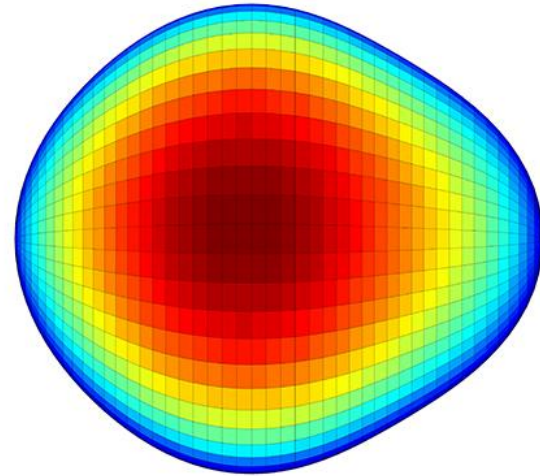
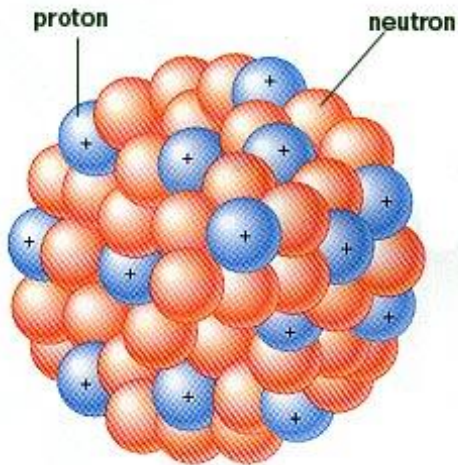


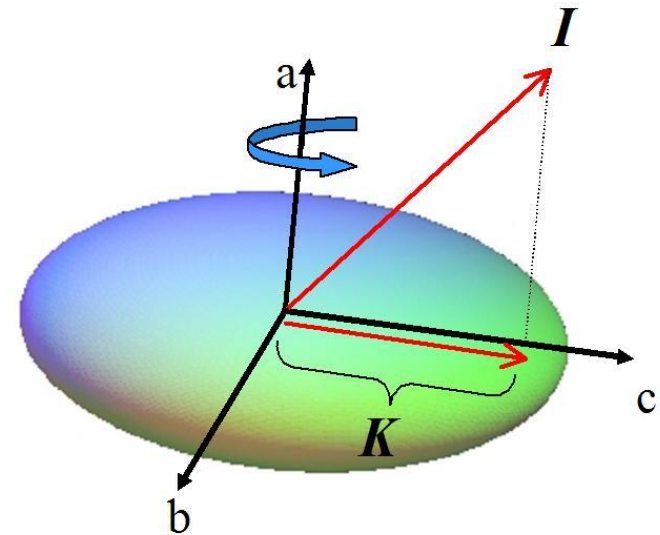
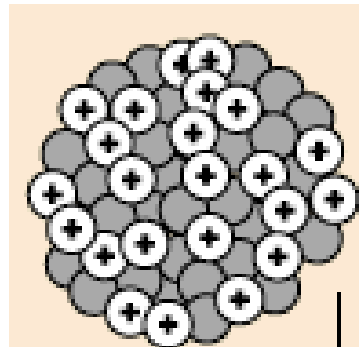
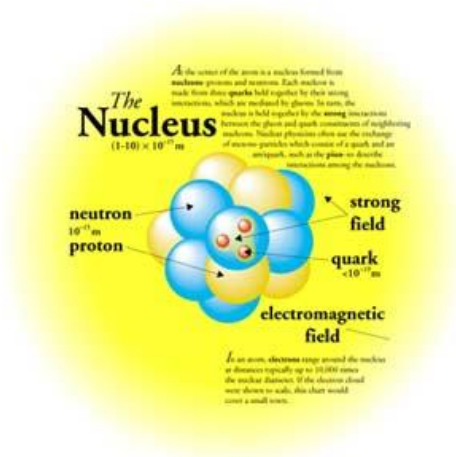
Μέγεθος, πυκνότητα και σχήμα των πυρήνων



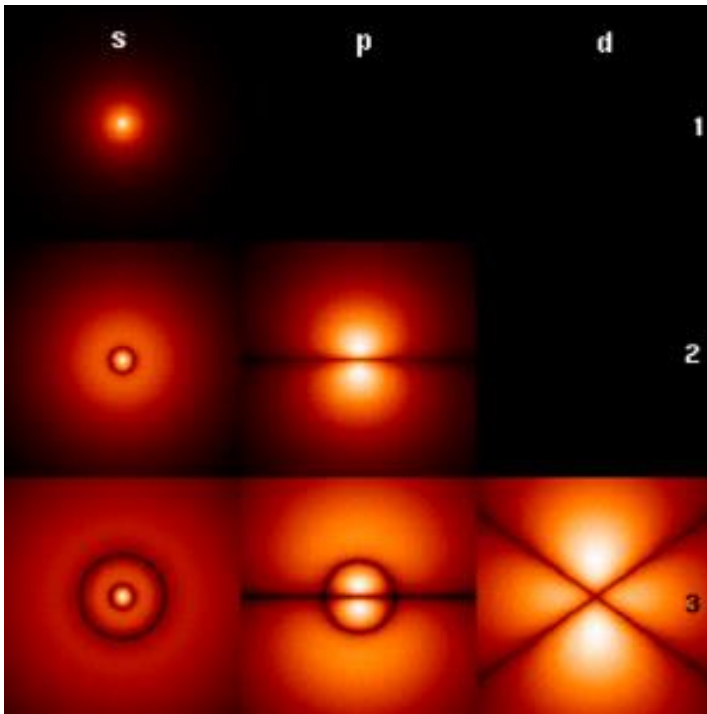
Τάσος Λιόλιος
Μάθημα
Πυρηνικής Φυσικής

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

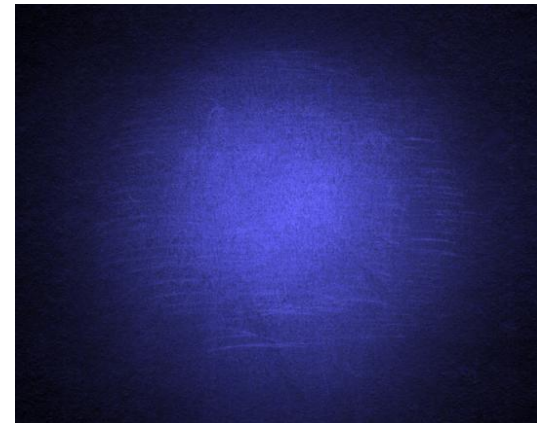
- Ποιο είναι το μέγεθος των πυρήνων;
- Τι πυκνότητα έχουν οι πυρήνες;
- Πως κατανέμεται η πυρηνική ύλη στον πυρήνα;
- Πώς κατανέμεται το ηλεκτρικό φορτίο στον πυρήνα;
- Τί σχήμα έχουν οι πυρήνες; (έκπληξη (?): Οι πυρήνες δεν είναι όλοι σφαιρικοί !)



