

Ασκήσεις

Δήμος Σαμψωνίδης

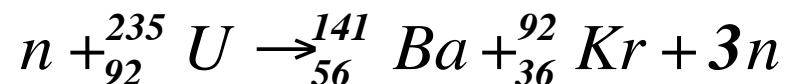
(26-11-2014)

Στοιχεία Πυρηνικής Φυσικής & Φυσικής Στοιχειωδών Σωματιδίων
5 ο Εξάμηνο

Ασκηση 2: Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U)

Άσκηση 2:

α) Πόση ενέργεια εκλύεται κατά την παρακάτω αντίδραση σχάσης του ουρανίου?



β) Συγκρίνετε την ενέργεια αυτή με την ενέργεια που εκλύεται σε χημικές αντιδράσεις (όπου έχουμε ανταλλαγές ηλεκτρονίων των ατόμων, τα οποία έχουν ενέργειες της τάξης των eV, κι έτσι η τάξη μεγέθους για χημικές αντιδράσεις δύο ατόμων είναι eV)

γ) Αν ένας πυρηνικός αντιδραστήρας έχει σχεδιαστεί να δίνει 1 MW θερμότητας συνεχώς, πόσες σχάσεις ουρανίου σαν την παραπάνω πρέπει να συμβαίνουν κάθε δευτερόλεπτο για να συντηρούν την ισχύ αυτή? Πόσο ουράνιο-235 καταναλώνεται κάθε χρόνο στον αντιδραστήρα?

Δίνονται: το βιβλίο σας

- παρ. 9.1, 9.2, 9.3

- παρ. 4.4., σελ. 60: $1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2$ και $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

α) $m(n) = 1.0087 \text{ amu}$, $m(\text{U}) = 235.0439 \text{ amu}$, $m(\text{Ba}) = 140.9139 \text{ amu}$, $m(\text{Kr}) = 91.8973 \text{ amu}$

Ασκηση 2α): Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U)

$$Q \geq 0$$

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά , Η μάζα είναι μιά μορφή ενέργειας
 - $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$, για αυθόρμητη σχάση πρέπει
- Η μάζα κάθε πυρήνα δίνεται σε amu. Μπορώ να τις κάνω MeV αμέσως, ή να τις αφήσω σε amu, να βρω το Q σε amu και να το κάνω σε MeV στο τέλος.
- $M(^{235}\text{U}) + M(n) = M(^{141}\text{Ba}) + M(^{92}\text{Kr}) + 3 \cdot M(n) + Q$
 $\rightarrow Q = M(^{235}\text{U}) - M(^{141}\text{Ba}) - M(^{92}\text{Kr}) - 2 \cdot M(n) = 0.2153 \text{ amu} \rightarrow$
 $Q = 0.2153 \cdot 931.49 \text{ MeV} = \mathbf{234.1 \text{ MeV}}$ (δηλ. $Q > 0$: άρα γίνεται αυθόρμητα)
- Οπότε κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., για ENAN μόνο πυρήνα ^{235}U), εκλύεται ενέργεια **234.1 MeV**.

Ασκηση 2β): Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U) - Λύση

- Υπολογίσαμε πριν ότι κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., για ENAN μόνο πυρήνα ^{235}U), εκλύεται ενέργεια **234.1 MeV**
- Οι ενέργειες που εκλύονται κατά τις χημικές αντιδράσεις είναι της τάξης των διαφορών στις ενεργειακές στάθμες των ατόμων, δηλαδή της τάξης των eV-keV, δηλαδή χοντρικά κατά 10^9 (1 δις) έως 10^{12} (1 τρις) φορές μικρότερες!

