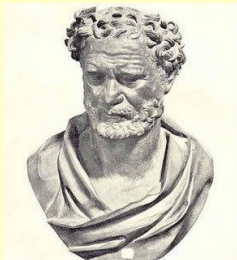
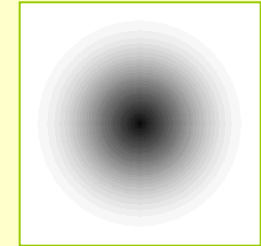
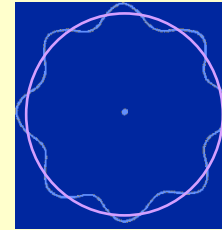
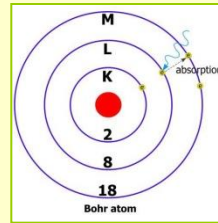
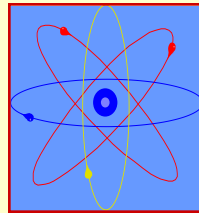
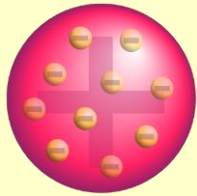
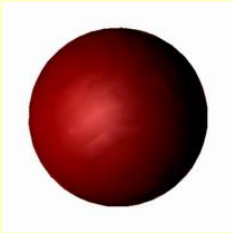
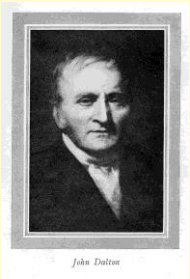


Το άτομο και η δομή του

Ανακάλυψη του πυρήνα



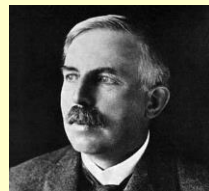
Δημόκριτος



Dalton



J.J. Thomson



Rutherford



Bohr



De Broglie



Schrödinger



Heisenberg

Born και άλλοι...

- **Πόσο μεγάλα είναι τα άτομα?**
- **Πόσο μεγάλοι είναι οι πυρήνες?**
 - Πείραμα Rutherford
 - Μήκος κύματος σωματιδίων α
 - Μονάδες και σχετικιστική κινηματική
- **Μεταβολές στους πυρήνες**
 - Αυθόρμητη διάσπαση, χρόνος ζωής και νόμος ραδιενεργών διασπάσεων
 - Πυρηνικές αντιδράσεις, ενεργός διατομή και ρυθμός αλληλεπιδράσεων

Ξέρουμε ότι όλα τα υλικά είναι φτιαγμένα από άτομα

- Αναλύοντας τα δεδομένα παρατηρήσεων, φτάσαμε στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν άτομα και κενός χώρος (ιδέα του Δημόκριτου et al.)

– Ατομική θεωρία του Dalton, Avogandro

Τα άτομα των 92 στοιχείων (19ος αιώνας) Κ.Α.	1. Υδρογόνο (H)	Μάζα $M_H \approx 1.7 \times 10^{-24} \text{ g}$
	2. Ήλιο (He)	
	3. Λίθιο (Li)	
		
		
	92. Ουράνιο (U)	Μάζα $\approx 238 M_H$

↓ Αυξανόμενη μάζα

Periodic Table of the Elements

Periodic Table of the Elements

1

H
Hydrogen

2

3

4

11

12

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

55

56

57-71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89-103

104

105

106

107

108

109

110

111

112

113

114

115

116

117

118

Alkali Metals

Alkali-Earth Metals

Transition Metals

Lanthanides

Actinides

Poor Metals

Semi Metals

Non-Metals

Noble Gases

13

14

15

16

17

18

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

101

102

103

104

105

106

107

108

109

110

111

112

113

114

115

116

117

118

Boron

Carbon

Nitrogen

Oxygen

Fluorine

Neon

Aluminum

Silicon

Phosphorus

Sulfur

Chlorine

Argon

Gallium

Germanium

Arsenic

Selenium

Bromine

Krypton

Rubidium

Strontium

Yttrium

Zirconium

Niobium

Molybdenum

Technetium

Ruthenium

Rhodium

Palladium

Silver

Cadmium

Indium

Tin

Antimony

Tellurium

Iodine

Xenon

Cesium

Barium

Lanthanides

Hafnium

Tantalum

Tungsten

Rhenium

Osmium

Iridium

Platinum

Gold

Mercury

Thallium

Lead

Bismuth

Polonium

Astatine

Radon

Francium

Radium

Actinides

Rutherfordium

Dubnium

Seaborgium

Bohrium

Hassium

Meitnerium

Darmstadtium

Roentgenium

Copernicium

Ununtrium

Ununquadium

Ununpentium

Ununhexium

Ununseptium

Ununoctium

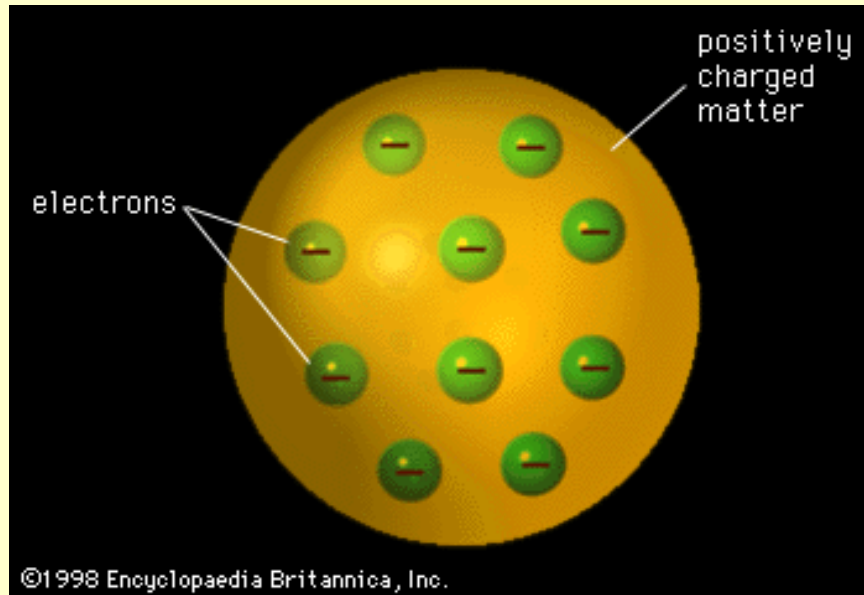
57 La Lanthanum	58 Ce Cerium	59 Pr Praseodymium	60 Nd Neodymium	61 Pm Promethium	62 Sm Samarium	63 Eu Europium	64 Gd Gadolinium	65 Tb Terbium	66 Dy Dysprosium	67 Ho Holmium	68 Er Erbium	69 Tm Thulium	70 Yb Ytterbium	71 Lu Lutetium
89 Ac Actinium	90 Th Thorium	91 Pa Protactinium	92 U Uranium	93 Np Neptunium	94 Pu Plutonium	95 Am Americium	96 Cm Curium	97 Bk Berkelium	98 Cf Californium	99 Es Einsteinium	100 Fm Fermium	101 Md Mendelevium	102 No Nobelium	103 Lr Lawrencium

Το μοντέλο Thomson για το άτομο

Ο Thomson προσπαθώντας να κατανοήσει ποια μπορεί να είναι η δομή των ατόμων, συνδύασε τη γνώση που υπήρχε περί το 1900 για την ύλη (ύπαρξη των ουδετέρων ατόμων και ύπαρξη των αρνητικών ηλεκτρονίων) και πρότεινε ένα πολύ λογικό για την εποχή ατομικό μοντέλο (το οποίο ονομάστηκε και "plum pudding model").

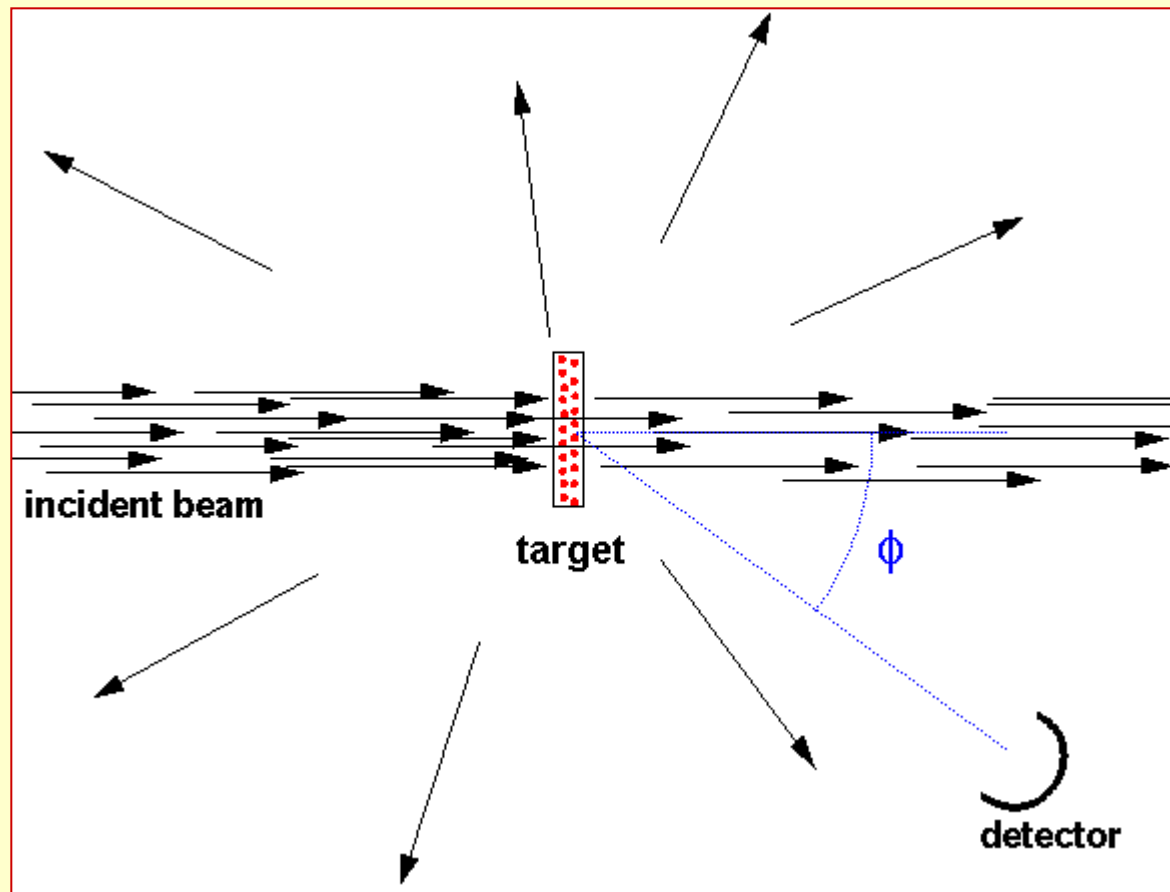


J.J. Thomson



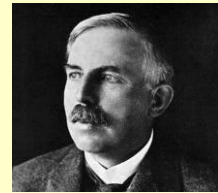
Πειράματα σκέδασης και μετρήσεις

Η έρευνα για τη δομή των σωμάτων μπορεί να γίνει μέσα από το πώς αλληλεπιδρούν μεταξύ τους (σκεδάζονται) και με ποια πιθανότητα.



