

ΠΥΡΗΝΙΚΗ 5ου εξαμήνου

10 διευκρινήσεις και σημαντικά σημεία (όχι σ' όλη την ύλη) Κ. Κορδάς, ακ. έτος 2013-14

1. Ο αριθμός των πυρήνων που έχω σ' ένα δείγμα μειώνεται εκθετικά με το πέρασμα του χρόνου, με σταθερά διάσπασης $\lambda = 1/\tau$, όπου τ είναι ο μέσος χρόνος ζωής (και $T_{1/2}$ = ο χρόνος ημίσειας ζωής που είναι λιγότερος από το μέσο χρόνο ζωής, και μάλιστα $T_{1/2} = \ln(2) * \tau = 0.693 * \tau$):

$$N = N_0 * \exp(-\lambda t) \quad (1)$$

όπου N = πλήθος πυρήνων τη χρονική στιγμή t , και N_0 = πλήθος πυρήνων τη χρονική στιγμή $t=0$.

Ακριβώς με τον ίδιο εκθετικό νόμο μειώνεται και η νεργότητα του δείγματος με το πέρασμα του χρόνου. Ενεργότητα = αριθμός διασπάσεων ανά μονάδα χρόνου = λN , οπότε:

$$\lambda N = \lambda N_0 * \exp(-\lambda t) \quad (2)$$

όπου λN = η ενεργότητα τη χρονική στιγμή t , και λN_0 τη στιγμή $t=0$.

Διαδοχικές διασπάσεις πυρήνων σε αλυσίδα είναι σαν τα συγκοινωνούντα δοχεία: κάθε δοχείο γεμίζει επειδή το προηγούμενο δοχείο αδειάζει, και ταυτόχρονα αδειάζει γεμίζοντας το επόμενο.

Ξέροντας την ενεργότητα σε κάποια στιγμή (t_0) ξέρουμε την ενεργότητα οποιαδήποτε στιγμή t (βλ. Σχέση 2 πιο πάνω). Πρακτικά, είναι η μέτρηση της ενεργότητας και το γεγονός ότι πέφτει εκθετικά (βλ. Σχέση 1) που μας επιτρέπει να μετρήσουμε το χρόνο ζωής ενός στοιχείου, και όχι η μέτρηση του ακόμη-αδιάσπαστου αριθμού πυρήνων (βλ. Σχέση 1 πιο πάνω) η οποία δεν είναι πρακτική.

2. Ραδιοχρονολόγηση με C-14:

Όσο ένας βιολογικός οργανισμός (π.χ., δέντρο), είναι ζωντανός, αναπληρώνει με την αναπνοή τον αριθμό πυρήνων C-14 που διασπώνται. Από τη στιγμή όμως που πεθαίνει, παύει να το κάνει αυτό κι έτσι ο αριθμός πυρήνων (N) C-14 στο "νεκρό σώμα" μειώνεται εκθετικά, όπως φυσικά και η ενεργότητα (λN) μειώνεται εκθετικά. Μετρώντας πόση ενεργότητα έχουμε σ' ένα νεκρό δέντρο και ξέροντας πόση έχει όσο είναι ζωντανό, μπορούμε να βρούμε πόσος χρόνος πέρασε από το θάνατό του.

3. Ατομική και πυρηνική μάζα στοιχείων

Για να βρίσκετε τις ατομικές μάζες των στοιχείων που σας χρειάζονται, μπορείτε να χρησιμοποιείτε τα πυρηνικά δεδομένα για κάθε στοιχείο και τα ισότοπά του που τα έχουμε στο αρχείο

http://skiathos.physics.auth.gr/atlas/Nuclear_Physics/wallarge.pdf

χρησιμοποιώντας:

$$M(A,Z) = 931.478 * A + \Delta \quad (\text{κι έτσι παίρνετε την ατομική μάζα σε MeV}),$$

Όπου το Δ το βρίσκεται στους πίνακες του πιο πάνω αρχείου.