- 1 MW = 1 MJ/s (θυμνάστε ότι η ισχύς είναι ενέργεια ανά μονάδα χρόνου)

$$1 \text{ χρόνος} = 1 \gamma = 365 * 24 * 60 * 60 \text{ s} = 31536000 \text{ s} = 3.15 * 10^7 \text{ s}$$

Οπότε: **1 MW = $3.15 * 10^7 \text{ MJ}/\gamma$**

- Οπότε μπορούμε να βρούμε πόσους πυρήνες χρειαζόμαστε για να πάρουμε τόση ενέργεια σε ένα χρόνο

Αριθμός σχάσεων ^{235}U σε ένα έτος = αριθμός πυρήνων ^{235}U που χρειαζόμαστε σε ένα έτος = $3.15 * 10^7 \text{ MJ} / 234.1 \text{ MeV} =$

$$3.15 * 10^7 * 10^6 \text{ J} / (234.1 * 10^6 * 1.6 * 10^{-19} \text{ J}) = 0.84 * 10^{24}$$

→ οπότε χρειαζόμαστε:

$$0.84 * 10^{24} / (6.02 * 10^{23}) \text{ mol} = 1.4 \text{ mol} = 1.4 * 235 \text{ gr}$$

$$= \mathbf{329 \text{ gr} \text{ ουρανίου } ^{235}\text{U}}$$

Ασκηση 3: Σύντηξη υδρογόνου για παραγωγή ηλίου στον Ήλιο

Άσκηση 3:

Πόσο υδρογόνο (^1H) πρέπει να μετατρέπεται σε ήλιο (^4He) κάθε δευτερόλεπτο στον Ήλιο, αν η ηλιακή σταθερά είναι $1.35 \text{ kW} / \text{m}^2$ στην επιφάνεια της Γης και η απόσταση Γης-Ηλίου είναι $1.5 \times 10^8 \text{ km}$?

(Υποθέστε εδώ ότι $4 \text{ } ^1\text{H} \rightarrow \text{}^4\text{He}$, χωρίς άλλο προϊόν, πράγμα που δεν είναι σωστό, αλλά χάριν την άσκησης υποστείτε το: θα σας διδάξει κάτι)

Δίνονται:

$$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2 \quad \text{και} \quad 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{- } M(n) = 939.57 \text{ MeV}, M(p) = 938.27 \text{ MeV}, M(e) = 0.511 \text{ MeV}, M(\nu)=0$$

- Ενέργειες Σύνδεσης (B):