Τι εννοούμε λέγοντας “**μέγεθος του πυρήνα**” ;



ΑΤΟΜΑ: Η ηλεκτρονική πυκνότητα πιθανότητας για τα λίγα πρώτα τροχιακά του ατόμου υδρογόνου (δίνονται οι επίπεδες διατομές).



Καλλιτεχνική απεικόνιση της κυματοσυνάρτησης ενός ηλεκτρονίου (Art by Blake Stacey.)

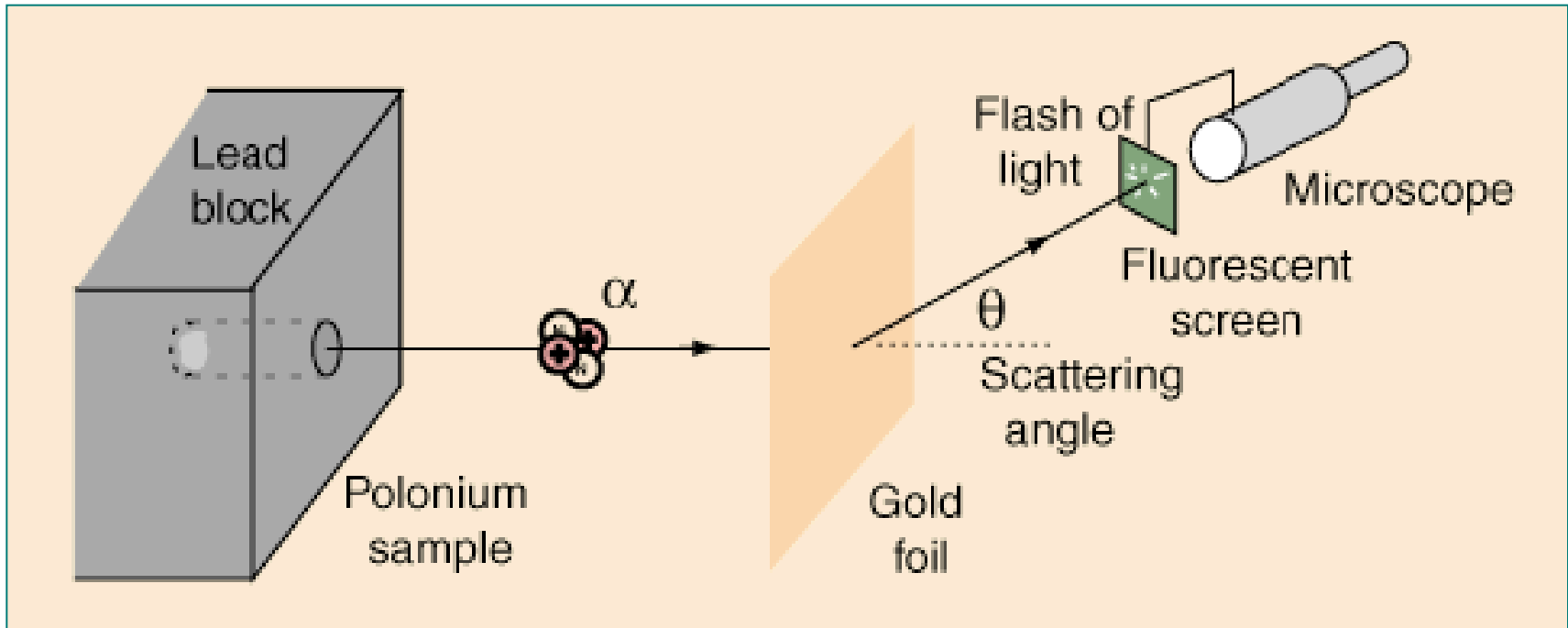
Από την Ατομική Φυσική ξέρουμε ότι τα όρια των ατόμων δεν τελειώνουν απότομα δεδομένου ότι *η κυματοσυνάρτηση των εξωτερικών ηλεκτρονίων εξασθενεί βαθμιαία.*

Κάτι παρόμοιο συμβαίνει και στην Πυρηνική Φυσική!

