

Στοιχεία Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2013-14)

Τμήμα Τ3: Κ. Κορδάς & Χ. Πετρίδου

Μάθημα 7

- α) Αλληλεπίδραση νουκλεονίου-νουκλεονίου – πυρηνική δύναμη και δυναμικό**
- β) Πυρηνικό μοντέλο των φλοιών**

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη Ι, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 25 Νοεμβρίου 2013

Σήμερα

- **Πυρηνικό δυναμικό - δυναμικό Yukawa, σύστημα δευτερίου**
 - Βιβλίο C&G, Κεφ. 1 όλο, Παραγρ. 2.4, Κεφ. 3 όλο, Παράρτημα Γ (κυρίως Γ.2,3,4).
 - Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 6
- **Πυρηνικό μοντέλο των φλοιών - εκτίμηση βάθους δυναμικού, ενεργειακών σταθμών και μαγικών αριθμών**
 - Βιβλίο C&G, Παράρτημα Β, Κεφ. 5, 5.1-5.7
 - Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 8
- **Χαρακτηριστικά πυρήνων πέρα από το μέγεθος και τη μάζα: σπιν (spin), ομοτιμία (parity), μαγνητική ροπή, ηλεκτρική τετραπολική ροπή**
 - Βιβλίο C&G, Παράρτημα Γ , παρ. 1.3, Κεφ. 5, παρ. 5.5-5.7
 - Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 1, σελ. 4-5 (μαγνητική ροπή)
- **Ιστοσελίδα:** <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

Αναλογία με ένα πρότυπο δέσμιου συστήματος – το άτομο

Άτομο υδρογόνου με ενέργεια και στροφορμή

E, L^2, L_z είναι τελεστές που αντιμετωπίζονται με τη Χαμιλτονιανή, άρα τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη διατηρούνται, άρα οι αριθμοί n, l, m_l χαρακτηρίζουν την κατάσταση του συστήματος
→ είναι καλοί κβαντικοί αριθμοί

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar, \text{ όπου } l = 0, 1, \dots, n-1$$

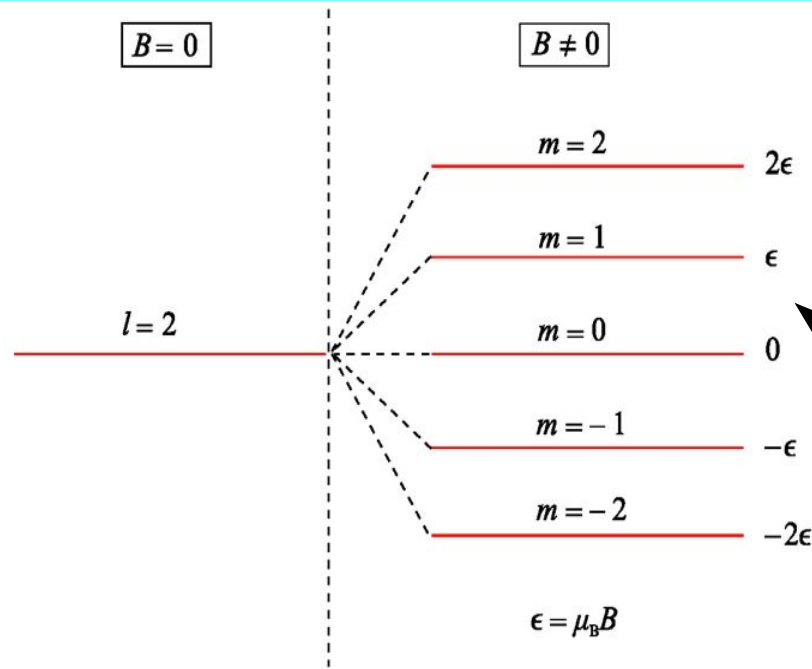
Συμβολισμός καταστάσεων:

$ns, np, nd, nf, \dots$ Π.χ, $2p: (n=2, l=1)$
 $s: l=0; p: l=1; d: l=2; f: l=3, \dots$

Διαφορετικές καταστάσεις $\{n, l, m_l\}$ με ίδια ενέργεια:
εκφυλισμένες καταστάσεις

Κάτω όμως από κάποιες συνθήκες, μπορώ να τις... αποκαλύψω;
(και έτσι να διαπιστώσω ότι δεν είναι απλά μία μαθηματική υπόθεση;)