Π.χ: $\Delta(^{66}\text{Ga}) = -63.724 \text{ MeV}$, $\Delta(^{66}\text{Zn}) = -68.899 \text{ MeV}$, $\Delta(^{72}\text{As}) = -68.230 \text{ MeV}$, $\Delta(^{72}\text{Ge}) = -72.586 \text{ MeV}$

Πανεύκολα βέβαια πάει κάποιος από τις πυρηνικές στις ατομικές μάζες και τούμπαλιν:

$$M_{\text{ατόμου}} = m_{\text{πυρήνα}} + Z * m_e$$

(όπου η μάζα ενός ηλεκτρονίου είναι $m_e = 511 \text{ keV} = 0.511 \text{ MeV}$)

4. Ενεργειακή συνθήκη για πραγματοποίηση αντίδρασης

Σε μία ανάλυση για το αν επιτρέπεται ή όχι μια αντίδραση/διάσπαση: κοιτάμε να έχουμε αρκετή ενέργεια ($Q > 0$).

Το Q της αντίδρασης είναι η ενέργεια που περισσεύει αφ' ότου ο μητρικός έχει ξοδέψει όση ενέργεια χρειάζεται για να φτιάξει τις μάζες των προϊόντων. Οπότε το Q μοιράζεται ως κινητική ενέργεια στα προϊόντα. Το Q της αντίδρασης είναι η διαφορά μαζών μεταξύ των αντιδρώντων και των προϊόντων και μοιράζεται ως κινητική ενέργεια στα προϊόντα.

Σημείωση: Αν ένας πυρήνας δεν είναι στη θεμελιώδη κατάσταση αλλά είναι σε μια διεγερμένη, τότε φυσικά η μάζα του είναι λίγο μεγαλύτερη απ' 'ότι αν ήταν στη θεμελιώδη (μεγαλύτερη κατά όσο παραπάνω ενέργεια έχει η διεγερμένη κατάσταση από τη θεμελιώδη). Τη μάζα στη θεμελιώδη τι βρίσκουμε από τις μάζες των συστατικών πρωτονίων και νετρονίων και την ενέργεια σύνδεσης. Π.χ, αν από τη βασική στάθμη του μητρικού πάμε σε διεγερμένη κατάσταση του θυγατρικού (που έχει ενέργεια ΔE πιο ψηλά από τη θεμελιώδη του), τότε το σωστό $m_{\text{θυγατρικού}}$ για τον υπολογισμό της διαφοράς ενέργειας είναι: $m_{\text{θυγατρικού}}(\text{στη διεγερμένη κατάσταση } \Delta E) = m_{\text{θυγατρικού}}(\text{στη βασική κατάσταση}) + \Delta E$.

** Αν δεν διευκρινίζεται κάτι, τότε εννοείται ότι ο πυρήνας είναι στη βασική κατάσταση.

5. Σχετικά με τις κινητικές ενέργειες των προϊόντων μιας διάσπασης ή αντίδρασης:

- Το Q της αντίδρασης (διαφορά μαζών μεταξύ των αντιδρώντων και των προϊόντων) μοιράζεται ως κινητική ενέργεια στα προϊόντα
- Έτσι, στην α -διάσπαση που τα προϊόντα είναι μόνο 2, η κινητική ενέργεια μοιράζεται επακριβώς (αν κάνουμε διατήρηση ενέργειας και ορμής, θα δείτε ότι το α παίρνει καθορισμένη τιμή, γύρω στο 98% του Q για πυρήνες με $A \sim 200$). Αν όμως τα προϊόντα είναι περισσότερα, τότε τότε μοιράζονται το Q , αλλά δεν παίρνει το κάθε προϊόν το ίδιο πάντα ποσοστό του Q . Έτσι, στη β -διάσπαση το ηλεκτρόνιο (ή το ποζιτρόνιο, ανάλογα αν μιλάμε για β^- ή για β^+ , αντίστοιχα) μπορεί να πάρει κινητική ενέργεια T_e από 0 μέχρι όλο το Q . Οπότε η ελάχιστη ενέργεια της ακτινοβολίας βήτα είναι 0 και η μέγιστη κινητική (T_e^{max}) είναι όση το Q της αντίδρασης.
- Στις διασπάσεις με πυρήνες και σωματίδια α που είναι "βαριά" σωματίδια, μπορούμε να πούμε ότι δεν είναι σχετικιστικά, κι έτσι κάνουμε διατήρηση ορμής και ενέργειας με τους κλασσικούς τύπους κινητικής ενέργειας και ορμής.
- Όταν όμως έχουμε ελαφρά σωματίδια (ηλεκτρόνια, νετρίνα, ακόμα και μόνια), τότε τα σωματίδιά μας είναι σχετικιστικά και δεν μπορούμε να κάνουμε αυτή την προσέγγιση, αλλά πάμε με τη διατήρηση ενέργειας και ορμής χρησιμοποιώντας τις σχετικιστικές εξισώσεις.
- Επίσης: αν έχουμε μόνο δύο προϊόντα, τότε το πόση ορμή και πόση ενέργεια παίρνει ο καθένας από του δυο είναι απόλυτα καθορισμένο, οπότε και 1 εκατομμύριο διασπάσεις να παρατηρήσουμε, θα παίρνουμε πάντα το ίδιο αποτέλεσμα για τις ορμές και κινητικές ενέργειες των προϊόντων.
 - Στην περίπτωση της α διάσπασης είναι $T_\alpha = Q * m_{\text{θυγατρικού}} / [m_\alpha + m_{\text{θυγατρικού}}]$, ενώ $T_{\text{θυγατρικού}} = Q * m_\alpha / (m_\alpha + m_{\text{θυγατρικού}})$, οπότε αφού στις διασπάσεις α έχουμε ότι ο μητρικός και ο θυγατρικός πυρήνας είναι πάνω από $A=210$, συνήθως τότε είμαι ΟΚ που λέμε ότι T_α είναι περίπου όλο το Q της διάσπασης (για $A=200$, βγαίνει $T_\alpha = 98\% * Q$)

- Αν έχουμε όμως τρία προϊόντα, τότε αυτά μοιράζονται τη διαθέσιμη κινητική ενέργεια με διαφορετικό τρόπο κάθε φορά, κι έτσι αν παρατηρήσουμε πολλές διασπάσεις θα δούμε μία ολόκληρη κατανομή για τις κινητικές ενέργειες του καθενός τους.
 - Έτσι η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων στις β -διασπάσεις παίρνει τιμές από 0 έως το αληθινό Q της διάσπασης. Αν το νεutrino έχει μάζα m_ν , τότε η κινητική του ηλεκτρονίου φτάνει το πολύ μέχρι $Q_0 - m_\nu$, όπου το Q_0 είναι το Q που υπολογίζουμε όταν βάζουμε τη μάζα του νεutrino ίση με μηδέν. Επειδή αυτή είναι η συνηθισμένη πρακτική, ονομάζουμε Q το Q_0 . Μετά κοιτάμε αν η μέγιστη κινητική του ηλεκτρονίου είναι ίση ή μικρότερη από το Q . Το πόσο μικρότερη είναι, μας δίνει τη μάζα του νεutrino.

6. Ενέργεια για πραγματοποίηση β -διασπάσεων:

1. Έχουμε τις συνθήκες που το $Q > 0$ (και άρα όταν $Q > 0$, η διάσπαση επιτρέπεται όσον αφορά στην ενέργεια) για β^- , β^+ και EC ($= \epsilon$ = Electron Capture), χρησιμοποιώντας μάζες των ατόμων.
2. Σημείωση: Υπολογίζουμε το $\Delta M_0 = M_{\text{mother}_0} - M_{\text{daughter}_0}$ από τη βασική κατάσταση του μητρικού στη βασική του θυγατρικού. Αν όμως θέλουμε να πάμε σε διεγερμένη του θυγατρικού, τότε το σωστό M_{daughter} είναι $= M_{\text{daughter}_0} + \Delta E$, οπότε το σωστό ΔM είναι $\Delta M_0 - \Delta E$. Και χρησιμοποιώντας αυτό το ΔM κοιτάμε αν το Q είναι θετικό (για να γίνεται η διάσπαση):
 1. $Q = \Delta M > 0$ για β^-
 2. $Q = \Delta M - 2 m_e > 0$ για β^+ , και
 3. $Q = \Delta M > 0$ για EC,
3. όπου αν επιτρέπεται ενεργειακά και η β^+ και η EC, τότε μπορεί να συμβούν και οι δύο, με κάποια πιθανότητα η κάθε περίπτωση.
4. **ΠΡΟΣΟΧΗ λοιπόν στις β -διασπάσεις:** ανάλογα με τον τύπο της διάσπασης έχω ή δεν έχω αφαίρεση του έξτρα όρου $2 m_e$ από το ΔM για να βρω το σωστό Q . Επίσης, οι μάζες που μας χρειάζονται στις β διασπάσεις είναι οι ατομικές μάζες.

7. Άλφα διάσπαση

Η πιθανότητα να γίνει η άλφα διάσπαση μπορεί να γραφεί σαν το γινόμενο δύο επί μέρους πιθανοτήτων:

1. της πιθανότητας να σχηματιστεί το άλφα μέσα στον πυρήνα, και
2. της πιθανότητας να καταφέρει να βγεί έξω απ' τον πυρήνα.

Δηλαδή σκεφτόμαστε την άλφα διάσπαση σαν δύο ξεχωριστές διαδικασίες: α) Δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια από τα πολλά του πυρήνα μπορεί να προτιμήσουν να κάνουν παρέα και να σχηματίσουν ένα σωματίδιο άλφα μέσα στον πυρήνα, και β) από εκεί και πέρα αυτό το άλφα “προσπαθεί να βγεί” από τον πυρήνα, και μπορεί να το καταφέρει αργά ή γρήγορα.

Για να βγεί το άλφα απ' τον πυρήνα πρέπει με την κινητική ενέργεια που έχει (~98% του Q , οπότε βάζουμε πρακτικά όλο το Q) να μπορέσει να διαπεράσει το φράγμα δυναμικού που έχει μπροστά του με το κβαντομηχανικό φαινόμενο σήραγγος. Η πιθανότητα να βρεθεί το άλφα έξω από το φράγμα, είναι τόσο μικρότερη, όσο μεγαλύτερη σήραγγα έχει να διασχίσει. Επειδή το φράγμα είναι Coulomb (κάποιο άλφα που βρίσκεται απ' έξω βλέπει την ηλεκτρική άπωση του πυρήνα), αυτό πέφτει με το $1/r$, όπου r η απόσταση από τον φορτισμένο πυρήνα. Αυτό όμως σημαίνει ότι μικρές διαφορές στο Q

κάνουν μεγάλη διαφορά στο μήκος της σήραγγας και άρα μεγάλη διαφορά στην πιθανότητα διέλευσης. Αυτή την πιθανότητα διέλευσης τη γράφουμε ως e^{-G} , όπου το G εξαρτάται από το Q, φυσικά. Αφού η πιθανότητα διέλευσης είναι e^{-G} , το e^{-G} πρέπει να μεγαλώνει όσο μεγαλώνει το Q, και άρα το G πρέπει να μικραίνει όσο μεγαλώνει το Q.

Τώρα, επειδή η πιθανότητα διάσπασης ανά μονάδα χρόνου είναι $\hbar/\tau$, όπου τ είναι ο μέσος χρόνος ζωής ενός πυρήνα που κάνει άλφα διάσπαση, μπορούμε και την πιθανότητα σχηματισμού του άλφα μέσα στον πυρήνα να την γράψουμε σαν $\hbar/\tau_0$, όπου τ_0 είναι ένας χαρακτηριστικός μέσος χρόνος σχηματισμού του άλφα μέσα στον πυρήνα. Οπότε γράφουμε:

$$\frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar}{\tau_0} * e^{-G} \rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} * e^{-G}$$

Το τ_0 είναι της τάξης του 10^{-23} sec, χαρακτηριστικού χρόνου των ισχυρών αλληλεπιδράσεων.