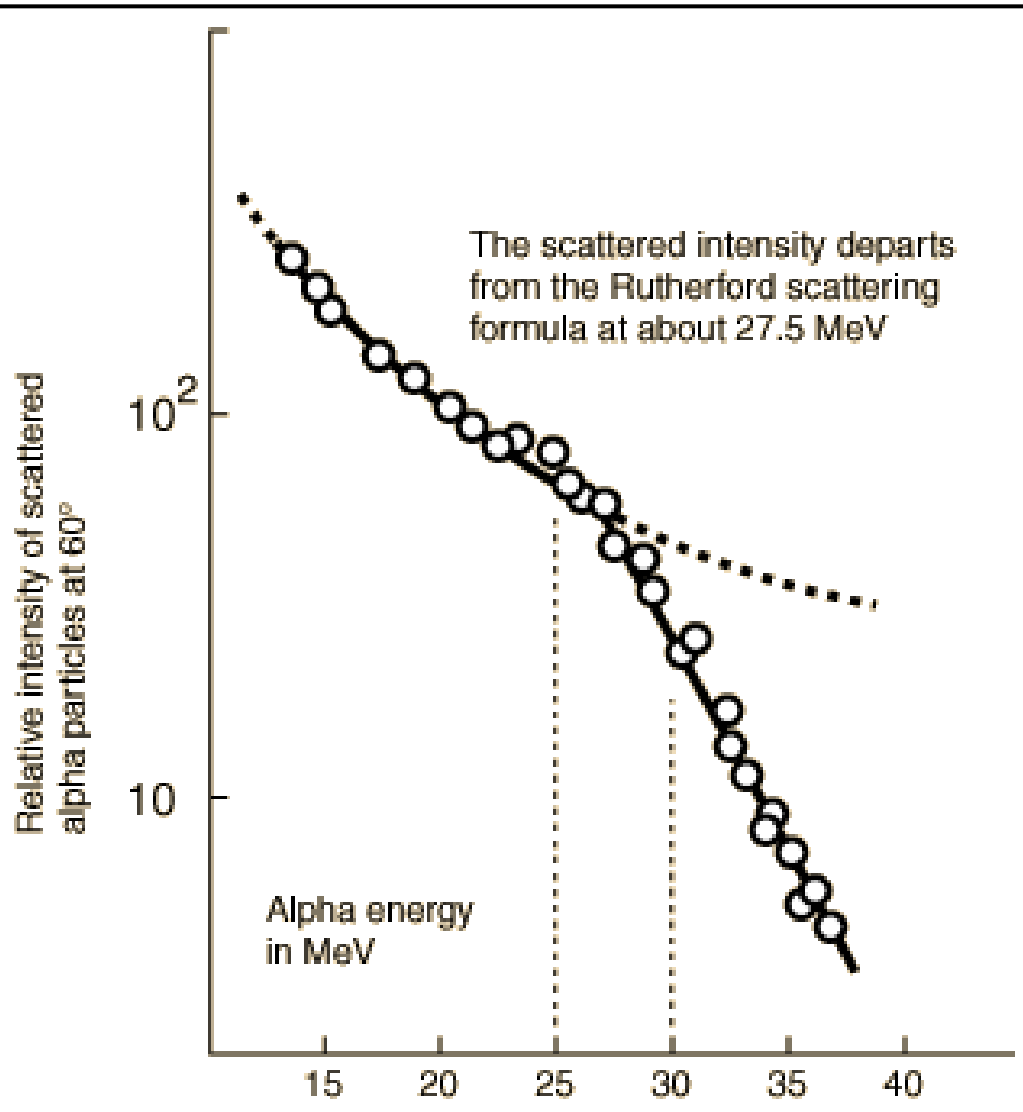
Σκέδαση RUTHERFORD



Η ύπαρξη των πυρήνων στα άτομα αλλά και η τάξη μεγέθους των πυρήνων αποκαλύφθηκε για πρώτη φορά με τη σκέδαση σωματιδίων άλφα σε στόχο λεπτού μεταλλικού φύλλου.



Σκέδαση σωματίων α σε πυρήνες



Ο τύπος σκέδασης Rutherford (που θεωρεί μόνο την άπωση Coulomb και τον πυρήνα ως σημειακό σκεδαστή) παύει να ισχύει όταν η κιν. ενέργεια του σωματίου α ξεπεράσει μια τιμή, όταν δηλαδή πλησιάζει **πολύ κοντά στον πυρήνα**.

Η απόκλιση της καμπύλης οφείλεται στο ότι σε πολύ κοντινές προσεγγίσεις των σωματίων α στους πυρήνες του στόχου, αρχίζει να μπαίνει στο παιχνίδι και η ισχυρή πυρηνική δύναμη.

Συμπέρασμα της σκέδασης Rutherford:
Το μέγεθος των πυρήνων είναι γύρω στα **10^{-14} m**

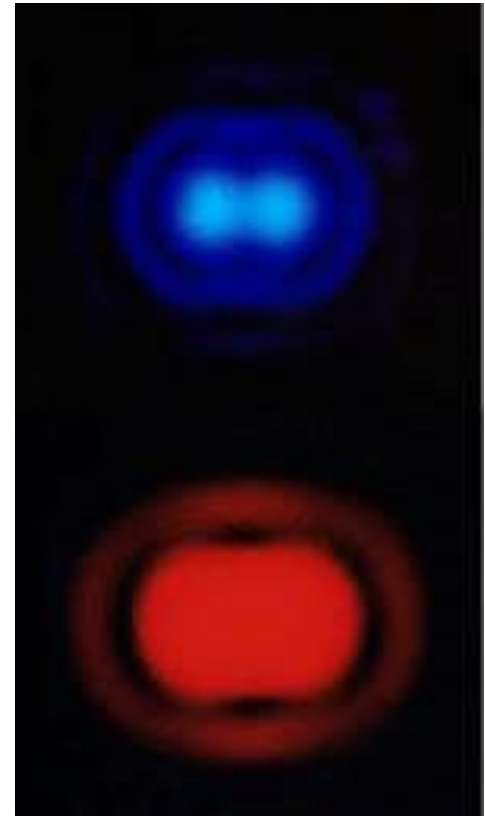
Το είδωλο (και η πληροφορία που λαμβάνουμε) εξαρτάται από το μήκος κύματος της ακτινοβολίας

Η δυνατότητα απεικόνισης λεπτομερειών ενός αντικειμένου περιορίζεται λόγω της αναπόφευκτης περίθλασης του προσπίπτοντος κύματος και της δημιουργίας κροσσών περίθλασης.

Η απεικόνιση δύο σημείων ενός αντικειμένου ως ξεχωριστών σημείων είναι δυνατή εάν τα δύο είδωλα απέχουν μεταξύ τους τουλάχιστον τόσο ώστε ο πρώτος σκοτεινός δακτύλιος του ενός να συμπίπτει με το κέντρο της φωτεινής περιοχής του άλλου.

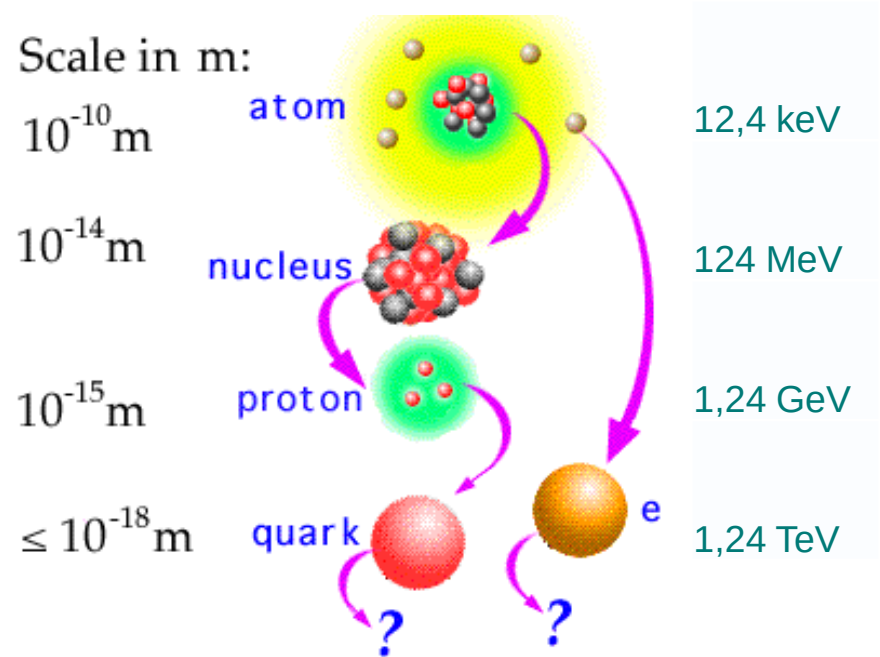
Προκύπτει ότι για να διακρίνουμε δύο σημειακές πηγές που βρίσκονται σε **απόσταση d** μεταξύ τους και τις φωτίζουμε με **μήκος κύματος λ** , θα πρέπει να ισχύει:

$$\lambda \leq d$$



Για μια πιο λεπτομερή μελέτη των πυρήνων απαιτείται να χρησιμοποιηθούν στη σκέδαση σωματίδια με **μικρότερο μήκος κύματος de Broglie, συγκρίσιμο με το μελετούμενο μέγεθος**, άρα μεγαλύτερης ορμής-ενέργειας.

$$\lambda = \frac{h}{p} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{2\pi}{\lambda} \hbar c$$



Μικρότερο μέγεθος $\leftrightarrow$ Μεγαλύτερη ενέργεια

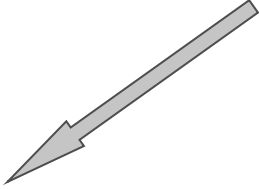
electron scattering

Τα ηλεκτρόνια της β-διάσπασης δεν είναι κατάλληλα επειδή:

- 1 Δεν είναι μονοενεργειακά (έχουν συνεχές φάσμα)
- 2 Έχουν μικρές κινητικές ενέργειες

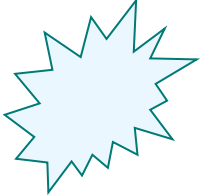
Τυπικές τιμές μέγιστης
ενέργειας από β-διάσπαση

$$T_e \sim 1 \text{ MeV}$$


$$p_e \sim 1.42 \text{ MeV}/c$$

de Broglie's wave length

$$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{197.3 \times 2\pi}{1.42} = 873 \text{ fm}$$



**Πολύ
μεγάλο !!**

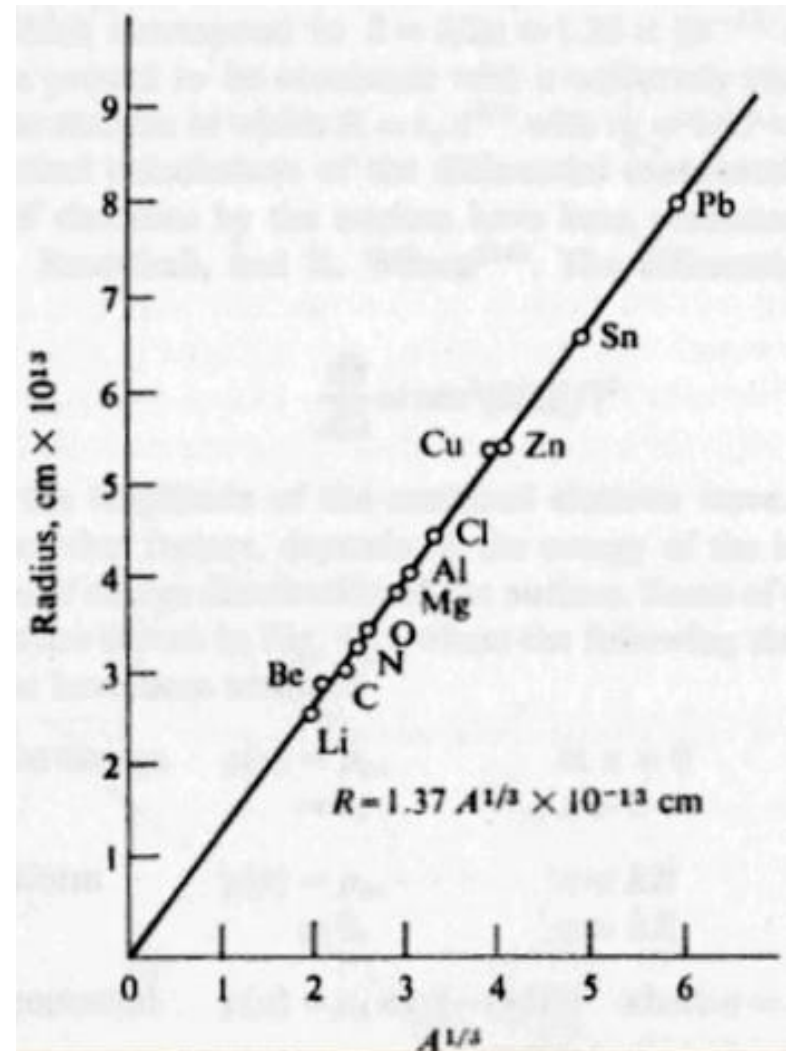
Χρειαζόμαστε ηλεκτρόνια από επιταχυντή!

Μέγεθος των πυρήνων

Διαπιστώνεται από τα πειράματα σκέδασης ότι η ακτίνα R των πυρήνων αυξάνει με τον αριθμό των νουκλεονίων A στον κάθε πυρήνα, και συγκεκριμένα *η R είναι ανάλογη της κυβικής ρίζας του μαζικού αριθμού A*

$$R = R_0 A^{1/3}$$

Το R_0 είναι μεταξύ 1,1 fm και 1,5 fm (κατανομή ηλεκτρικού φορτίου και πυρηνικής ύλης, αντίστοιχα).