Αλληλεπίδραση (σκέδαση) σωματιδίων, πυρήνων...

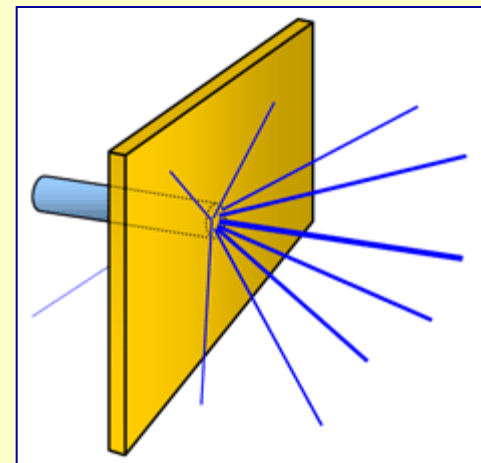
Η έρευνα για τη δομή των σωμάτων μπορεί να γίνει μέσα από το πώς αλληλεπιδρούν (πώς "σκεδάζονται").



Rutherford

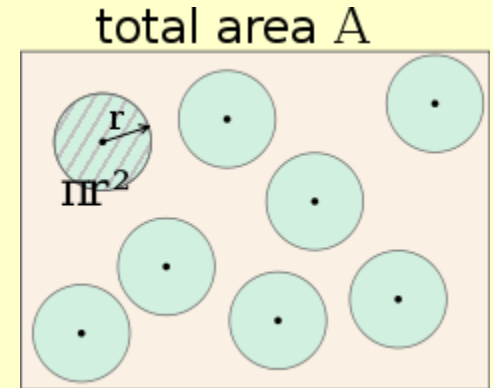
ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

- ενεργός διατομή
- μέση ελεύθερη διαδρομή
- ρυθμός σκεδάσεων



Ενεργός διατομή (cross section)

Ενεργός διατομή σ είναι μια υποθετική δραστική επιφάνεια γύρω από έναν σκεδαστή, μέσα στην οποία κάποιο εισερχόμενο σωματίδιο μπορεί να προκαλέσει μια αλληλεπίδραση με τον σκεδαστή (σκέδαση, απορρόφηση,...).



Η ενεργός διατομή σ αποτελεί **μέτρο της πιθανότητας** να συμβεί η αλληλεπίδραση με τον σκεδαστή. Προφανώς, διαφορετικά είδη αλληλεπίδρασης με έναν σκεδαστή έχουν και διαφορετικές ενεργές διατομές (αναφέρονται και ως μερική ενεργός διατομή).

Η πιθανότητα αλληλεπίδρασης σωματιδίου με κάποιο υλικό συνολικά, εξαρτάται επίσης από το μήκος διαδρομής του μέσα στο υλικό και από την **πυκνότητα n** των σκεδαστών εντός του υλικού.

Ορίζεται επίσης, η **διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$** , η οποία αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο σκεδάζεται χωρικά το σωματίδιο από τον σκεδαστή.

Η συνήθης **μονάδα** ενεργού διατομής είναι το **barn**:

$$1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2 = 100 \text{ fm}^2$$

Μέση ελεύθερη διαδρομή (mean free path)

Μέση ελεύθερη διαδρομή είναι η μέση απόσταση που κινείται ένα σωματίδιο εντός του υλικού, χωρίς να υποστεί κάποια αλληλεπίδραση (σκέδαση, απορρόφηση,...).

Στην περίπτωση που κάποια δέσμη σωματιδίων προσπίπτει σε μια φέτα υλικού που αποτελεί τον στόχο (με πυκνότητα σκεδαστών η ατομικής ενεργού διατομής σ), η μέση ελεύθερη διαδρομή των σωματιδίων της δέσμης είναι:

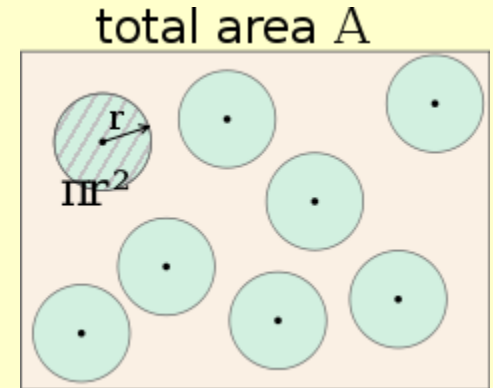
$$L = (\sigma n)^{-1}$$

Ρυθμός σκεδάσεων

Αν γνωρίζουμε την **ροή** (flux) των σωματιδίων της δέσμης, προκύπτει εύκολα ο ρυθμός αλληλεπιδράσεων που θα συμβεί κατά την διέλευση της δέσμης μέσα από τον στόχο:

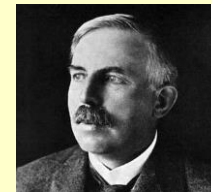
$$[\text{Rate}] = [\text{Flux}] \cdot [\text{Cross section}]$$

$$[\text{s}^{-1}] = [\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}] \cdot [\text{cm}^2]$$

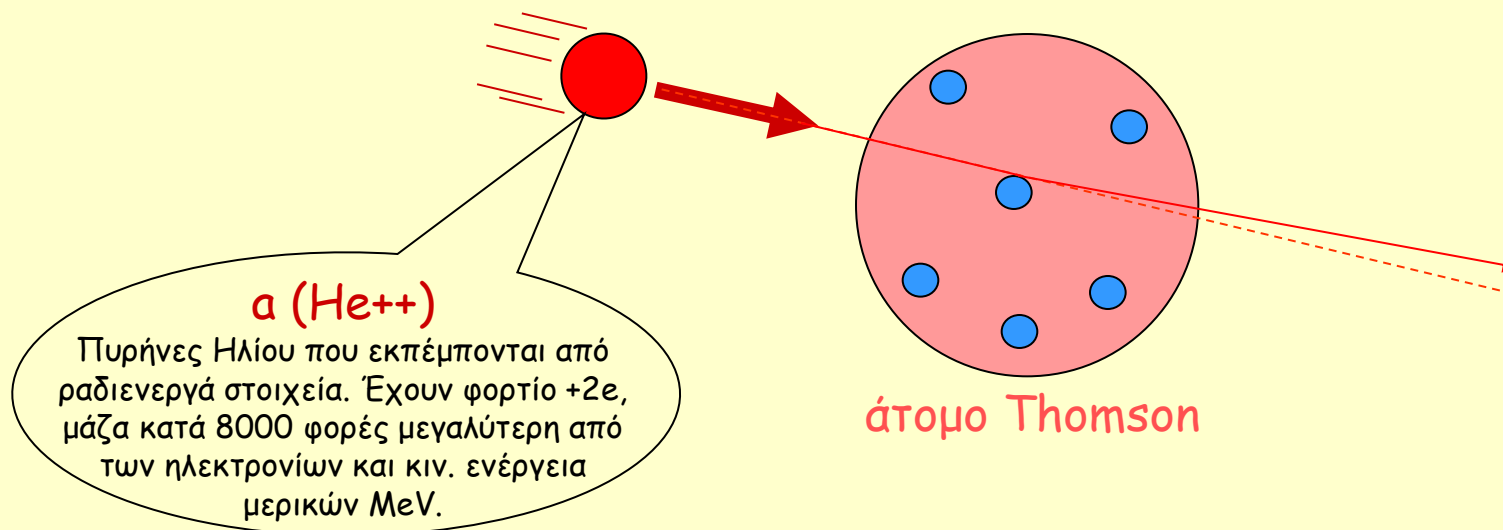


Σκέδαση Rutherford

Ο Rutherford σκέφθηκε να κάνει ένα πείραμα σκέδασης. Στο πείραμα αυτό θα έριχνε μία δέσμη σωματιδίων α πάνω σε ένα στόχο λεπτού μετάλλου και θα μετρούσε πώς σκεδάζονται τα σωματίδια στις διάφορες γωνίες σκέδασης.



Rutherford



Αν ισχύει το μοντέλο Thomson, τα σωματίδια α δεν θα σκεδάζονται σχεδόν καθόλου (γωνίες σκέδασης πολύ μικρότερες από 1°). Αυτό διότι τα σημειακά ηλεκτρόνια έχουν πολύ μικρή μάζα σε σχέση με τα σωματίδια α , ενώ η **θετική μάζα** του ατόμου δεν είναι σημειακή ώστε να ασκεί έντονη άπωση - απλά το σωματίδιο α θα περάσει μέσα από αυτήν.

Μελέτη της σκέδασης Rutherford με το πείραμα των Geiger και Marsden (1911-1913)

3. στόχος από μεταλλικό φύλλο Au

1. Κυλινδρικό μεταλλικό δοχείο υπό κενό

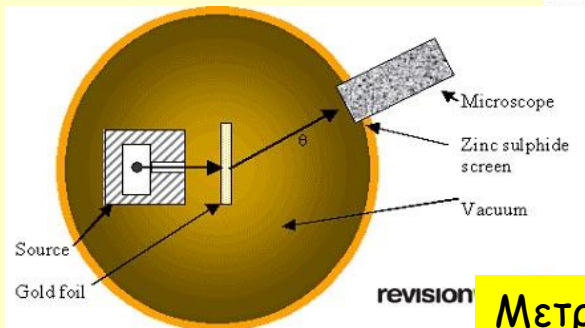
4. Ο ανιχνευτής: στρώμα ZnS στην άκρη του μικροσκοπίου M

2. Η πηγή των α βρίσκεται σε μικρό δοχείο με οπή και Κατευθυντήρα D.

