

Σοιχεία Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων 5ο εξάμηνο 2014-15

Τμήμα Τ3: Κ. Κορδάς & Χ. Πετρίδου

Μάθημα 6β

β-διάσπαση – Β' μέρος

(διατήρηση σπίν, parity, επιτρεπτές και απαγορευμένες διασπάσεις)

Πετρίδου Χαρά

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη Ι, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 7 Νοεμβρίου 2014

Σήμερα

- **β-διάσπαση** - διατήρηση σπίν, parity, επιτρεπτές και απαγορευμένες διασπάσεις
 - Βιβλίο C&G:
Κεφ. 4, παρ. 4.6.,
Κεφ. 2, παρ. 2.4-2.6 (σελ. 31-35),
Κεφ. 12, παρ. 12.1, παρ 12.6 (σελ. 194-195)
 - Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 5, παρ. 5.2, 5.2.1 – 5.2.3, και ειδικά για σήμερα σελ. 40-41
- **Ιστοσελίδα:** <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

Κοιλιάδα β-σταθερότητας

Σχήμα 4.6 στο βιβλίο σας

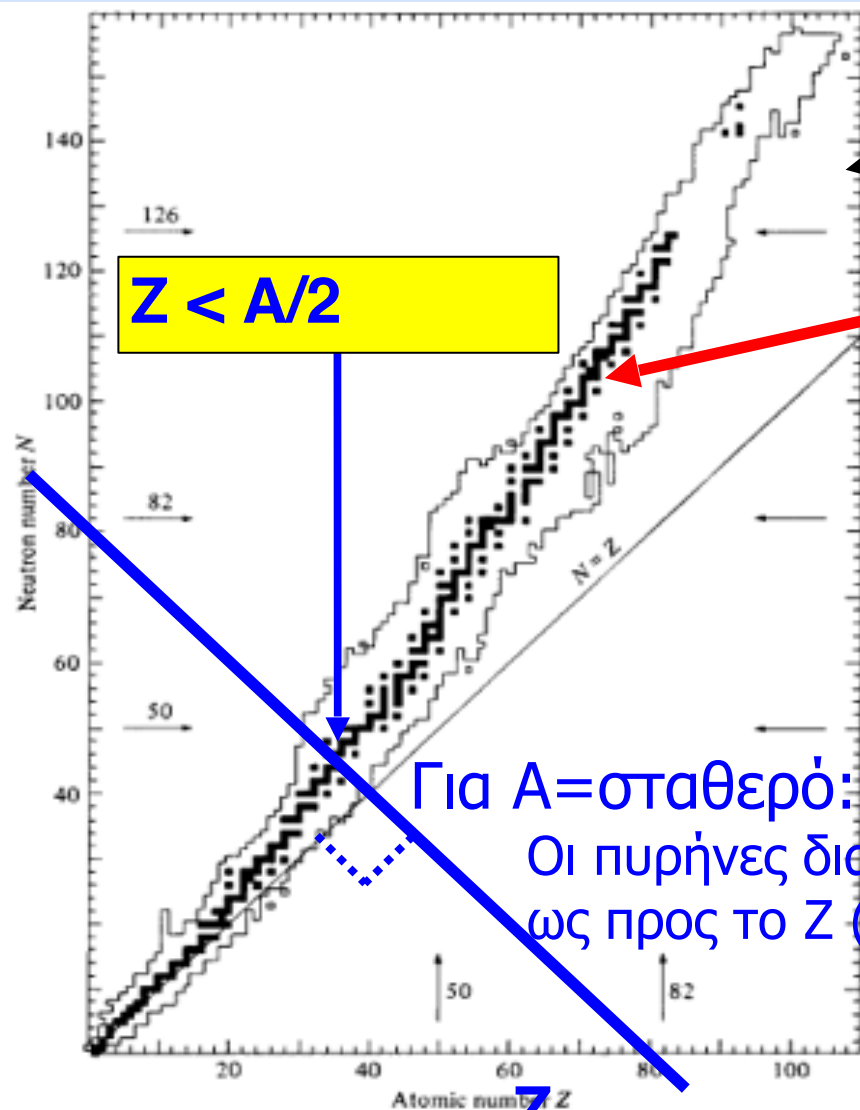
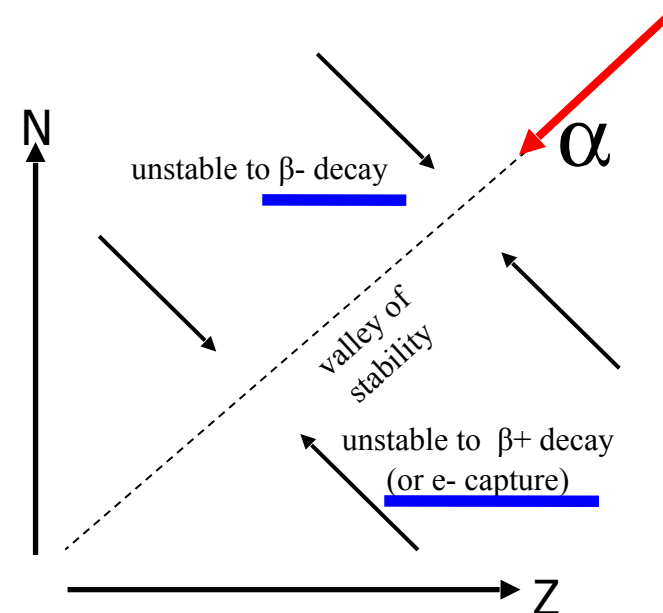
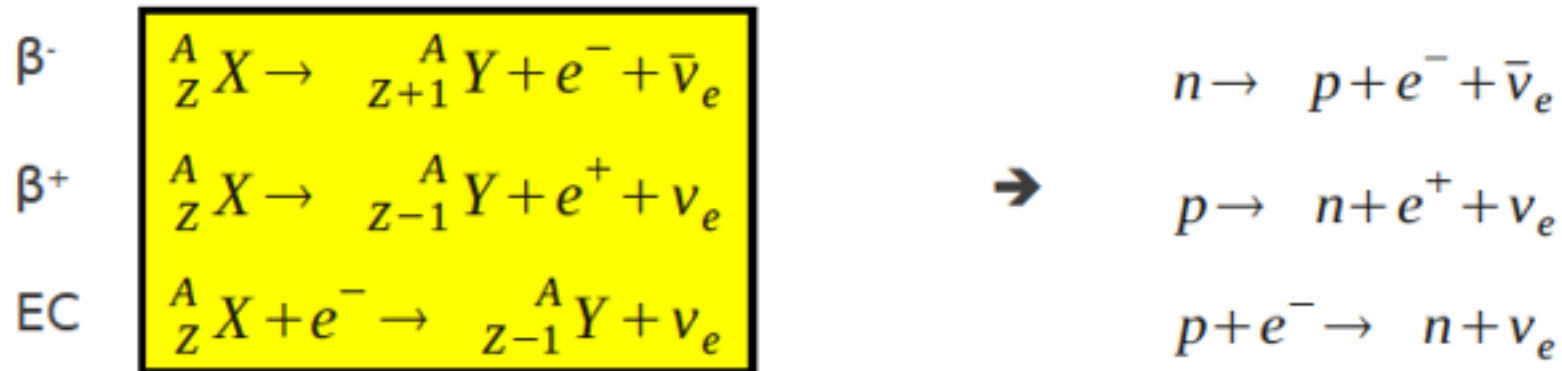


