

Στοιχεία Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων 5ο εξάμηνο 2013-14

Τμήμα Τ3: Κ. Κορδάς & Χ. Πετρίδου

Μάθημα 2

- α) Μέγεθος του πυρήνα
- β) Μάζα πυρήνα, ενέργεια σύνδεσης, έλλειμα μάζας
- γ) Ασκήσεις σετ #2 - εκφωνήσεις

Πετρίδου Χαρά

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Σήμερα

- **Μέγεθος των πυρήνων.**

- Βιβλίο C&G : Κεφ. 4, έως και παρ. 4.3
- Σημειώσεις Πυρηνικής: Κεφ. 2

<http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

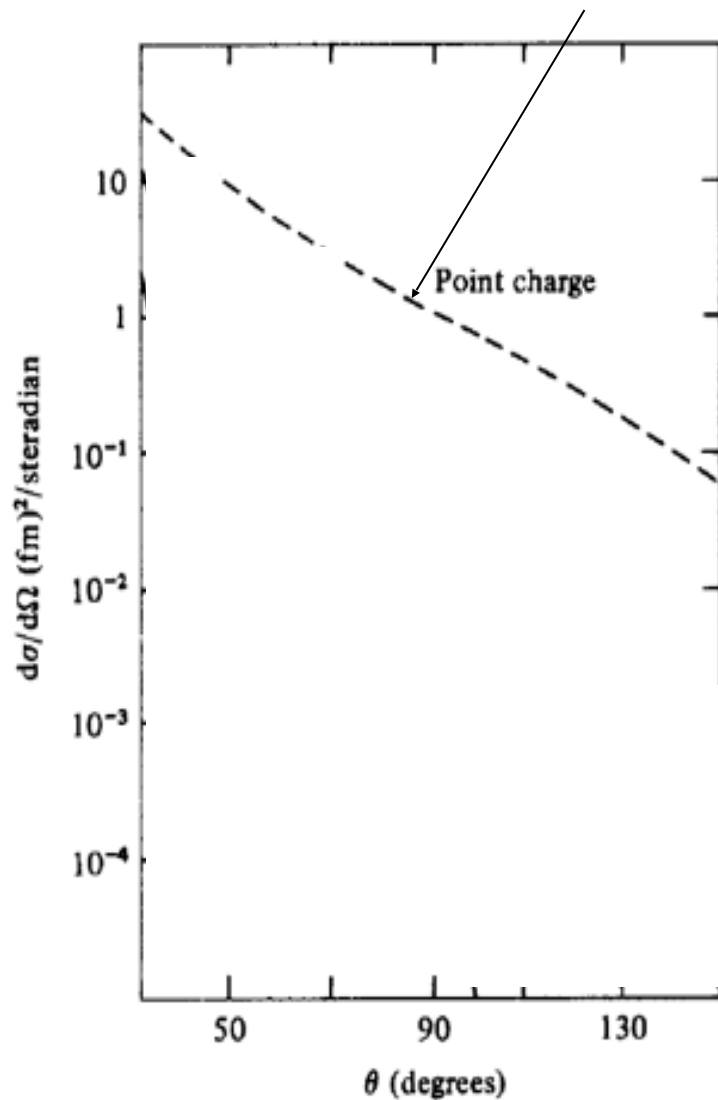
- **Μάζα των πυρήνων, ενέργεια σύνδεσης και έλλειμα μάζας.**

- Βιβλίο C&G : Κεφ. 4, παρ. 4.4 και 4.5
- Σημειώσεις Πυρηνικής: Κεφ. 3, έως παρ.3.2

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (1)

Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο
(για ηλεκτρόνιο με $E = 126 \text{ MeV}$)

- Σκέδαση ηλεκτρονίων $\rightarrow$ ευαίσθητα στην κατανομή των πρωτονίων
- Υπολογισμός: Πόση ενέργεια πρέπει να έχει ένα ηλεκτρόνιο ώστε να έχει μήκος κύματος $\lambda=6 \text{ fm}$? Πόση για $\lambda=1 \text{ fm}$?



Γωνία σκέδασης

Ενεργός Διατομή ανα μονάδα στερεάς γωνίας

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (2)

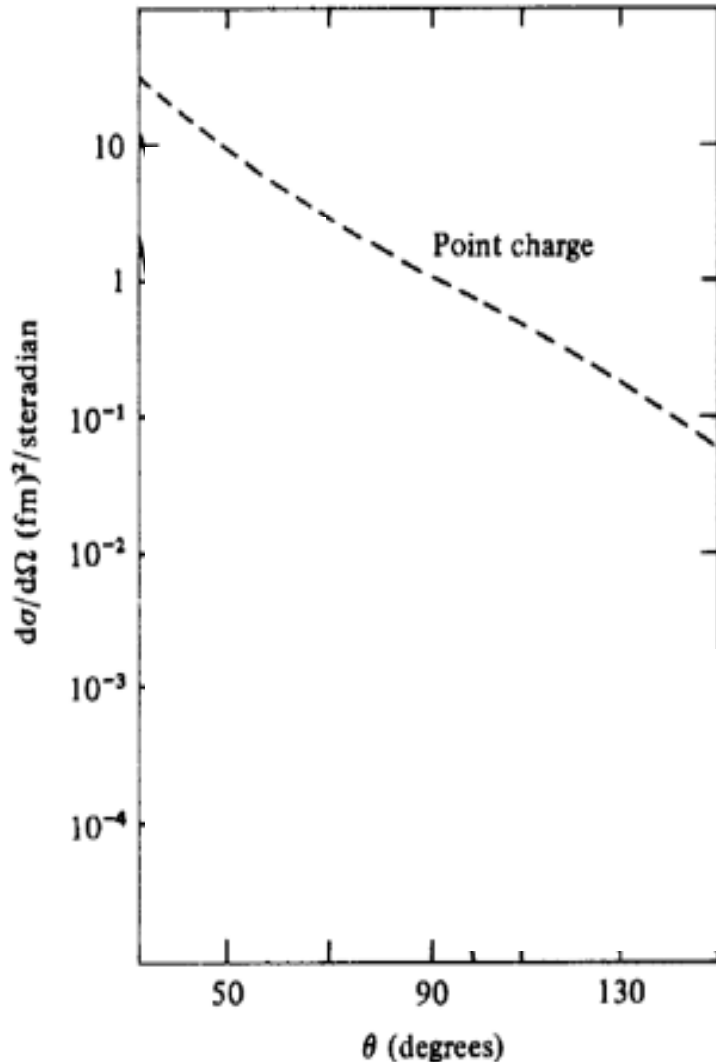
Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο
(για ηλεκτρόνιο με $E = 126 \text{ MeV}$)

