

ΠΥΡΗΝΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ

Τάσος Λιόλιος
Μάθημα Πυρηνικής Φυσικής

REF:

Σ. Δεδούσης, Μ.Ζαμάνη, Δ.Σαμψωνίδης
Σημειώσεις Πυρηνικής Φυσικής

Πυρηνικά μοντέλα

- Βασικός σκοπός της Πυρηνικής Φυσικής είναι η **περιγραφή των ιδιοτήτων των πυρήνων βάσει μαθηματικών μοντέλων** για τη δομή τους και τις μεταβολές της. Ο πυρήνας είναι ένα κβαντικό σύστημα και έτσι πρέπει να περιγράφεται (εξίσωση Schrödinger κλπ).
- Ένας πυρήνας όμως περιέχει πολλά νουκλεόνια και η αντίστοιχη εξίσωση Schrödinger περιλαμβάνει πολλές ανεξάρτητες μεταβλητές (a **many-body equation**). Επομένως, δεν μπορεί να βρεθεί ακριβής αναλυτική λύση της και θα πρέπει να γίνουν διάφορες προσεγγίσεις και παραδοχές.
- Επιπλέον, δεν γνωρίζουμε πολύ καλά το **πυρηνικό δυναμικό $U(r_1, r_2, r_3, \dots)$** . Αυτό που ξέρουμε είναι ότι οφείλεται στην ισχυρή πυρηνική δύναμη και στην απωστική ηλεκτροστατική δύναμη Coulomb, αλλά και ότι τα νουκλεόνια έχουν **στροφορμές και μαγνητικές ροπές** και δεδομένου του ότι βρίσκονται πολύ σφικτά ενωμένα, οι μαγνητικές τους αλληλεπιδράσεις θα πρέπει να είναι σημαντικές.

Δύο κεντρικές προσεγγίσεις

Δύο είναι οι προσεγγίσεις που χρησιμεύουν ως αφετηρία των υπολογισμών και οδηγούν σε δύο τύπους μοντέλων.

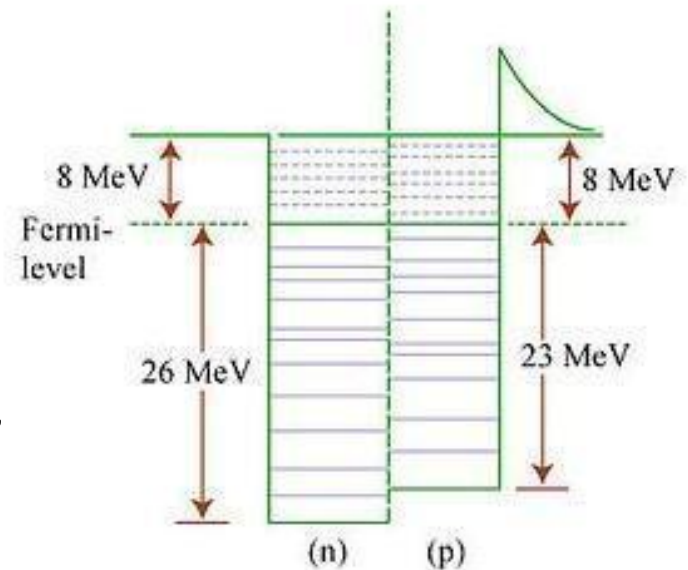
- Θεωρούμε ότι **η κυματοσυνάρτηση είναι διαχωρίσιμη**:
$$\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \dots, t) = \psi_1(\mathbf{r}_1, t) \psi_2(\mathbf{r}_2, t) \psi_3(\mathbf{r}_3, t) \dots,$$

δηλαδή ότι μπορεί να γραφεί ως γινόμενο κυματοσυναρτήσεων μονών σωματιδίων και ότι είναι δυνατός κατ' αρχήν ο χωρισμός των μεταβλητών. Το κάθε σωματίδιο κινείται ανεξάρτητα στο φρέαρ του μέσου δυναμικού που δημιουργούν τα νουκλεόνια και έτσι τα νετρόνια και τα πρωτόνια συμπεριφέρονται σαν **αέριο Fermi**, γεμίζοντας τις ενεργειακές στάθμες που επιτρέπει η απαγορευτική αρχή του Pauli. Παραδείγματα μοντέλων ξεχωριστών σωματιδίων (individual particle models) είναι το **Fermi Gas Model** ή το **Shell Model (πρότυπο φλοιών)**.
- Θεωρούμε ότι **η κυματοσυνάρτηση δεν είναι διαχωρίσιμη**, οπότε ο πυρήνας θεωρείται ως ένα ενιαίο κβαντικό σωματίδιο. Έτσι, έχουμε μεν ξανά ένα πρόβλημα μονού σωματιδίου (αυτό του πυρήνα), αλλά το σωματίδιο αυτό δεν είναι σημειακό και μπορεί να έχει και σχήμα. Η κυματοσυνάρτηση τώρα πρέπει να περιγράφει το **σχήμα του πυρήνα**, ενώ το δυναμικό πρέπει να εξαρτάται από το σχήμα. Αν παραμορφώνεται το σχήμα, το δυναμικό θα πρέπει να αλλάζει. Η κινητική ενέργεια θα είναι αυτή ενός περιστρεφόμενου και δονούμενου σώματος. Παράδειγμα τέτοιου μοντέλου είναι αυτό της **υγρής σταγόνας**.

