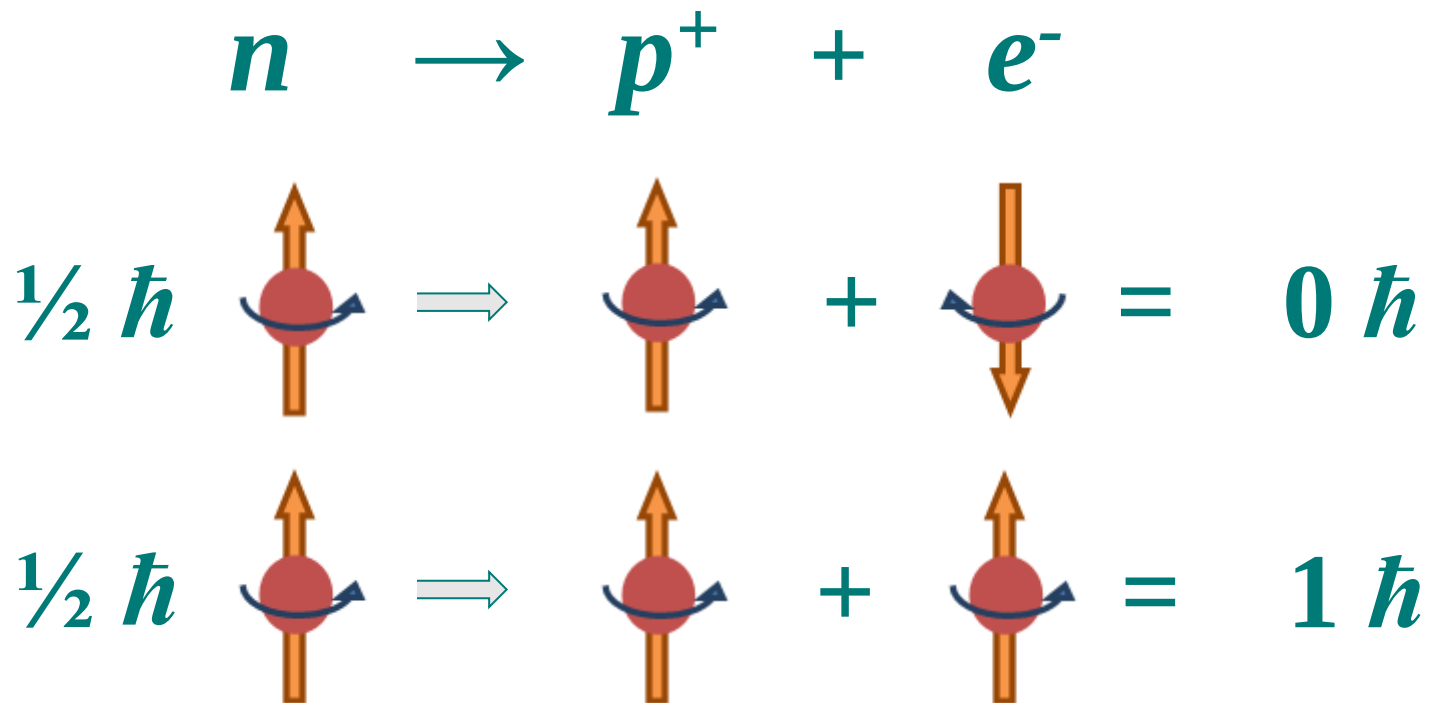


*Παρατήρηση των τροχιών των δύο σωματιδίων.
Είναι προφανής η μη διατήρηση της ορμής.*

3^η δυσκολία στην ερμηνεία της βήτα διάσπασης

Δυσκολία στην περίπτωση διάσπασης ενός σωματιδίου σε δύο
(π.χ. $n \rightarrow p + e$).

Ο αριθμός νουκλεονίων μένει αμετάβλητος ($\Delta A=0$),
ενώ τα p , n , e έχουν $\text{spin } \frac{1}{2} \hbar \rightarrow$ **μη διατήρηση της στροφορμής**

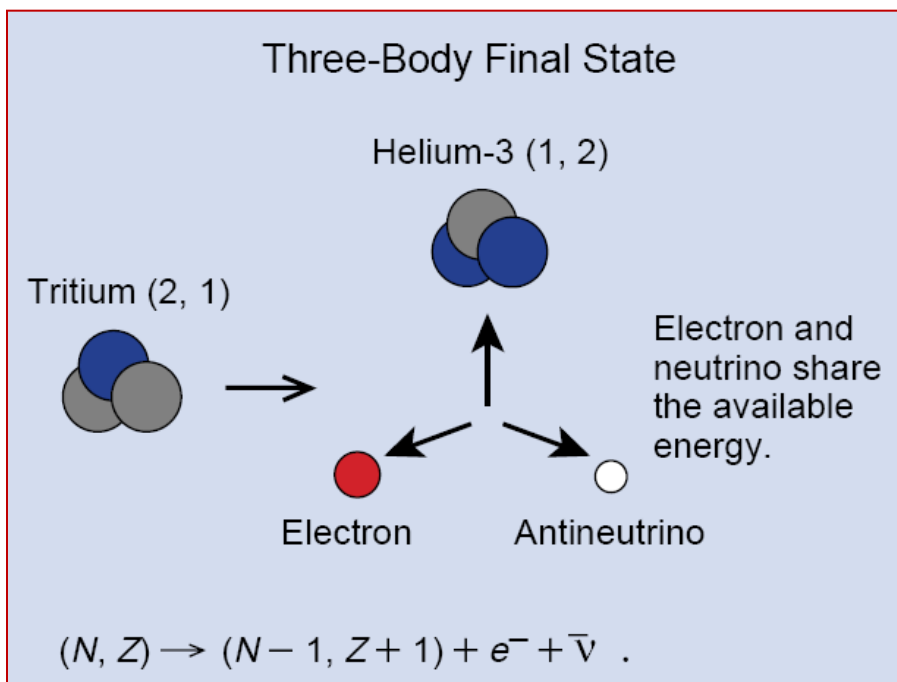


Υπόθεση Pauli για τρίτο σωματίδιο στη βήτα διάσπαση

Για να λυθεί το πρόβλημα της β-διάσπασης, προτάθηκε το 1930 από τον **Wolfgang Pauli**, η ύπαρξη του **νετρίνο** (neutrino), ενός φερμιονίου, ηλεκτρικά ουδέτερου και με μηδενική μάζα.



Wolfgang Pauli
(1900-1958)



1.5 NEUTRINOS (1930–1962) ${}^3_1\text{T} \rightarrow {}^3_2\text{He}^{1+} + e^- + \bar{\nu}_e$ 23

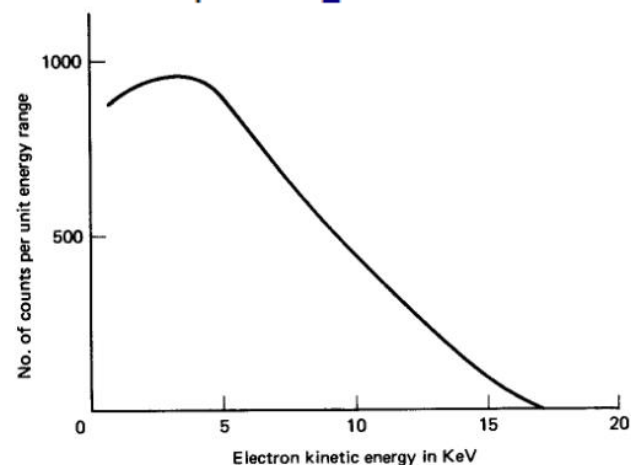
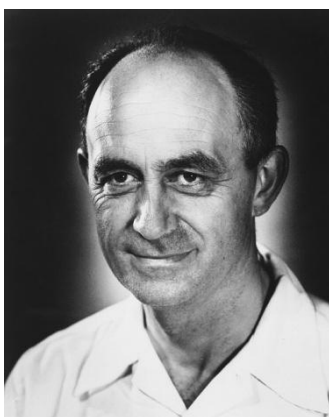


Figure 1.6 The beta decay spectrum of tritium (${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He}$). (Source: G. M. Lewis, *Neutrinos* (London: Wykeham, 1970), p. 30.)



James Chadwick
Nobel 1935



Enrico Fermi
Nobel 1938



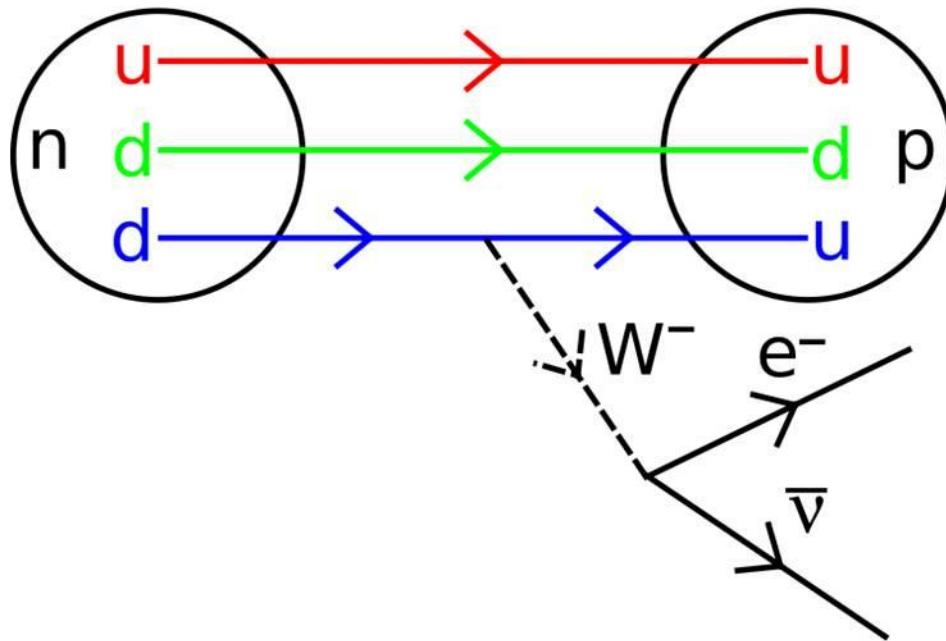
Wolfgang Pauli
Nobel 1945

Η ύπαρξη του νετρίνο (neutrino) προτάθηκε από τον **Wolfgang Pauli**, ανεπίσημα το 1930 και στο συνέδριο του Solvay (Bruxelles) το 1933, για να λυθεί το πρόβλημα της β-διάσπασης. Υπέθεσε την ύπαρξη ενός σωματιδίου, φερμιονίου, ηλεκτρικά ουδέτερου και με μηδενική μάζα. Στην αρχή το ονόμασε "neutron" όπως συνέβη και με το βαρύτερο ουδέτερο πυρηνικό σωματίδιο που ανακάλυψε ο **James Chadwick** το 1932.