7. Το μικροσκόπιο-ανιχνευτής των α μπορεί να περιστρέφεται σε διάφορες γωνίες, ενώ το μεταλλικό φύλλο σκέδασης και η πηγή των α παραμένουν σταθερά.

5. Το δοχείο φέρει γωνιομετρικό δίσκο A

6. Σωλήνας σύνδεσης με την αντλία κενού.



Μετρήθηκαν τα σωματίδια α που σκεδάζονται σε γωνίες από 5° μέχρι και 150° . Χρησιμοποιήθηκαν ως σκεδαστές λεπτά φύλλα χρυσού και λεπτά φύλλα αργύρου.

Βρέθηκε ότι υπάρχουν σκεδαζόμενα σωματίδια ακόμη και στις 150° !

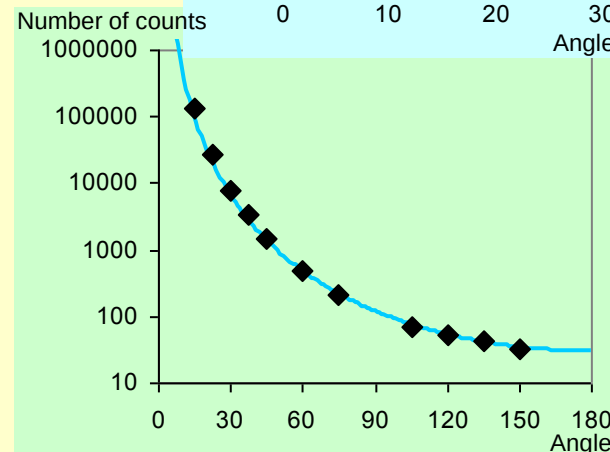
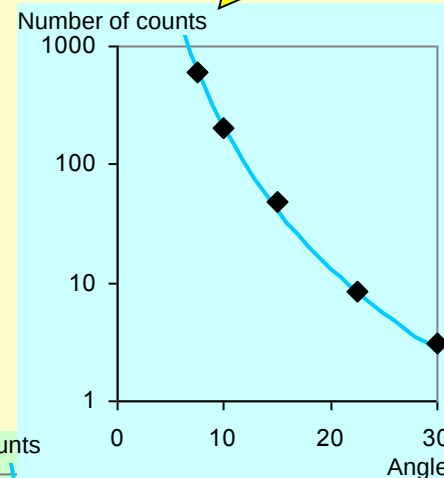
Ο Rutherford πρότεινε ένα μοντέλο όπου **όλη η μάζα και το θετικό φορτίο είναι συγκεντρωμένα στο κέντρο του ατόμου - σε έναν "πυρήνα"**.

Βάσει αυτής της υπόθεσης υπολόγισε το τι αναμένεται ως αποτέλεσμα του πειράματος.

Variation of scattering with angle.

I Angle of deflection, ϕ	II $\text{cosec}^4 \frac{1}{2}\phi$	III SILVER		V GOLD	
		Number of scintillations, N	$\frac{N}{\text{cosec}^4 \frac{1}{2}\phi}$	Number of scintillations, N	$\frac{N}{\text{cosec}^4 \frac{1}{2}\phi}$
150°	1.15	22.2	19.3	33.1	28.8
135	1.38	27.4	19.8	43.0	31.2
120	1.79	33.0	18.4	51.9	29.0
105	2.53	47.3	18.7	69.5	27.5
75	7.25	136	18.8	211	29.1
60	16.0	320	20.0	477	29.8
45	46.6	989	21.2	1435	30.8
37.5	93.7	1760	18.8	3300	35.3
30	223	5260	23.6	7800	35.0
22.5	690	20300	29.4	27300	39.6
15	3445	105400	30.6	132000	38.4
30	223	5.3	0.024	3.1	0.014
22.5	690	16.6	0.024	8.4	0.012
15	3445	93.0	0.027	48.2	0.014
10	17330	508	0.029	200	0.0115
7.5	54650	1710	0.031	607	0.011
5	276300	—	—	3320	0.012

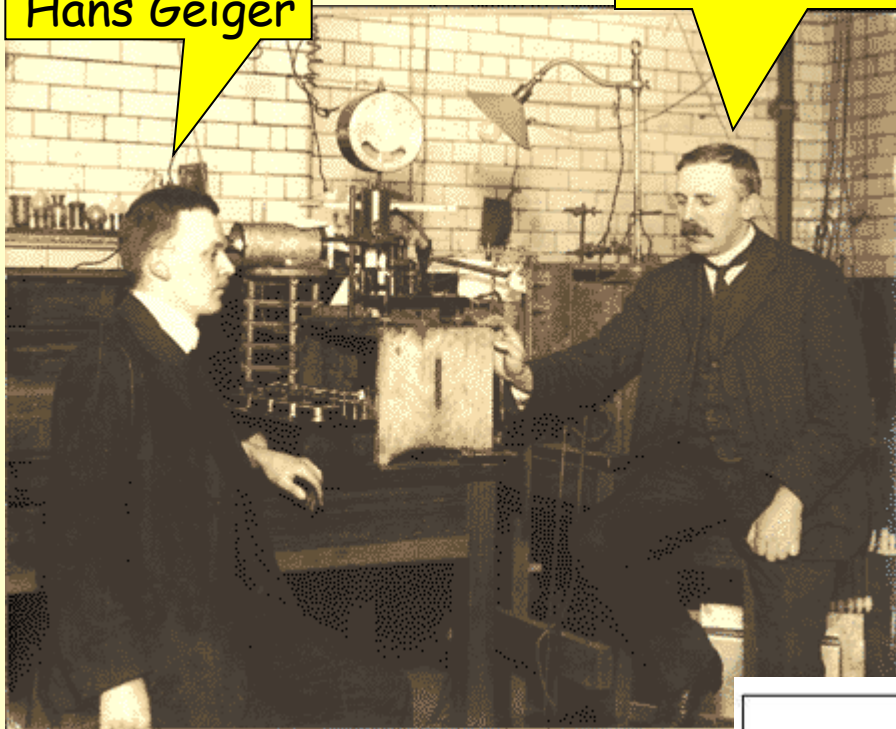
Σύγκριση πειραματικών σημείων ♦ και θεωρητικής πρόβλεψης με το μοντέλο Rutherford —



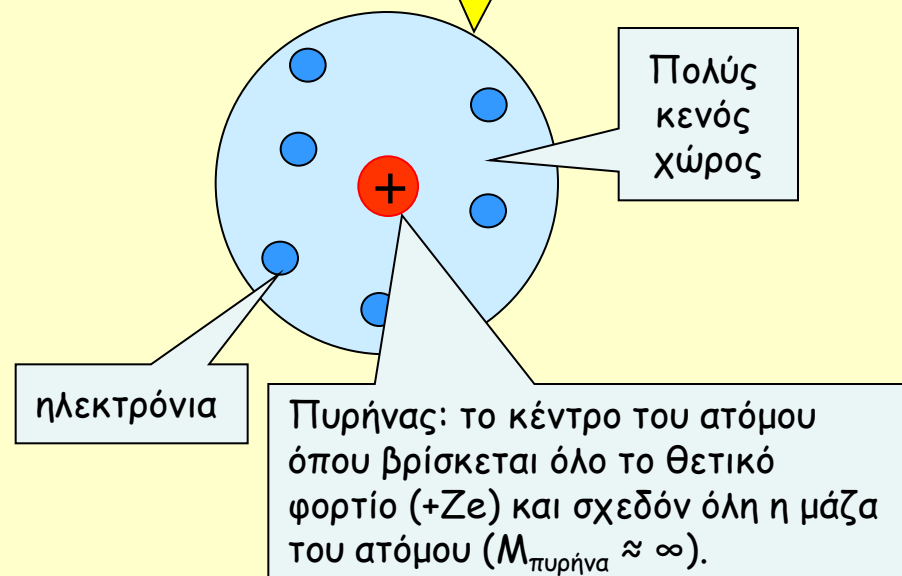
Από το *Radiations from Radioactive Substances* by Sir Ernest Rutherford, James Chadwick and C. D. Ellis, published by Cambridge University Press, 1930.

Hans Geiger

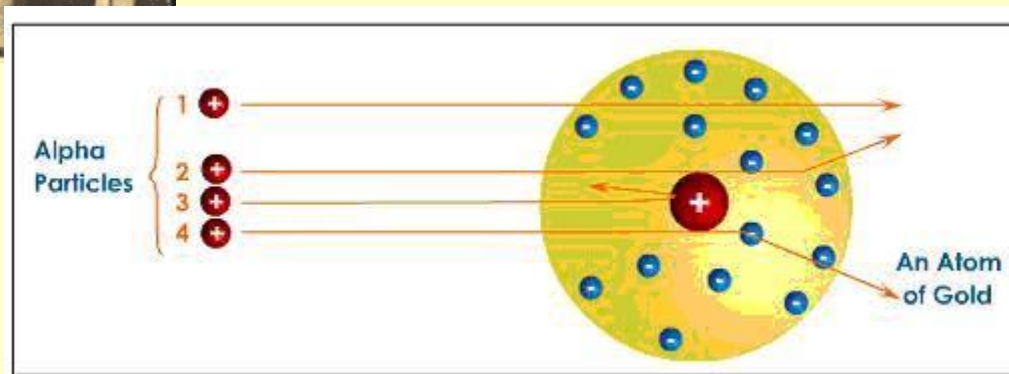
Ernest Rutherford



Το μοντέλο του



Το μοντέλο Rutherford αποδείχθηκε εξαιρετικά επιτυχές στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων της σκέδασης.



Την ανακάλυψη του πυρήνα, ακολούθησαν πολλές άλλες ανακαλύψεις, για τα ατομικά ηλεκτρόνια, για τις ιδιότητες του πυρήνα και τη σύστασή του κ.λ.π. Πολλές από αυτές τις ανακαλύψεις οφείλονται σε **πειράματα σκέδασης** π.χ. στους μεγάλους επιταχυντές (CERN, Fermilab,...).