Από εδώ με το λογάριθμο κατά μέλη, βγαίνει και $\log(\tau) = \log(\tau_0) + G$. Οπότε όσο το Q αυξάνει, το G μικραίνει και το $\log(\tau)$ μικραίνει, όπως δείχνει η σχέση Geiger-Nuttall.

Εκεί βλέπουμε επίσης ότι για το ίδιο Q, αν το άλφα πάει να βγεί από έναν πυρήνα με μεγαλύτερο Z, σημαίνει ότι το φράγμα Coulomb είναι ψηλότερο, οπότε η σήραγγα που πρέπει να διασχίσει το άλφα για να βγεί έξω είναι μεγαλύτερη, και άρα η πιθανότητα διέλευσης είναι μικρότερη, και έτσι ο χρόνος ζωής είναι μεγαλύτερος.

8. Αποδιεγέρσεις β

Οι αποδιεγέρσεις β κατηγοριοποιούνται σε επιτρεπτές ή απαγορευμένες. “Επιτρεπτές” σημαίνει ότι έχουν πολύ μεγαλύτερη πιθανότητα να γίνουν, σε σχέση με άλλες που είναι πιο σπάνιες και λέγονται “απαγορευμένες”. Όσο μεγαλύτερου βαθμού “απαγόρευση” έχει μια διάσπαση, τόσο πιο σπάνιο είναι να γίνει.

Γενικά, με διατήρηση του σπίν από την αρχική στην τελική κατάσταση, γράφουμε για τη β-διάσπαση:

$$\vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{S}_{ev} + \vec{I}_{ev}$$

όπου

$\vec{J}_i$ και $\vec{J}_f$ είναι το ολικό σπίν του αρχικού και του τελικού πυρήνα, αντίστοιχα,

$\vec{S}_{ev}$ είναι το ολικό σπίν του συστήματος ηλεκτρονίου-αντινεutrino που μπορεί να είναι 0 ή 1 (αφού συνδυάζω το ηλεκτρόνιο και το αντινεutrino που έχουν σπίν 1/2 το καθένα), και

$\vec{I}_{ev}$ είναι η σχετική στροφορμή ηλεκτρονίου-αντινεutrino.

Οπότε γράφουμε $\vec{J}_i - \vec{J}_f = \vec{S}_{ev} + \vec{I}_{ev} \Rightarrow \Delta J = \vec{S}_{ev} + \vec{I}_{ev}$ όπου το διάνυσμα ΔJ μπορεί να έχει μέτρο ΔJ που μπορεί να είναι οποιαδήποτε τιμή μέσα σ'αυτά τα όρια: $\left| (J_i - J_f) \right| \leq \Delta J \leq \left| (J_i + J_f) \right|$ Από όλα τα ΔJ , το πιο πιθανό είναι αυτό με τη μικρότερη τιμή, δηλαδή το $\left| (J_i - J_f) \right|$, οπότε αυτό το ΔJ είναι αυτό που εξετάζουμε. **Βασικά γιατί θέλουμε να γίνεται η μετάβαση με το μικρότερο δυνατό $\vec{I}_{ev}$: όσο μικρότερο το $\vec{I}_{ev}$ τόσο πιο εύκολα γίνεται η μετάβαση.**

Οι **επιτρεπτές** μεταπτώσεις έχουν $\vec{I}_{ev} = 0$. Αν είναι $S_{ev} = 0$ (που έχει μόνο έναν τρόπο να γίνει), η β-διάσπαση/μετάπτωση λέγεται μετάπτωση Fermi. Αν είναι $S_{ev} = 1$ (που έχει τρεις τρόπους να γίνει, έναν

με $S_z = +1$, έναν με $S_z = 0$, έναν με $S_z = -1$), τότε η β-διάσπαση/μετάπτωση λέγεται μετάπτωση Gamow-Teller.