Τροχ. Στροφορμή: διαχωρισμός εκφυλισμένων ενεργειακών σταθμών H σε μαγνητικό πεδίο



Ενέργεια λόγω αλληλεπίδρασης του ηλεκτρονίου (της **τροχιακής μαγνητικής ροπής** του, μ) με το μαγνητικό πεδίο B :

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad \vec{B} = B \hat{z}$$

Το ηλεκτρόνιο συμπεριφέρεται σαν μαγνήτης με διπολική μαγνητική ροπή:

$$\vec{\mu} = \frac{q}{2m_e c} \vec{L} = \frac{-e}{2m_e c} \vec{L}$$

$$\mu = \frac{-e}{2m_e c} \hbar \sqrt{l(l+1)}$$

Μαγνητόνη του Bohr, μ_B : $\mu_B \equiv \frac{e \hbar}{2m_e c}$

$$\mu = -\mu_B \sqrt{l(l+1)}$$

$$\mu_z = -\mu_B m_l$$

$$U = m_l (\mu_B B)$$

Από τον προκαλούμενο διαχωρισμό των ενεργειακών επιπέδων, μπορούμε π.χ να μετρήσουμε το μαγνητικό πεδίο ενός αστεριού

ΣΧΗΜΑ 10.4: Ο διαχωρισμός Zeeman για μια στάθμη με $l = 2$. Η τοποθέτηση του ατόμου σε ένα μαγνητικό πεδίο προκαλεί άρση του περιστροφικού εκφυλισμού μιας στάθμης με κβαντικό αριθμό l , και δημιουργία $2l + 1$ νέων σταθμών συμμετρικά διατεταγμένων ως προς την αρχική και με σταθερή μεταξύ τους απόσταση ίση με $\epsilon = \mu_B B$.

Μαγνητική ροπή λόγω ιδιοστροφορμής (spin) και συνεισφορά στην ενέργεια όταν σε μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B \hat{z}$

- Στην προηγούμενη σελίδα είδαμε τη μαγνητική ροπή που έχει το ηλεκτρόνιο λόγω περιστροφής γύρω από τον πυρήνα (λόγω τροχιακής στροφορμής, l).
- Το ηλεκτρόνιο έχει όμως και μια εσωτερική στροφορμή, μια ιδιοστροφορμή (= spin = σπίν) ανεξάρτητα από το αν κινείται ή όχι. Το σπίν είναι μια ιδιότητα του ηλεκτρονίου, όπως το φορτίο που έχει

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar, \text{ όπου: } s = 1/2$$

$$S_z = m_s \hbar, \text{ όπου: } m_s = -1/2, +1/2$$

Λόγω του σπίν, το υδρογόνο έχει μια μαγνητική ροπή μ_s :

$$\vec{\mu}_s = g_e \left(\frac{q}{2 m_e c} \right) \vec{S} = g_e \frac{-e}{2 m_e c} \vec{S} = -g_e \mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}$$

Το ηλεκτρόνιο είναι
στοιχειώδες $\rightarrow g_e = 2$

$$\mu_B \equiv \frac{e \hbar}{2 m_e c} \quad \mu_s = -g_e \mu_B \sqrt{s(s+1)} \quad \mu_{s,z} = -g_e \mu_B m_s$$

Δυναμική ενέργεια λόγω σπιν: $U_s = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} \rightarrow U_s = \pm \mu_B B, \text{ για } m_s = \mp 1/2$

Ολική στροφορμή (J) = τροχιακή (L) + σπίν (S) = “το σπίν” του συστήματος (π.χ., του ατόμου)

- Κάθε ιδιοκατάσταση της ενέργειας, στροφορμής κ' σπιν στο άτομο χαρακτηρίζεται από 5 κβαντικούς αριθμούς $\{n, \ell, s, m_\ell, m_s\}$
 - Για κάθε συγκεκριμένο ℓ , υπάρχουν $(2\ell + 1) \cdot (2s + 1)$ ανεξάρτητες καταστάσεις, Y_{lm}

- Ολική στροφορμή J ενός σωματιδίου: άθροισμα τροχιακής στροφορμής και σπίν

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \text{ και } J_z = L_z + S_z, \text{ όπου: } J_z^{\max} = l + s$$