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΣΤΗΝ ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΑΠΟΣΤΑΣΗ & ΜΕΓΕΘΟΣ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ

Θετικό σωματίδιο φορτίου $+ze$ και κιν. ενέργειας K , προσεγγίζει **κεντρικά** ακίνητο πυρήνα φορτίου $+Ze$ (υποθέτουμε ότι $m \ll M$, ώστε ο πυρήνας να θεωρείται ότι παραμένει ακίνητος).

Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση προσέγγισης του σωματιδίου στον πυρήνα;

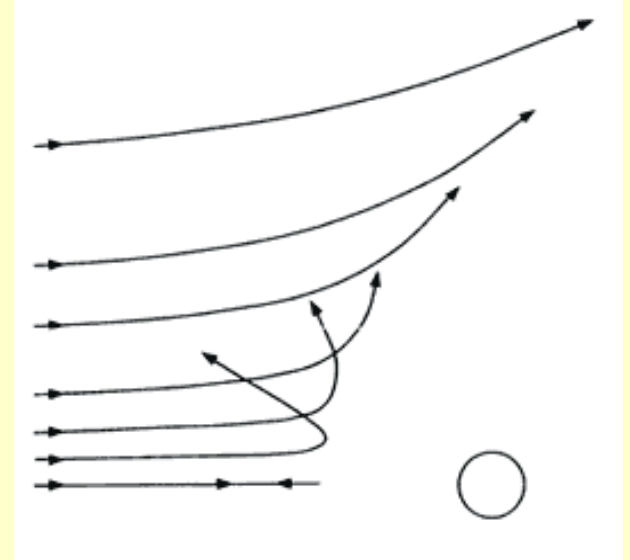
Η ασκούμενη δύναμη (απωστική) Coulomb και το αντίστοιχο δυναμικό εξαρτώνται από την απόσταση των δύο σωμάτων:

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zze^2}{r^2} \Rightarrow V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zze^2}{r}$$

Για κεντρική προσέγγιση και για $r = r_{\min} = D$, δυν. ενέργεια $V(D) = V_{\max}$ και κιν. = 0.

άρα $K = V_{\max} = V(D)$ και

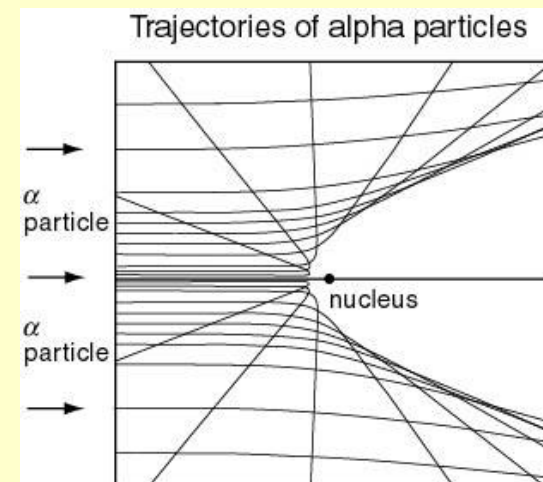
$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zze^2}{K}$$



ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Να υπολογιστεί η ελάχιστη απόσταση κεντρικής προσέγγισης πρωτονίου που κινείται με κινητική ενέργεια $K = 10 \text{ MeV}$, προς έναν πυρήνα σιδήρου ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ (Δίδονται: $1/4\pi\epsilon_0 \approx 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$).

ΛΥΣΗ



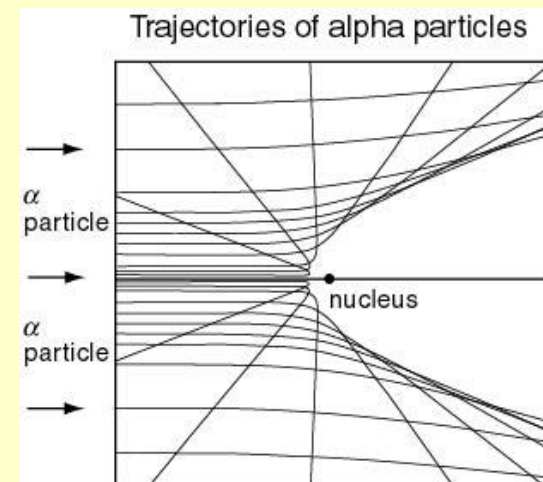
ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Να υπολογιστεί η ελάχιστη απόσταση κεντρικής προσέγγισης πρωτονίου που κινείται με κινητική ενέργεια $K = 10 \text{ MeV}$, προς έναν πυρήνα σιδήρου ${}^{56}_{26}\text{Fe}$ (Δίδονται: $1/4\pi\epsilon_0 \approx 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$).

ΛΥΣΗ

$$D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zze^2}{K} = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2) \frac{1 \cdot 26 \cdot (1,6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{10 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J / eV})}$$

$$D = 3,75 \times 10^{-15} \text{ m} = 3,75 \text{ fm}$$



Σωματίδια με το κατάλληλο μήκος κύματος

- Κβαντική Φυσική: τα σωματίδια συμπεριφέρονται και ως κύματα

Όσο **μεγαλύτερη** είναι η **ορμή p** (= **μάζα** x **ταχύτητα**) ενός σωματιδίου τόσο **μικρότερο μήκος κύματος (λ)** έχει:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Σταθερά του Planck

$$h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s} = 4.14 \times 10^{-15} \text{ eV s}$$



Louis de Broglie
(1924)

Αφού στο πείραμα Rutherford-Geiger-Mersden τα βλήματα (σωματίδια α) σκεδάστηκαν από τους πυρήνες χρυσού, σημαίνει ότι τα σωματίδια α είχαν το σωστό μήκος κύματος για να “διακρίνουν” τους πυρήνες αυτούς. Δηλαδή μήκος κύματος παραπλήσιο με τις διαστάσεις των πυρήνων χρυσού.

Άσκηση

- Πόσο μήκος κύματος είχαν τα σωματία α στο πείραμα Rutherford (ή με άλλα λόγια: “πόση ήταν η διακριτική ικανότητα” των σωματίων άλφα) αν η κινητική τους ενέργεια ήταν 5.41 MeV;

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΑΠΟ ΤΟΝ ΜΑΚΡΟΚΟΣΜΟ ("ΣΚΕΔΑΣΗ" ΜΠΑΛΑΣ-ΑΝΘΡΩΠΟΥ)

REF: Jiří Dolejší, Olga Kotrbová,
Charles University Prague

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Ποια είναι η πιθανότητα να πιάσω
την μπάλα που μου πετούν;

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

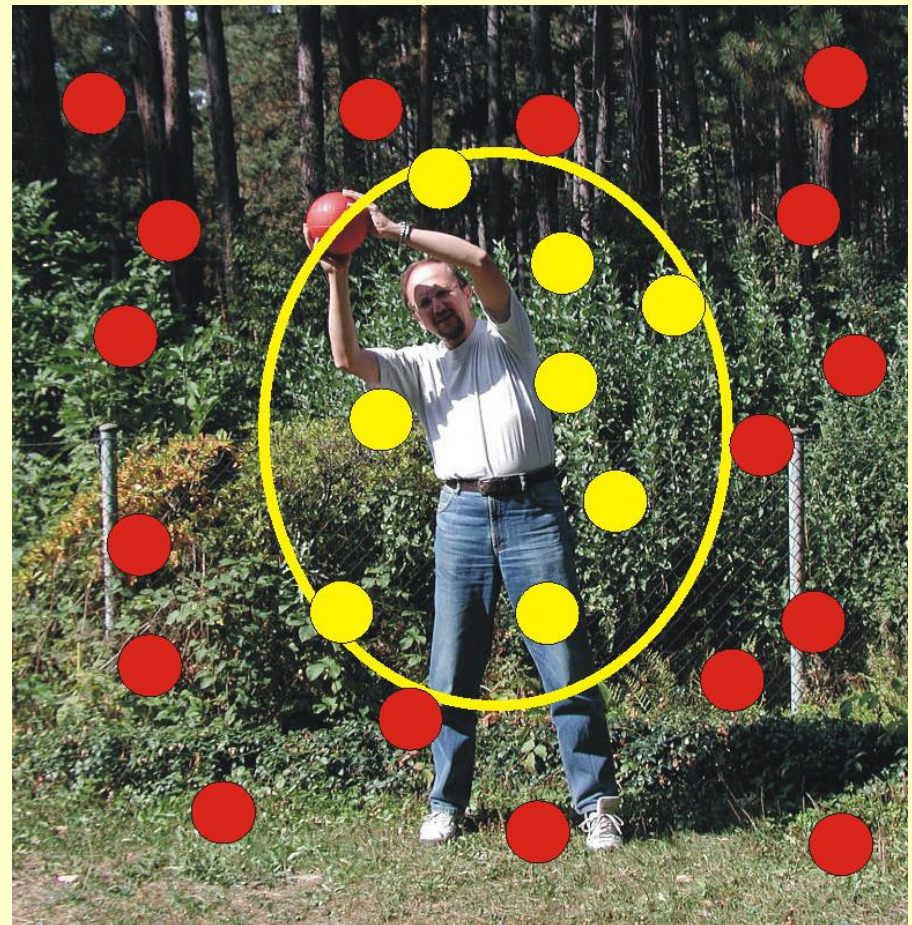
Θα "στήσω" ένα πείραμα και θα
κάνω μετρήσεις.



ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Από τις πολλές και τυχαίες ρίψεις της
μπάλας, κατάφερα να πιάσω τις
«κίτρινες» και δεν κατάφερα να πιάσω
τις «κόκκινες».

Μετά από πολλές επαναλήψεις του
πειράματος καταλαβαίνω ότι μπορώ
να πιάσω σίγουρα τις ρίψεις που
βρίσκονται μέσα στην κίτρινη καμπύλη.



Πως μπορώ να εκφράσω την **πιθανότητα επιτυχίας** μου;
Μπορώ να την εκφράσω ποσοτικά με την κίτρινη περιοχή. Είναι περίπου 2 m^2 .
Αυτό σημαίνει ότι αν δεχθώ μια "ροή" π.χ. 10 ρίψεων/m^2 , θα πιάσω την μπάλα 20 φορές.