Το θέμα του ονόματος λύθηκε από τον **Enrico Fermi** (είναι αυτός που ανέπτυξε τη θεωρία για τη β-διάσπαση και γενικά για τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις), και που πρότεινε, το 1933, το όνομα "*neutrino*" για το τρίτο σωματίδιο της β-διάσπασης. Η ύπαρξη του νετρίνο επιβεβαιώθηκε πειραματικά 23 χρόνια αργότερα.

β-διάσπαση και ασθενείς αλληλεπιδράσεις

Η β-διάσπαση γίνεται μέσω των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Αποτελεί εκδήλωση των λεγόμενων «**φορτισμένων ρευμάτων**», δηλαδή μεταβολών με ενδιάμεσα μποζόνια βαθμίδας τα φορτισμένα $W^\pm$. Υπάρχουν και ασθενείς αλληλεπιδράσεις «**ουδετέρων ρευμάτων**», που είναι σκεδάσεις με ενδιάμεσα μποζόνια βαθμίδας τα αφόρτιστα Z^0 .



Νεutrino και Αντινεutrino

$$\beta^- - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z + 1, A) + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\beta^+ - \text{decay} \quad (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + e^+ + \nu_e$$

$$\text{EC (electron capture)} \quad e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 1, A) + \nu_e$$

Το **νεutrino** συμμετέχει στην β^+ διάσπαση, δημιουργούμενο μαζί με ένα ποζιτρόνιο.

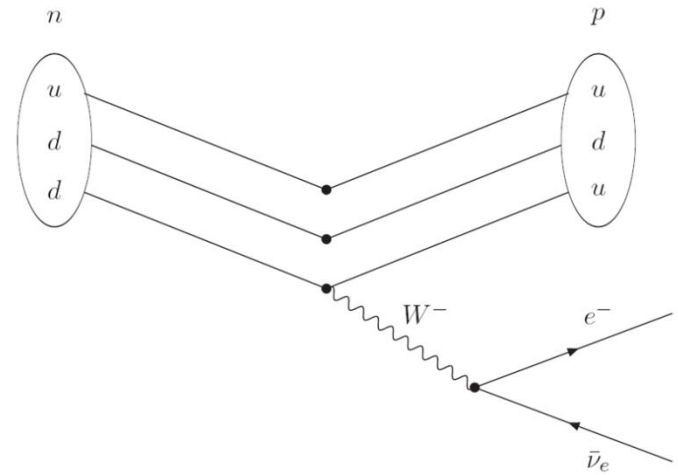
Το αντισωματίδιό του, το **αντινεutrino**, συμμετέχει στην β^- διάσπαση, δημιουργούμενο μαζί με ένα ηλεκτρόνιο.

Έτσι, έχουμε διατήρηση του **ηλεκτρονικού λεπτονικού αριθμού** L_e .

β-διάσπαση του νετρονίου σε πρωτόνιο

Το **νετρόνιο** μετατρέπεται σε **πρωτόνιο** με β⁻ διάσπαση:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

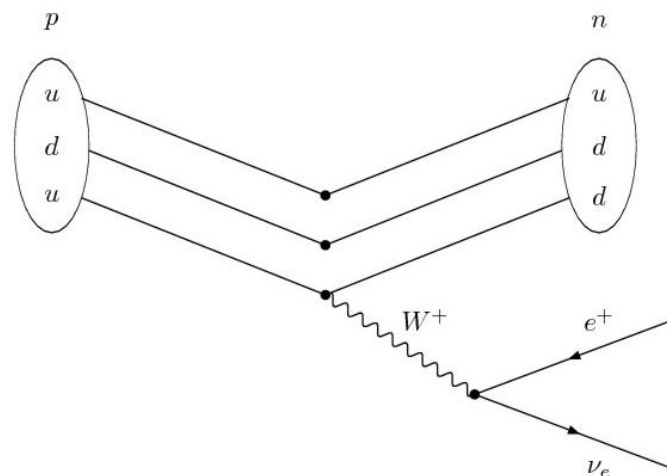
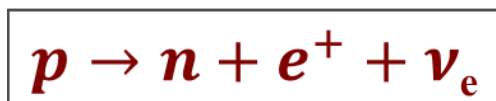


Το **νετρόνιο** διασπάται με β⁻ διάσπαση είτε βρίσκεται εντός του πυρήνα, είτε βρίσκεται εκτός του πυρήνα, αφού : $m_n > m_p + m_e$

Σε ελεύθερη κατάσταση ο μέσος χρόνος ζωής του νετρονίου είναι:
 $\tau = 885.7 \pm 0.8 \text{ sec} \approx 15 \text{ min}$

β-διάσπαση του πρωτονίου σε νετρόνιο

Αν σε έναν πυρήνα η αναλογία νετρονίων-πρωτονίων είναι πολύ χαμηλή, μπορεί ένα **πρωτόνιο να μετατραπεί σε νετρόνιο με εκπομπή ποζιτρονίου ή EC, ΜΟΝΟ ΕΝΤΟΣ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ**



Το **πρωτόνιο** δεν διασπάται με βήτα διάσπαση εκτός του πυρήνα, διότι:

$$m_p < m_n + m_e$$

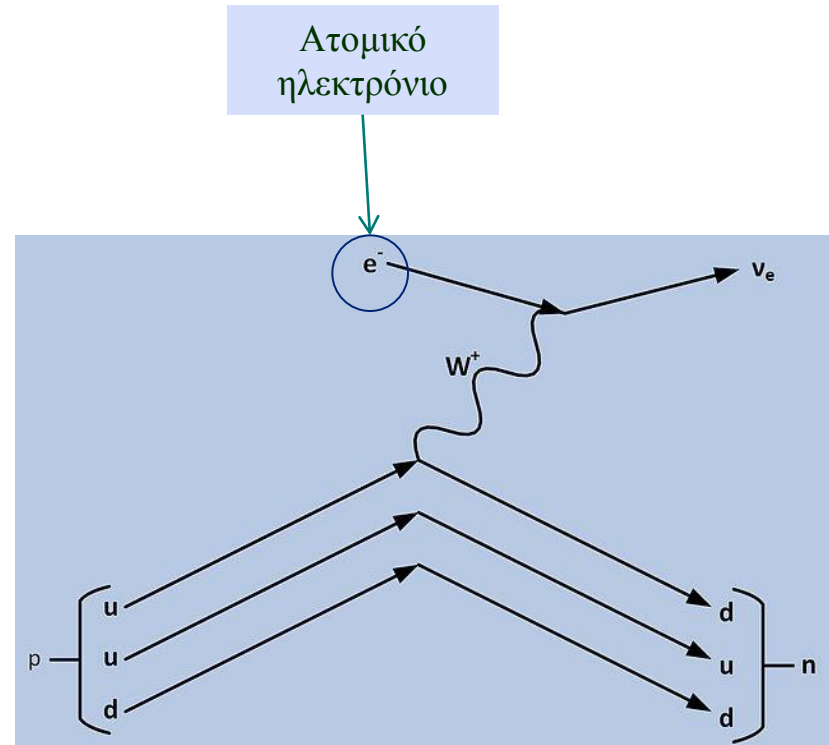
Όμως η β-διάσπαση του πρωτονίου είναι δυνατή εντός του πυρήνα διότι η συνολική μεταβολή του πυρήνα (γίνεται πιο συμμετρικός ως προς τον αριθμό πρωτονίων-νετρονίων) αυξάνει την ενέργεια σύνδεσής του κατά την ενέργεια συμμετρίας και έτσι ο προκύπτων πυρήνας είναι ευσταθέστερος.

Μετατροπή πρωτονίου σε νετρόνιο με EC

Ανταγωνιστική της μετατροπής πρωτονίου σε νετρόνιο με εκπομπή ποζιτρονίου σε έναν πυρήνα, είναι η **σύλληψη ηλεκτρονίου (EC)** από τον πυρήνα, ενός ατομικού ηλεκτρονίου, συνήθως της K στοιβάδας.



Διάγραμμα Feynman για τη σύλληψη ηλεκτρονίου (EC), φανερώνει τη μετατροπή που συμβαίνει σε επίπεδο quark.