Πυρηνική πυκνότητα

Υποθέτοντας σφαιρικό πυρήνα:

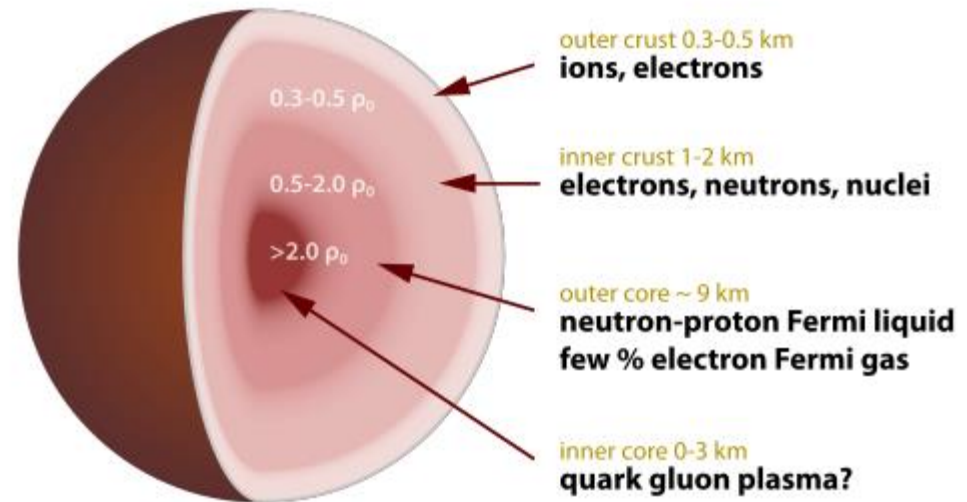
$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{Am_p}{\frac{4}{3}\pi AR_0^3} = \frac{m_p}{\frac{4}{3}\pi R_0^3} = \text{const}$$

Θέτοντας τη μάζα πρωτονίου
 $1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ και την
 $R_0 = 1.3 \times 10^{-15} \text{ m}$, βρίσκουμε :

$$\rho = 10^{14} \text{ g/cm}^3$$

ή

$$\rho \approx 0,2 \text{ νουκλεόνια/fm}^3$$



Μακροσκοπικά αντικείμενα με πυρηνική
πυκνότητα είναι οι αστέρες νετρονίων

Ηλεκτρικό φορτίο του πυρήνα

Το φορτίο του πυρήνα είναι ακριβώς το άθροισμα των φορτίων των πρωτονίων.

Το άτομο του υδρογόνου είναι ηλεκτρικά ακριβώς ουδέτερο.

Το ίδιο συμβαίνει με το νετρόνιο.

Παρά την ηλεκτρική ουδετερότητα, το νετρόνιο (όπως και το ουδέτερο άτομο H), έχει κατανομή ηλεκτρικού φορτίου.

Το ίδιο δείχνει και η ύπαρξη στο νετρόνιο μαγνητικής διπολικής ροπής, δηλαδή την **κατανομή ηλεκτρικού φορτίου**.

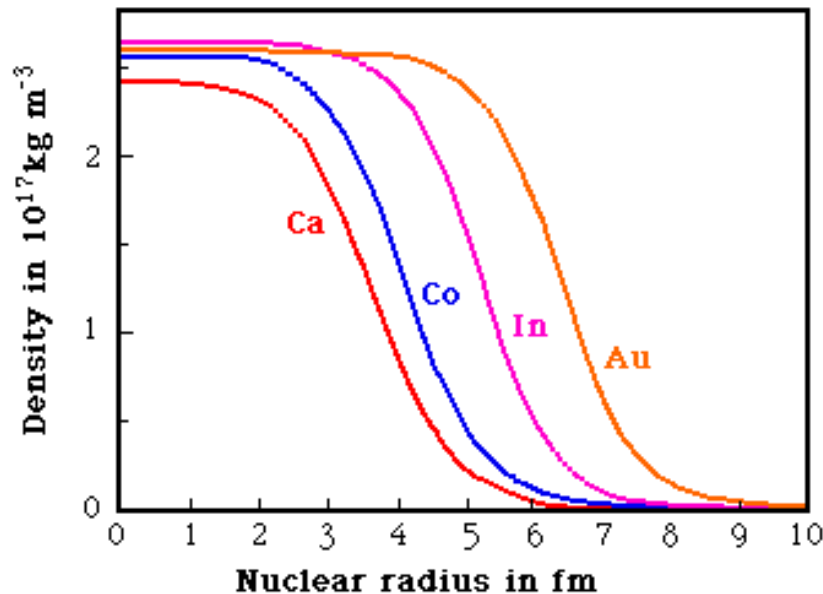
Υπάρχουν δύο είδη κατανομής στον πυρήνα που μελετούμε:

Κατανομή ηλεκτρικού φορτίου

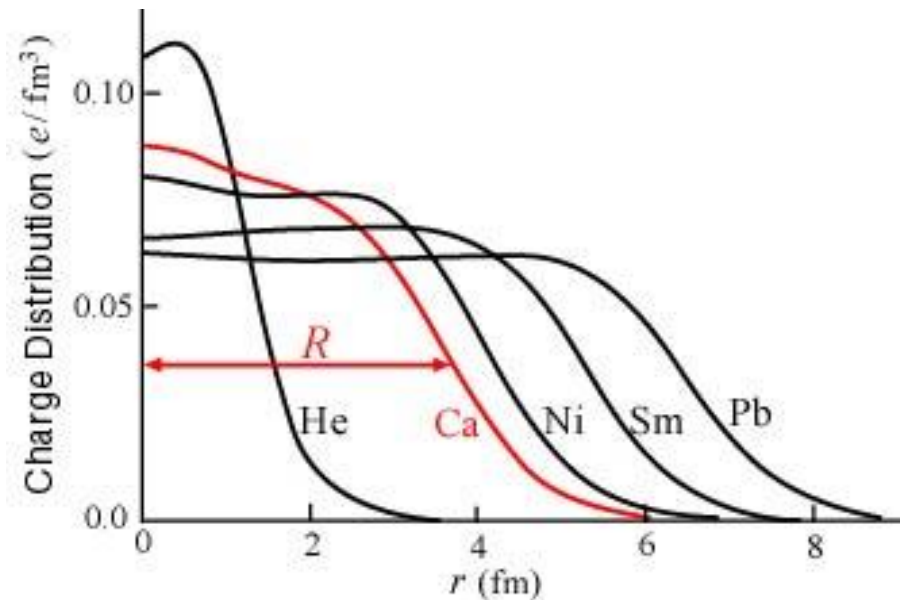
Κατανομή πυρηνικής μάζας

Με σκέδαση π.χ. **ηλεκτρονίων** βρίσκουμε την **κατανομή φορτίου** στους πυρήνες επειδή τα ηλεκτρόνια δεν αλληλεπιδρούν μέσω πυρηνικών δυνάμεων αλλά μόνο με δυνάμεις Coulomb.