Η πιθανότητα επιτυχίας μου χαρακτηρίζεται από την **δραστική περιοχή** που μπορώ να καλύψω.

Στην Φυσική, ο όρος που χρησιμοποιούμε για την περιοχή αυτή είναι "**ενεργός διατομή**" (cross section) και συμβολίζεται με το γράμμα σ .

Αν η ροή των προσπιπτόντων στον στόχο σωματιδίων είναι j , τότε ο αριθμός N των γεγονότων που μας ενδιαφέρουν και συμβαίνουν μέσα στην ενεργό διατομή σ θα είναι:

$$N = \sigma \cdot j$$



Μονάδα ενεργού διατομής: $1 \text{ barn} = 1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$

Μεγάλο μέρος της πληροφορίας για την αλληλεπίδραση (άρα και τη δομή) μπορεί να εκφρασθεί μέσω της ενεργού διατομής.

Π.χ. σκεφθείτε ότι μερικές ρίψεις μπορεί να γίνουν πάρα πολύ δυνατές (πολύ μεγάλης ενέργειας). Ενώ μπορώ να πιάσω την μπάλα όπως περιγράφηκε στις σχετικά χαμηλές ενέργειες, όταν οι μπαλιές γίνουν πολύ δυνατές, μάλλον θα προσπαθήσω να προφυλαχτώ (το πείραμα δυσκολεύει...).

Η ενεργός διατομή (έστω σ_1) για να πιάσω την μπάλα μειώνεται ή και μηδενίζεται όταν μεγαλώνει η ενέργεια.

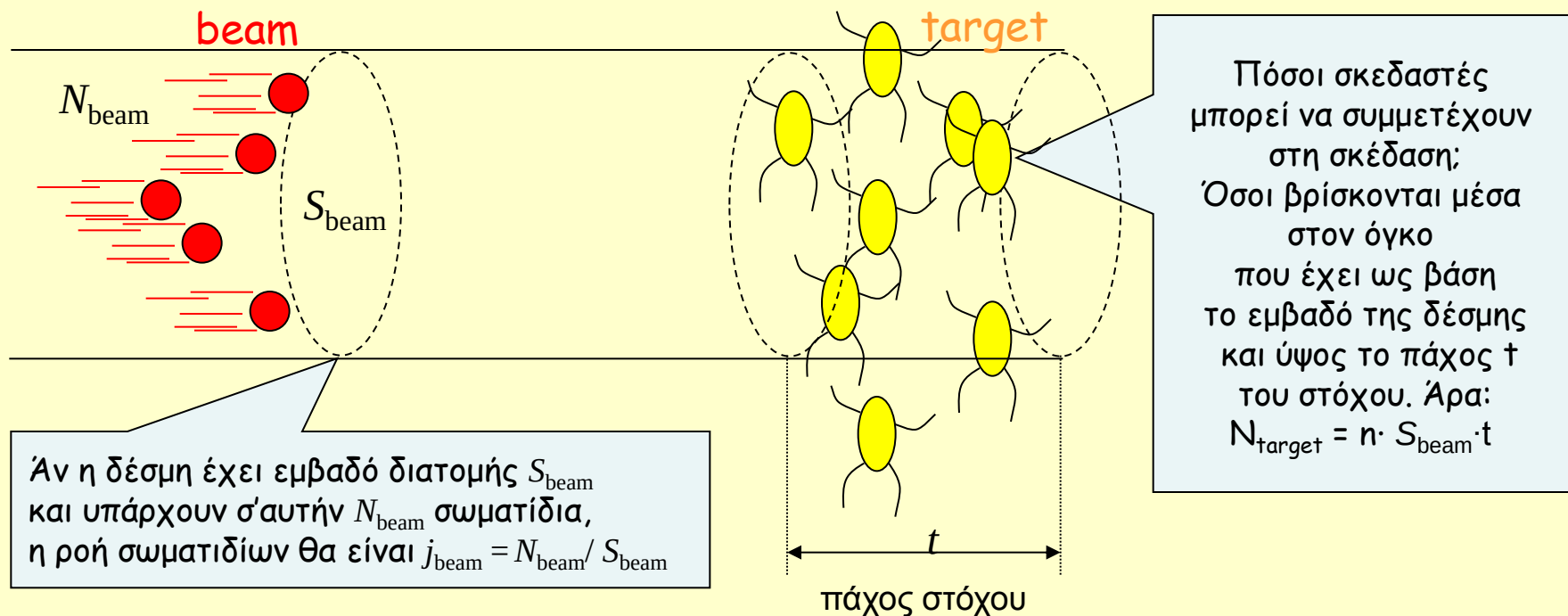
Μπορώ βέβαια να μελετήσω την πιθανότητα ενός άλλου ενδεχομένου π.χ. να με χτυπήσει η μπάλα. Η ενεργός διατομή (έστω σ_2) αυτής της αλληλεπίδρασης μάλλον θα είναι περίπου ίση με το εμβαδό της σιλουέτας μου (λίγο προσαυξημένης λόγω και της διαμέτρου της μπάλας).

Μπορούμε λοιπόν να μιλάμε για "ειδική ενεργό διατομή" ή "μερική ενεργό διατομή" του κάθε ενδεχομένου. Το άθροισμα όλων των μερικών διατομών θα δίνει την ολική ενεργό διατομή.



Συνήθως, ο στόχος αποτελείται από πολλούς σκεδαστές.

Ο αριθμός των σωματιδίων της δέσμης που σκεδάζονται θα σχετίζεται τόσο με την ενεργό διατομή σκέδασης σ από τον κάθε σκεδαστή, όσο και με την πυκνότητα n των σκεδαστών στον στόχο.



Αριθμός σκεδαζόμενων σωματιδίων:

$$N_{\text{events}} = j_{\text{beam}} \cdot \sigma \cdot N_{\text{target}} = \frac{N_{\text{beam}}}{S_{\text{beam}}} \cdot \sigma \cdot N_{\text{target}} = \frac{N_{\text{beam}}}{S_{\text{beam}}} \cdot \sigma \cdot n \cdot S_{\text{beam}} \cdot t = N_{\text{beam}} \cdot \sigma \cdot n \cdot t$$

Πιθανότητα σκέδασης των σωματιδίων:

$$P_{\text{scat}} = \frac{N_{\text{events}}}{N_{\text{beam}}} = \sigma \cdot n \cdot t$$

Συνήθως, ο στόχος αποτελείται από πολλούς σκεδαστές.

Ο αριθμός των σωματιδίων της δέσμης που σκεδάζονται θα σχετίζεται τόσο με την ενεργό διατομή σκέδασης σ από τον κάθε σκεδαστή, όσο και με την πυκνότητα n των σκεδαστών στον στόχο.

Η πυκνότητα των πυρήνων (ατόμων) στο μεταλλικό φύλλο είναι:

$$n = \frac{atoms}{m^3} = \frac{N_0 \cdot moles}{m^3} = \frac{N_0 \cdot \left(\frac{mass}{AM} \right)}{m^3} = \frac{N_0}{AM} \cdot \frac{mass}{m^3} = \frac{N_0 \cdot \rho}{AM}$$

Αριθμός σκεδαζόμενων σωματιδίων:

$$N_{events} = j_{beam} \cdot \sigma \cdot N_{target} = \frac{N_{beam}}{S_{beam}} \cdot \sigma \cdot N_{target} = \frac{N_{beam}}{S_{beam}} \cdot \sigma \cdot n \cdot S_{beam} \cdot t = N_{beam} \cdot \sigma \cdot n \cdot t$$

Πιθανότητα σκέδασης των σωματιδίων:

$$P_{scat} = \frac{N_{events}}{N_{beam}} = \sigma \cdot n \cdot t$$

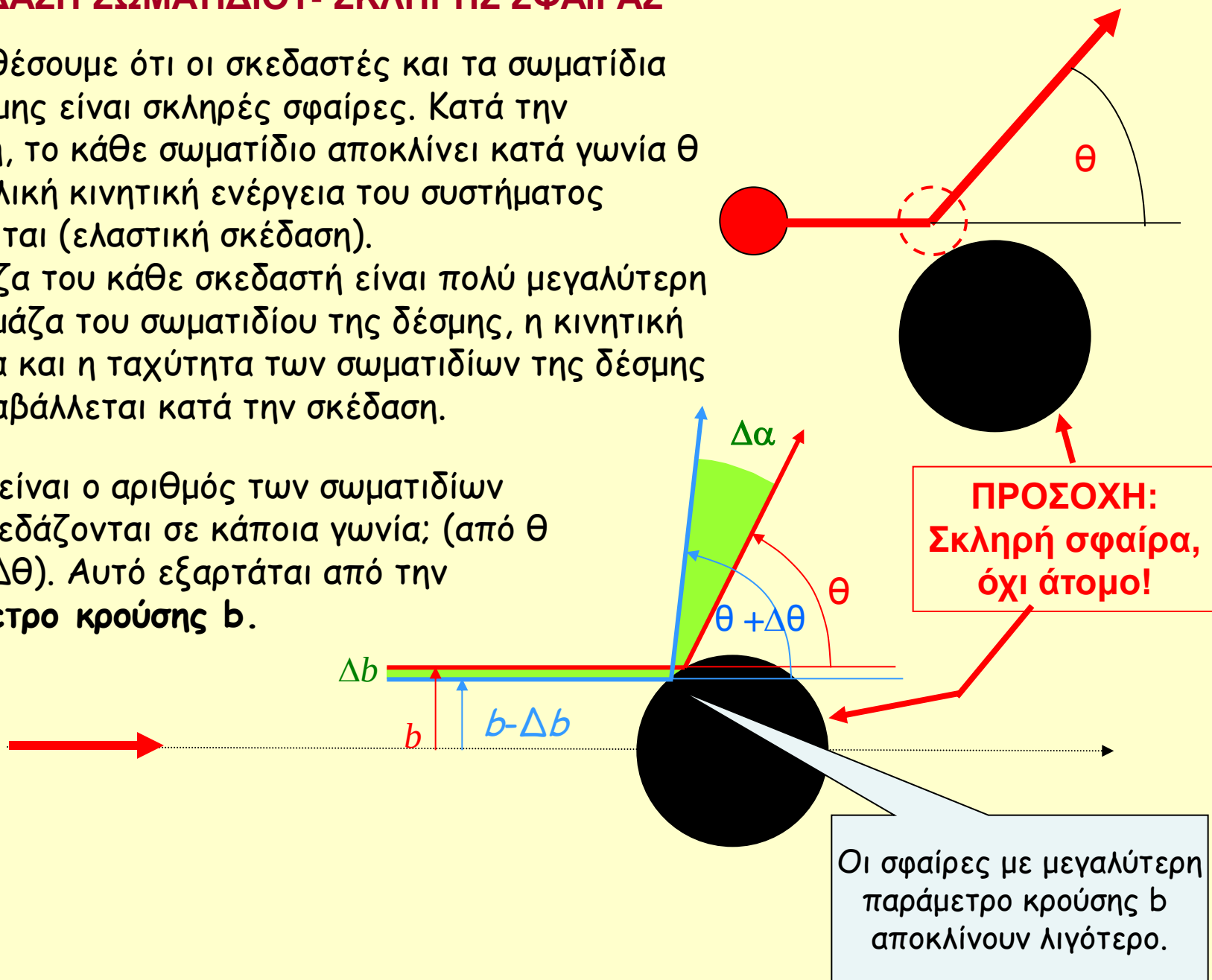
ΣΚΕΔΑΣΗ ΣΩΜΑΤΙΔΙΟΥ- ΣΚΛΗΡΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