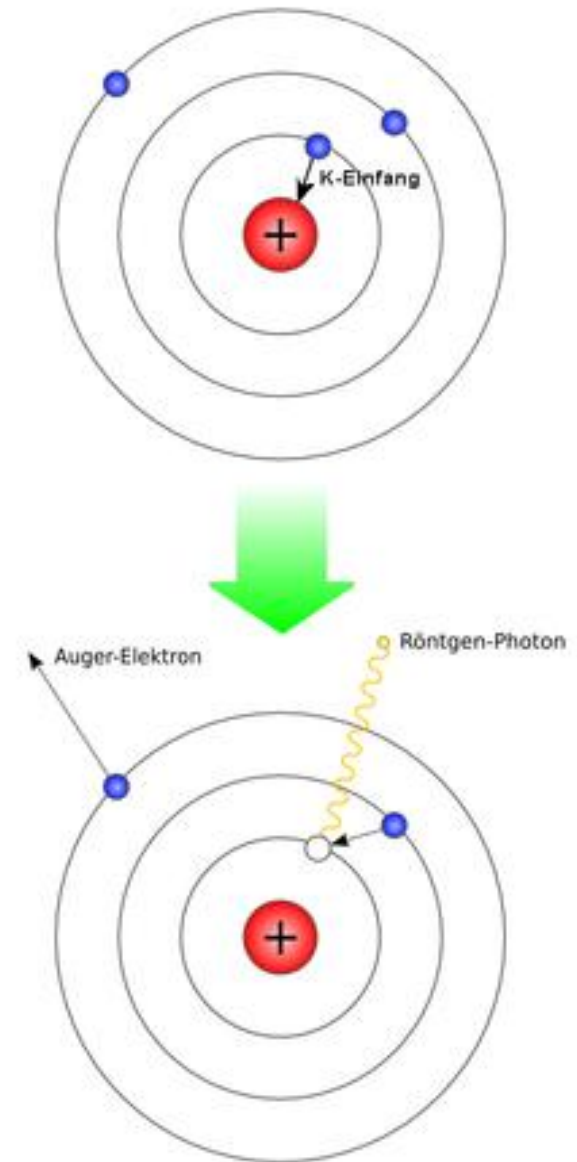
Μετατροπή πρωτονίου σε νετρόνιο με EC

Σύλληψη ηλεκτρονίου (EC) από τον πυρήνα ενός ατομικού ηλεκτρονίου της K στοιβάδας.



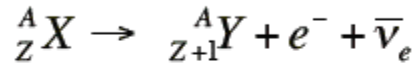
Η “οπή” στην K-στοιβάδα του ατόμου, καλύπτεται με μετάπτωση από ηλεκτρόνιο εξωτερικής στοιβάδας, με σύγχρονη **εκπομπή φωτονίου ακτίνων –X** ή ενός **ηλεκτρονίου Auger**.

Η σύλληψη ηλεκτρονίου συμβαίνει **περισσότερο στα βαριά στοιχεία** λόγω της μικρότερης ακτίνας των ηλεκτρονικών τροχιών σε αυτά.



Ενεργειακή συνθήκη για τη β-διάσπαση

Ενεργειακή συνθήκη β⁻



Συμβολισμός:

P = Parent

D = Daughter

$$M_P c^2 = T_D + M_D c^2 + T_{e^-} + m_e c^2 + T_{\bar{\nu}} + m_{\nu} c^2$$

$$T_D + T_{e^-} + T_{\bar{\nu}} = (M_P - M_D - m_e - m_{\nu}) c^2$$

$$= \Delta M c^2 = Q,$$

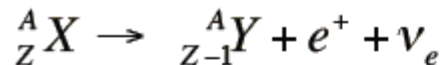
Θα πρέπει $Q > 0$

$$Q = (M(A, Z) - M(A, Z + 1) - m_{\nu}) c^2$$

$$\approx (M(A, Z) - M(A, Z + 1)) c^2 \geq 0,$$

Όπου $M(A, Z)$ οι ατομικές μάζες

Ενεργειακή συνθήκη β⁺

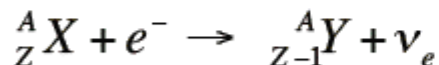


$$Q = (M_P - M_D - m_e - m_{\nu}) c^2$$

$$= (M(A, Z) - M(A, Z - 1) - 2 m_e - m_{\nu}) c^2$$

$$\approx (M(A, Z) - M(A, Z - 1) - 2 m_e) c^2$$

Ενεργειακή συνθήκη EC



$$Q = (M_P + m_e - M_D - m_{\nu}) c^2$$

$$= (M(A, Z) - M(A, Z - 1) - m_{\nu}) c^2$$

$$\approx (M(A, Z) - M(A, Z - 1)) c^2 \geq 0.$$

ΙΣΤΟΡΙΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΑ ΝΕΤΡΙΝΑ

Επιβεβαίωση ύπαρξης των ν_e

Πείραμα Reines – Cowan, με αντνετρίνα από πυρηνικό αντιδραστήρα.

Επιβεβαίωση ότι $\nu_e \neq \text{αντι-}\nu_e$

Πείραμα Davis, αντίδραση που γίνεται με νετρίνα, και δεν γίνεται με αντνετρίνα.

Παραβίαση της συμμετρίας parity στη β -διάσπαση

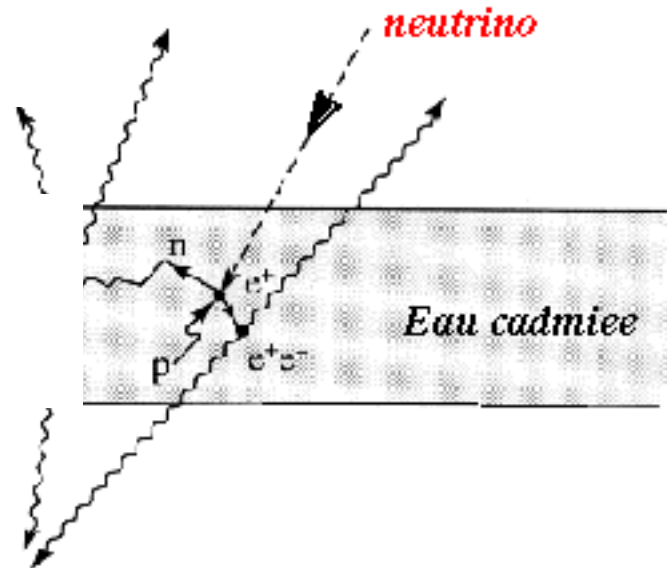
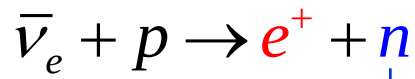
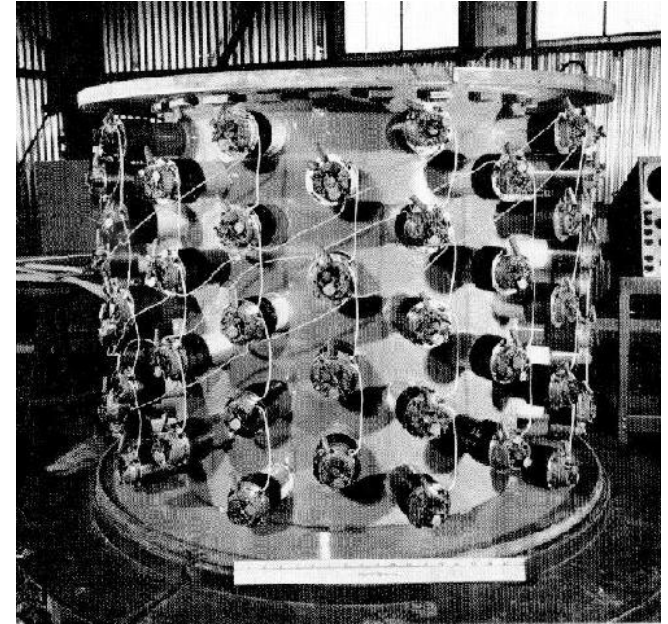
Πείραμα της Wu, με Co-60. Συμπέρασμα:

Τα νετρίνα είναι πάντα αριστερόστροφα και τα αντνετρίνα είναι πάντα δεξιόστροφα.