- Ενεργός διατομή σκέδασης ηλεκτρονίων από σημειακό πυρήνα (a la Rutherford):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Z_1 * Z_2 * e^2)^2}{4 E} * \frac{1}{\sin^4(\theta / 2)}$$

- $Z_1 e$ = φορτίο βλήματος
(για ηλεκτρόνια, $e : Z_1 = 1$)
- E = ενέργεια βλήματος
- $Z_2 e$ = φορτίο στόχου (πυρήνα).
(για χρυσό, Au : $Z_2 = 79$)
- θ = γωνία σκέδασης του βλήματος

- Υπολογισμός:** Πόση είναι η ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας ($d\sigma/d\Omega$) για σκέδαση σε $\theta=90^\circ$, ενός ηλεκτρονίου σε χρυσό, με ενέργεια ηλεκτρονίου 126 MeV?

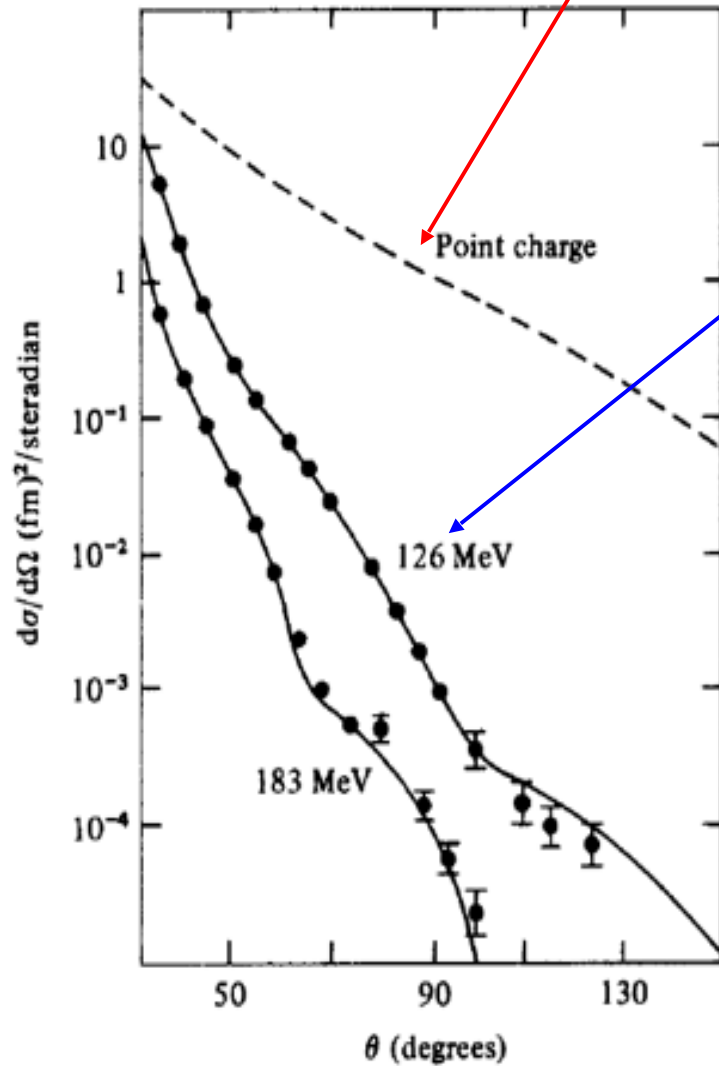


Γωνία σκέδασης

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (3)

Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο
(για ηλεκτρόνιο με $E = 126 \text{ MeV}$)

Ενεργός Διατομή ανα μονάδα στερεαίας γωνίας



Γωνία σκέδασης

- Το πείραμα δείχνει απόκλιση από το μοντέλο του σημειακού πυρήνα

→ και μάλιστα, όσο μεγαλύτερη η ενέργεια των ηλεκτρονίων τόσο μεγαλύτερη η απόκλιση, δηλ, τόσο λιγότερο σημειακός δείχνει ο πυρήνας με φορτίο Ze