Ας υποθέσουμε ότι οι σκεδαστές και τα σωματίδια της δέσμης είναι σκληρές σφαίρες. Κατά την σκέδαση, το κάθε σωματίδιο αποκλίνει κατά γωνία θ ενώ η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος διατηρείται (ελαστική σκέδαση).

Αν η μάζα του κάθε σκεδαστή είναι πολύ μεγαλύτερη από τη μάζα του σωματιδίου της δέσμης, η κινητική ενέργεια και η ταχύτητα των σωματιδίων της δέσμης δεν μεταβάλλεται κατά την σκέδαση.

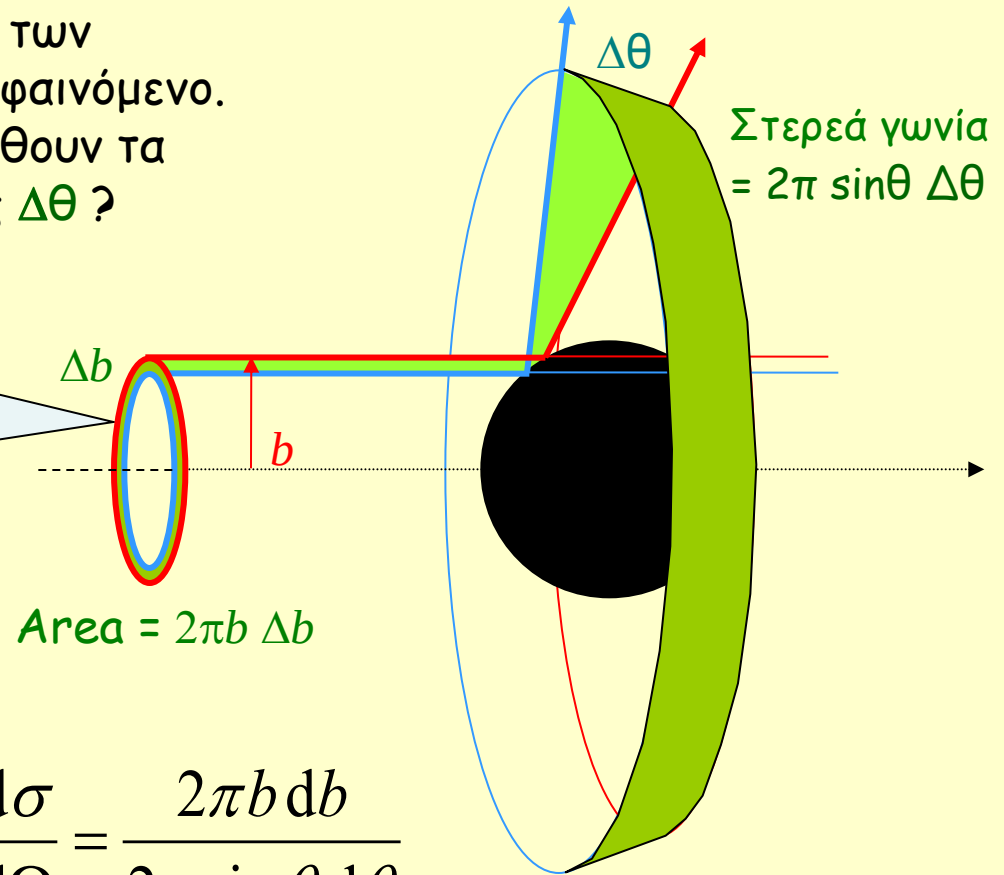
Ποιος είναι ο αριθμός των σωματιδίων που σκεδάζονται σε κάποια γωνία; (από θ ως $\theta + \Delta\theta$). Αυτό εξαρτάται από την **παράμετρο κρούσης b** .

Διεύθυνση
της δέσμης



Η ενεργός διατομή σχετίζεται με το εμβαδό της περιοχής μέσα στην οποία η είσοδος των σωματιδίων προκαλεί σ'αυτά κάποιο φαινόμενο. Ποια είναι η περιοχή που όταν εισέλθουν τα σωματίδια, θα σκεδαστούν σε γωνίες $\Delta\theta$?

Τα σωματίδια που εισέρχονται στον δακτύλιο με εμβαδό $\Delta S = 2\pi b \Delta b$ θα σκεδαστούν στην περιοχή γωνιών $\Delta\theta$. Η γωνία αυτή περιστρεφόμενη γύρω από τον κεντρικό άξονα ορίζει μια στερεά γωνία: $\Delta\Omega = 2\pi \sin\theta \Delta\theta$



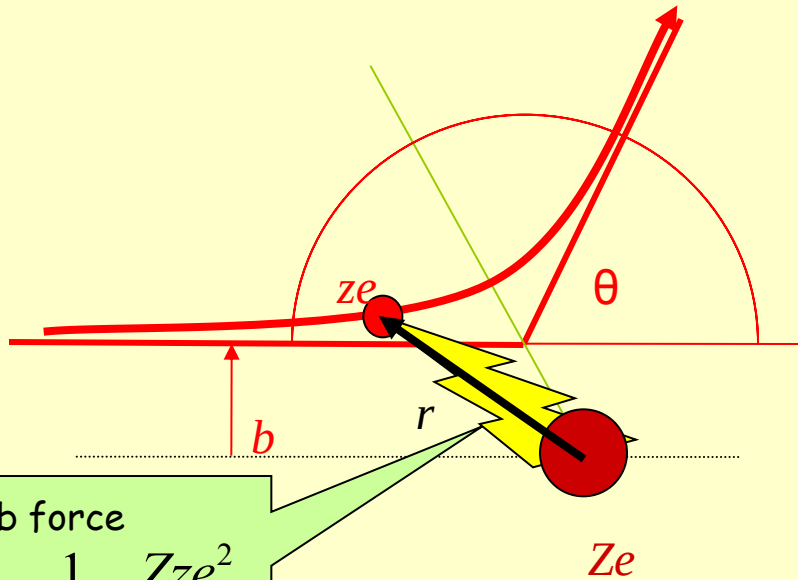
Στην περίπτωση αυτή μιλάμε για την **διαφορική ενεργό διατομή** (differential cross section) σκέδασης στη γωνία θ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi b db}{2\pi \sin\theta d\theta}$$

Η ενεργός διατομή σκέδασης σε οποιαδήποτε γωνία μπορεί να ληφθεί με ολοκλήρωση:

$$\sigma = \int_0^\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} 2\pi \sin\theta d\theta$$

ΣΚΕΔΑΣΗ ΟΜΩΝΥΜΩΣ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΕΛΑΦΡΥ ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΔΕΣΜΗΣ ΣΕ ΒΑΡΥ ΣΩΜΑΤΙΔΙΟ ΣΤΟΧΟΥ



Coulomb force

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zze^2}{r^2}$$

Σχέση παραμέτρου κρούσης και γωνίας

$$b = \text{const} \cdot \cotan \frac{\theta}{2}$$

Στο πείραμα GM (α σε Au), πόση είναι η παράμετρος κρούσης που αντιστοιχεί σε γωνία σκέδασης 1°;

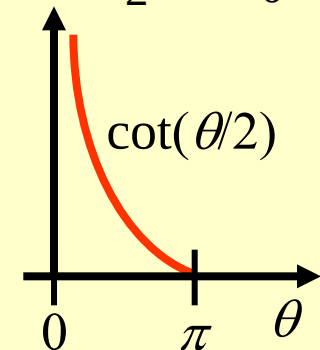
$$b = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zze^2}{mv^2} \cotan \frac{\theta}{2} = 1.14 \times 10^{-13} \cdot \cotan 0.5^\circ \text{m} = 1.30 \times 10^{-11} \text{m}$$

Η διαφορική ενεργός διατομή που προκύπτει, εξαρτάται ισχυρά από τη γωνία σκέδασης θ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Zze^2}{8\pi\epsilon_0 m v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

$$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{8\pi\epsilon_0 K} \cot \frac{\theta}{2}$$