- J^2 και J_z μπορούν να έχουν ιδιοκαταστάσεις ίδιες με L^2 και S^2 , οπότε να χαρακτηρίζω μιά κατάσταση από τους κβαντικούς αριθμούς:

$$\{n, \ell, s, j, m_j\}$$

$$J^2 Y_{lm} = j(j+1)\hbar^2 Y_{lm}, \text{ όπου: } j = l \pm 1/2$$

$$J_z Y_{lm} = m_j \hbar Y_{lm}, \text{ όπου: } m_j = -j, \dots, 0, \dots, j$$

Ενέργεια: εξάρτηση από κύριο κβαντικό αριθμό, στροφορμή και σπίν (σύζευξη L S)

Κάθε ιδιοκατάσταση της ενέργειας, στροφορμής κ' σπιν στο άτομο χαρακτηρίζεται από 4 κβαντικούς αριθμούς $\{n, l, j, m_j\}$

Ολική στροφορμή ατόμου: άθροισμα τροχιακής στροφορμής και σπίν

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, j = l \pm 1/2$$

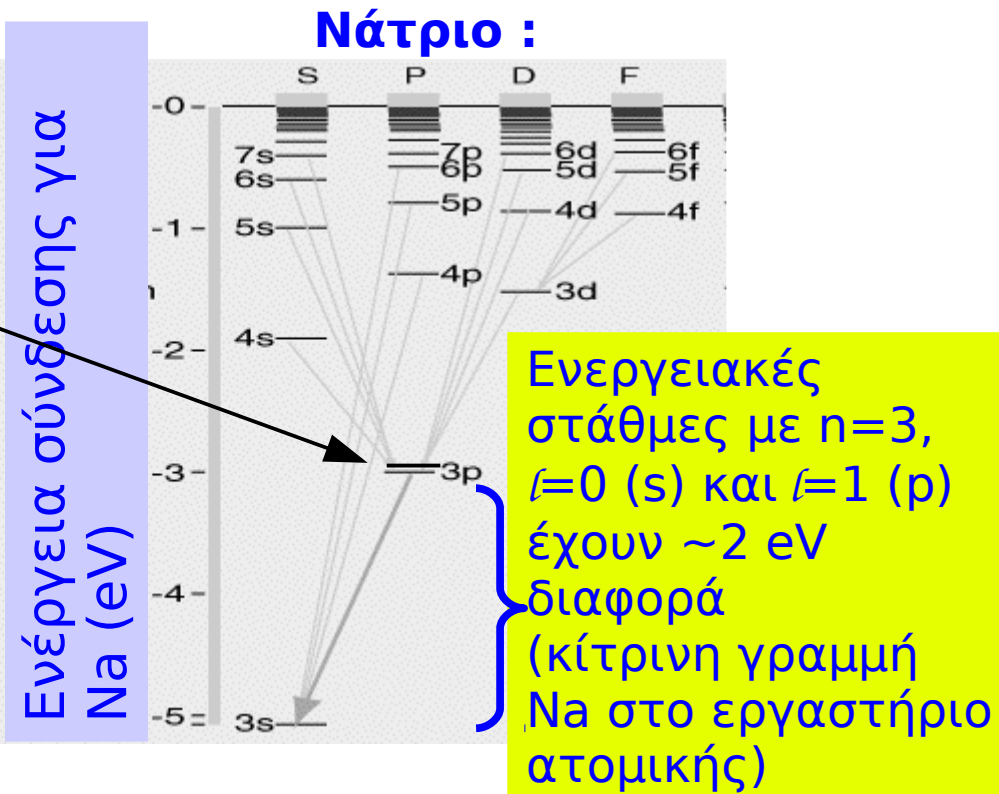
Για $l=1 \rightarrow j=1 \pm 1/2 = 3/2 \text{ ή } 1/2$

Διπλή κίτρινη γραμμή του Νατρίου (θυμάστε στο εργαστήριο ατομικής;)
Αποτέλεσμα της **σύζευξης σπίν-τροχιάς (Spin-orbit coupling = L'S coupling)**: σύζευξη του σπιν του ηλεκτρονίου με το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί το πρωτόνιο, το οποίο θεωρούμε σαν περιστρεφόμενο γύρω από το ηλεκτρόνιο, όταν βρίσκμαστε πάνω στο ηλεκτρόνιο)

Συμβολισμός καταστάσεων:

$ns_J, np_J, nd_J, nf_J, \dots$

Π.χ, $2p_{1/2} : (n=2, l=1, j=1/2)$



Ακόμα ένας κβαντικός αριθμός: Ομοτιμία (parity)