Πρότυπο Πυρήνα κατά φλοιούς

Το πρότυπο κατά φλοιούς (Shell Model) αναπτύχθηκε από τη **Maria Goeppert-Mayer** και τον **Hans Jensen**. Δίνει έμφαση στις τροχιές ξεχωριστών νουκλεονίων εντός του πυρήνα.

- Εφόσον τα νουκλεόνια είναι **φερμιόνια**, όπως τα ηλεκτρόνια, οι ενεργειακές στάθμες των νουκλεονίων γεμίζουν από τη χαμηλότερη προς την υψηλότερη καθώς νουκλεόνια προστίθενται στον πυρήνα.
- Υπάρχουν ξεχωριστά ενεργειακά επίπεδα για τα πρωτόνια και για τα νετρόνια.**
- Στο shell model τα νουκλεόνια γεμίζουν την κάθε ενεργειακή κατάσταση σε τροχιακά με καθορισμένη στροφορμή.
- Όπως και στην περίπτωση των ατόμων, πολλές πυρηνικές ιδιότητες (στροφορμή, μαγνητική ροπή, σχήμα, κλπ) καθορίζονται από το **τελευταίο πλήρες ή μη-πλήρες επίπεδο σθένους**.
- Το πυρηνικό shell model ερμηνεύει την ύπαρξη των **"μαγικών αριθμών"**.



Πρότυπο Πυρήνα κατά φλοιούς

Η ύπαρξη των μαγικών αριθμών συνδέεται με το
Πρότυπο Πυρήνα κατά φλοιούς (Shell model)

Μαγικοί αριθμοί

Στην **Ατομική Φυσική** υπάρχουν οι αριθμοί

2-8-18-32-50

που αναφέρονται σε αριθμό ηλεκτρονίων ατόμων που έχουν πλήρεις φλοιούς (2, 6, 10, 14, 18 ηλεκτρόνια, για πλήρεις υποφλοιούς με s, p, d, f, g αντίστοιχα). Βάσει αυτών αιτιολογούνται οι περιοδικές ιδιότητες των χημικών στοιχείων.

Στην **Πυρηνική Φυσική** εμφανίζονται οι αριθμοί

2-8-20-28-50-82-126

που αναφέρονται σε αριθμό είτε πρωτονίων είτε νετρονίων και για τους οποίους υπάρχουν μια σειρά από ξεχωριστές ιδιότητες στους αντίστοιχους πυρήνες, όπως η μεγαλύτερη σταθερότητα.

Οι αριθμοί αυτοί ονομάζονται κατά παράδοση στην Πυρηνική Φυσική

«Μαγικοί αριθμοί».

Μαγικοί αριθμοί: 2-8-20-28-50-82-126

Ξεχωριστές ιδιότητες των πυρήνων με μαγικούς αριθμούς

1) Αριθμός σταθερών ισοτόπων

Στοιχεία που ο ατομικός τους αριθμός είναι μαγικός έχουν περισσότερα ισότοπα από τα γειτονικά τους:

20Ca (6), 19K (3), 82Pb (4), 81Tl (2), 50Sn (21), 49In (2), 51Sb (2)

2) Αριθμός σταθερών ισοτόνων

Ισότονα λέγονται τα στοιχεία που έχουν ίδιο αριθμό νετρονίων (N). Αν ο αριθμός νετρονίων είναι μαγικός έχουμε περισσότερα ισότονα από τα γειτονικά τους, π.χ.:

Για N=20 υπάρχουν 5 ισότονα

Για N=19 υπάρχουν 1 ισότονο

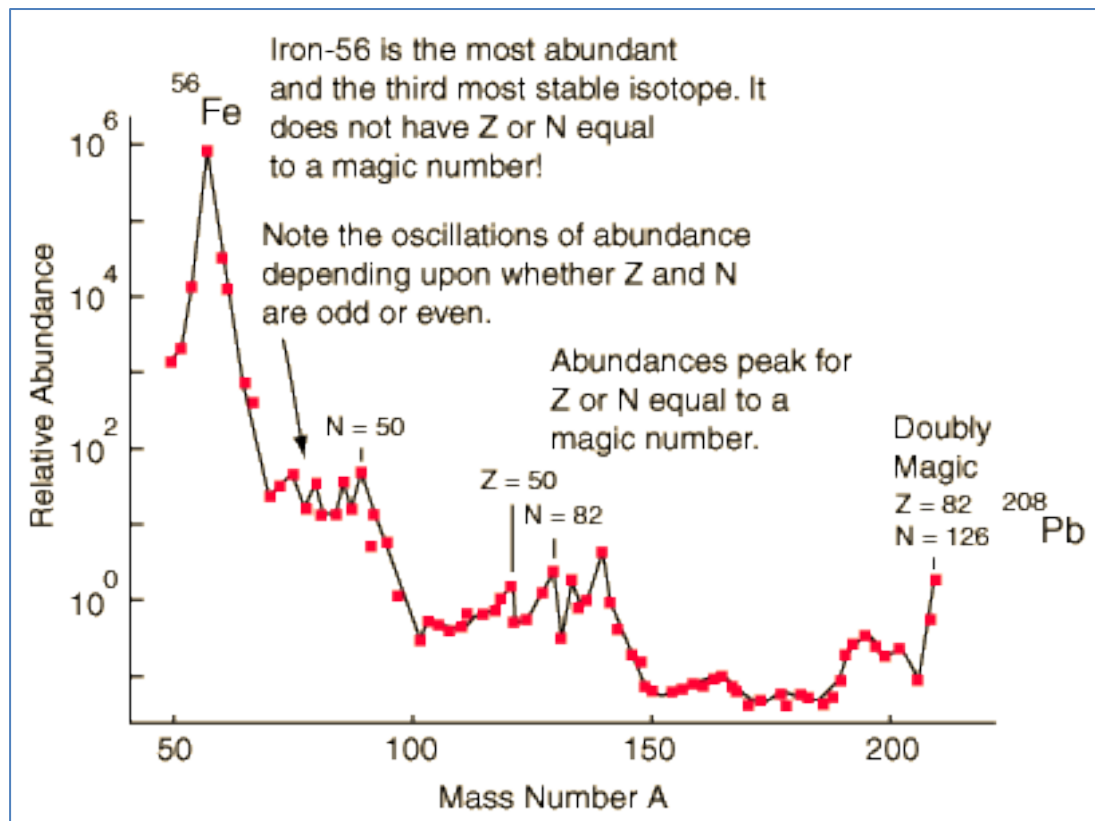
Για N=21 υπάρχουν 1 ισότονο

Μαγικοί αριθμοί: 2-8-20-28-50-82-126

Ξεχωριστές ιδιότητες των πυρήνων με μαγικούς αριθμούς

3) Φυσική ισοτοπική αφθονία

Αν ο αριθμός των πρωτονίων ή ο αριθμός των νετρονίων είναι μαγικός, η αφθονία των στοιχείων είναι μεγαλύτερη από την αναμενόμενη.



Μαγικοί αριθμοί: 2-8-20-28-50-82-126

Ξεχωριστές ιδιότητες των πυρήνων με μαγικούς αριθμούς

4) Προϊόντα διάσπασης ραδιενεργών σειρών

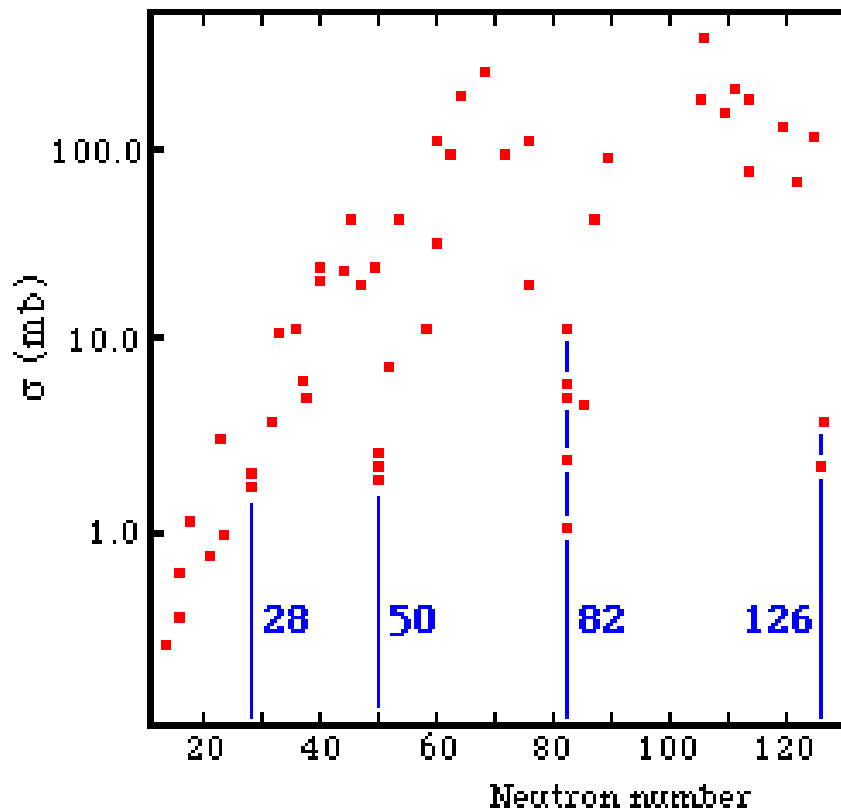
Όλες οι φυσικές ραδιενεργές σειρές καταλήγουν είτε σε ισότοπο του Pb με μαγικό $Z=82$ (είτε στο ^{209}Bi με $Z=83$ και μαγικό $N=126$)