Discovery of the Neutrino

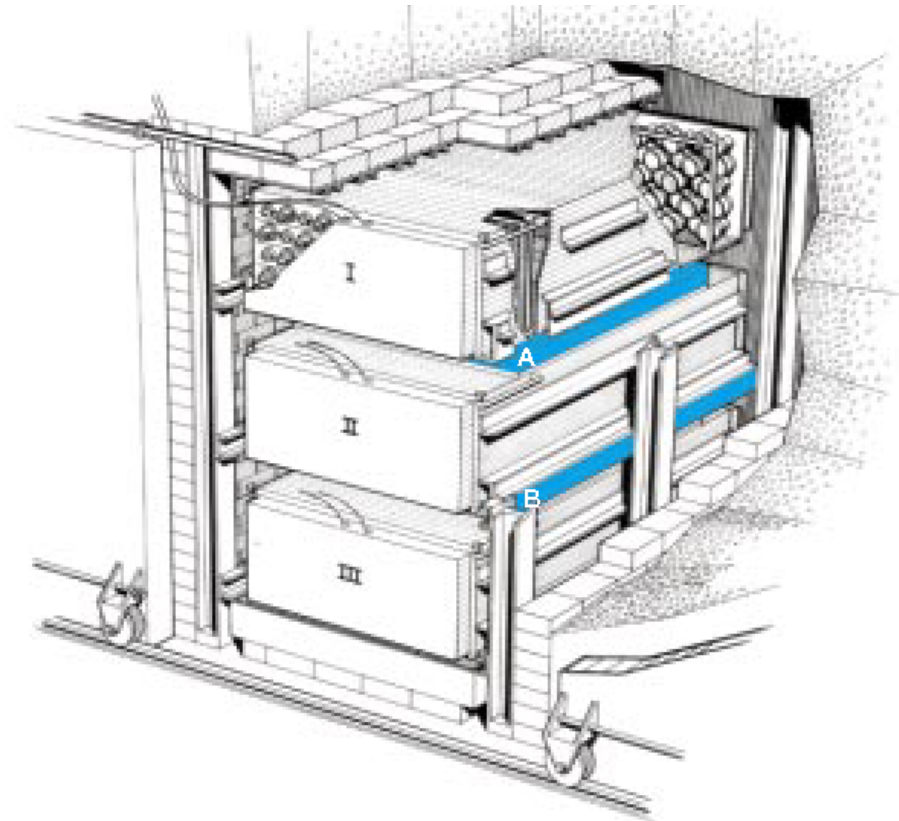
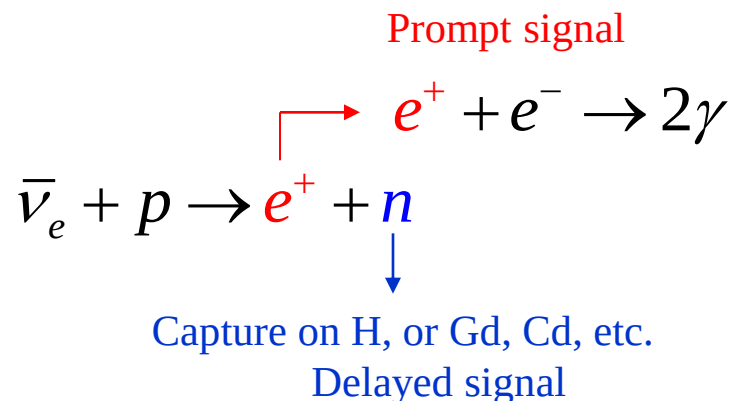
Το πείραμα των Reines και Cowan

- Reines and Cowan, 1954-1957, 1 ton detector
- Nobel Prize, 1995
- Neutrinos from Nearby Fission Reactor
- Observed 1 event every few minutes
- Very hard—need a lot of shielding,
- need to know backgrounds from cosmic rays



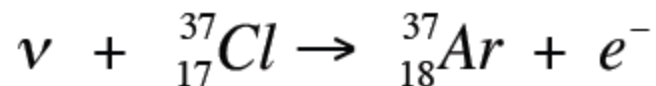
Πείραμα των Reines και Cowan στο Savannah River

- ❖ The first neutrino observation in 1956 by Reines and Cowan.
 - ⌘ Inverse beta decay in CdCl_2 water solution $\rightarrow$ coincidence of prompt and delayed signal
 - ⌘ Liquid scintillator + PMTs
 - ⌘ Underground
- ❖ A modern experiment is still quite similar, except
 - ⌘ Larger, better detector
 - ⌘ Deeper underground, better passive and active shielding



Πείραμα Davis

Διαφοροποίηση μεταξύ $\nu \neq \bar{\nu}$



1000 γαλόνια Cl_4C κοντά (μέσα) σε αντιδραστήρα, όπου παράγονται αντνετρίνα όχι όμως νετρίνα.

Αν παράγεται Ar, μπορεί να μετρηθεί ${}^{37}_{18}\text{Ar} + e^{-} \xrightarrow{35d} \nu + {}^{37}_{17}\text{Cl}$

Μετρήσεις με τον αντιδραστήρα σε λειτουργία και χωρίς.

Αποτέλεσμα ΑΡΝΗΤΙΚΟ .

Αρα

$$\nu \neq \bar{\nu}$$

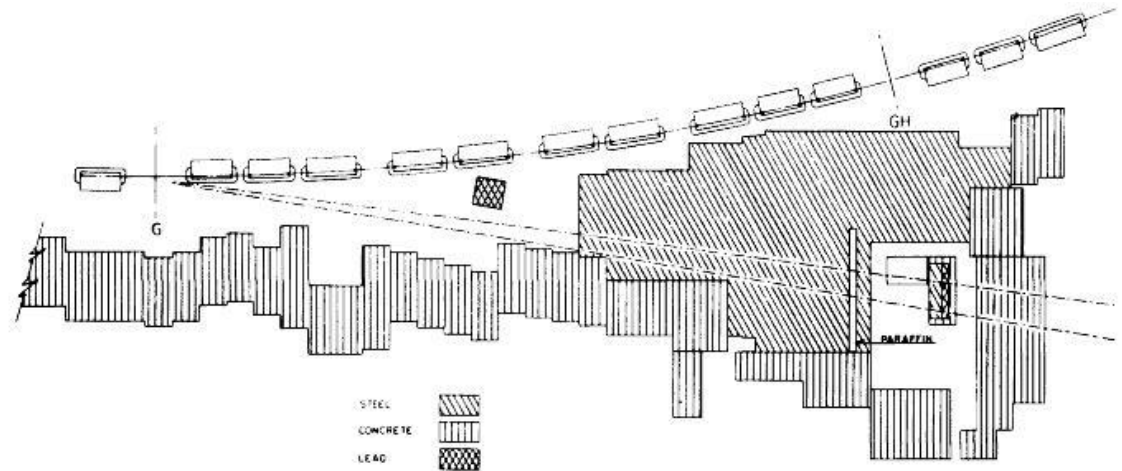
Και σε τί διαφέρουν?



2 είδη (flavor) νετρίνων

- Pions decay to muons, but again, energy was missing –must be a neutrino...
- But if $\mu^- \rightarrow e^- \nu \bar{\nu}$ then $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ too unless...
- First Decay-in-flight ν beam BNL AGS
- 15BeV protons on Be Target
- 21m decay region, 13.5m Fe Shield, 1 Ton Detector

- 3.5×10^{17} POT
- 34 single- μ events
- 5 background
- NO e-like events!
- PRL: 1960, NP: 1988
- Lederman, Swartz, Steinberger



Συμμετρίες και νόμοι διατήρησης

Συμμετρία είναι μια διεργασία που εφαρμοζόμενη σε ένα σύστημα το αφήνει αμετάβλητο.

Το σύνολο των συμμετριών ενός συστήματος αποτελεί ομάδα (δηλ. είναι κλειστό, υπάρχει το ουδέτερο στοιχείο, υπάρχει το αντίστροφο στοιχείο και ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα. Αν επιπλέον ισχύει και η αντιμεταθετική ιδιότητα, η ομάδα είναι Αβελιανή)

Θεώρημα της Noether:

Κάθε συμμετρία συνεπάγεται ένα νόμο διατήρησης και αντιστρόφως
(Emmy Noether, 1917)

Συμμετρία

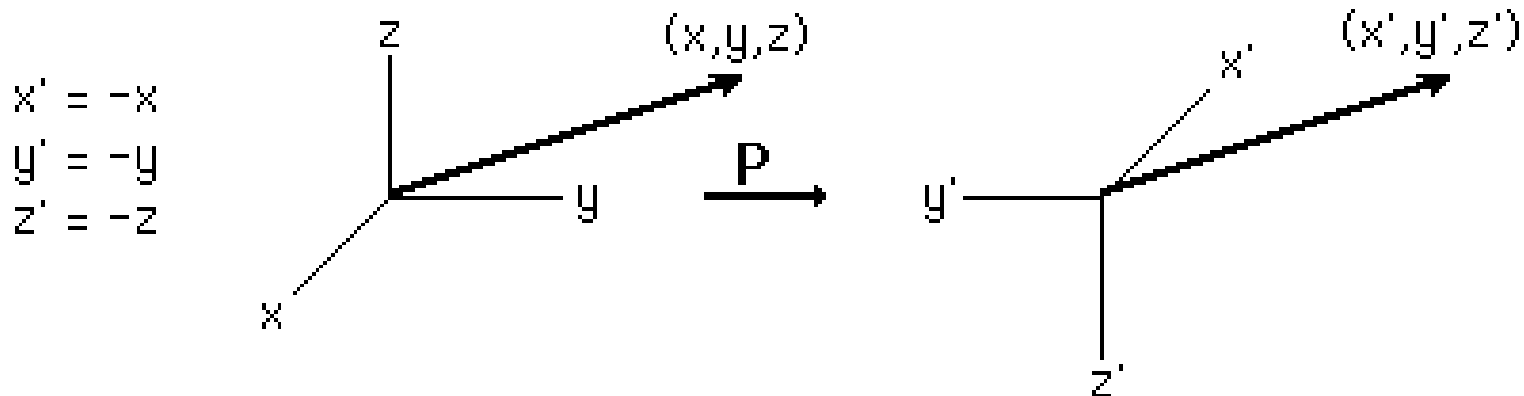
- ❖ Μετατόπισης στο χρόνο
- ❖ Μετατόπισης στο χώρο
- ❖ Περιστροφής
- ❖ Βαθμίδας (gauge)

Ποσότητα που διατηρείται

Ενέργεια
Ορμή
Στροφορμή
Φορτίο

Ομοτιμία (Parity)

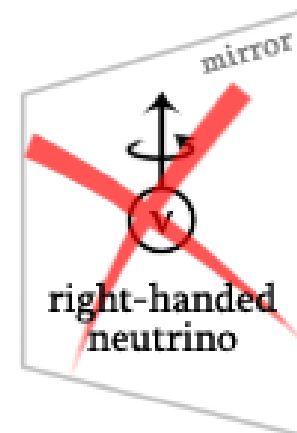
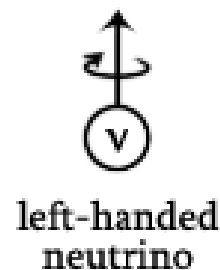
- ❖ Μια συμμετρία με ιδιαίτερη σημασία στην Πυρηνική Φυσική και τα Στοιχ. Σωματίδια είναι η **parity** που είναι συμμετρία ανάκλασης (αριστερό – δεξί, συμμετρία χειρός, chiral symmetry) και συνδέεται με τον κβαντικό αριθμό της parity.
- ❖ Η διαδικασία parity (ο τελεστής P) μετατρέπει ένα δεξιόστροφο ΣΣ σε αριστερόστροφο ΣΣ και αντιστρόφως (αντιστροφή χώρου).
- ❖ Επομένως το διάνυσμα θέσης $r(x,y,z)$ μετατρέπεται σε $r'(-x', -y', -z') = -r$. Το ίδιο ισχύει για όλα τα πραγματικά διανύσματα, αλλά όχι για τα αξονικά διανύσματα.