- Είδαμε ότι κάθε ιδιοκατάσταση της ενέργειας, στροφορμής και σπιν στο άτομο χαρακτηρίζεται από κβαντικούς αριθμούς $\{n, l, s, m_l, m_s\}$. **Ο τρόπος που συμπεριφέρεται η αντίστοιχη κυματοσυνάρτηση σε αναστροφή του χώρου** (που είναι το αποτέλεσμα της εφαρμογής του τελεστή της ομοτιμίας/parity, P , πάνω της) μπορεί να ορίσει κι άλλον έναν κβαντικό αριθμό: την **ομοτιμία ή parity**

$$P(\vec{r}) = -\vec{r} \left\{ \begin{array}{l} P(\psi(\vec{r})) = \psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r}) : \text{άρτια συνάρτηση} \rightarrow \text{Parity} = +1 \\ P(\psi(\vec{r})) = \psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r}) : \text{περιττή συνάρτηση} \rightarrow \text{Parity} = -1 \end{array} \right.$$

- Κι έτσι γράφουμε το σπίν και την ομοτιμία ως J^π π.χ., κατάσταση $\frac{3}{2}^+$

- Σημείωση:** για κεντρικά δυναμικά, όπου $\psi(\vec{r}) = R(r) Y(\theta, \varphi)$, η πάρτυ της ψ οφείλεται μόνο στις σφαιρικές συναρτήσεις Y_{lm} : $\vec{r} \rightarrow -\vec{r} : P(Y(\theta, \varphi)) = Y(\pi - \theta, \pi + \varphi) = (-1)^l Y(\theta, \varphi)$, οπότε: **Parity = $(-1)^l$**

Αντίστοιχοι κβαντικοί αριθμοί
ορίζονται και στο δέσμιο σύστημα
που μας απασχολεί –
τους πυρήνες

Spin και πάριτυ ενός πυρήνα (J και πάριτυ: J^p)

- Σπιν πυρήνα, J = ολικό τροχιακό σπιν των νουκλεονίων + το άθροισμα των σπιν τους.

$$\vec{J}_{\text{πυρήνα}} \equiv \sum_{\text{νουκλεόνια}} \vec{L} + \sum_{\text{νουκλεόνια}} \vec{S} = \sum_{\text{νουκλεόνια}} (\vec{L} + \vec{S})$$

- Parity = +1 ή -1

- Οπότε για κάθε πυρήνα δίνουμε σπιν (J) και parity (π): **J^π**

π.χ., 2⁺

Για τα άτομα είδαμε ότι
περιγράφουμε τις καταστάσεις τους
με την εξίσωση Schroedinger και το
δυναμικό Coulomb

Για τους πυρήνες, τι δυναμικό να
χρησιμοποιήσουμε;

Χαρακτηριστικά της πυρηνικής δύναμης

- **Ελκτική**
 - και μάλιστα υπερνικάει τις απωστικές δυνάμεις Coulomb των πρωτονίων στους πυρήνες
- **Μικρής εμβέλεια**
 - γιατί ξέρουμε ότι έχουμε τέλεια συμφωνία μόνο με Coulomb στα ατομικά φαινόμενα
 - Περίπου 1 fm , από σκεδάσεις σωματίων α
- **Κορεσμένη**
 - Δεν αισθάνεται κάθε νουκελόνιο όλα τα άλλα, αλλιώς η ενέργεια σύνδεσης θα αυξάνοταν με $A(A-1)$. Όμως αυξάνεται με A (θυμηθείτε: $B/A \sim 8 \text{ MeV}$)
- **Ανεξάρτητη του φορτίου**
 - Η πυρηνική δύναμη είναι ίδια για τις αλληλεπιδράσεις pp , nn , np
- **Σε πολύ μικρές αποστάσεις γίνει απώθητική (repulsive core)**

Χαρακτηριστικά της πυρηνικής δύναμης

- **Ελκτική**
 - και μάλιστα υπερνικάει τις απωστικές δυνάμεις Coulomb των πρωτονίων στους πυρήνες
- **Μικρής εμβέλεια**
 - γιατί ξέρουμε ότι έχουμε τέλεια συμφωνία μόνο με Coulomb στα ατομικά φαινόμενα
 - Περίπου 1 fm , από σκεδάσεις σωματίων α
- **Κορεσμένη**
 - Δεν αισθάνεται κάθε νουκελόνιο όλα τα άλλα, αλλιώς η ενέργεια σύνδεσης θα αυξάνοταν με $A(A-1)$. Όμως αυξάνεται με A (θυμηθείτε: $B/A \sim 8 \text{ MeV}$)
- **Ανεξάρτητη του φορτίου**
 - Η πυρηνική δύναμη είναι ίδια για τις αλληλεπιδράσεις pp , nn , np
- **Σε πολύ μικρές αποστάσεις γίνει απώθητική (repulsive core)**