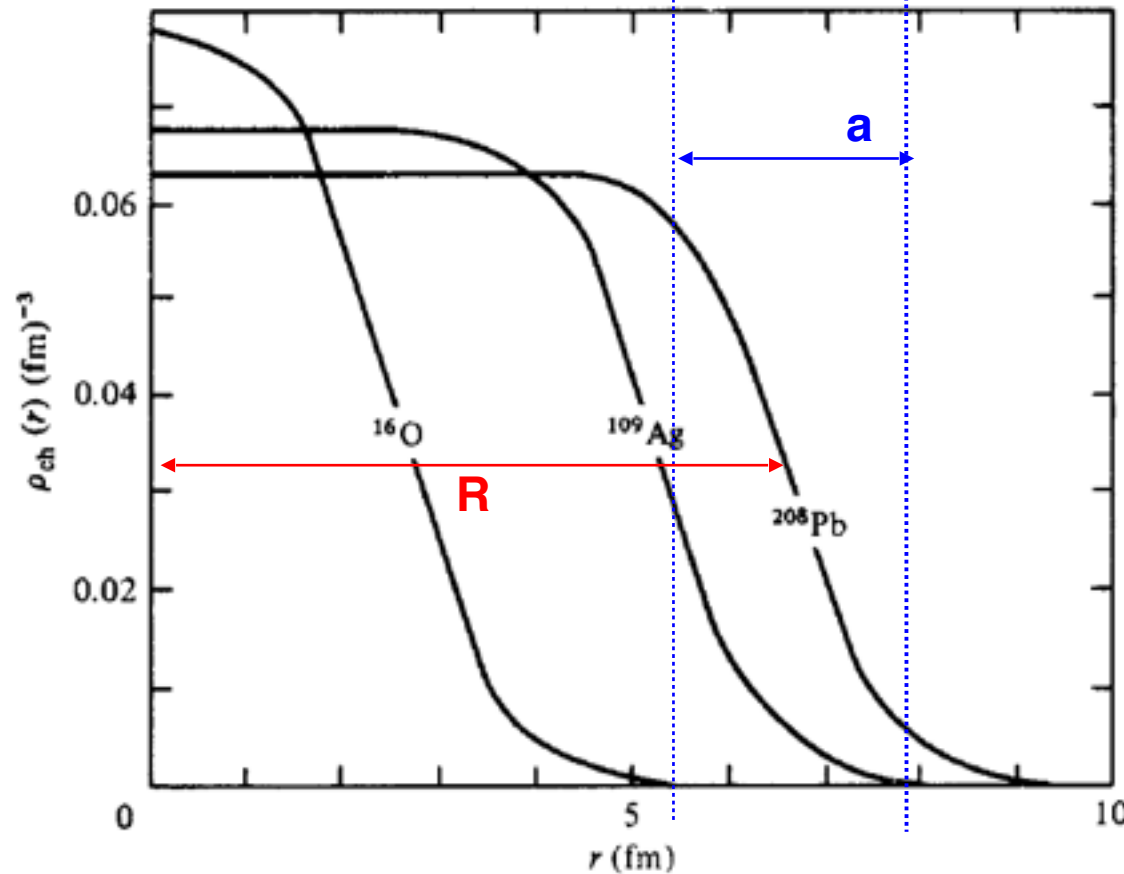
- Απλό μοντέλο της πυκνότητας των πρωτονίων περιγράφει τα δεδομένα
- Η μετάβαση από $d\sigma/d\Omega$ στην εύρεση της πυκνότητας φορτίου του πυρήνα $\rho_{ch}(r)$ (και το αντίστροφο) είναι σύνθετες διαδικασίες. Κάθε γωνία σκέδασης (θ) αντιστοιχεί σε ακτίνα (r) από την οποία γίνεται η σκέδαση →

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (4)

- Απλό μοντέλο της πυκνότητας των πρωτονίων περιγράφει τα δεδομένα:

$$\rho_{\text{ch}}(r) = \frac{\rho_{\text{ch}}^0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$

Πυκνότητα πρωτονίων (πλήθος ρ ανά fm^3)



Ακτίνα, r (fm)

- Συνθήκη “κανονικοποίησης” (εφαρμογή κοινής λογικής στο μέτρημα): το ολοκλήρωμα της πυκνότητας ρ_{ch} πρέπει να δίνει τον αριθμό των πρωτονίων, Z