5) Ενεργός διατομή σύλληψης νετρονίων

Η ενεργός διατομή σύλληψης νετρονίων είναι πολύ μικρότερη για πυρήνες με αριθμό νετρονίων μαγικό. Αντίθετα παίρνει πολύ μεγάλη τιμή αν το $N=\text{μαγικός}-1$

Π.χ. το Xe ($A=135$, $N=81$) έχει $\sigma=2.7 \cdot 10^6$ barns.

(Έτσι, το Xe δημιουργεί πρόβλημα στους αντιδραστήρες, διότι μειώνει δραστικά την ροή των νετρονίων).

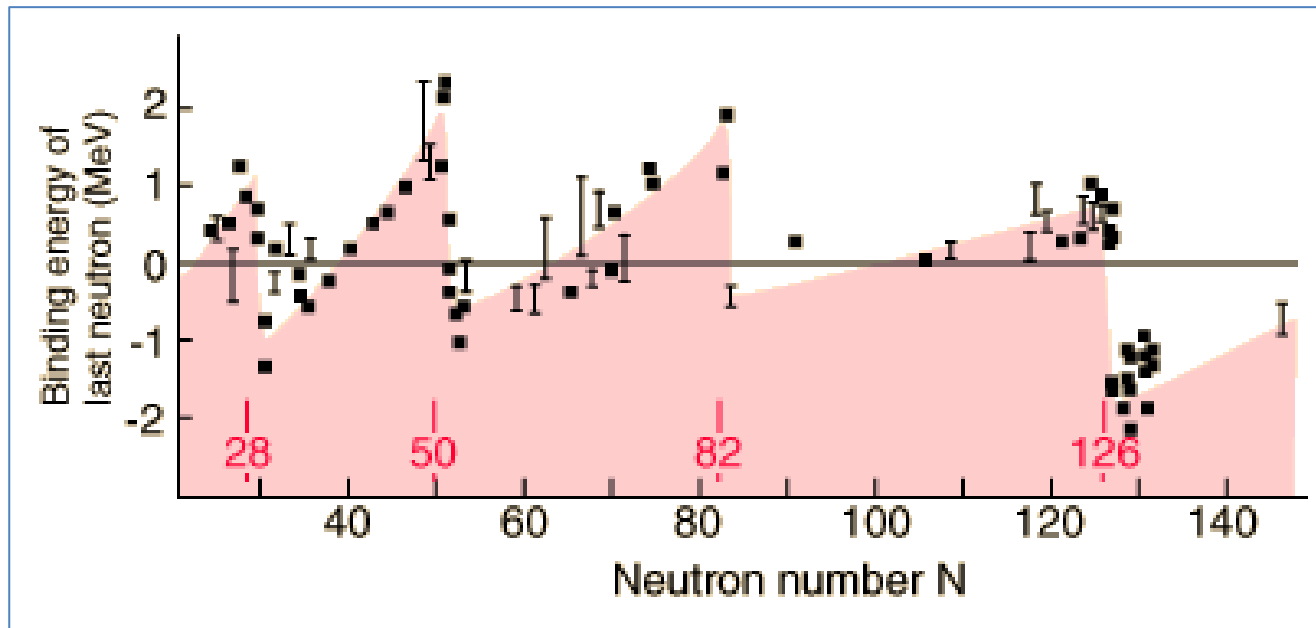


Μαγικοί αριθμοί: 2-8-20-28-50-82-126

Ξεχωριστές ιδιότητες των πυρήνων με μαγικούς αριθμούς

6) Ενέργεια σύνδεσης του τελευταίου νουκλεονίου

Η ενέργεια σύνδεσης του τελευταίου νουκλεονίου είναι μεγάλη στους πυρήνες που ο αριθμός τους είναι μαγικός.