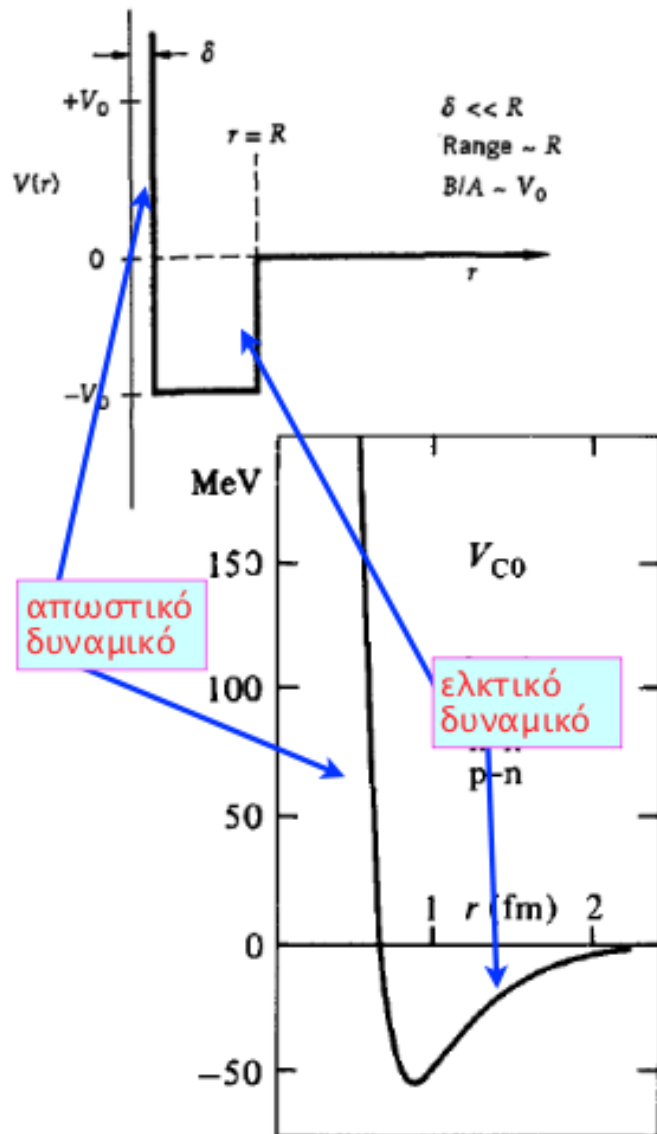
Δυναμικά με τη σωστή συμπεριφορά

- Το δυναμικό, V (=δυναμική ενέργεια), δύο νουκλεονίων πρέπει να περιγράφει τις βασικές ιδιότητες του πυρήνα: κορεσμό, μικρή εμβέλεια

$$F = -\frac{\partial V}{\partial r}$$

- Διαλέγουμε ένα εύλογο δυναμικό $V \rightarrow$ το χρησιμοποιούμε στην Χαμιλτονιανή και λύνουμε την εξίσωση Schroedinger για δύο νουκλεόνια $\rightarrow$ προσαρμόζουμε τη λύση στα πειραματικά δεδομένα (υπολογίζουμε τις παραμέτρους της λύσης)
- Πειραματικά δεδομένα από
 - σκεδάσεις p_n και n_p (σκεδάσεις nn : δύσκολες πειραματικά)
 - τη μελέτη των ιδιοτήτων του δευτερίου
- Δοκιμάζουμε διάφορα Δυναμικά:
 - Στατικά Δυναμικά: Coulomb, Yukawa (διαφέρουν ως προς τη συνάρτηση)
 - Αλληλεπιδράσεις Νουκλεονίου-Νουκλεονίου: Δυναμικό Παρισιού

Κεντρικά δυναμικά – εξάρτηση μόνο από απόσταση, όχι διεύθυνση



- Από το δυναμικό δύο νουκλεονίων πρέπει να προκύπτει η δύναμη κορεσμού

- ▶ Τα δυναμικά δίνουν μια **ελκτική δύναμη** για $r \sim$ εμβέλεια: $F = -\partial V / \partial r$ και μια **απωστική δύναμη** για πολύ μικρό r

- Το απωστικό δυναμικό Coulomb

$$V(r) \propto \frac{1}{r}$$

είναι δυνατόν να δημιουργεί δυσκολίες στους υπολογισμούς.