$$\int \rho_{\text{ch}}(r) d^3\mathbf{r} = Z$$

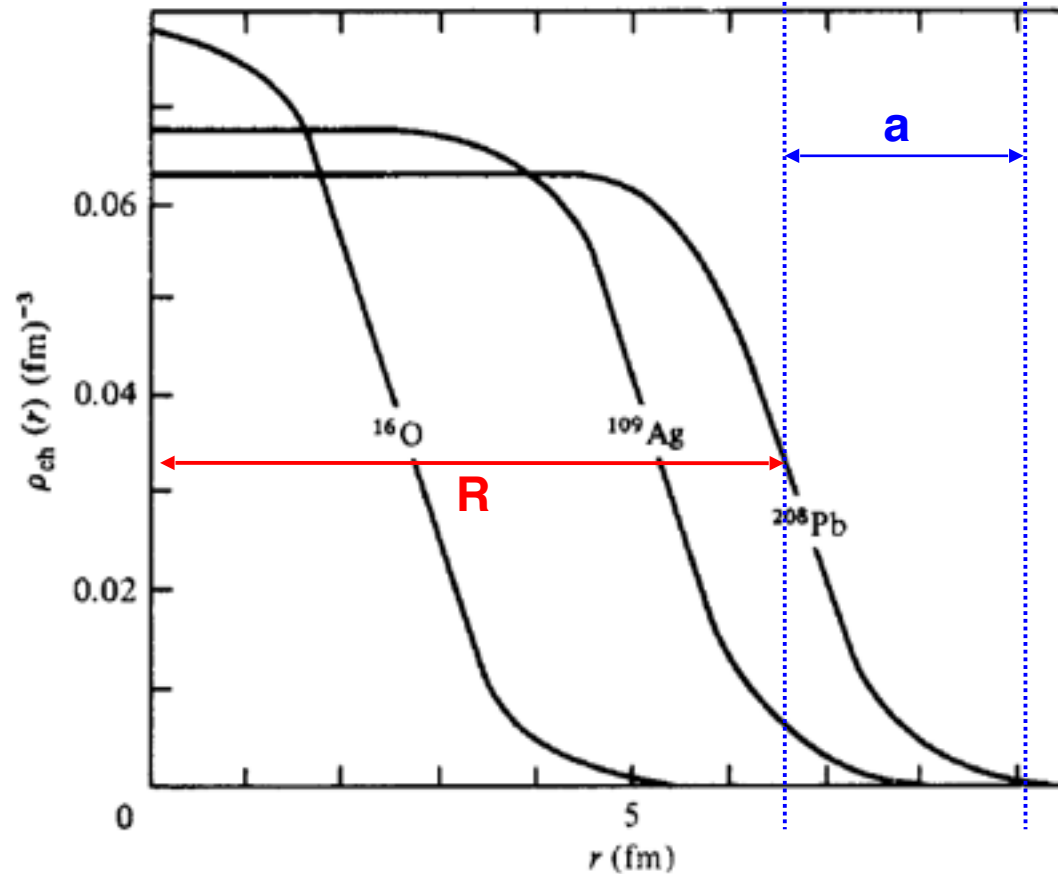
- Η σταθερά $a \sim 2.5 \text{ fm}$ ίδια για όλους τους πυρήνες (πάχος επιφάνειας με πυκνότητα φορτίου 90-10%)
- $R = R_{1/2}$ (πυκνότητα φορτίου 50%)

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (4)

- Απλό μοντέλο της πυκνότητας των πρωτονίων περιγράφει τα δεδομένα

$$\rho_{\text{ch}}(r) = \frac{\rho_{\text{ch}}^0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$

Πυκνότητα πρωτονίων (πλήθος ρ ανά fm^3)



Ακτίνα, r (fm)

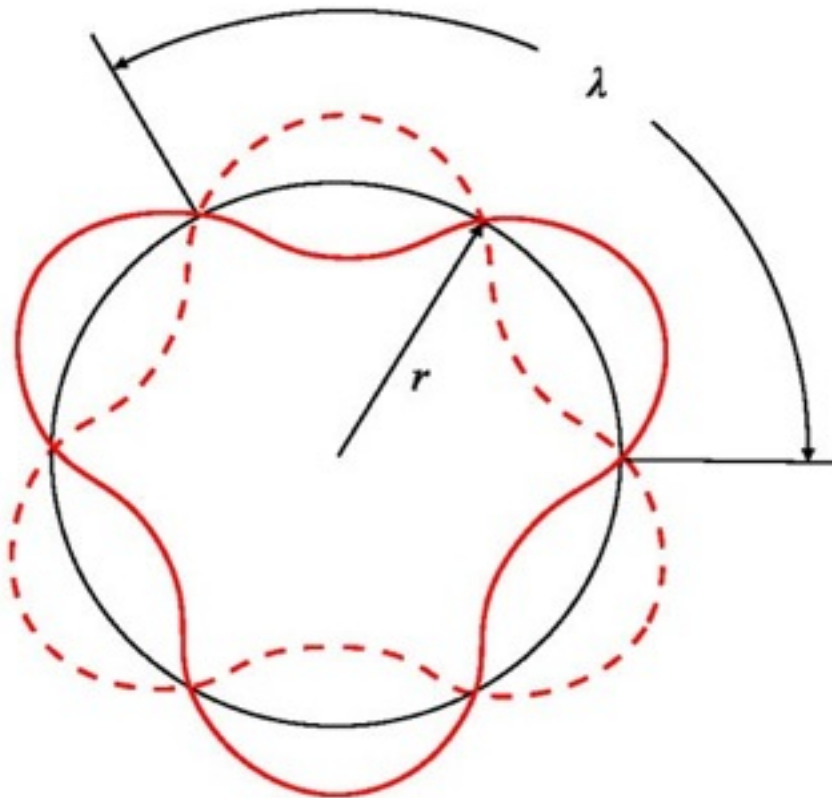
- Πυκνότητα φορτίου $\sim$ σταθερή
Ορίζουμε ακτίνα $R = R_{1/2}$ (πυκνότητα φορτίου 50%).
- Φλοιός με το ίδιο πάχος για κάθε στοιχείο ($a \sim 2.5\text{fm}$)
- Η πυκνότητα φορτίου όμως μικραίνει όσο μεγαλώνει ο πυρήνας: μεγαλύτερος πυρήνας $\rightarrow$ περισσότερα πρωτόνια που απωθούνται και δεν θέλουν να είναι κοντά το ένα στο άλλο (κοιτάξτε y -άξονα για $r=0$)

Άλλος τρόπος μέτρησης κατανομής φορτίου: μιονικά άτομα (1)