όπου: $K = \frac{1}{2} m v_0^2$



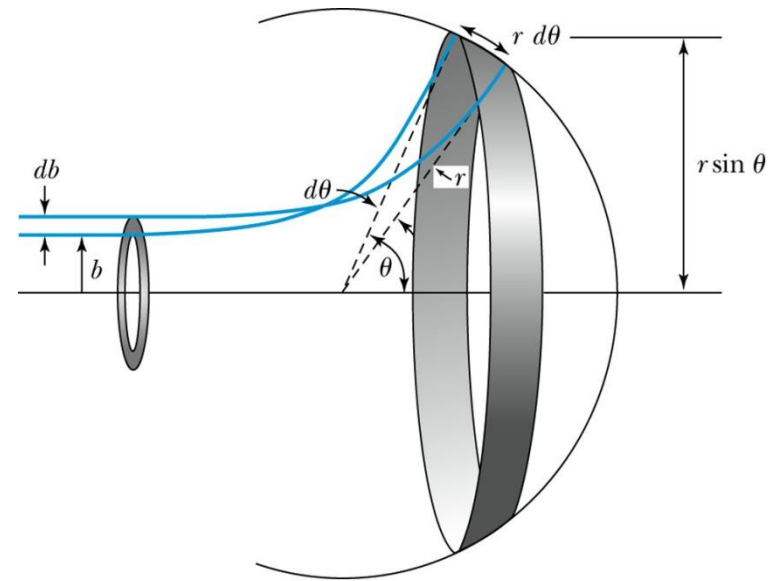
Για να χρησιμοποιήσουμε τον **τύπο σκέδασης του Rutherford**, θα πρέπει να κάνουμε αντικατάσταση με τις κατάλληλες τιμές. Για την περίπτωση σκέδασης σωματιδίων α σε χρυσό θέτουμε τα εξής:

Φορτία:
 $Z_{Au} = 79$
 $z_a = 2$

Σταθερές:
 $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
 $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Zze^2}{8\pi\epsilon_0 m v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} = \frac{3.23 \times 10^{-27} \text{ m}^2}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Εδώ, αντί για τη μάζα και ταχύτητα του σωματιδίου α, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την κινητική τους ενέργεια: $2K = mv^2$ (μη σχετικιστική σχέση). Οι τυπικές τιμές κινητικής ενέργειας των άλφα που εκπέμπονται από τα ραδιοϊσότοπα είναι μερικά MeV.

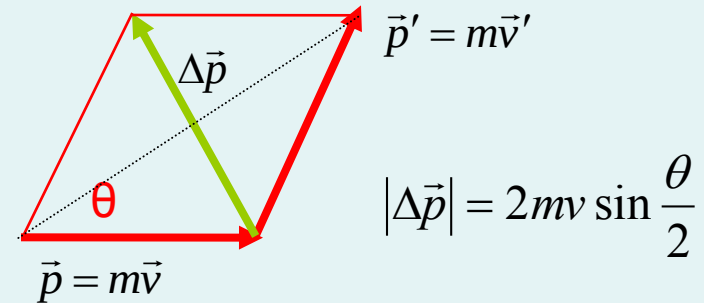
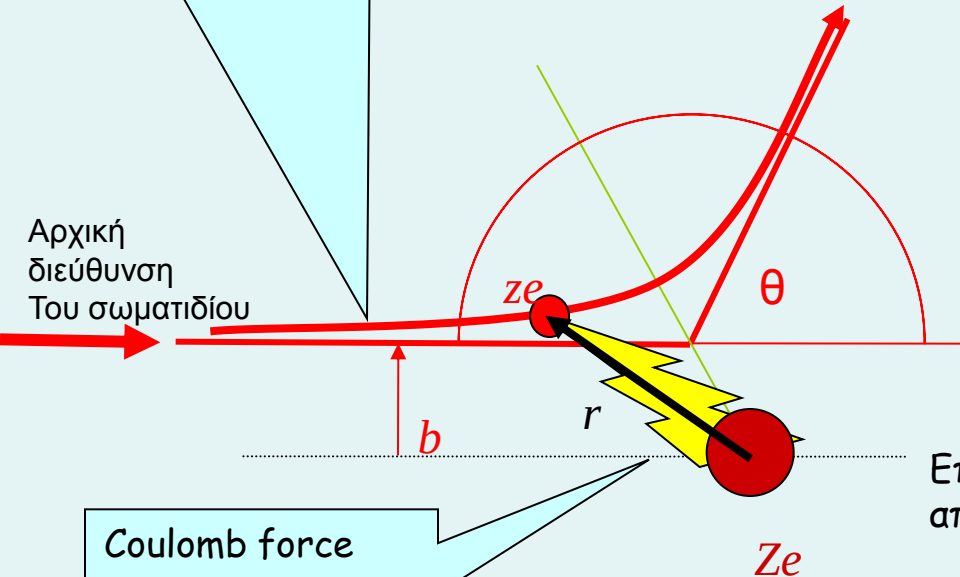


Για τους απαιτητικούς αναγνώστες, ολόκληρη η ανάλυση!

Πρόκειται για τον υπολογισμό της **διαφορικής ενεργού διατομής** για σκέδαση σωματιδίων α μάζας m , ταχύτητας v και φορτίου ze πάνω σε σημειακό στόχο άπειρης μάζας και φορτίου Ze . Η σκέδαση είναι παρόμοια με αυτήν σε σκληρή σφαίρα, μόνο που τώρα τα **σωματίδια αλληλεπιδρούν**, όχι όταν έρχονται σε επαφή με τη σφαίρα, αλλά **από απόσταση, λόγω της απωστικής δύναμης Coulomb**.

Η τροχιά καμπυλώνεται (τμήμα υπερβολής). Σε μεγάλη απόσταση μετά τη σκέδαση, θα ακολουθήσει ασυμπτωτικά μια ευθεία που σχηματίζει γωνία θ με την αρχική διεύθυνση που είχε πριν τη σκέδαση.

Λόγω του ακλόνητου πυρήνα (άπειρη μάζα), η ασκούμενη απωστική δύναμη μεταξύ των δύο σωμάτων αλλάζει την ορμή του σωματιδίου α κατά Δp :



Επειδή η μεταβολή της ορμής προκαλείται από τη δύναμη Coulomb θα έχουμε:

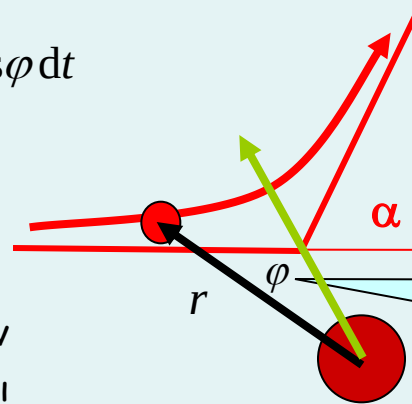
Coulomb force

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zze^2}{r^2}$$

$$\Delta \vec{p} = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}(r) dt$$

Για τους απαιτητικούς αναγνώστες, ολόκληρη η ανάλυση!

$$\Delta \vec{p} = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{F}(r) dt \longrightarrow |\Delta \vec{p}| = \int_{-\infty}^{+\infty} F(r) \cos \varphi dt$$



Η γωνία φ μεταβάλλεται από $-(\pi-\theta)/2$ για $t=-\infty$ μέχρι $(\pi-\theta)/2$ για $t=+\infty$.

Αντί του χρόνου t , μπορούμε να εκφράσουμε την τροχιά βάσει της γωνίας φ . Αυτό μπορεί να γίνει αλλάζοντας τη μεταβλητή ολοκλήρωσης από t σε φ .

$$|\Delta \vec{p}| = \int_{-\infty}^{+\infty} F(r(t)) \cos \varphi(t) dt = \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{+\frac{\pi-\theta}{2}} F(r(\varphi)) \cos \varphi \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| dt$$

Τι είναι το $d\varphi/dt$? ... Είναι η γωνιακή ταχύτητα ω ! Και επιπλέον θυμηθείτε ότι η γωνιακή ορμή $L = mr^2\omega$ διατηρείται για ένα σωματίδιο που βρίσκεται σε πεδίο κεντρικών δυνάμεων! Μπορούμε, επίσης, να υπολογίσουμε την γωνιακή ορμή από την αρχική συνθήκη: $L = mnb$ (γωνιακή ορμή = ορμή $\times$ ακτίνα).

$$L = mr^2\omega = mnb \quad \omega = \frac{vb}{r^2}$$

Τώρα θα συνδυάσουμε όλα τα προηγούμενα:

$$|\Delta \vec{p}| = 2mv \sin \frac{\theta}{2} \quad \Rightarrow \quad |\Delta \vec{p}| = \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{+\frac{\pi-\theta}{2}} F(r(\cos(\varphi))) \cos \varphi \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| d\varphi$$

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zze^2}{r^2} \quad \left| \frac{d\varphi}{dt} \right| = \omega = \frac{vb}{r^2}$$

$$2mv \sin \frac{\theta}{2} = \frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{+\frac{\pi-\theta}{2}} \frac{1}{r^2} \cos \varphi \frac{d\varphi}{\frac{vb}{r^2}}$$

$$b \sin \frac{\theta}{2} = \frac{Zze^2}{8\pi\epsilon_0 m v^2} \int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{+\frac{\pi-\theta}{2}} \cos \varphi d\varphi = \frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\int_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{+\frac{\pi-\theta}{2}} \cos \varphi d\varphi = \left[\sin \varphi \right]_{-\frac{\pi-\theta}{2}}^{+\frac{\pi-\theta}{2}} = 2 \sin \frac{\pi-\theta}{2} = 2 \cos \frac{\theta}{2}$$

Επιπλέον χρειαζόμαστε τη σχέση μεταξύ b και Θ:

$$b = \frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} \cotan \frac{\theta}{2}$$

Οπότε:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| = \left(\frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin \theta} \frac{1}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}} = \left(\frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 m v^2} \right)^2 \frac{1}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} \frac{1}{2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Zze^2}{8\pi\epsilon_0 m v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

Ο τύπος σκέδασης του Rutherford

Λέει πώς μεταβάλλεται η διαφ. ενεργός διατομή σκέδασης με τη γωνία:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Zze^2}{8\pi\epsilon_0 m v^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