- Συχνά για μικρές ορμές νουκλεονίων το αντικαθιστούμε με το “**πηγάδι δυναμικού**”, ή με το **δυναμικό Yukawa**

$$V(r) \propto \frac{e^{-\frac{mc}{\hbar}r}}{r}$$

Πέφτει πολύ πιο γρήγορα από το απλό $1/r$

Δυναμικό Yukawa

- Αλληλεπίδραση μεταξύ των νουκλεονίων με την ανταλλαγή ενός **σωματιδίου-διαδότη με σχετικά μεγάλη μάζα, m**
 - Πεπερασμένη ακτίνα δράσης
 - Εκπομπή και απορρόφηση του σωματιδίου διαδότη με παραβίαση της ενέργειας που δεν μπορεί να διαρκέσει πάνω από

$$\Delta E \Delta t \simeq \hbar \rightarrow m c^2 \Delta t \simeq \hbar$$

$$Εμβέλεια = R = c \Delta t = \frac{\hbar}{m c}$$

- Χρησιμοποιώντας την εμβέλεια (~ 1.4 fm) υπολογίζεις $m \sim 140$ MeV ($\sim$ μάζα πιονίου: οπότε αρχικά υποθέσαμε ότι ο διαδότης των πυρηνικών δυνάμεων μεταξύ νουκλεονίων ήταν το πiónιο)

Αλληλεπίδραση νουκελονίου-νουκλεονίου – “δυναμικό Παρισιού”

Απωστικό κέντρο

Δυναμικό = άθροισμα διαφόρων όρων:

$$V(r) = V_{C1}(r) + V_T(r)\Omega_T + V_{SO}(r)\Omega_{SO} + V_{SO2}(r)\Omega_{SO2}$$

• Περιλαμβάνει:

- ▶ συνάρτηση για τις επιτρεπτές (αντισυμμετρικές) καταστάσεις δύο πρωτονίων ή δύο νετρονίων ή νετρονίου πρωτονίου ($S=0$: αντισυμμετρικές)
- ▶ συνάρτηση για τις συμμετρικές καταστάσεις (εφικτές μόνο στο σύστημα πρωτονίου-νετρονίου) ($S=1$: συμμετρικές)

Για ολικό $S=0$, τα νουκλεόνια “αισθάνονται” μόνο ένα κεντρικό δυναμικό παντα

Έχει αρκετό βάθος για δέσμιο σύστημα

$$\Omega_T = 3 \frac{(\sigma_1 \cdot r)(\sigma_2 \cdot r)}{r^2} - \sigma_1 \cdot \sigma_2$$

σύζευξη σπιν-σπίν

Για ολικό $S=1$, υπάρχουν τεσσereis συνεισφορές στο δυναμικό

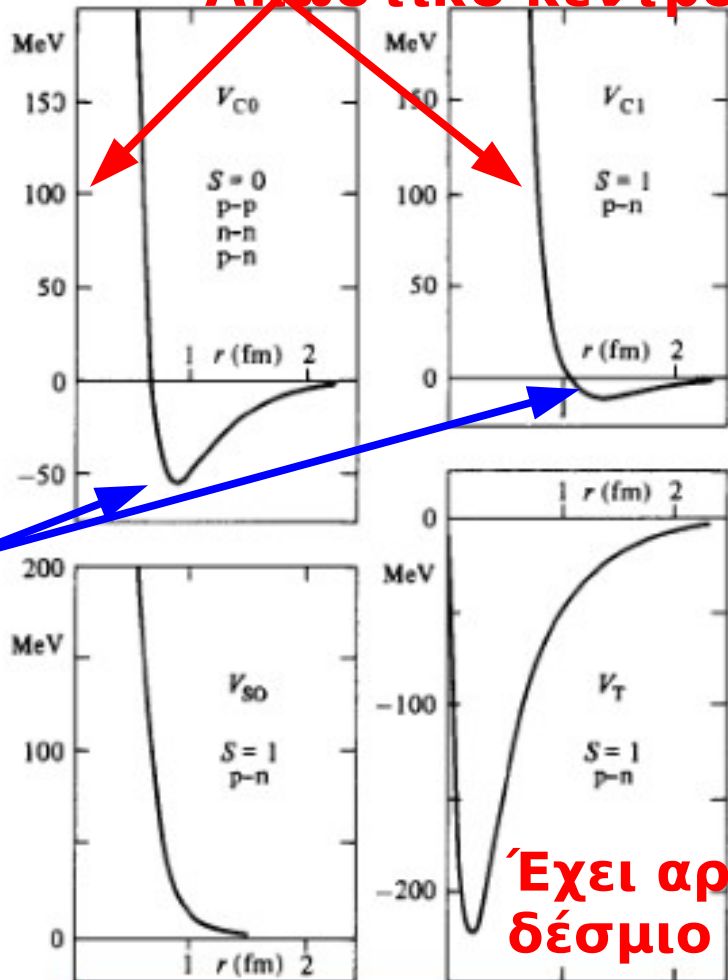
(οι 3 παραπάνω με $S=1$ και το V_{SO2})