Fig. 4.6 The β -stability valley. Filled squares denote the stable nuclei and long-lived nuclei occurring in nature. Neighbouring nuclei are unstable. Those for which data on masses and mean lives are known fill the area bounded by the lines. For the most part these unstable nuclei have been made artificially. (Data taken from *Chart of the Nuclides* (1977), Schenectady: General Electric Company.)

- Για κάθε A , τα β -σταθερά νουκλίδια είναι στη μαύρη ζώνη (“κοιλιάδα σταθερότητας” - “valley of stability”). Αυτά που είναι μακριά απ’την κοιλιάδα, πάνε προς αυτήν με διασπάσεις β^+ ($= e^+$) ή β^- ($= e^-$)



β-διασπάσεις: ενεργειακές συνθήκες



1) Ενεργειακή συνθήκη β⁻:

Σημείωση: $M_{\text{ατόμου}}({}^A_Z X) = M(A, Z)$

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e \quad \text{Θα πρέπει } Q > 0 \rightarrow Q = (M(A, Z) - M(A, Z+1) - m_\nu)c^2 \approx (M(A, Z) - M(A, Z+1))c^2 \geq 0,$$

2) Ενεργειακή συνθήκη β⁺:

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu_e \quad Q = (M_P - M_D - m_e - m_\nu)c^2 = (M(A, Z) - M(A, Z-1) - 2m_e - m_\nu)c^2 \approx (M(A, Z) - M(A, Z-1) - 2m_e)c^2$$

3) Ενεργειακή συνθήκη σύλληψης ηλεκτρονίου (EC, “Κ-σύλληψη”):

$${}^A_Z X + e^- \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + \nu_e \quad Q = (M_P + m_e - M_D - m_\nu)c^2 = (M(A, Z) - M(A, Z-1) - m_\nu)c^2 \approx (M(A, Z) - M(A, Z-1))c^2 \geq 0.$$

β-διάσπαση:
εκτός από το να έχουμε
διατήρηση φορτίου και ενέργειας, έχουμε
κι άλλες συνθήκες:
διατήρηση σπιν και πάριτυ

Spin και πάριτυ ενός πυρήνα (J και πάριτυ: J^π)

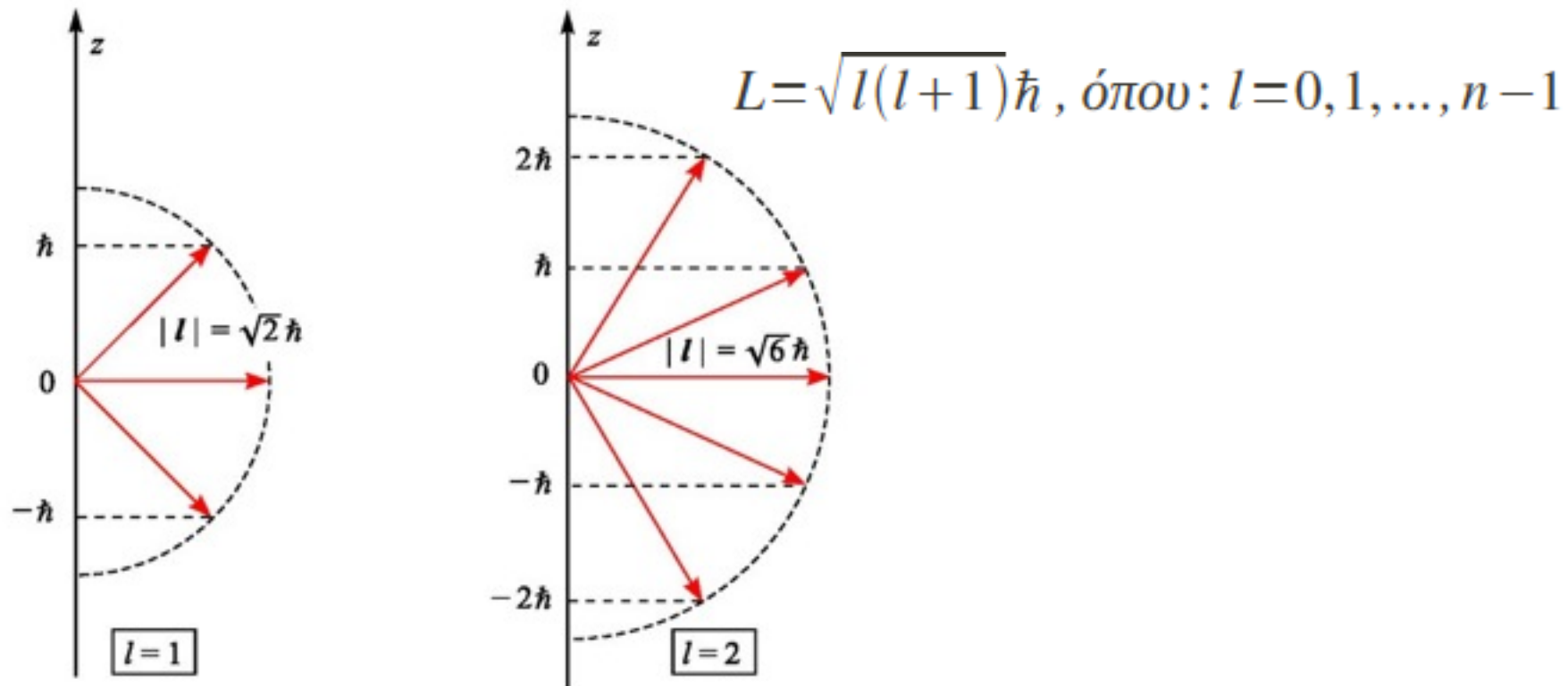
- Σπιν πυρήνα, J = ολικό τροχιακό σπίν των νουκλεονίων + το άθροισμα των σπιν τους.