- Αν αντί για κάποιο ηλεκτρόνιο, έχουμε ένα μιονίο σε κάποια “ατομική τροχιά”, τότε
 - το μιονίο είναι “πολύ κοντά” (“περνάει” σημαντικό χρόνο “μέσα”) στον πυρήνα, και αισθάνεται τις λεπτομέρειες της κατανομής φορτίου του πυρήνα
 - οι ενεργειακές του στάθμες επηρεάζονται από την κατανομή φορτίου του πυρήνα
 - οι ακτίνες X που ακτινοβολούνται από αποδιεγέρσεις “ατομικών μιονίων” συμφωνούν με κατανομή φορτίου σαν της προηγούμενης σελίδας
- Σημείωση: Το μιονίο (μ) αρχικά είχε ονομαστεί “μ μεσόνιο”, ενώ αργότερα έγινε αντιληπτό ότι δεν έχει καμία σχέση με μεσόνιο, όπως θα δείτε στα Στοιχειώδη Σωματίδια

Άλλος τρόπος μέτρησης κατανομής φορτίου: μιονικά άτομα (κύμα de Broglie)(2)

- Αν ηλεκτρόνιο είναι (στάσιμο) κύμα, δεσμευμένο στο άτομο, με $\lambda = h/p$ (κύμα de Broglie), τότε:



$$2\pi r = n\lambda = n\frac{h}{p}$$

$$\Rightarrow rp = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

$$\Rightarrow \ell = n\hbar$$



Στροφορμή = Κβαντισμένη!!!

ΣΧΗΜΑ 2.8: Η συνθήκη κβάντωσης του Bohr ως συνέπεια της κυματικής φύσης των ηλεκτρονίων. Η (νοητή) περιφέρεια κατά μήκος της οποίας σχηματίζεται το ηλεκτρονιακό στάσιμο κύμα πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος de Broglie.

Άλλος τρόπος μέτρησης κατανομής φορτίου: μιονικά άτομα (3) (ακτίνα Bohr μιονίου μικρή)

$$\text{Στροφορμή} = \vec{r} \times \vec{p} = m u r = n \hbar$$

$$F = m \frac{u^2}{r} = \frac{Z e^2}{r^2}$$

$$r = \frac{\hbar^2}{m Z e^2} n^2$$

$$r = \frac{\hbar c}{a Z m c^2} n^2$$

$$\text{Σταθερά λεπτής υφής } a = \frac{e^2}{\hbar / m c} = \frac{1}{137} \rightarrow e^2 = a * \hbar c$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

$$m c^2 = 105 \text{ MeV}$$

$$r = \frac{257 \text{ fm}}{Z} n^2$$

$$r \simeq 5 \text{ fm (for } Z=50)$$

~ μέσα στον πυρήνα!

Ενεργειακές στάθμες αν ο πυρήνας ήταν σημειακός, και το σωματίο μ μόνο του:

$$E = \frac{1}{2} m u^2 - \frac{Z e^2}{r} = -\frac{1}{2} \frac{Z e^2}{r} = -\frac{1}{2} a^2 Z^2 m c^2 \frac{1}{n^2}$$

For n=1, m=0.511 MeV:

$$E = -13.6 \text{ eV for } Z=1$$

$$E = -34 \text{ keV for } Z=50$$

For n=1, m=105 MeV:

$$E = -2.8 \text{ keV for } Z=1$$

$$E = -7 \text{ MeV for } Z=50$$

Ενέργειες μεταπτώσεων δεκάδων MeV

Κατανομή πρωτονίων και νετρονίων (1)

- Με σκέδαση νετρονίων αλληλεπιδρούμε με την ισχυρή δύναμη, ίδια για όλα τα νουκλεόνια (πρωτόνια ή νετρόνια), κι έτσι **“βλέπουμε” όλα τα νουκλεόνια σε όλο τον όγκο** του πυρήνα.
- Απλοϊκά (γεωμετρικά), με R =ακτίνα φορτίου του πυρήνα, r_n = ακτίνα νετρονίου, θα είχαμε:

$$\sigma \sim \pi(R + r_n)^2$$

- Λίγο πιο σωστά (από το οπτικό θεώρημα) με λ το μήκος κύματος του νετρονίου:

$$\sigma = 2\pi(R + \lambda)^2$$

$$R = \text{σταθ.} \cdot A^{1/3}$$

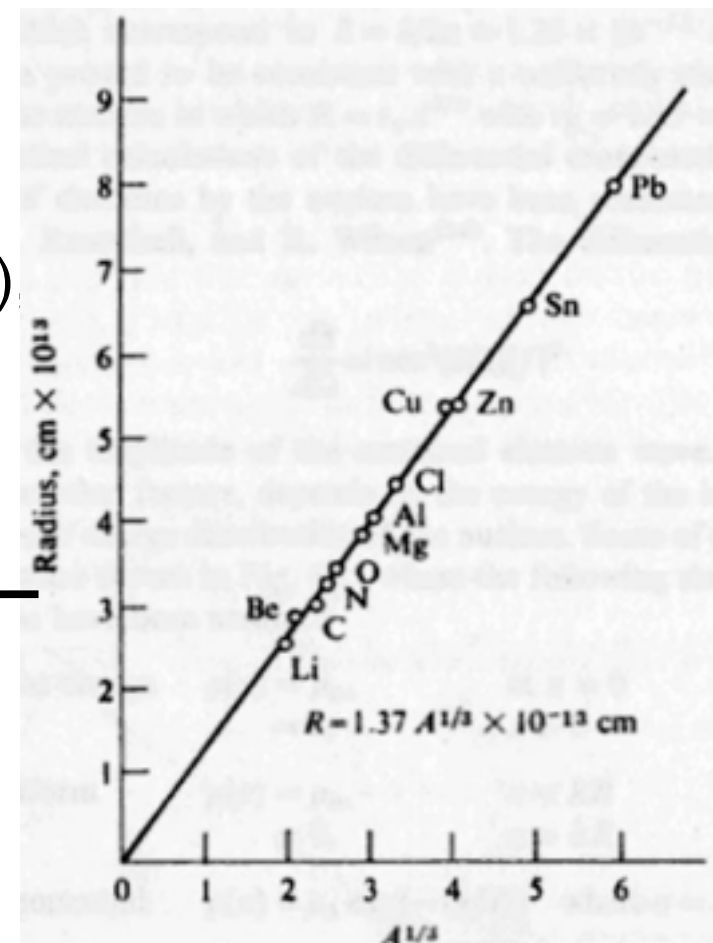
$$\rightarrow R^3 = \text{σταθ.} \cdot A$$