Μαγικοί αριθμοί: 2-8-20-28-50-82-126

Ξεχωριστές ιδιότητες των πυρήνων με μαγικούς αριθμούς

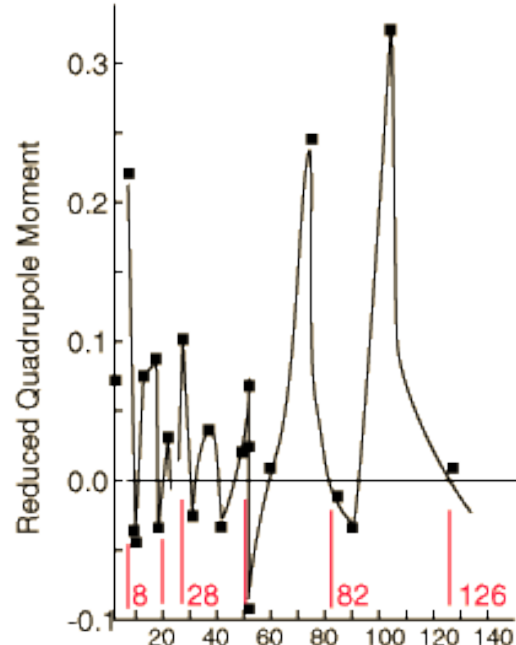
7) Αυθόρμητη νετρονική διάσπαση

Όλα τα γνωστά ισότοπα που διασπώνται με εκπομπή νετρονίου έχουν αριθμό νετρονίων: $N=M+1$, όπου M μαγικός αριθμός.

Π.χ. ^{17}O ($N=9$), ^{87}Kr ($N=51$), ^{137}Xe ($N=83$), ^{89}Kr ($N=53$)

8) Ηλεκτρική τετραπολική ροπή

Είναι μικρή (σχεδόν μηδενική)
για πυρήνες με πλήρεις φλοιούς.

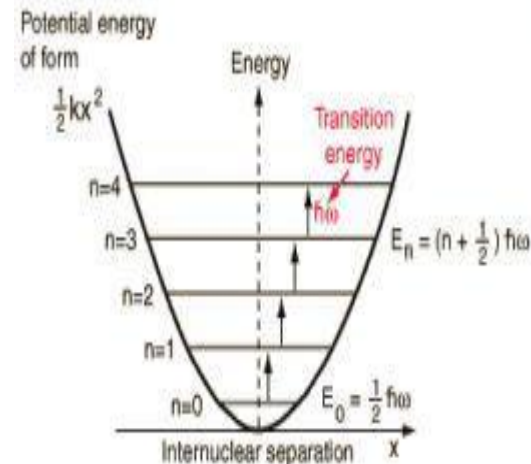
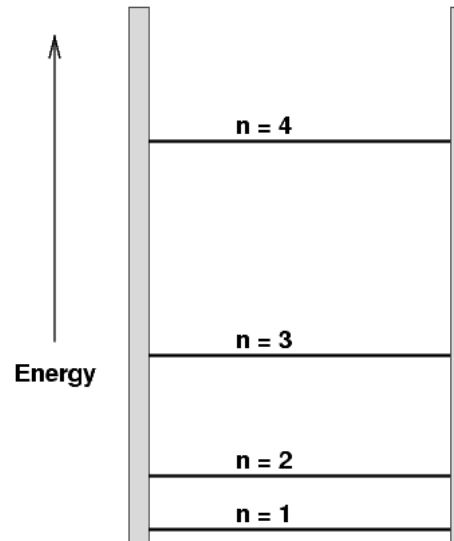


Quadrupole measurements for odd-A nuclei. The horizontal axis is either neutron number or proton number, whichever is odd.

For a shell model, those nuclei with closed shells should be spherically symmetric and have no quadrupole moment.