$$B(^4\text{He}) = 28.30 \text{ MeV}$$

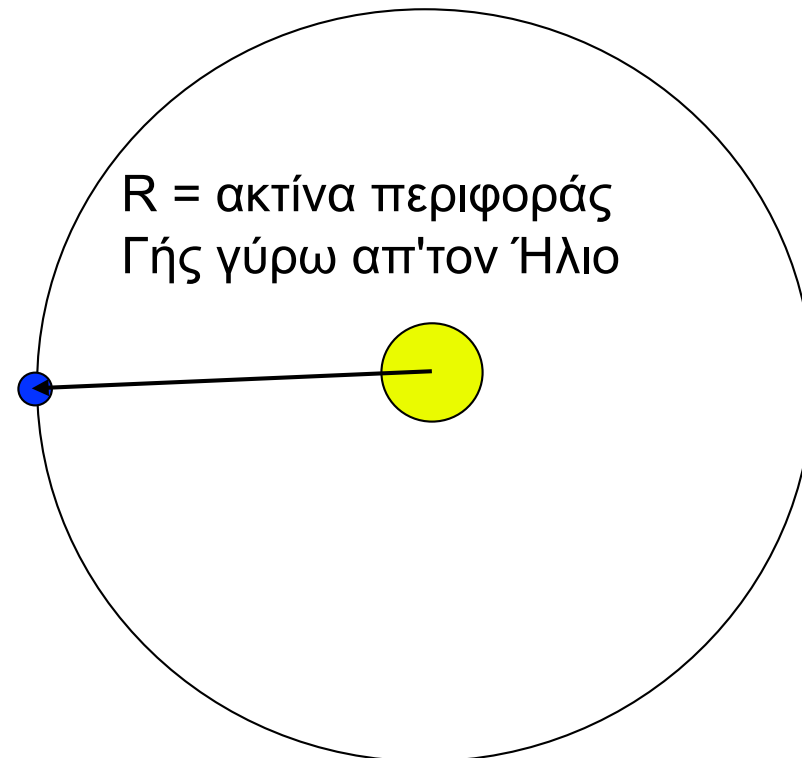
Ασκηση 3: Σύντηξη υδρογόνου - Λύση



- Γνωρίζετε ότι ο πυρήνας του υδρογόνου (^1H) είναι το πρωτόνιο και άρα δεν έχει ενέργεια σύνδεσης, αφού είναι μόνο του!

$$Q = 4 * M(p) - M(\text{He}) = 4 * M(p) - (2 M (p) + 2 M(n) - 28.3) = \dots = 25.7 \text{ MeV}$$

- Η ενέργεια που εκλύεται στον ήλιο κατά τη σύντηξη 4 πυρήνων υδρογόνου για παραγωγή ηλίου είναι 25.7 MeV, δηλαδή **6.43 MeV ανά πυρήνα υδρογόνου** = **6.43 * 10^6 * $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ = 10^{-12} J**
- Τί γίνεται αυτή η ενέργεια;
Εκπέμπεται παντού



Ασκηση 3: Σύντηξη υδρογόνου - Λύση

- Η ενέργεια που εκλύεται στον ήλιο κατά τη σύντηξη 4 πυρήνων υδρογόνου για παραγωγή ηλίου είναι 25.7 MeV, δηλαδή **6.43 MeV ανά πυρήνα υδρογόνου** = $6.43 * 10^6 * 1.6 * 10^{-19} \text{ J} = 10^{-12} \text{ J}$
- Ο ήλιος εκπέμπει την ενέργεια αυτή. Όση ενέργεια εκπέμπει από τον ήλιο σε κάθε δευτερόλεπτο, διαχέεται ακτινικά προς τα έξω. Οπότε το σύνολο της ενέργειας που “περνάει” μέσα από μια επιφάνεια $4\pi R^2$ κάθε δευτερόλεπτο, είναι όση εκπέμπει από τον ήλιο σε κάθε δευτερόλεπτο.
- Στη Γη ξέρουμε την ηλιακή σταθερά, δηλ. πόση ηλιακή ενέργεια “πέφτει” σε μια επιφάνεια 1 m^2 , σε κάθε δευτερόλεπτο = $1.35 \text{ kW} / \text{m}^2 = 1.35 \text{ (kJ/s)} / \text{m}^2$
- Οπότε, στην απόσταση Γης-Ήλιου (σε ακτίνα $R=1.5 \times 10^8 \text{ km}$ από τον ήλιο), περνούν $1.35 * 4\pi R^2 \text{ kJ/s} / \text{m}^2$ και άρα ο ήλιος εκπέμπει $3.8 * 10^{26} \text{ J}$ ανά sec.
- Άρα χρειάζονται $(3.8 * 10^{26} \text{ J/s}) / (10^{-12} \text{ J}) = 3.8 * 10^{38}$ πυρήνες υδρογόνου ανά sec.
- Αφού $6.02 * 10^{23}$ πυρήνες ^1H ζυγίζουν 1 γρ (όσο ο μαζικός αριθμός), τότε στον ήλιο συντήκονται $3.8 * 10^{38} / 6.02 * 10^{23} = \mathbf{6.3 * 10^{11} \text{ kg } ^1\text{H} \text{ ανά sec !!!}}$