Με σκέδαση π.χ. **νετρονίων** βρίσκουμε την **κατανομή πυρηνικής ύλης** στους πυρήνες επειδή τα νετρόνια είναι ηλεκτρικώς ουδέτερα και αλληλεπιδρούν μόνο μέσω πυρηνικής δύναμης.



Nuclear matter distribution



Nuclear charge distribution

Πυρηνική σκέδαση και πυρηνικό μέγεθος

Σκέδαση ηλεκτρονίων



Κατανομή ηλεκτρικού φορτίου στον πυρήνα

Σκέδαση νετρονίων



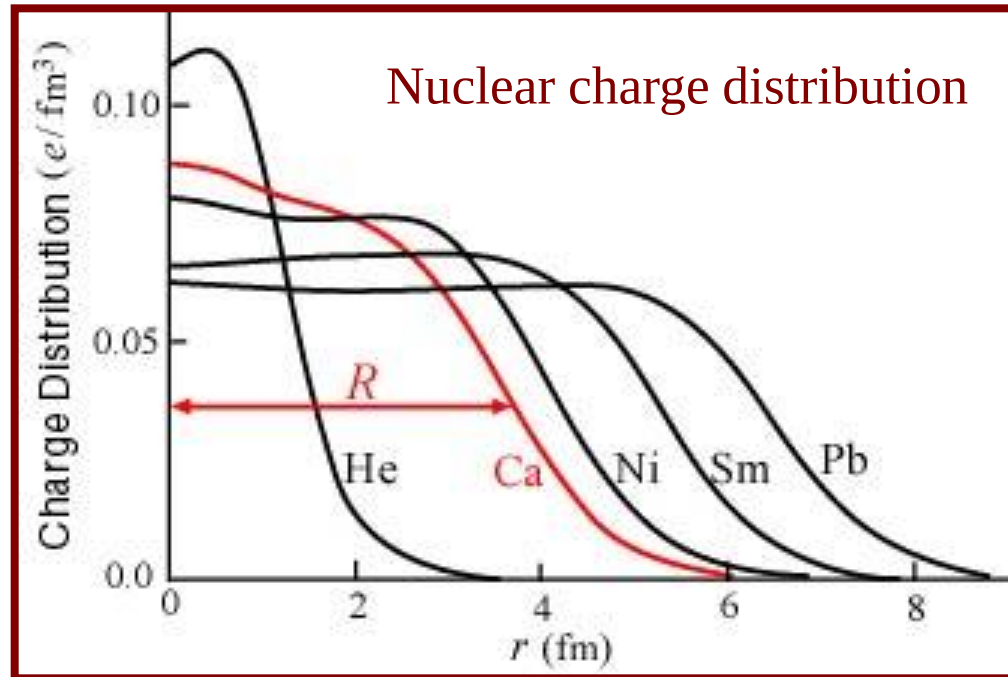
Κατανομή πυρηνικής ύλης στον πυρήνα

Σκέδαση και άλλων σωματιδίων

protons α-particles ${}^4_2\text{He}$ deuterons ${}^2_1\text{H}$

tritons ${}^3_1\text{H}$ helions ${}^3_2\text{He}$

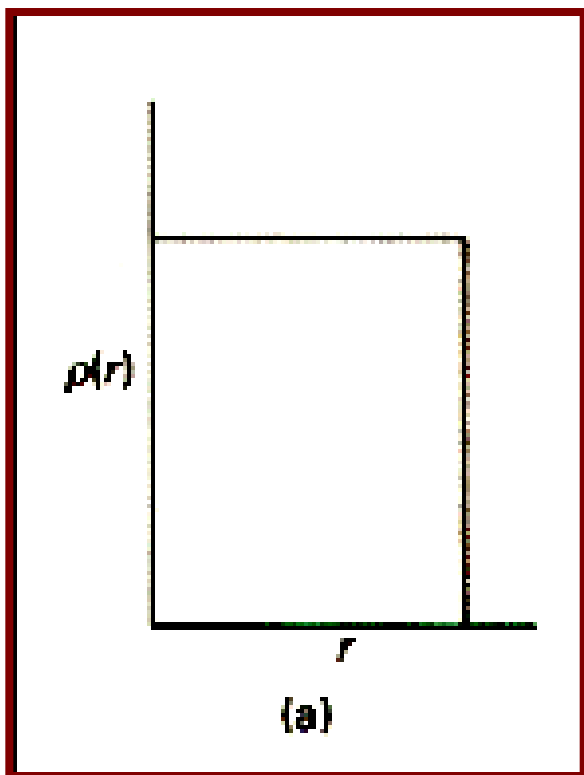
Κατανομή ηλεκτρικού φορτίου



Δύο μοντέλα:

Model I μία τετράγωνη κατανομή που τελειώνει απότομα.

Model II κατανομή με ομαλή κατάληξη που περιγράφεται από τη στατιστική **Fermi-Dirac**. Η κατανομή αυτή για τους πυρήνες περιγράφεται από τον τύπο **Saxon-Woods**.