$$\rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = \text{σταθ.} \cdot A$$

$$\rightarrow V = \text{σταθ.} \cdot A$$

$$\rightarrow \text{πυκνότητα νουκλεονίων}$$

$$\rho = A/V = \text{σταθ.}$$



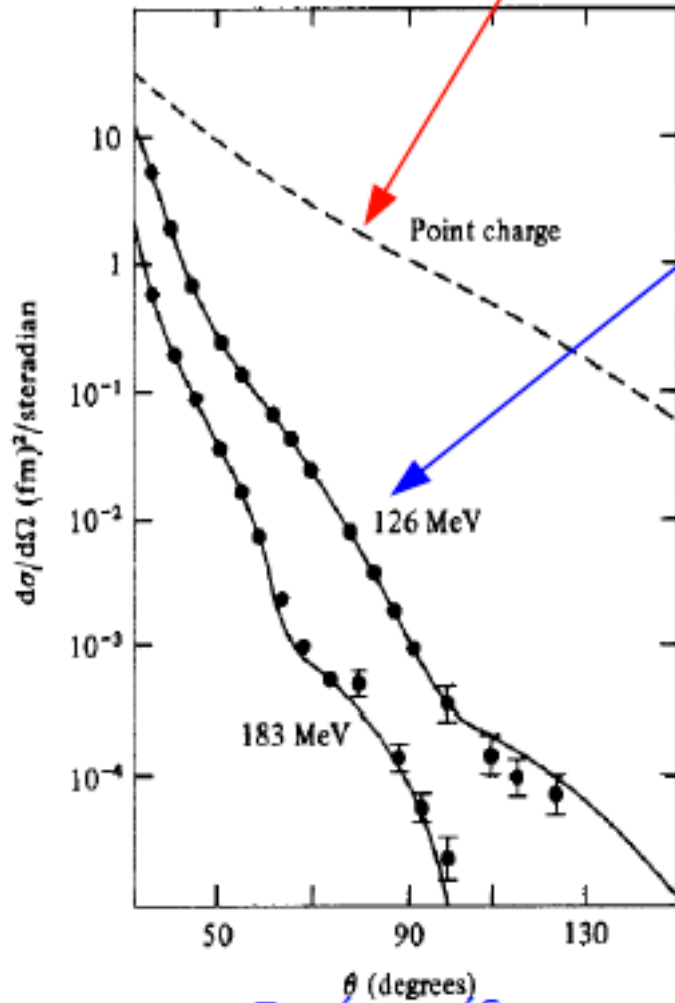
Κατανομή πρωτονίων και νετρονίων (2)

Σκέδαση ηλεκτρονίων
από τον πυρήνα

σημειακό

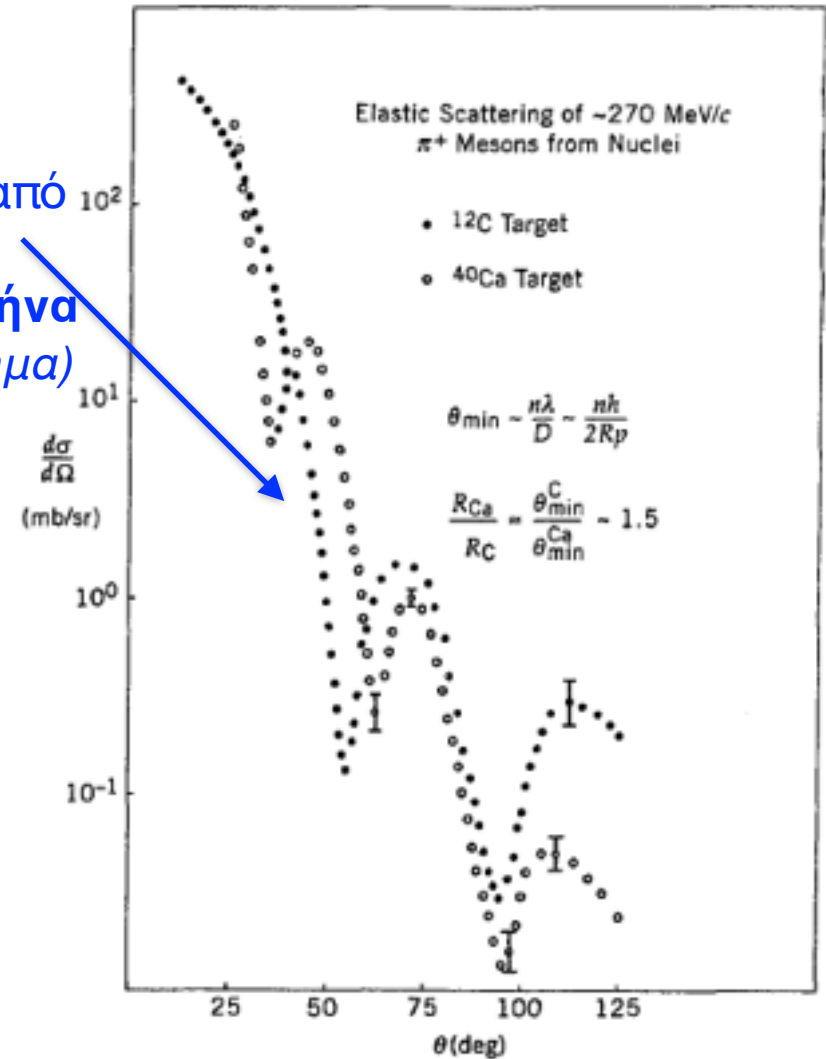
Περίθλαση
νετρονίων ή
ηλεκτρονίων από
ένα συμπαγή
δίσκο τον πυρήνα
(Οπτικό Θεώρημα)

Ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας



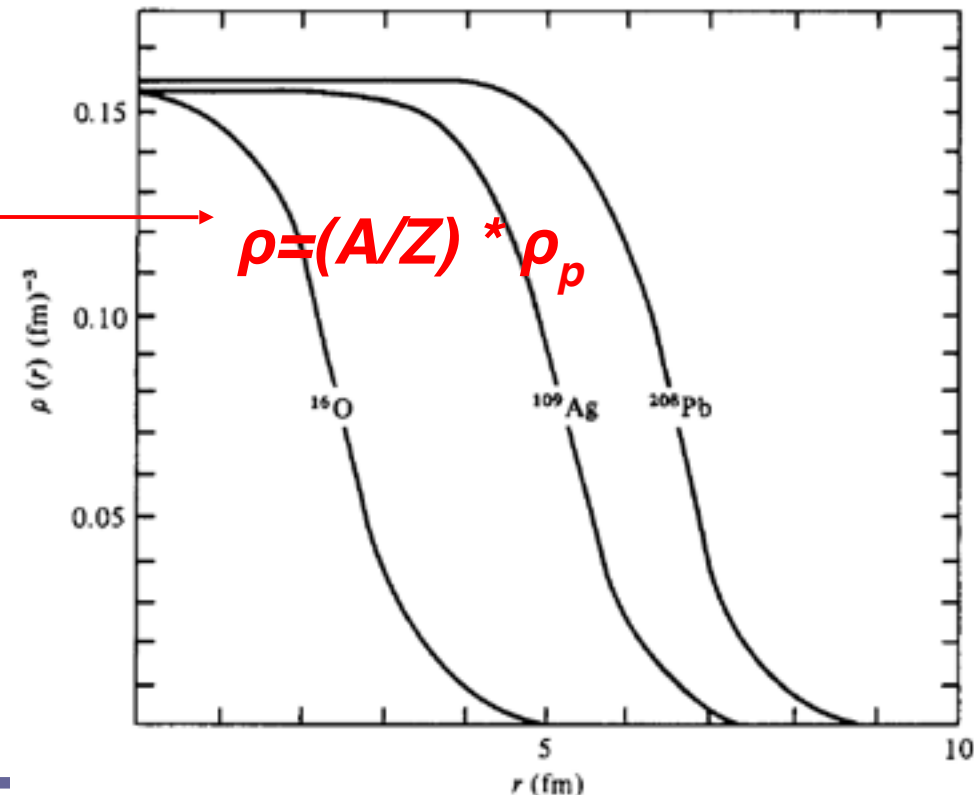
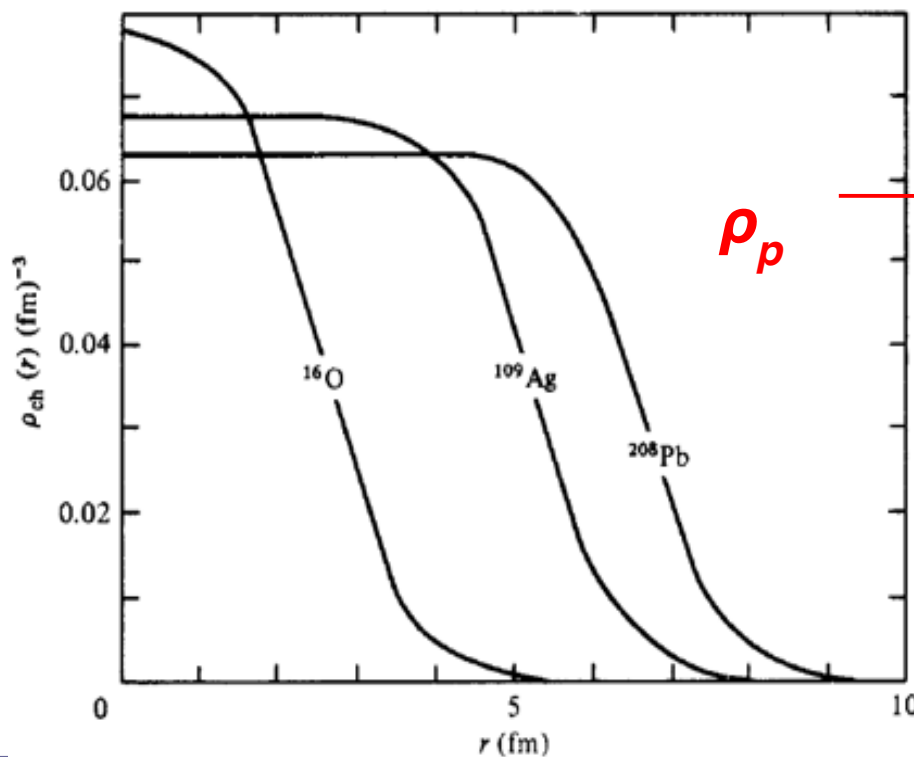
Γωνία σκέδασης