Ομοτιμία (Parity)

- ❖ Λέμε ότι η κυματοσυνάρτηση έχει **άρτια parity**, ή ότι ο κβαντικός αριθμός της είναι **$P=+1$** , αν $\psi(r) = \psi(-r)$.
- ❖ Λέμε ότι η κυματοσυνάρτηση έχει **περιπτή parity**, ή ότι ο κβαντικός αριθμός της είναι **$P=-1$** , αν $\psi(r) = -\psi(-r)$.
- ❖ Οι ΗΜ και οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις δεν επηρεάζονται από τον μετασχηματισμό P , δηλαδή οι νόμοι τους είναι ακριβώς ίδιοι αν γραφούν σε δεξιόστροφο ή αριστερόστροφο ΣΑ. Αντίθετα, η ασθενής αλληλεπίδραση επηρεάζεται πολύ από την P , επειδή τα νετρίνα παράγονται πάντα με αρνητική ελικότητα (δηλ. είναι αριστερόστροφα) και τα αντineτρίνα παράγονται πάντα με θετική ελικότητα (δηλ. είναι δεξιόστροφα).

Δεν υπάρχουν δεξιόστροφα νετρίνα στη φύση, άρα συμβαίνει παραβίαση της πάριτυ.

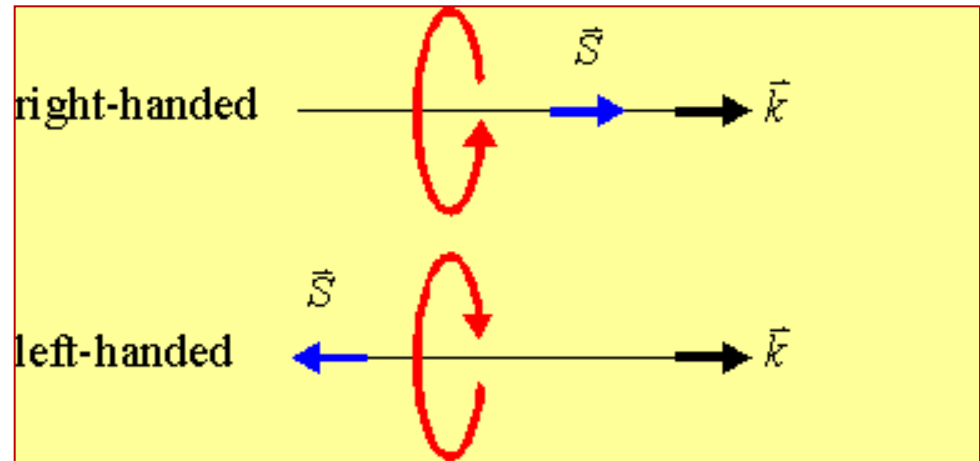


ελικότητα

Η ελικότητα (**helicity**) των στοιχ. σωματιδίων έχει να κάνει με τη σχέση μεταξύ του **σπιν** και της **ορμής** τους.

Αν αυτά είναι παράλληλα, λέμε ότι το σωματίδιο είναι δεξιόστροφο (θετική ελικότητα).

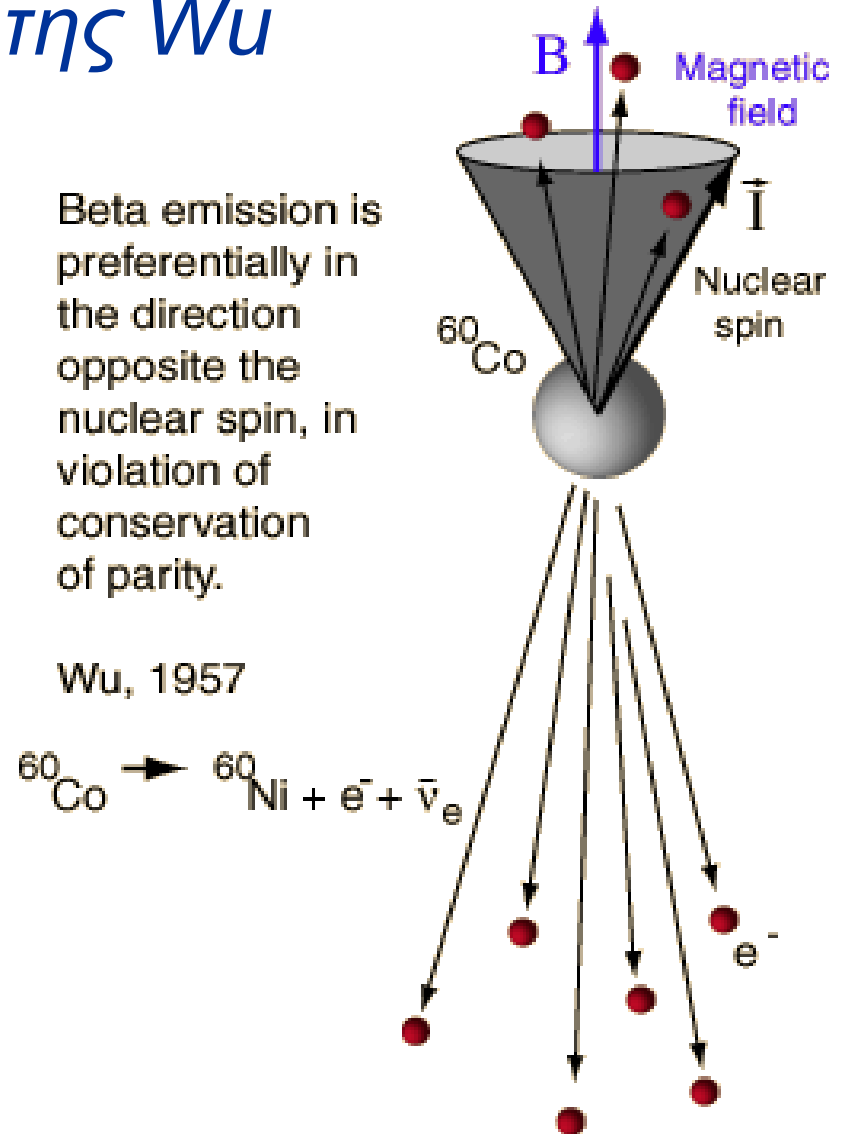
Αν το σπιν και η ορμή είναι αντιπαράλληλα, το σωματίδιο είναι αριστερόστροφο (αρνητική ελικότητα).



P violation

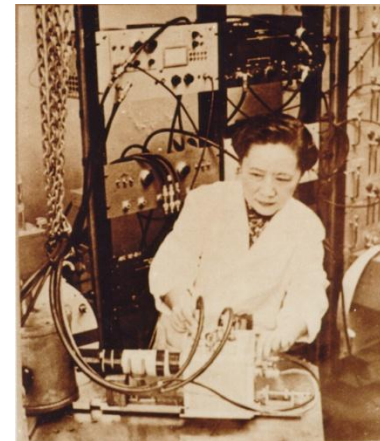
Πείραμα της Wu

- ❖ **ΗΠΑ 1956:** Οι Lee και Young αμφισβητούν με καλά θεμελιωμένη επιχειρηματολογία, την διατήρηση της parity στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις.
- ❖ **ΗΠΑ 1957:** Πείραμα της Wu με αντικείμενο τον έλεγχο της parity στην β-διάσπαση του Κοβαλτίου-60. Δικαίωση της μελέτης των Lee και Young.