Ασκηση 7.6 : Πυρηνικός συντονισμός

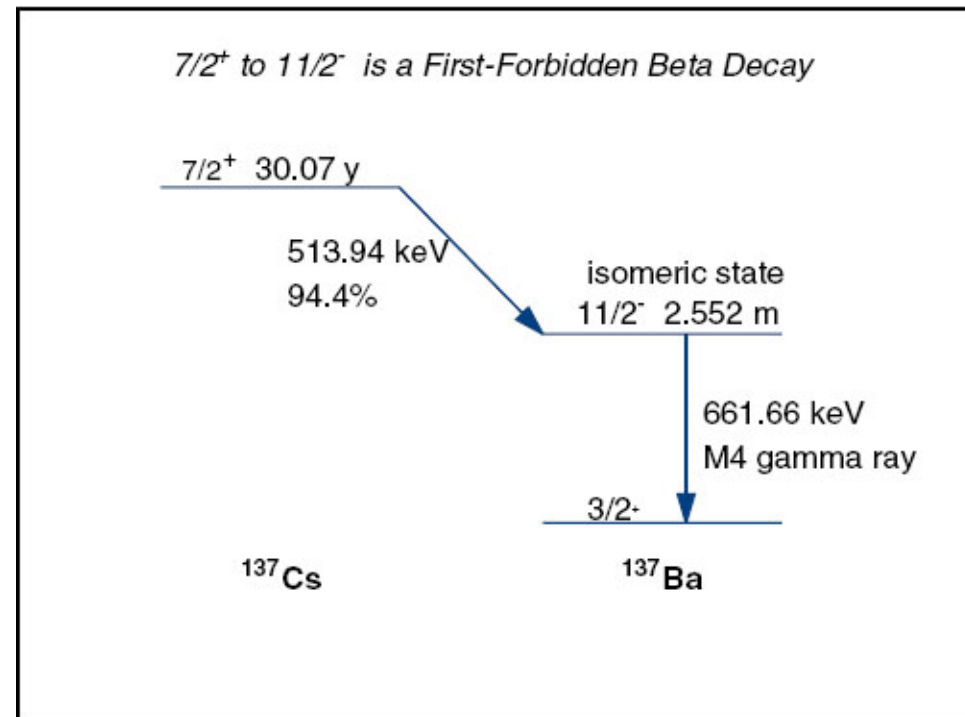
α) Τι είναι ο πυρηνικός συντονισμός και πώς εξηγείται αυτός στο πείραμα Moessbauer;

β) Εστω διεγερμένος πυρήνας με $A=100$ σε στάθμη 1 MeV. Υπολογίστε την ενέργεια ανάκρουσης του μητρικού πυρήνα κατά την εκπομπή γάμμα και συγκρίνετε με το φυσικό πλάτος της διεγερμένης στάθμης, αν υποθέσουμε ότι ο χρόνος ζωής της στάθμης είναι 10^{-12} sec.

γ) Γίνεται ή όχι πυρηνικός συντονισμός στην πιο πάνω περίπτωση;

Ασκηση 7.7: Πρότυπο φλοιών, β και γ διασπάσεις (“3 σε 1”)