Οπότε αφού το σπίν διατηρείται, σύμφωνα με τα παραπάνω, το ΔJ στις επιτρεπτές β-διασπάσεις είναι 0 ή 1, όσο και το S_{ev} .

Εκτός από το σπιν, έχουμε να σκεφτούμε και την páριτυ. Η páριτυ του συστήματος ηλεκτρονίου-αντινετρίνο είναι $(-1)^{l_{ev}}$, που για τις επιτρεπτές μεταπτώσεις δίνει: $(-1)^0 = +1$. Έτσι, οι επιτρεπτές μεταπτώσεις έχουν το μητρικό και το θυγατρικό πυρήνα να έχουν την ίδια páριτυ.

Όταν δεν έχουμε $\Delta J = 0$ ή 1 και $\Delta \text{páριτυ} = \Delta \pi = +1$, τότε η β-διάσπαση είναι **απαγορευμένη**.

Μια απαγορευμένη μετάπτωση (δηλαδή που δεν γίνεται με $\vec{l}_{ev}=0$ κι έτσι δεν έχει $\Delta J^{\Delta \pi} = 1+ \text{ ή } \Delta J^{\Delta \pi} = 0+$), τι τάξης απαγορευμένη είναι;

Απάντηση: είναι η ελάχιστη τιμή της l_{ev} που μας χρειάζεται για να εξηγήσουμε την μετάπτωση που μας γίνεται.

Αυτό το βρίσκετε δοκιμάζοντας ποιο l_{ev} χρειάζεται (άρτιο ή περιττό) για να εξηγήσει την $\Delta \text{páριτυ}$, και πόσο να είναι αυτό για να κάνει σε συνδυασμό με το $S_{ev} = 0$ ή 1, όσο το ΔJ .

Μπορούμε να πούμε ότι η τάξη της β-διάσπασης είναι το μικρότερο l που εξηγεί και την páριτυ $\Delta \text{páριτυ} = (-1)^l$ και το ΔJ . Π.χ., αν έχουμε το ελάχιστο $\Delta J = \Delta J^{\Delta \pi} = 2+$ έχουμε αναγκαστικά $l = \text{άρτιο}$, κι επίσης, αφού το S μπορεί να γίνει το πολύ $S=1$ δεν μπορεί να γίνει η μετάβαση με $l=0$. Άρα δεν είναι επιτρεπτή η μετάβαση γιατί η επόμενη τιμή είναι $l=2$. Με $S=0$, δίνουν $\Delta J=2$. Με $S=1$, δίνουν από $\Delta J = 2-1 = 1$ μέχρι και $2+1=3$, οπότε το $l=2$, $S=1$ μπορεί να εξηγήσει το $\Delta J=2+$.

9. Αποδιεγέρσεις γ

Η ακτινοβολία που εκπέμπεται όταν ένας πυρήνας αποδιεγείρεται από μια υψηλότερη στάθμη σε μία χαμηλότερη είναι φωτόνια (γάμμα), δηλαδή ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Τα φωτόνια αυτά έχουν ενέργεια όση η διαφορά των ενεργειακών σταθμών του πυρήνα, όπως ακριβώς συμβαίνει και στα άτομα.

Η ηλεκτρομαγνητική αυτή ακτινοβολία (γάμμα) μπορεί να είναι δύο τύπων:

τύπου ηλεκτρικού (E) διπόλου, τετραπόλου, κλπ, ή

τύπου μαγνητικού (M) διπόλου, τετραπόλου, κλπ.

* Αν η μεταβολή της páριτυ του πυρήνα μπορεί να γραφεί σαν $\Delta \pi = (-1)^l$, τότε λέμε ότι η ακτινοβολία γάμμα είμαι ηλεκτρικού τύπου (E), και είναι 2^l πολική (π.χ, αν $l=1$, τότε $2^1 = 2$ και λέγεται 2-πολική = διπολική, αν $l=2$, τότε $2^2 = 4$, και λέγετε 4-πολική = τετραπολική). Οπότε έχουμε ακτινοβολία τύπου E1, E2, E3, κλπ.