Σκέδαση νετρονίων από
τον πυρήνα



Κατανομή πρωτονίων και νετρονίων (3)

- Ο όγκος του πυρήνα μεγαλώνει ανάλογα με το A
 - Ισχυρές δυνάμεις ανεξάρτητες φορτίου → τα νουκλεόνια μοιράζονται σε όλον τον πυρήνα (η συνάρτηση της πυκνότητας n, ρ ίδια θεωρώτας τα n, ρ σημειακά)
- $\rho_n = N/V$, $\rho_p = Z/V \rightarrow \rho_n / \rho_p = N/Z$
- Ολική πυκνότητα $\rho = \rho_p + \rho_n \rightarrow \rho = (A/Z) * \rho_p$



Μέγεθος πυρήνα

- Ίδια πυκνότητα για όλους τους πυρήνες

$$\rho_0 = 0.17 \text{ νουκλεόνια / fm}^3$$

(“πυρηνική πυκνότητα”)

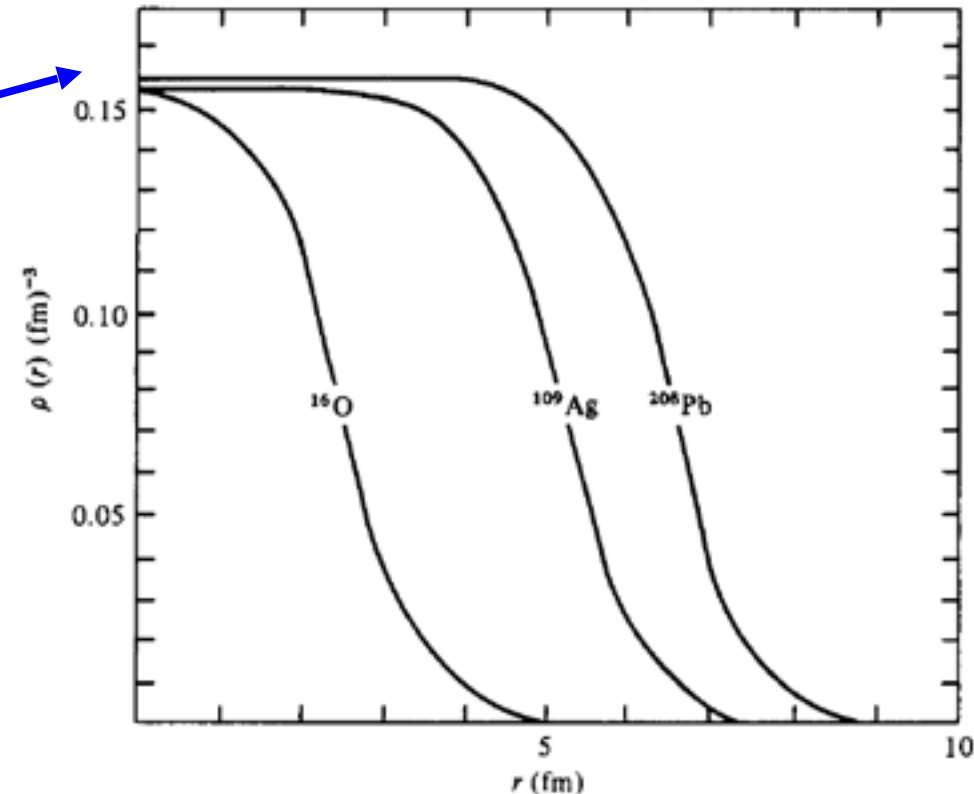
- Αφού η πυκνότητα είναι σταθερή ($\rho = A/V = \text{constant}$) σημαίνει ότι όσον αφορά στο μέγεθος, ο πυρήνας είναι σαν μία “υγρή σταγόνα” που ο όγκος της (V) είναι ανάλογος του αριθμού νουκλεονίων (A) που περιέχει:

$$V = \text{const} * A \rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \text{const} \times A \rightarrow R^3 \propto A \rightarrow R \propto A^{\frac{1}{3}}$$

$$\rightarrow R = R_0 * A^{1/3} \rightarrow$$

$$R = 1.1 \text{ fm} \times A^{\frac{1}{3}}$$

→ Τεράστια πυκνότητα μαζας! $\sim 10^{14} \text{ gr/cm}^3$



Μέγεθος πυρήνα Au

- Ποιό είναι το μέγεθος ενός πυρήνα χρυσού (Au), με $A=197$ σαν κι αυτούς που χρησιμοποιήθηκαν στη σκέδαση Rutherford ?
- Γιατί λοιπόν δούλεψε το πείραμα και είδαμε σκεδάσεις σωματιδίων α από τους πυρήνες χρυσού?

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$$\begin{array}{c} \text{ενέργεια} \nearrow \text{E} = m \text{c}^2 \\ \text{μάζα} \nearrow \\ \text{c} = \text{ταχύτητα του φωτός} \end{array} = \text{η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m}$$



Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας

γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + m c^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: με $c = 1$ γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \ell * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^9 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \hbar = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης} [\text{ενέργειας} \times \text{χρόνου}] \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

α = η σταθερά λεπτής υφής = 1/137

Θα χρησιμοποιούμε παντού:

eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε:

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV} \text{ ifi}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c² (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: 1/MeV (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = 1/MeV (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$1 \text{ amu} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$