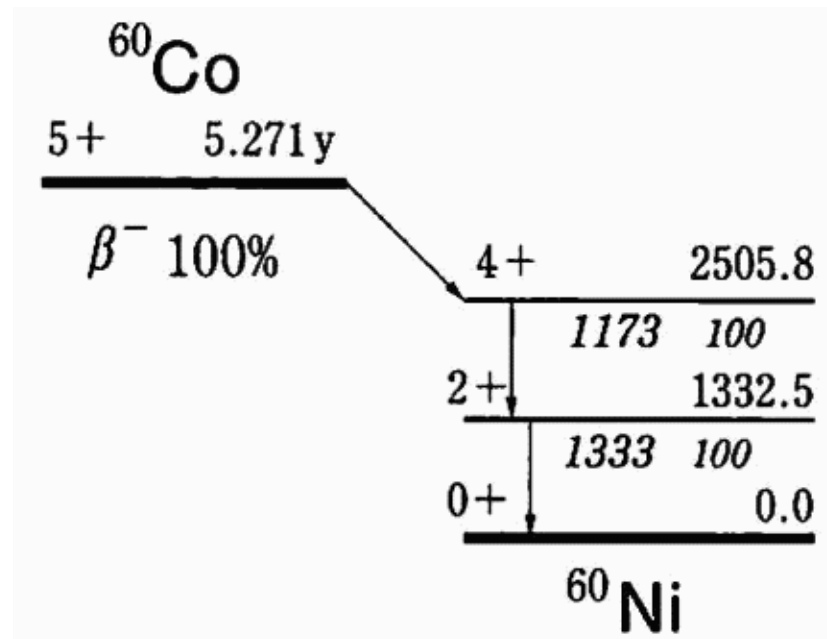
- α) Χρησιμοποιήστε το πρότυπο των φλοιών και συγκεκριμένα τον Πίνακα 5.1 (σελ 83) του βιβλίου σας για να υπολογίστε το σπιν και την παράτυ των καταστάσεων των Cs και Ba που δίνονται στο σχήμα και συγκρίνετε με αυτά που δίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.
- β) Για κάθε πιθανή βήτα διάσπαση, υπολογίστε τη μέγιστη ενέργεια της εκπεμπόμενης ακτονοβολίας βήτα. Επίσης χαρακτηρήστε την ως επιτρεπτή ή απαγορευμένη (πχ., επιτρεπτή Gamow-Teller, απαγορευμένη 2ης τάξης, κλπ).
- γ) Σημειώστε τις πιθανές διασπάσεις γάμμα, βρείτε την ενέργεια της ακτινοβολίας γάμμα και χαρακτηρίστε τις αποδιεγέρσεις (ηλεκτρικά και μαγνητικά πολύπολα).
- δ) Γνωρίζοντας το χρόνο ζωής της, βρείτε το φυσικό πλάτος της 1ης διεγερμένης στάθμης. Γνωρίζοντας και την ενέργεια της γάμμα, τι λέτε: γίνεται ή όχι συντονισμός;



Ασκηση 7.8:

“3 σε 1”: Πρότυπο φλοιών, β και γ διασπάσεις

- α) Χρησιμοποιήστε το πρότυπο των φλοιών και συγκεκριμένα τον Πίνακα 5.1 (σελ 83) του βιβλίου σας για να υπολογίστε το σπιν και την πάριτυ των Co και Ni. Συγκρίνετε με αυτό που δίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.
- β) Υπολογίστε τις τιμές Q και χαρακτηρίστε τις διάφορες αποδιεγέρσεις βήτα και γάμμα





60-27 Co 27 - 33
60-28 Ni 28 - 32

Επιτρεπτές μεταπτώσεις: Fermi ή Gamow-Teller ανάλογα με $S_{ev} = 0$ ή 1

KANONΑΣ #1: Οι επιτρεπτές μεταπτώσεις έχουν

$$\vec{l}_{ev} = 0$$

Αν:

- $S_{ev}=0$ (που έχει μόνο έναν τρόπο να γίνει, $S_z=0$), τότε η β-διάσπαση/μετάπτωση λέγεται **μετάπτωση Fermi**.
- $S_{ev}=1$ (που έχει τρεις τρόπους να γίνει, έναν με $S_z = +1$, έναν με $S_z = 0$, έναν με $S_z = -1$),
τότε η β-διάσπαση/μετάπτωση λέγεται **μετάπτωση Gamow-Teller**.

Οπότε αφού το σπίν διατηρείται, σύμφωνα με τα παραπάνω, το ΔJ στις επιτρεπτές β-διασπάσεις είναι 0 ή 1, όσο και το S_{ev} .

Επιτρεπτές μεταπτώσεις: μεταβολή της parity

Εκτός από το σπιν, έχουμε να σκεφτούμε και την πάριτυ.