* Αν η μεταβολή της páριτυ του πυρήνα μπορεί να γραφεί σαν $\Delta \pi = - (-1)^l$, τότε λέμε ότι η ακτινοβολία γάμμα είναι μαγνητικού τύπου (M), και είναι 2^l πολική. Οπότε έχουμε ακτινοβολία τύπου M1, M2, M3 κλπ.

Το $l=0$ δεν επιτρέπεται για τις γάμμα διασπάσεις γιατί αφού το φωτόνιο έχει σπίν 1, πρέπει να υπάρχει και μεταβολή της τροχιακής l , οπότε τα l που επιτρέπονται είναι 1,2,3, κλπ.. Οπότε το E0 δεν γίνεται. Το M0 δεν υπάρχει έτσι κι αλλιώς γιατί δεν υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα (ενώ φυσικά υπάρχουν ηλεκτρικά μονόπολα, που είναι τα απλά μοναχικά φορτία, π.χ, ένα ηλεκτρόνιο).

Ποιά ακριβώς l επιτρέπονται όμως; Απάντηση: από την απόλυτη τιμή της διαφοράς μέχρι την

απόλυτη τιμή του αθροίσματος των σπιν του πυρήνα πριν και μετά την αποδιέγερση:

$$\left| (J_i - J_f) \right| \leq l \leq \left| (J_i + J_f) \right|$$

Για το ίδιο l , τα ηλεκτρικά πολύπολα είναι $\sim 100-10000$ φορές ισχυρότερα (δηλαδή πιθανότερα) από τα αντίστοιχα μαγνητικά. Επίσης, ο λόγος της ισχύος μεταξύ ενός πολυπόλου και του επόμενου μέσα στον ίδιο τύπο ακτινοβολίας είναι επίσης $100-10000$ φορές μεγαλύτερος (π.χ. το $E1$ είναι $100-10000$ πιο ισχυρό από το $E2$, κλπ).

Έτσι, χοντρικά το $E2$ με το $M1$ είναι ισοδύναμης ισχύος, το $E3$ είναι ισοδύναμης ισχύος με το $M2$, κλπ.

10. Για το πρότυπο των φλοιών:

- Άρτιος αριθμός πρωτονίων δίνει σπιν μηδέν και páριτυ $+$, το ίδιο και ο άρτιος αριθμός νετρονίων.
- $\implies$ Οπότε μόνο τα αζευγάρωτα πρωτόνια ή νετρόνια είναι αυτά που καθορίζουν το ολικό σπιν ($J = \text{άθροισμα των στροφορμών } l \text{ και σπιν}$) και την parity (από το $(-1)^l$ όπου l είναι η στροφορμή, συμβολιζόμενη με $s, p, d, f, \dots$ για $l=0, 1, 2, 3, \dots$)
- Κι έτσι κοιτάμε σε ποιά κατάσταση βρίσκεται το "τελευταίο" αζευγάρωτο νουκλεόνιο στο σχήμα 8.5.
- Τώρα, επειδή υπάρχουν εξαιρέσεις στις παραπάνω απλές αρχές, οι παρατηρήσεις δίνουν και τους εξής επιπλέον κανόνες (όχι στην ύλη: δέν τα είπαμε στην τάξη):
 - αν είναι το νουκλεόνιο αυτό να πάει μόνο του σε μια κατάσταση με μεγάλο l , ενώ λίγο πιο πάνω ενεργειακά είναι μια κατάσταση με μικρότερο l , τότε πάει σ' αυτή την κατάσταση με το μικρότερο l αντί για την άλλη με το μεγαλύτερο l .
 - αν το νουκλεόνιό μας μπορεί να "συμπληρώσει" μια πολυπληθή (με μεγάλο l), κατάσταση, τότε προτιμάει να πάει σ' αυτήν παρά να συμπληρώσει μια παραπλήσια ενεργειακά, αλλά με λιγότερο l , κατάσταση.

Κ. Κορδάς, ακ. έτος 2013-14