$$\hbar\Omega_{SO} = (\sigma_1 + \sigma_2) \cdot L$$

$$\hbar^2\Omega_{SO2} = (\sigma_1 \cdot L)(\sigma_2 \cdot L) + (\sigma_2 \cdot L)(\sigma_1 \cdot L)$$

Οι 4 όροι στο $V(r)$: κεντρικό, ταχυστικό δυναμικό & 2 όροι σύζευξης $L \cdot S$

Όχι αρκετό βάθος για δέσμιο σύστημα



Γιατί ο μικρότερος πυρήνας είναι το δευτέριο (πρωτόνιο-νετρόνιο) και όχι άλλος;

- Η βασική κατάσταση συστήματος δύο νουκλεονίων έχει $l=0$ μεταξύ των 2 νουκλεονίων: συμμετρική κυματοσυνάρτηση ως προς την εναλλαγή των νουκλεονίων ($1 \leftrightarrow 2$ ή $\mathbf{r} \leftrightarrow -\mathbf{r}$).

Παράρτημα Γ.4, "Το δευτέριο"

- Αν $S=0$, το μόνο δυναμικό είναι το κεντρικό V_{co} (Σχήμα προηγούμενη σελ.): δεν έχει αρκετό βάθος για δέσμιο σύστημα.
- **Οπότε μένει η $S=1$ σαν επιλογή.**
 - Οι κυματοσυναρτήσεις $S=1$ είναι **συμμετρικές** ως προς την εναλλαγή των νουκλεονίων
 - οπότε, ΔΕΝ γίνεται να έχουμε δύο ταυτόσημα φερμιόνια σ' αυτή την κατάσταση,
 - δηλ, **δεν γίνεται να έχουμε πρωτόνιο-πρωτόνιο ή νετρόνιο-νετρόνιο.**
 - **κι έτσι μένει το πρωτόνιο-νετρόνιο μόνη επιλογή!**

Παρένθεση: γιατί η $S=1$ είναι συμμετρική

C.4 The deuteron

Παράρτημα Γ.4, “Το δευτέριο”

The total intrinsic spin S of two spin $\frac{1}{2}$ fermions is

$$\mathbf{S} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2,$$

where from the rules above the quantum number S can take the values $S = 1$ and $S = 0$. Explicitly, the three $S = 1$ states $|S, S_m\rangle$ are found to be

$$\begin{aligned} |1, 1\rangle &= |+\tfrac{1}{2}\rangle_1 |+\tfrac{1}{2}\rangle_2 \\ |1, 0\rangle &= (|+\tfrac{1}{2}\rangle_1 |-\tfrac{1}{2}\rangle_2 + |-\tfrac{1}{2}\rangle_1 |+\tfrac{1}{2}\rangle_2)/\sqrt{2} \\ |1, -1\rangle &= |-\tfrac{1}{2}\rangle_1 |-\tfrac{1}{2}\rangle_2 \end{aligned} \tag{C.6}$$

and the $S = 0$ state is

$$|0, 0\rangle = (|+\tfrac{1}{2}\rangle_1 |-\tfrac{1}{2}\rangle_2 - |-\tfrac{1}{2}\rangle_1 |+\tfrac{1}{2}\rangle_2)/\sqrt{2}. \tag{C.7}$$

(The factors $\sqrt{2}$ are for normalisation.)