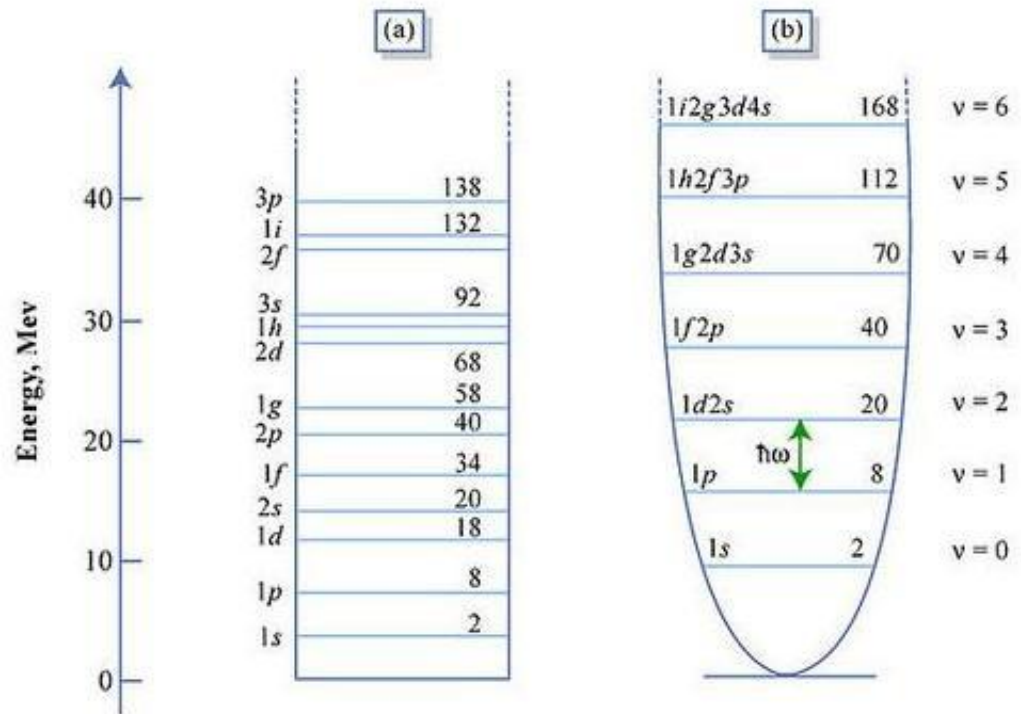
Πρότυπο Πυρήνα κατά φλοιούς

- Σύμφωνα με το πρότυπο, τα **νουκλεόνια κινούνται ανεξάρτητα** μεταξύ τους παρά την ισχυρή τους αλληλεπίδραση. Η εναλλαγή τους δεν θεωρείται ότι επηρεάζει την κίνηση. Η ανεξαρτησία της κίνησης εξασφαλίζεται από την απαγορευτική αρχή του Pauli.
- Κάθε νουκλεόνιο θεωρείται ότι κινείται ανεξάρτητα σε **ένα δυναμικό που συντίθεται από την παρουσία των υπόλοιπων νουκλεονίων**. Το δυναμικό αυτό εξαρτάται μόνο από την απόσταση από το κέντρο (ακτινικό δυναμικό). Η μορφή του μπορεί να είναι ορθογωνίου φρέατος, ή αρμονικού ταλαντωτή, ή συνδυασμός αυτών.



Πρότυπο Πυρήνα κατά φλοιούς

- Η λύση της εξίσωσης Schrödinger (που περιλαμβάνει μόνο την τροχιακή στροφορμή) οδηγεί σε πλήρωση φλοιών με αριθμούς πρωτονίων ή νετρονίων: 2,8,18,20,34,40,... (και όχι στους μαγικούς 2,8,20,28,50,82,126).
- Για να οδηγηθούμε σε πλήρωση φλοιών με μαγικούς αριθμούς πρέπει να συμπεριληφθεί στο δυναμικό και ένας επιπλέον όρος, αυτός για την **αλληλεπίδραση του σπιν με την τροχιακή στροφορμή**.