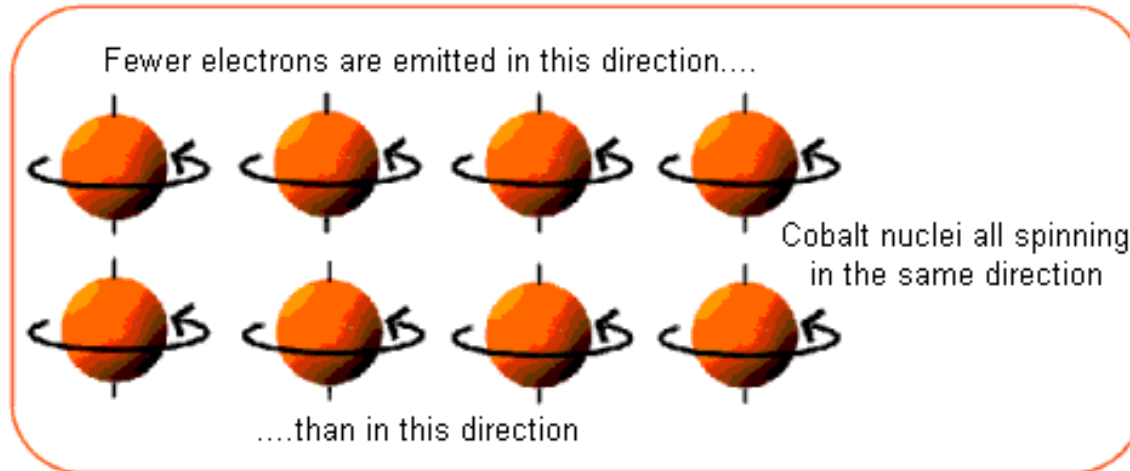


P violation

Πείραμα της Wu



- ❖ W και Z μποζόνια συζεύγνυνται μόνο με αριστερόστροφα σωματίδια και δεξιόστροφα αντισωματίδια. Ο συνδυασμός της parity με το spin δίνει την ελικότητα του σωματιδίου.
- ❖ Wu και Goldhaber: αν τα νεutrίνο δεν έχουν μάζα, τότε αυτά είναι αριστερόστροφα και τα αντineutrίνο δεξιόστροφα.



Θεωρία Fermi για τη βήτα διάσπαση

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html>

Χρυσός Κανόνας του Fermi

- ❖ Ο Enrico Fermi, το 1934, ανέπτυξε μια θεωρία για τη βήτα διάσπαση που περιελάμβανε το νεutrino (ως ηλεκτρικά ουδέτερο και μηδενικής μάζας).
- ❖ Θεωρώντας τη βήτα διάσπαση ως μια μετάβαση μεταξύ δυο καταστάσεων, η οποία εξαρτάται από την ισχύ της σύζευξης μεταξύ αρχικής και τελικής κατάστασης, ο Fermi παρήγαγε μια σχέση, που είναι έκτοτε γνωστή ως **Χρυσός Κανόνας του Fermi**:

$$\lambda_{if} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{if}|^2 \rho_f$$

Transition probability *Matrix element for the interaction* *Density of final states*

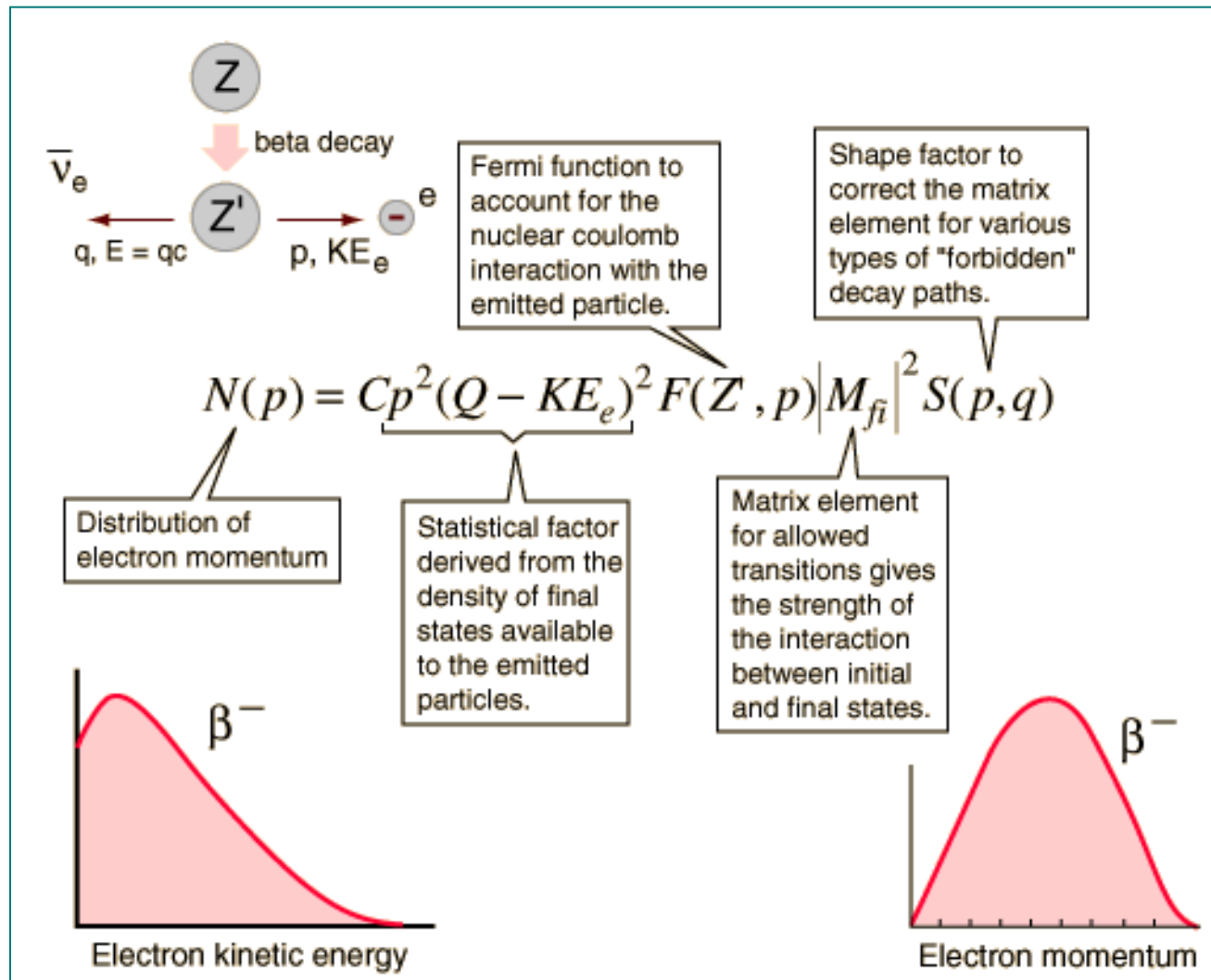
Fermi's Golden Rule

Ρυθμός μετάβασης και Χρυσός Κανόνας του Fermi

Ο Χρυσός Κανόνας λέει ότι ο **ρυθμός μετάβασης (transition rate)** είναι ανάλογος της **ισχύος σύζευξης** μεταξύ της αρχικής και της τελικής κατάστασης, πολλαπλασιασμένης επί την **πυκνότητα των τελικών καταστάσεων (phase space)** που διαθέτει το σύστημα, δηλαδή τον αριθμό των τρόπων που η μετάβαση μπορεί να συμβεί.

Η φύση της αλληλεπίδρασης που οδηγεί στην β-διάσπαση ήταν τότε άγνωστη. Σήμερα γνωρίζουμε ότι είναι η **ασθενής αλληλεπίδραση**, αλλά χρειάστηκε να περάσει μια εικοσαετία για να γίνει ικανοποιητική επεξεργασία ενός μοντέλου που να δίνει αποτελέσματα σύμφωνα με τις παρατηρήσεις.

Με το μοντέλο της **ασθενούς αλληλεπίδρασης** και όρους κατανομής της ορμής του ηλεκτρονίου p κατά την β -διάσπαση, έχουμε σχηματικά:



Ρυθμός μετάβασης και Χρυσός Κανόνας του Fermi

Ο ρυθμός μετάβασης τον οποίο δίνει ο χρυσός κανόνας, στη β-διάσπαση είναι ουσιαστικά ο ρυθμός λ (που συνδέεται με το μέσο χρόνο ζωής τ : $\lambda=1/\tau$). Η γενική μορφή του χρυσού κανόνα μπορεί να εφαρμοστεί στις ατομικές αποδιεγέρσεις και αποδιεγέρσεις, στις πυρηνικές διασπάσεις, κλπ.

Ο ρυθμός είναι μεγαλύτερος όταν η σύζευξη αρχικής – τελικής κατάστασης είναι ισχυρότερη. Μέτρο της σύζευξης είναι το “**στοιχείο πίνακα**” (“**matrix element**”), ένας όρος που προέρχεται από την κβαντομηχανική πινάκων του Heisenberg.

*Wavefunction
for final state*

*Wavefunction
for initial state*

$$M_{if} = \int \Psi_f^* V \Psi_i dv$$

*Operator for the physical interaction
which couples the initial and final
states of the system.*

Χώρος των φάσεων: ένα αντικείμενο στατιστικής

Για ένα κλασσικό σωματίδιο, ο αριθμός καταστάσεων του καθορίζεται από τις τιμές θέσης και ορμής, δηλαδή από τις δυνατές τιμές των συντεταγμένων του στον 6-διάστατο χώρο των φάσεων:

$$x, y, z, p_x, p_y, p_z$$

Κάθε διαφορετική εξάδα τιμών αντιστοιχεί σε διαφορετική κατάσταση του σωματιδίου και αντιστοιχεί σε ένα διαφορετικό σημείο του 6-διάστατου χώρου των φάσεων.

Μια κατάσταση ενός συνόλου σωματιδίων αντιστοιχεί σε κάποια κατανομή σημείων στον χώρο των φάσεων. Η καταμέτρηση του αριθμού των διαθέσιμων καταστάσεων ενός σωματιδίου, ισοδυναμεί με εκτίμηση του διαθέσιμου όγκου στο χώρο των φάσεων.