ΓΕΝΙΚΩΣ

Πιθανότητα σκέδασης των σωματιδίων:

$$P_{scat} = \frac{N_{events}}{N_{beam}} = \sigma \cdot n \cdot t$$

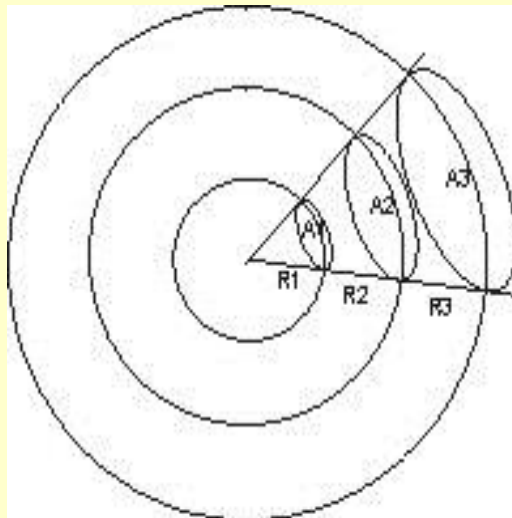
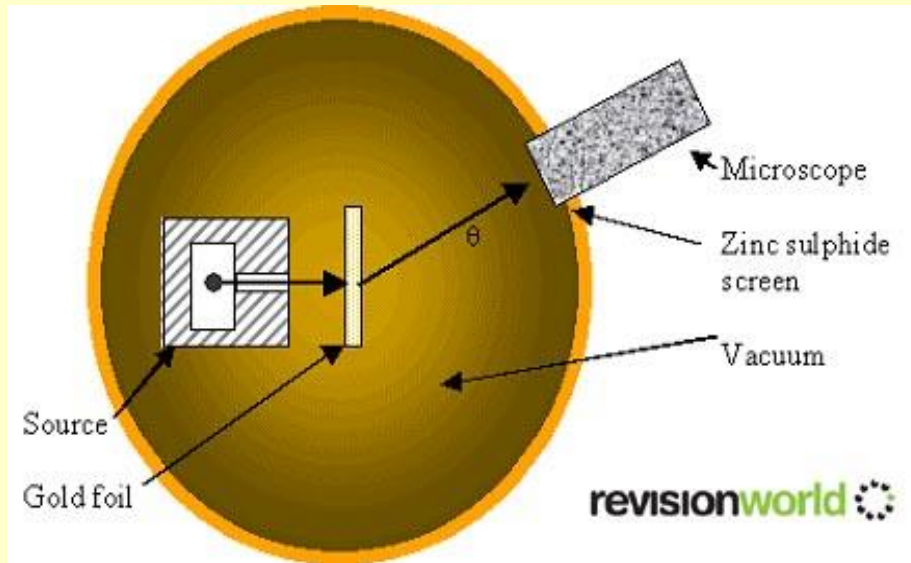
Ολική ενεργός διατομή: $\sigma = \pi b^2$

ΕΙΔΙΚΟΤΕΡΑ

Πιθανότητα σκέδασης των σωματιδίων σε γωνία θ :

$$P_{scat}(\theta) = \frac{N_{events}(\theta)}{N_{beam}} = \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \cdot n \cdot t \cdot \Delta\Omega$$

Ανιχνευτής και στερεά γωνία

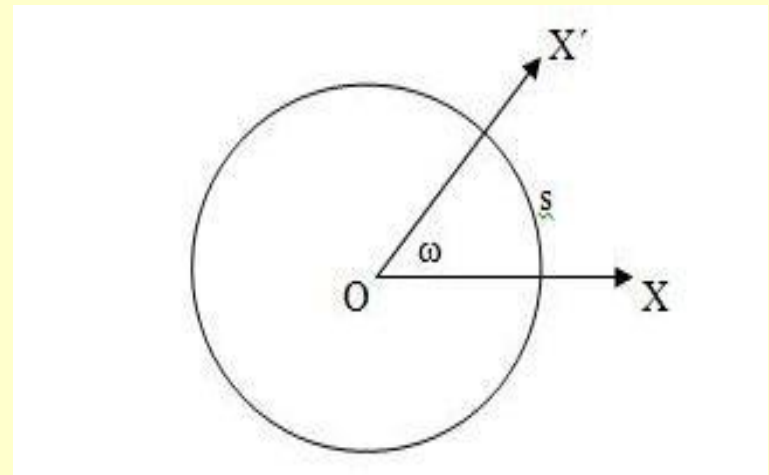


Η στερεά γωνία Ω είναι το αντίστοιχο της επίπεδης γωνίας ϕ στον τρισδιάστατο χώρο. Δείχνει πόσο μέρος του χώρου, γύρω από ένα σημείο, "καταλαμβάνει" κάποιο αντικείμενο.

Εκφράζεται ποσοτικά ως το εμβαδό της τομής ενός κώνου με κορυφή το σημείο και της σφαίρας με ακτίνα r , μετρημένο σε μονάδες r^2 .

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΓΩΝΙΑΣ

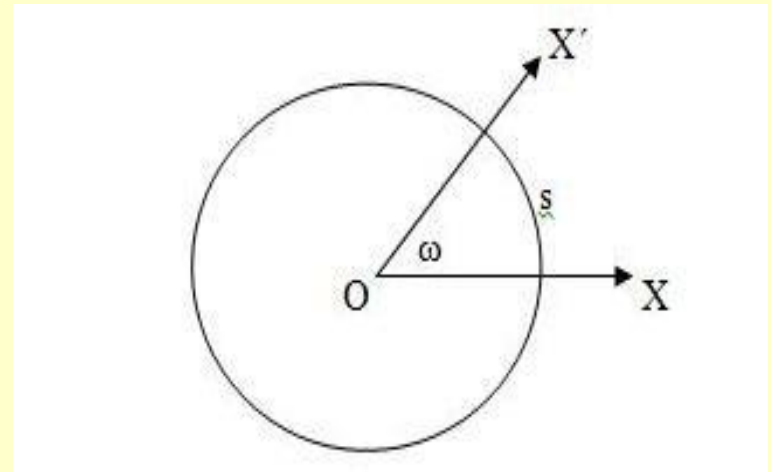
- Η έννοια της στερεάς γωνίας αποτελεί γενίκευση στις 3 διαστάσεις της έννοιας της επίπεδης γωνίας.
- Η **επίπεδη γωνία** ορίζεται ως το τμήμα εκείνο του επιπέδου που περικλείεται μεταξύ δύο ημιευθειών OX , OX' με κοινή αρχή το σημείο O του επιπέδου. Το σημείο O καλείται κορυφή της γωνίας και οι ημιευθείες OX , OX' καλούνται πλευρές.



ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΓΩΝΙΑΣ

- Η μέτρηση της γωνίας γίνεται μέσω ενός κύκλου με κέντρο το σημείο O και ακτίνα r . Ο κύκλος αυτός ορίζει ένα τόξο που βρίσκεται μεταξύ των δύο ημιευθειών OX , OX' μήκους s . Η γωνία XOX' θα έχει τιμή ω ίση με το μήκος s του τόξου αυτού όταν το μετράμε με μονάδα μήκους την ακτίνα r του κύκλου. Η μέτρηση της γωνίας στην περίπτωση αυτή γίνεται σε ακτίνια (radians ή rad):

- $\omega = s/r$ (rad)
- Για παράδειγμα, η γωνία που ορίζει **όλο το επίπεδο** αντιστοιχεί σε μήκος τόξου $s = 2\pi r$, οπότε η γωνία αυτή σε ακτίνια είναι:



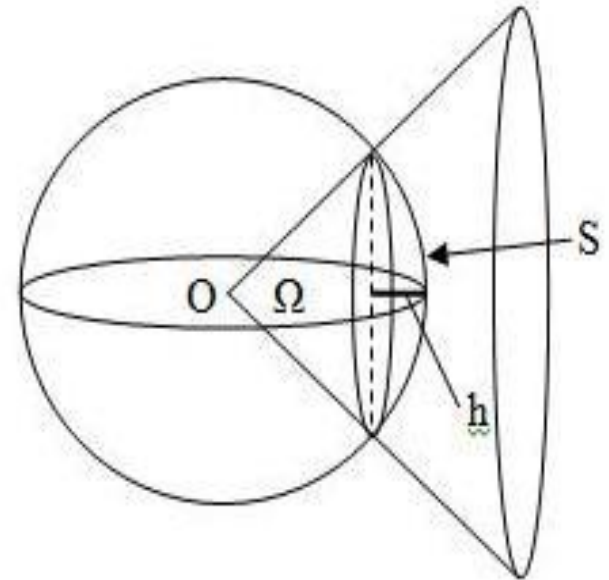
$$\omega = s/r = 2\pi r/r = 2\pi .$$

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΓΩΝΙΑΣ

Η **στερεά γωνία** ορίζεται ως το τμήμα εκείνο του χώρου που περικλείεται από μία κωνική εν γένει επιφάνεια, δηλαδή μια επιφάνεια που συγκλίνει προς ένα σημείο O . Το σημείο O καλείται κορυφή της στερεάς γωνίας και η επιφάνεια καλείται παράπλευρη επιφάνεια.

Η μέτρηση της στερεάς γωνίας γίνεται μέσω μιας σφαίρας με κέντρο το σημείο O και ακτίνα r . Η σφαίρα αυτή ορίζει ένα σφαιρικό τμήμα ύψους h . Η στερεά γωνία θα έχει τιμή Ω ίση με το εμβαδόν S του τμήματος αυτού όταν το μετράμε με μονάδα εμβαδού την “τετραγωνική ακτίνα” r^2 της σφαίρας (όπως π.χ. λέμε τετραγωνικό μέτρο m^2 , τετραγωνικό εκατοστό cm^2 κ.λ.π.). Η μέτρηση της στερεάς γωνίας γίνεται σε στερεά ακτίνια (steradians ή sr):

$$\Omega = S/r^2 \quad (\text{sr})$$



ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΤΕΡΕΑΣ ΓΩΝΙΑΣ

$$\Omega = S/r^2 \quad (\text{sr})$$

Το εμβαδόν S σφαιρικού τμήματος με ύψος h σε σφαίρα ακτίνας r είναι: $S = 2\pi r h$

Για παράδειγμα, η στερεά γωνία που ορίζει **το μισό χώρο** αντιστοιχεί στο εμβαδό της μισής σφαίρας, δηλαδή $h = r$, άρα $S = 2\pi r h = 2\pi r^2$, οπότε η στερεά γωνία αυτή σε steradians είναι:

$$\Omega = S/r^2 = 2\pi r^2/r^2 = 2\pi .$$

Η στερεά γωνία που ορίζει **όλο το χώρο** αντιστοιχεί στο εμβαδό όλης της σφαίρας $S = 4\pi r^2$, οπότε η στερεά γωνία σε steradians θα είναι:

$$\Omega = S/r^2 = 4\pi r^2/r^2 = 4\pi .$$