ΟΛΕΣ οι καταστάσεις με το ίδιο S έχουν την ίδια συμμετρία ως προς την εναλλαγή $1 \leftrightarrow 2$. Π.χ., οι $S=1$ είναι ΌΛΕΣ συμμετρικές, αφού η $|S=1, S_z=+1\rangle$ είναι συμμετρική

Δευτέριο (1)

- Είναι η μόνη δέσμια κατάσταση νουκλεονίου-νουκλεονίου (n-p) που υπάρχει: ($A=2$, $Z=N=1$)

▶ Μπορεί να διαχωριστεί στα n, p με ακτινοβολήση $E_\gamma \geq 2.2245 \text{ MeV}$ (ενέργεια σύνδεσης)

▶ Το δευτέριο ΔΕΝ έχει διεγερμέν

▶ Στροφορμή $J = 1\hbar$

▶ Μαγνητική διπολική ροπή μ_d και

▶ Ηλεκτρική τετραπολική ροπή

binding energy = 2.2245 MeV,

angular momentum $j = 1$,

magnetic moment = $0.8574 (e\hbar/2m_p)$,

electric quadrupole moment = 0.286 fm^2 .

“Πυρηνική”
Μαγνητόνη
 μ_N

Παρατηρούμε: $\mu_d \neq \mu_n + \mu_p$ (αλγεβρικό άθροισμα) Αλλά ούτε είναι πολύ διαφορετικό. Αποκλείεται η ύπαρξη τροχιακής στροφορμής ($L = 0$)

• Έχουμε τις εξής επιλογές με: $S_p = 1/2$, $S_n = 1/2$

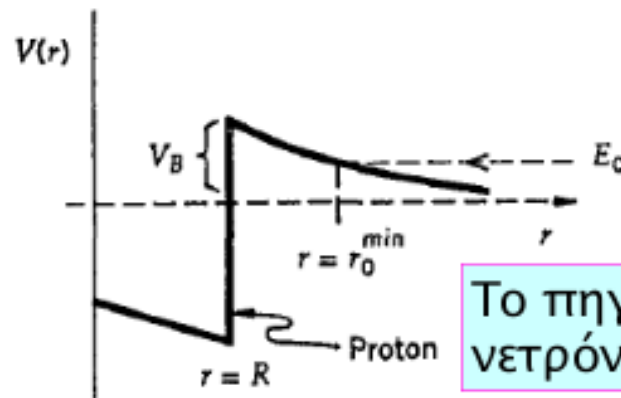
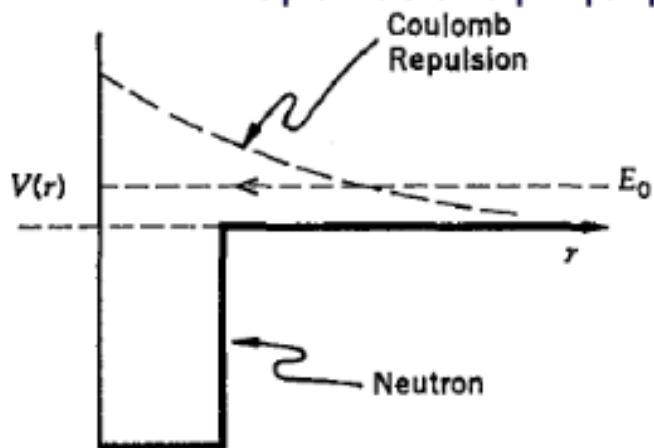
$S_d = 1$ ($S_z = -1, 0, 1$)

$S_d = 0$ ($S_z = 0$)

• Η κατάσταση $S_d = 0$ ΔΕΝ είναι δέσμια

Δευτέριο (2)

- Γιατί η τετραπολική ροπή του δευτερίου δεν είναι μηδέν?
 - ▶ $L=0$ πρόκειται για **S** “σφαιρική” κατανομή φορτίου
 - ▶ Πιθανή εξήγηση:
 - ▶ Δεν είναι καθαρή S αλλά έχει κι ένα μικρό ποσοστό D ($D \equiv I=2$: σχετική στροφορμή p-n)
- Για να βρούμε τις κυματοσυναρτήσεις χρησιμοποιούμε σφαιρικό πηγάδι δυναμικού:
- Η εξίσωση Schroedinger: $d^2u/dr^2 + 2\mu/\hbar^2 (V_0 - E)u$ $u = r \psi(r)$ ($L=0$)
- Η κυματοσυνάρτηση πρέπει να τείνει στο μηδέν για $r > R$ (δυναμικού)



Το πηγάδι δυναμικού για νετρόνια και για πρωτόνια