Model I

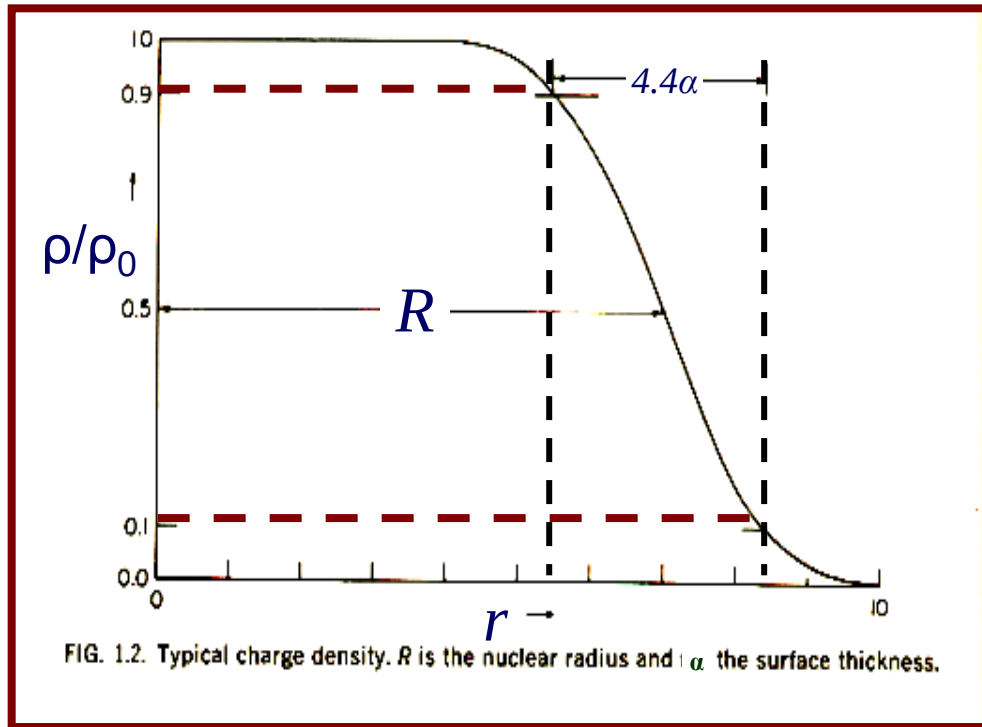
$$\rho(r) = \rho_0, \quad r < R$$

$$\rho(r) = 0, \quad r > R$$

Το συνολικό φορτίο του πυρήνα είναι Ze .
Άρα, θα πρέπει να ισχύει η σχέση:

$$\left(\frac{3}{4} \pi R^3 \right) \rho_0 = Ze$$

Για σφαιρικό πυρήνα



Model II

Πυρήνες με:

- α) σταθερή πυκνότητα
- β) με εξωτερικό φλοιό όπου η πυκνότητα φθίνει εκθετικά

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{a}\right)}$$

$$R \propto A^{1/3}$$

$$Ze = \iiint \frac{\rho_0 dr^3}{1 + \exp[(r - R)/a]} = 4\pi\rho_0 \int_0^\infty \frac{dr}{1 + \exp[(r - R)/a]}$$

Συνολικό φορτίο
του πυρήνα

Για σφαιρικό πυρήνα

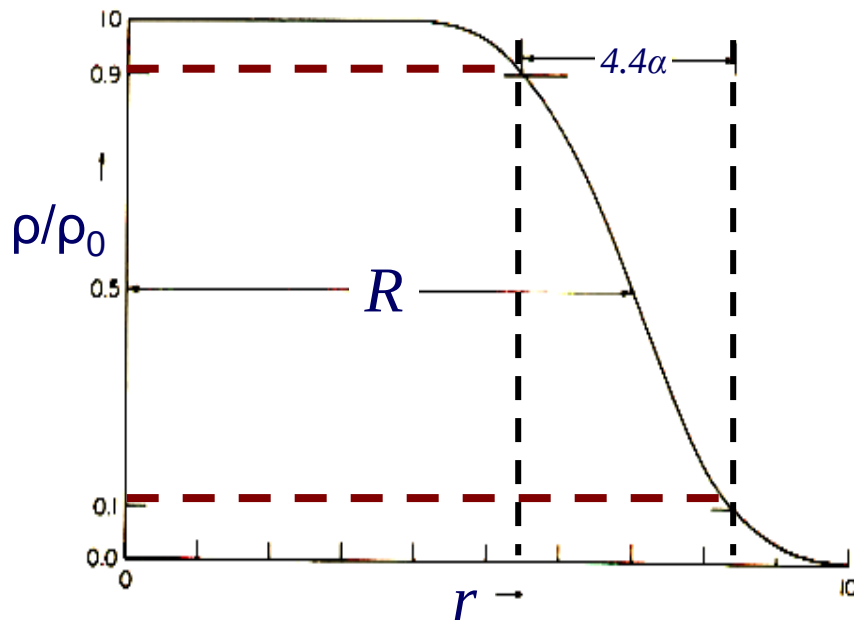


FIG. 1.2. Typical charge density. R is the nuclear radius and α the surface thickness.

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{a}\right)}$$

Από τα πειράματα σκέδασης ηλεκτρονίων προκύπτει ότι, για πυρήνες με $A > 40$, καλή προσέγγιση για τις παραμέτρους μεγέθους αποτελούν οι τιμές:

Πυκνότητα:	$\rho_0 = 0.165 \text{ νουκλ./fm}^3 = 0.165 \times 10^{39} \text{ νουκλ./cm}^3$
Παράμετρος ακτίνας:	$R = (1.1 \text{ fm}) A^{1/3}$
Παράμετρος πάχους «επιδερμίδας»:	$\alpha = 0.5 \text{ fm} \quad \rightarrow \quad 4.4 \alpha = 2.2 \text{ fm}$

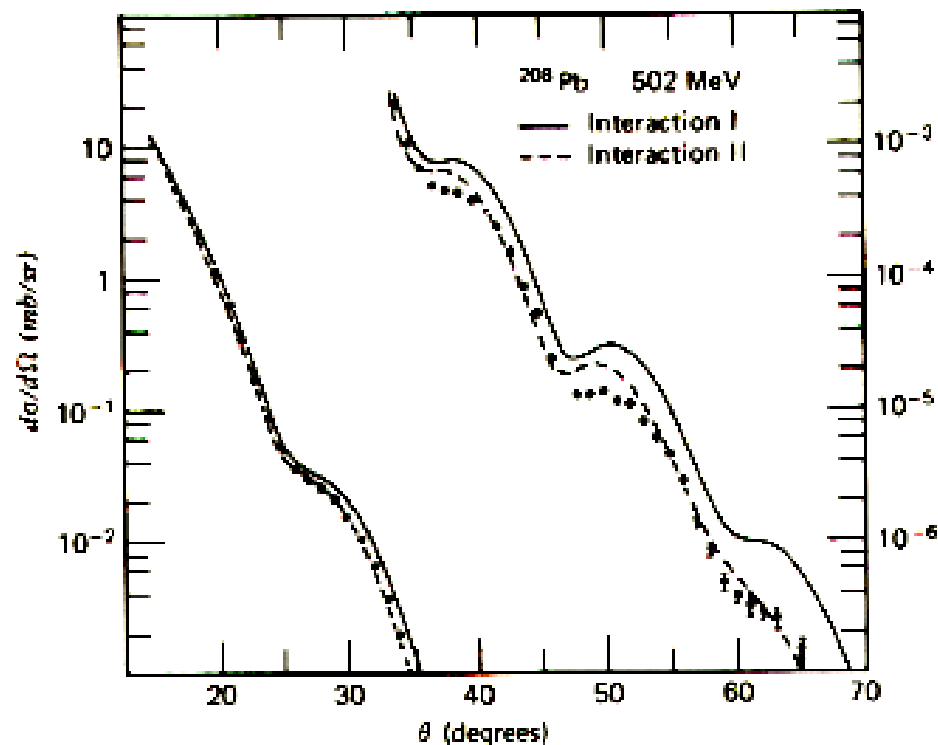
Στα πειράματα σκέδασης ηλεκτρονίων, τα ηλεκτρόνια μπορούν να θεωρηθούν *κβαντομηχανικά κύματα* με μήκος κύματος:

$$\lambda = \frac{h}{p_e}$$

Η κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου του πυρήνα αποτελεί ένα “οπτικό εμπόδιο” για αυτά τα “ηλεκτρονικά κύματα”.

Η διαφορική ενεργός διατομή σκέδασης σε διάφορες γωνίες μπορεί να θεωρηθεί ως το “diffraction pattern” που δίνει το πέρασμα του ηλεκτρονικού κύματος μέσα από την κατανομή φορτίου του πυρήνα.

Εφόσον δεν έχουμε ένα σημειακό φορτίο, πρέπει να εισάγουμε στον τύπο σκέδασης έναν παράγοντα μορφής (*form factor*) $F(\theta)$ που να σχετίζεται με την κατανομή φορτίου.



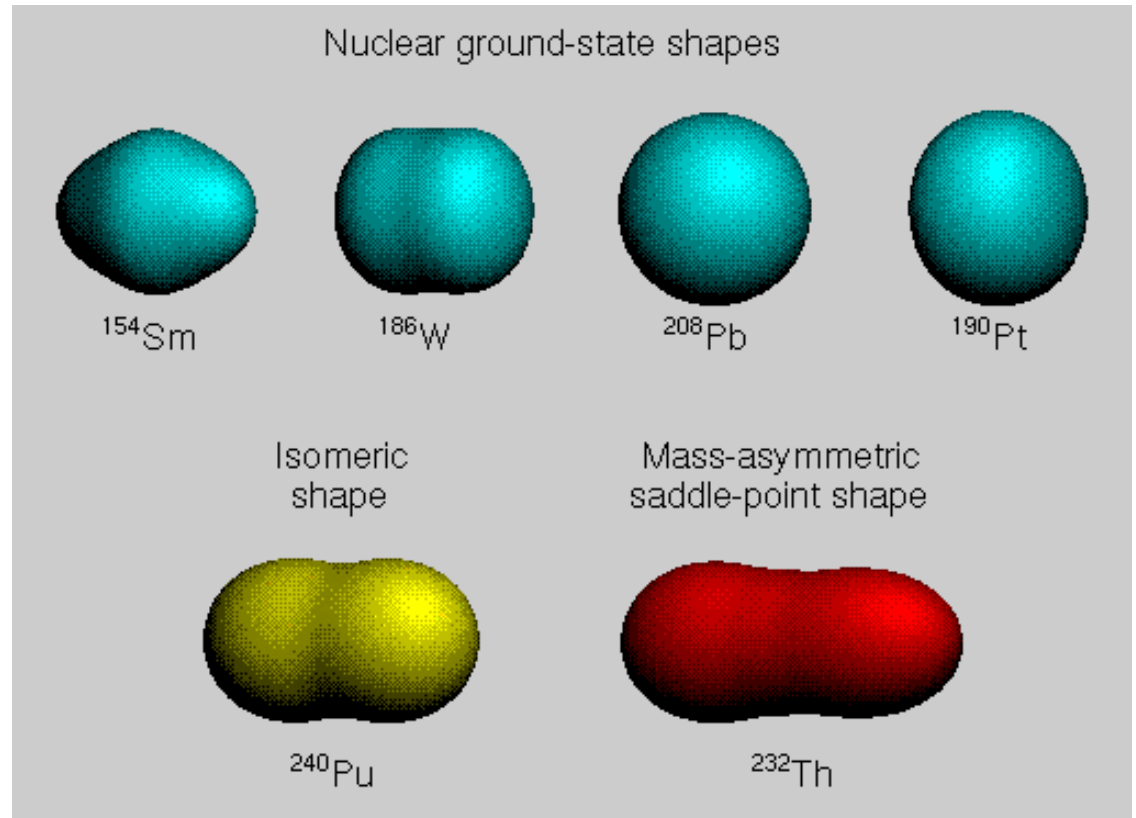
Σχήμα των πυρήνων

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = |F(\theta)|^2 \left[\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \right]_{\text{Mott}} \\ = |A(\theta)|^2$$

Form factor $F(\theta)$

$$|F(\theta)|^2 = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) / \left[\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \right]_{\text{Mott}}$$

Η διαφορική ενεργός
διατομή σκέδασης Mott
(Mott cross section)
θεωρεί μόνο σημειακές
ηλεκτρικές ή/και
μαγνητικές
αλληλεπιδράσεις μεταξύ
ηλεκτρονίου-βλήματος
και του πυρήνα-στόχου.



Απωστικές δυνάμεις εντός των πυρήνων και ηλεκτροστατική ενέργεια

Στον εκπληκτικά μικρό όγκο του πυρήνα βρίσκεται εγκλωβισμένος ένας μεγάλος αριθμός νουκλεονίων, πολλά από τα οποία είναι πρωτόνια που απωθούνται μεταξύ τους λόγω δύναμης Coulomb.

ΑΣΚΗΣΗ

- α) Βρείτε ως χαρακτηριστική περίπτωση την απωστική ηλεκτροστατική δύναμη μεταξύ δύο πρωτονίων σε απόσταση 1 fm.
- β) Αποδείξτε ότι η ηλεκτροστατική ενέργεια που περιέχεται σε ένα σφαιρικό πυρήνα (Z, A) είναι ανάλογη του $Z^2/A^{1/3}$.
- γ) Θεωρώντας ότι η ηλεκτροστατική ενέργεια δίνεται από τη σχέση

$$E_c = (0.81 \text{ MeV}) \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

δείξτε ότι για τον πυρήνα ^{120}Sn η ενέργεια αυτή είναι 500 MeV.