Οποιοσδήποτε όγκος θα μπορούσε να χωρά άπειρα σημεία, άρα και αριθμό καταστάσεων, αν δεν ληφθεί υπόψη η αρχή απροσδιοριστίας η οποία λέει ότι: $x \cdot p_x \geq \hbar$. Λόγω της αρχής αυτής, ένα στοιχείο “όγκου” στον χώρο των φάσεων:

$du = dx \, dy \, dz \, dp_x \, dp_y \, dp_z$ έχει ελάχιστη τιμή όσο μια “κυβική σταθερά h ”:

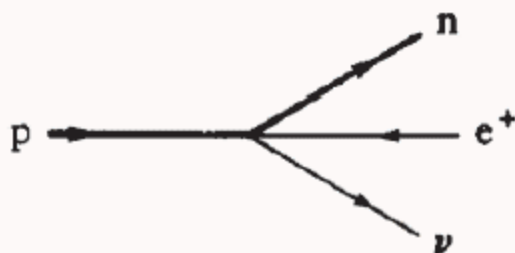
$$du_{\text{minimum}} = h^3 .$$

Θεωρία Fermi

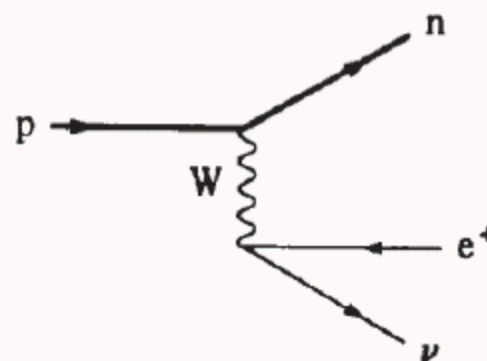
απλή θεωρία,
περιγράφει τα φάσματα,
εξηγεί ποιοτικά τους μέσους χρόνους ζωής τ ,

αλλά δεν επιτρέπει την παραβίαση της ομοτιμίας

Θεωρεί ότι τα σωματίδια που αλληλεπιδρούν
ότι βρίσκονται στο ίδιο σημείο



Αλληλεπίδραση επαφής



Αλληλεπίδραση με ανταλλαγή W

Θεωρία Fermi

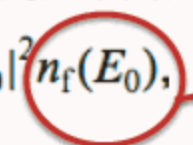
απλή θεωρία,
περιγράφει τα φάσματα,
εξηγεί ποιοτικά τους μέσους χρόνους ζωής τ ,

αλλά δεν επιτρέπει την παραβίαση της ομοτιμίας

Θεωρεί ότι τα σωματίδια που
αλληλεπιδρούν βρίσκονται
στο ίδιο σημείο

• Αρχική κατάσταση $\Psi_0 = \psi_p(\mathbf{r}_p)$.

• τελική κατάσταση $\Psi_f = \psi_n(\mathbf{r}_n)\psi_e(\mathbf{r}_e)\psi_v(\mathbf{r}_v)$,

• Ο ρυθμός μεταπτώσεων $= \frac{2\pi}{\hbar} |H_{f0}|^2 n_f(E_0)$,  $n_f(E_0) = d\eta/dE$: πυκνότητα των
τελικών καταστάσεων

• Όπου H_{f0} το στοιχείο πίνακα της αλληλεπίδρασης $H_{f0} = \int \Psi_f^* H \Psi_0 d^3\mathbf{r}_n d^3\mathbf{r}_p d^3\mathbf{r}_e d^3\mathbf{r}_v$
και H η χαμιλτονιανή για τη μετάπτωση από την κατάσταση $0 \rightarrow f$

$$H_{f0} = G_w \int \psi_n^*(\mathbf{r}) \psi_e^*(\mathbf{r}) \psi_v^*(\mathbf{r}) \psi_p(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r},$$

όπου G_w η σταθερά Fermi, μέτρο της ισχύος της ασθενούς αλληλεπίδρασης

Θεωρία Fermi

Αναπτύσσοντας σε σειρά Taylor

$$H_{f0} = \frac{G_w}{V} \int \psi_n^*(\mathbf{r}) \psi_p(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} - \frac{iG_w}{V} (\mathbf{k}_e + \mathbf{k}_v) \cdot \int \psi_n^*(\mathbf{r}) \mathbf{r} \psi_p(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} + \dots$$

Επιτρεπτές μεταπτώσεις: ο πρώτος όρος $\neq 0$

Απαγορευμένη α' τάξης : ο πρώτος όρος $= 0$, δεύτερος $\neq 0$

Απαγορευμένη β' τάξης : ο πρώτος όρος $=$ δεύτερος $= 0$, τρίτος $\neq 0$

.....

Οι ρυθμοί διάσπασης των καταστάσεων εξαρτώνται από την τάξη απαγόρευσης,
(η οποία εξαρτάται από τη μεταβολή του spin)

Θεωρία Fermi(φάσματα e^+ , e^-)

Εστω β -διάσπαση όπου το e με ενέργεια E_e (σχετικιστική).

$$E_0 = E_e + E_\nu$$

Ο ρυθμός μεταπτώσεων που καταλήγουν σε ενέργειες από E_e μέχρι $E_e + dE_e$

$$dR = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{f0}|^2 n_\nu(E_0 - E_e) n_e(E_e) dE_e.$$

Η σχετικιστική πυκνότητα καταστάσεων ενός σωματίου μάζας m

$$n(E)dE = \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{4\pi}{\hbar^3 c^3} (E^2 - m^2 c^4)^{\frac{1}{2}} E dE$$

Τελικά
$$dR = \frac{G_w^2 |M_F|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} S_0(E_e) dE_e$$

όπου
$$S_0(E_e) = [(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2 c^4]^{\frac{1}{2}} (E_0 - E_e) (E_e^2 - m_e^2 c^4)^{\frac{1}{2}} E_e.$$

Ο ρυθμός μεταπτώσεων εξαρτάται από την ενέργεια του $e^-(e^+)$.

Αν λάβουμε υπόψη την αλληλεπίδραση με το πεδίο Coulomb του θυγατρικού (Z_d),

$$S_c(E_e) = F(Z_d, E_e) S_0(E_e). \quad \text{όπου} \quad F(Z_d, E_e) = \left| \frac{\psi_e(Z_d, 0)}{\psi_e(0, 0)} \right|^2.$$

Θεωρία Fermi(φάσματα e^+ , e^-)

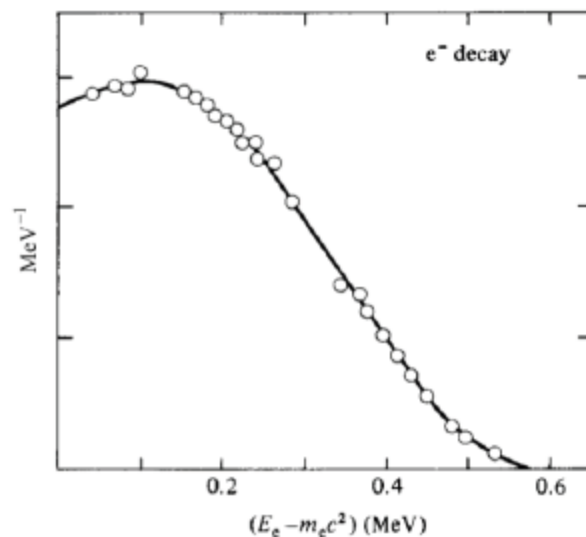
Η σχέση $F(Z_d, E_e) = \left| \frac{\psi_e(Z_d, 0)}{\psi_e(0, 0)} \right|^2$ προσεγγίζεται ως $F(Z, E_e) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}}$
 όπου $\eta = \pm Z_d e^2 / 4\pi\epsilon_0 \hbar v$ (-για e^- , +για e^+)

$$dR = \frac{G_w^2 |M_F|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} F(Z_d, E_e) S_0(E_e) dE_e \rightarrow$$

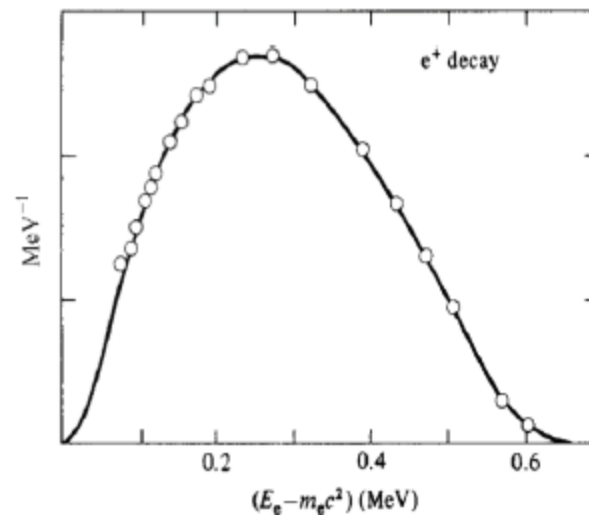
$$dR = \frac{G_w^2 |M_F|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} S_0(E_e) \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} dE_e$$

Για e^-

$v \rightarrow 0$ $F(Z, E_e) \rightarrow 2\pi\eta$, το $S_c \neq 0$
 πεδίο Coulomb απωστικό



Για e^+ $F(Z, E_e) \rightarrow 2\pi|\eta|e^{-2\pi|\eta|}$
 πεδίο Coulomb απωστικό



Σύλληψη ηλεκτρονίου

Θεωρώντας ότι η μετάπτωση είναι επιτρεπτή καταλήγουμε :

$$H_{f0} = \frac{G_w}{V^{\frac{1}{2}}} \psi_e(0) \int \psi_n^*(\mathbf{r}) \psi_p(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = \frac{G_w}{V^{\frac{1}{2}} \pi^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{Z m_e e^2}{4\pi \epsilon_0 \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} M_F$$

Αγνοώντας την ανάκρουση του πυρήνα και θεωρώντας $m_\nu=0$ παίρνουμε

$$n_\nu(E_\nu) = \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{4\pi}{\hbar^3 c^3} E_\nu^2 = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{f0}|^2 n_\nu(E_\nu)$$