Πρότυπο Πυρήνα κατά φλοιούς

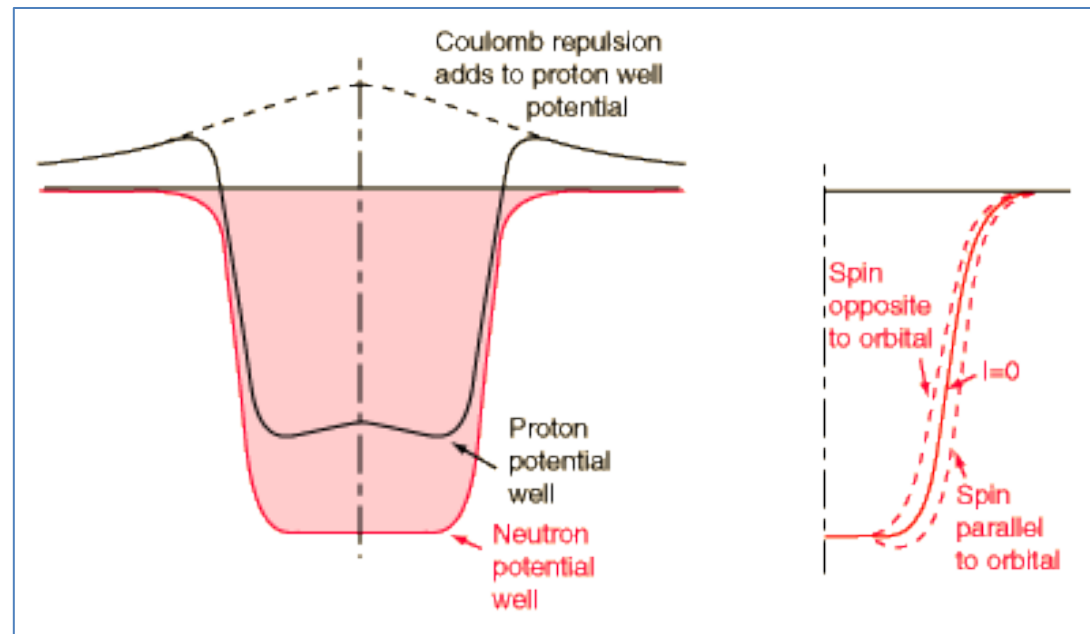
Η σύζευξη του σπιν με την τροχιακή στροφορμή μεταβάλλει την μορφή του δυναμικού και επομένως έχει σαν συνέπεια την μεταβολή της ενέργειας των πυρηνικών σταθμών και στον διαχωρισμό τους.

Έχουμε δύο τιμές της ολικής στροφορμής:

$j = \ell + \frac{1}{2}$ μείωση της ενέργειας νουκλεονίων

$j = \ell - \frac{1}{2}$ αύξηση της ενέργειας νουκλεονίων

Λαμβάνεται επίσης υπόψη και το φορτίο των πρωτονίων. Με αυτές τις διορθώσεις προκύπτουν οι μαγικοί αριθμοί: 2, 8, 20, 50, 82, 126.



Πρότυπο Πυρήνα κατά φλοιούς

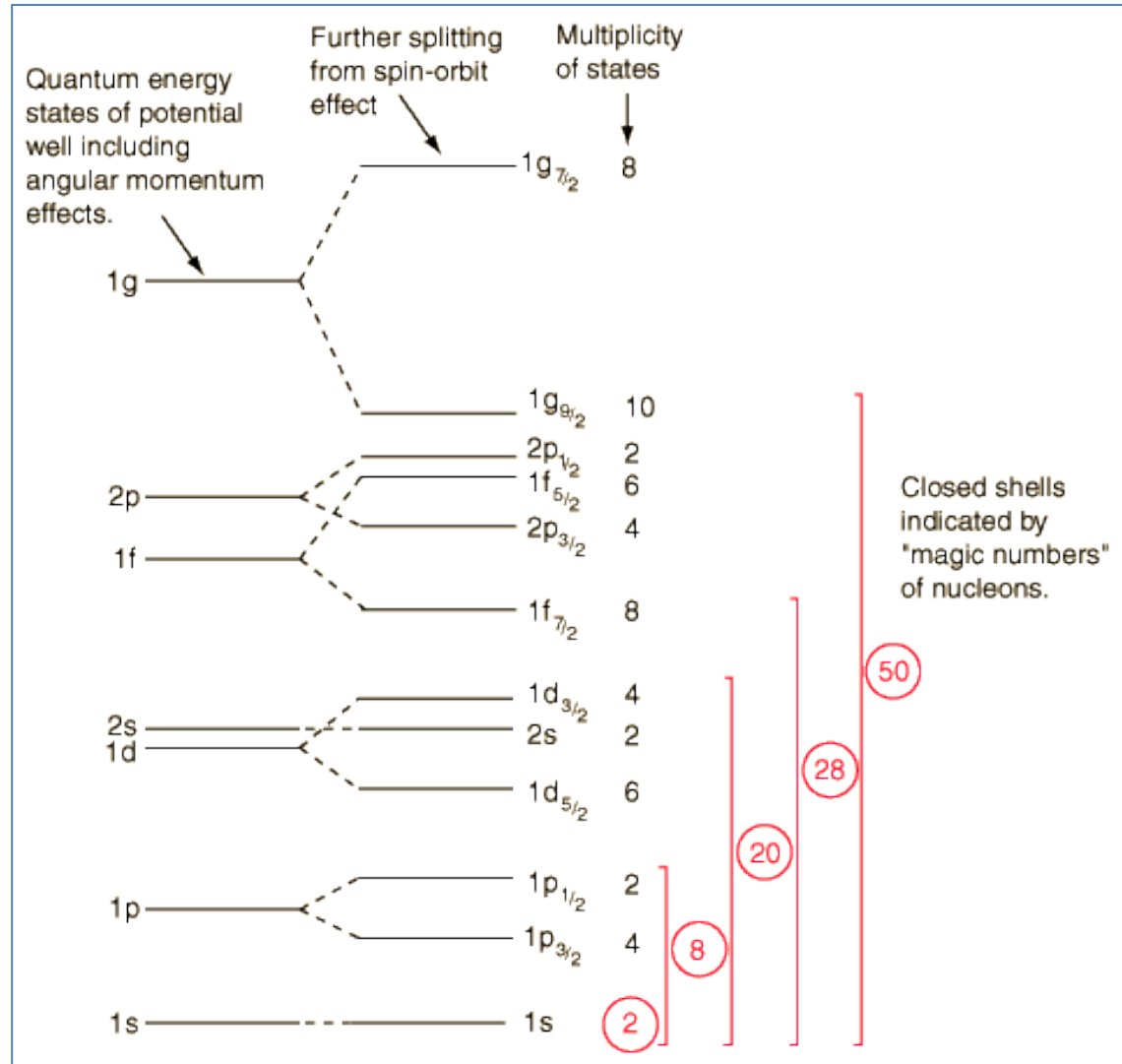
Η σύζευξη του σπιν με την τροχιακή στροφορμή μεταβάλλει την μορφή του δυναμικού και επομένως έχει σαν συνέπεια την μεταβολή της ενέργειας των πυρηνικών σταθμών και στον διαχωρισμό τους.