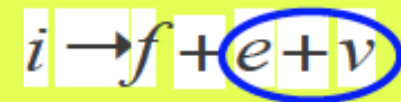
Η πάριτυ του συστήματος ηλεκτρονίου-αντινεutrino είναι:

$$(-1)^{l_{ev}}$$

που για τις επιτρεπτές μεταπτώσεις ($l_{ev}=0$) δίνει:

$$(-1)^{l_{ev}} = (-1)^0 = +1$$

Άρα, επειδή: $\text{Parity}(i) = \text{Parity}(f) * \text{Parity}(ev)$,



ΚΑΝΟΝΑΣ #2:

οι επιτρεπτές μεταπτώσεις [που έχουν $l_{ev}=0$, και άρα έχουν $\text{Parity}(ev) = (-1)^0 = +1$] δεν έχουν μεταβολή της πάριτυ μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα.

Απαγορευμένες β-διασπάσεις

- Όταν **δεν έχουμε** $\Delta J = 0$ ή 1 και $\Delta \pi = +1$, τότε η β-διάσπαση είναι **απαγορευμένη**.
- **Ερώτηση:** Μια απαγορευμένη μετάπτωση (δηλαδή που δεν είναι $\Delta J^{\Delta \pi} = 1^+$ ή $\Delta J^{\Delta \pi} = 0^+$),
 - **τι τάξης απαγορευμένη είναι;**
 - **Απάντηση:**
 - όση η ελάχιστη τιμή της l_{ev} που μας χρειάζεται για να εξηγήσουμε τη μετάπτωση που μας δίνεται.
- Βρίσκουμε την τιμή αυτή δοκιμάζοντας:
 - 1) ποιο l_{ev} χρειάζεται (άρτιο ή περιττό) για να εξηγήσει την $\Delta \pi$, και
 - 2) πόσο να είναι αυτό το l_{ev} για να μας δώσει το ΔJ (σε συνδυασμό με το $S_{ev} = 0$ ή 1)

Τάξη β-διάσπασης

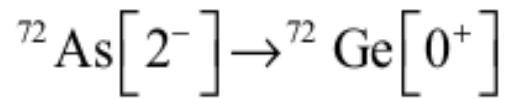
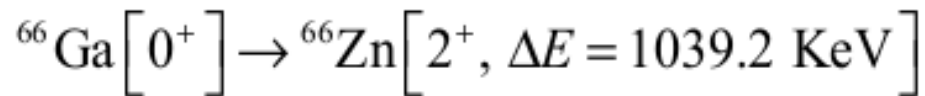
Οπότε:

ΚΑΝΟΝΑΣ #3:

- η τάξη της β-διάσπασης είναι το μικρότερο I_{ev} που εξηγεί και την μεταβολή της παριτυ [$\Delta\text{πάριτυ} = (-1)^I$] και τη μεταβολή του σπιν ΔJ μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα.
- Αν αυτό το I είναι το $I=0$, τότε η β-διάσπαση είναι επιτρεπτή,
- αλλιώς είναι απαγορευμένη τάξης I .

Ασκηση: αντιδράσεις β-διάσπασης: Q-values, επιτρεπτές, τάξη απαγόρευσης

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω διασπάσεις β (π.χ. απαγορευμένες ή όχι, β^+ ή ϵ , κλπ.) και υπολογίστε τις τιμές Q



Για να βρίσκετε τις ατομικές μάζες των στοιχείων που σας χρειάζονται, χρησιμοποιείτε:

$$M(A,Z) = 931.478 * A + \Delta \text{ (MeV)},$$

Οπου το Δ το βρίσκεται για κάθε στοιχείο και τα ισότοπά του στο:

http://skiathos.physics.auth.gr/atlas/Nuclear_Physics/wallarge.pdf

- $\Delta(^{66}\text{Ga}) = -63.724 \text{ MeV}$, $\Delta(^{66}\text{Zn}) = -68.899 \text{ MeV}$
- $\Delta(^{72}\text{As}) = -68.230 \text{ MeV}$, $\Delta(^{72}\text{Ge}) = -72.586 \text{ MeV}$
- $m(e) = 0.511 \text{ MeV}$, $m(\nu) = 0$