και ρυθμό διασπάσεων σύλληψης

$$= \frac{G_w^2 |M_F|^2 E_\nu^2}{\pi^2 \hbar^4 c^3} \left(\frac{Z m_e e^2}{4\pi \epsilon_0 \hbar^2} \right)^3$$

$$\frac{R_K}{R_{e^+}} = 2\pi \left(\frac{E_\nu}{m_e c^2} \right)^2 \left(\frac{Z}{137} \right)^3 \frac{1}{f(Z_d, E_0)}$$

Για μεγάλα Z η σύλληψη ηλεκτρονίου
προεξάρχει

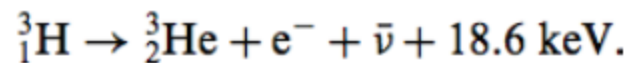
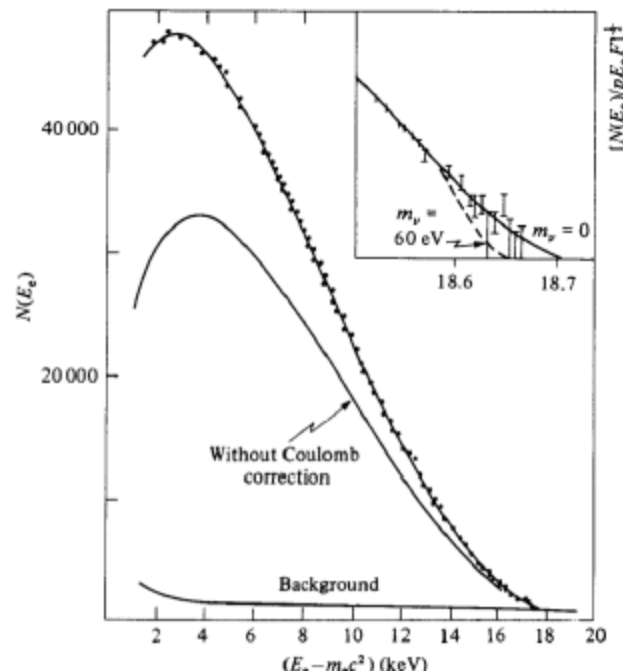
Fermi-Kurie plot (μάζα ν)

Διάγραμμα της ρίζας του αριθμού των σωματίων β με ορμή (ή ενέργεια) μέσα σε μια στενή περιοχή, διά μιας συνάρτησης Fermi ως συνάρτηση της ενέργειας των β.

Είναι ευθεία για επιτρεπτές μεταπτώσεις (και για μερικές απαγορευμένες).

Με fitting των σημείων μπορεί να βρεθεί η $E_{\max}$ των β-σωματιδίων

$$\left[\frac{dR/dE_e}{F(Z_d, E_e) E_e (E_e^2 - m_e^2 c^4)^{1/2}} \right]^{1/2} = (\text{constant}) (E_0 - E_e)^{1/2} [(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2 c^4]^{1/4}.$$



$$m_\nu < 4.35 \text{ eV}$$

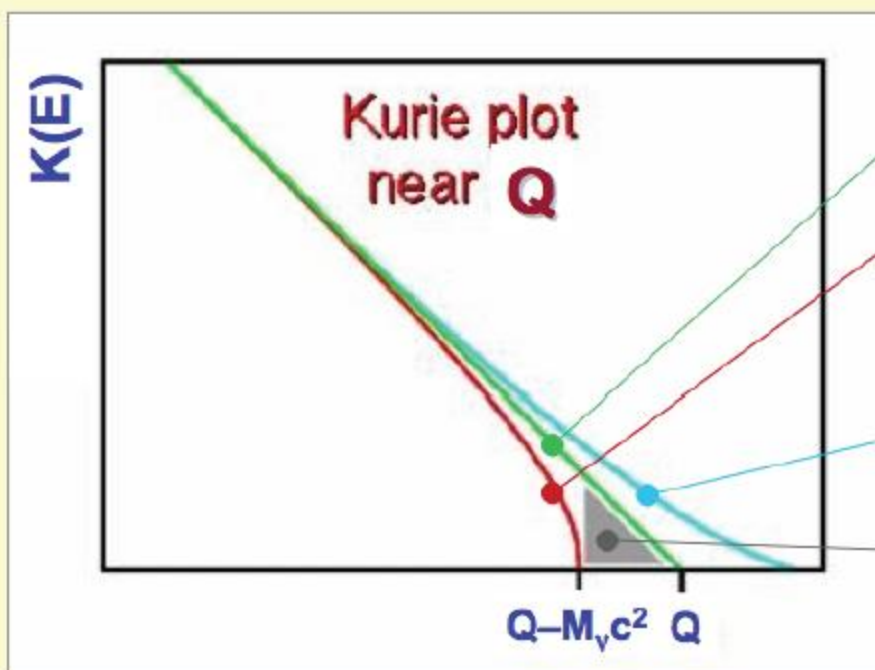
(Belesev, A. I. *et al.* (1995), *Phys. Lett. B* **350**, 263)

Fermi-Kurie plot

Effects of a finite neutrino mass on the Kurie plot

The Kurie plot $K(E_e)$ is a convenient **linearization** of the beta spectrum

$$K(E) \equiv \left[\frac{\frac{dN}{dE}}{G_F |M_{if}|^2 F(Z, E_e) S(E_e) [1 + \delta_R(Z, E_e)] (E_e + m_e c^2)} \right]^{1/2} \propto \left[(Q - E_e) \sqrt{(Q - E_e)^2 - M_\nu^2 c^4} \right]^{1/2}$$



zero neutrino mass

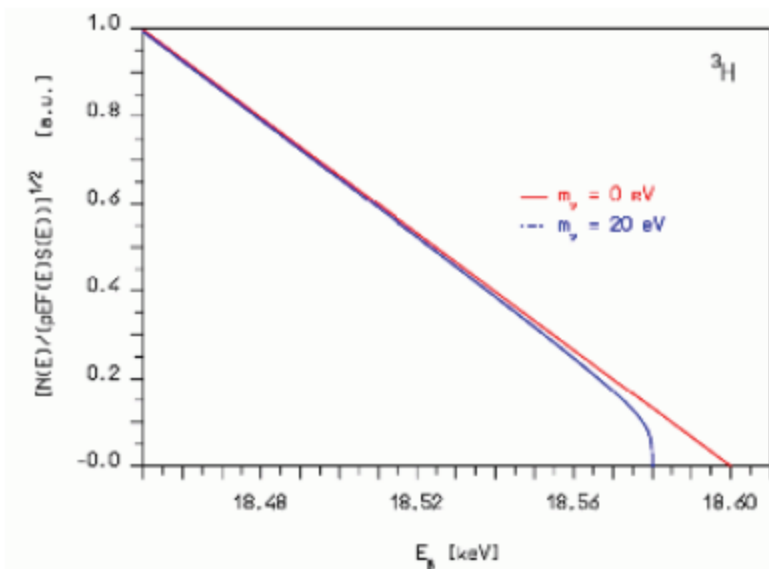
finite neutrino mass

effect of:

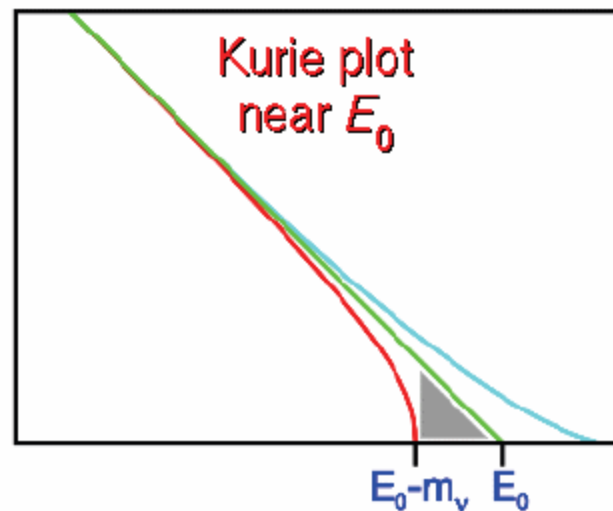
- background
- energy resolution
- excited final states

$$\int_{Q-\delta E}^Q (dN/dE) dE \cong 2(\delta E/Q)^3$$

Fermi-Kurie plot



$$\sqrt{\frac{N(E)}{pEF(E)S(E)}}$$



If the neutrino mass is non-zero, then the ideal Kurie spectrum should turn down to the axis as is shown in Fig. 20-6.

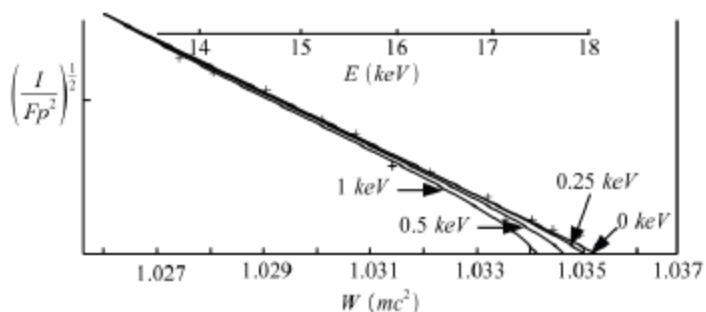


Fig. 20-6 Expanded Kurie plot of the tritium spectrum in the region near the end point. The curves are the theoretical plots expected for the indicated rest mass (in keV) of the neutrino.