Έχουμε δύο τιμές της ολικής στροφορμής:

$j = \ell + \frac{1}{2}$ μείωση της ενέργειας νουκλεονίων

$j = \ell - \frac{1}{2}$ αύξηση της ενέργειας νουκλεονίων

Λαμβάνεται επίσης υπόψη και το φορτίο των πρωτονίων. Με αυτές τις διορθώσεις προκύπτουν οι μαγικοί αριθμοί: 2, 8, 20, 50, 82, 126.



Συνέπειες του μοντέλου

Προκύπτουν οι εξής συνέπειες:

- α) στους **συμπληρωμένους φλοιούς**, στροφορμή και σπιν προστίθενται έτσι ώστε η ολική στροφορμή να είναι μηδέν.
- β) στους **μη συμπληρωμένους φλοιούς** τα νουκλεόνια σχηματίζουν ζεύγη $p-p$ ή $n-n$ αλλά ποτέ $p-n$.

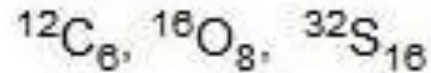
Κατά συνέπεια:

- Οι βασικές καταστάσεις **αρτίων-αρτίων πυρήνων** έχουν στροφορμή=0 και πάριτυ=0
- Στους πυρήνες με **περιττό αριθμό πρωτονίων** και άρτιο νετρονίων (ή ανάποδα) η τελική κατάσταση του πυρήνα καθορίζεται από το τελευταίο πρωτόνιο (και ανάποδα).
- Δεν μπορούμε να προβλέψουμε το σπιν των **περιττών-περιττών πυρήνων**.

Παραδείγματα σύζευξης σπιν νουκλεονίων και ολικού σπιν πυρήνα

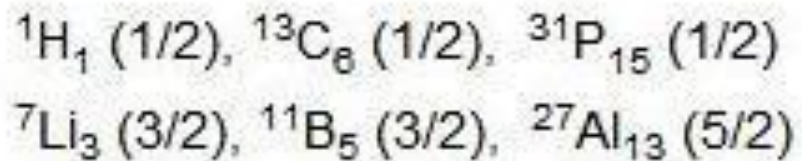
even
even **M**

$$I = 0$$



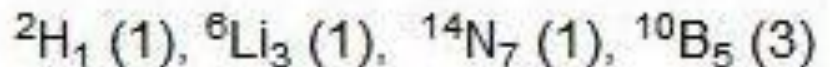
odd
any **M**

$$I = 1/2, 3/2, 5/2 \dots$$

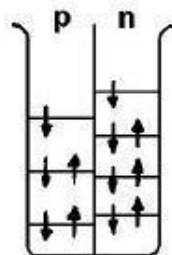


even
odd **M**

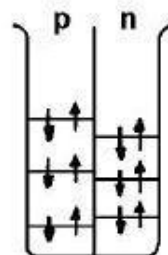
$$I = 1, 2, 3 \dots$$



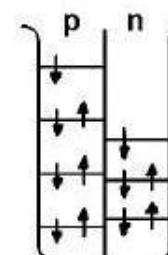
Παράδειγμα:



UNSTABLE



STABLE



UNSTABLE