$$l_{z(1+2)} = l_{z(1)} + l_{z(2)} \text{ και } |l_1 - l_2| \leq l_{1+2} \leq |l_1 + l_2|$$

- Parity = +1 ή -1
- Οπότε για κάθε πυρήνα δίνουμε σπιν (J) και parity (π): **J^π**

π.χ., 2⁺

Κβάντωση στροφορμής



ΣΧΗΜΑ 9.9: Το κβαντωμένο διάνυσμα της στροφορμής για $\ell = 1$ και $\ell = 2$. Λόγω της κβάντωσης της προβολής του πάνω σε έναν άξονα, το «διάνυσμα» της στροφορμής –αν η σχεδίασή του ως διανύσματος έχει νόημα– μπορεί να έχει μόνο ορισμένους διακριτούς προσανατολισμούς στον χώρο. Φαινόμενο που αποδίδεται με τον όρο «κβάντωση προσανατολισμού» ή «κβάντωση χώρου». Σημειώστε επίσης –γιατί αυτό είναι το πιο προκλητικό από όλα– ότι το διάνυσμα ℓ ουδέποτε ευθυγραμμίζεται με τον άξονα z . Ακόμα και στην κατάσταση μέγιστης προβολής του σε αυτόν τον άξονα σχηματίζει γωνία μαζί του αφού είναι πάντα $(\ell_z)_{\max} = \hbar\ell < |\ell| = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)}$.

Άθροισμα
στροφορμών: $l_{z(1+2)} = l_{z(1)} + l_{z(2)}$ και $|l_1 - l_2| \leq l_{1+2} \leq |l_1 + l_2|$

Είδαμε ότι η ενέργεια ενός συστήματος εξαρτάται και από το σπιν του: OK.

Ερώτηση:

Η ομοτιμία / πάριτυ / parity επηρεάζει κάτι μετρήσιμο/παρατηρήσιμο;

→ Βεβαίως και ναι.

α) Parity #1: η αναστροφή του χώρου και η Αρχή του Pauli (1)

Η απαγορευτική αρχή του Pauli
και η μη διακρίσιμότητα των ταυτόσημων σωματιδίων στην Κβαντομηχανική

Στην «ρίζω» της γενικευμένης αρχής του Pauli βρίσκεται το θεμελιώδες γεγονός ότι στην Κβαντομηχανική τα ταυτόσημα σωματίδια που ανήκουν στο ίδιο φυσικό σύστημα (π.χ. ένα άτομο) είναι μη διακρίσιμα διότι περιγράφονται από αλληλοεπικαλυπτόμενες κυματοσυναρτήσεις, κι επομένως είναι αδύνατον να πούμε ποιο είναι το #1 ποιο είναι το #2 κ.ο.κ. Αυτή η αδυναμία διάκρισης διασφαλίζεται κβαντομηχανικά μόνο με κύματοσυναρτήσεις $\psi(x_1, x_2)$ που είναι συμμετρικές [$\psi(x_2, x_1) = \psi(x_1, x_2)$] ή αντισυμμετρικές [$\psi(x_2, x_1) = -\psi(x_1, x_2)$] κι επομένως οδηγούν σε πιθανότητα $|\psi(x_1, x_2)|^2$ που είναι συμμετρική στην εναλλαγή $x_1 \leftrightarrow x_2$ κι άρα δεν επιτρέπει τη διάκριση των δύο σωματιδίων.

ΜΕΛΕΤΗ: Σ. Τραχανά, Κβαντομηχανική I, σελ. 468 – 480.

- Όλα τα σωματίδια με ακέραιο σπιν ($s=0, 1, 2, \dots$) - τα αποκαλούμενα **μποζόνια** – περιγράφονται από **συμμετρικές κυματοσυναρτήσεις (Parity = +1)**, ενώ

όλα τα σωματίδια με ημι-ακέραιο σπιν ($s=1/2, 3/2, \dots$) - τα αποκαλούμενα **φερμιόνια** – περιγράφονται από **αντισυμμετρικές κυματοσυναρτήσεις (Parity = -1)**

ως προς την εναλλαγή των μεταβλητών τους (=αναστροφή του χώρου)

α) Parity #1: η αναστροφή του χώρου και η Αρχή του Pauli (2)

Το σπιν και η γενικευμένη αρχή του Pauli

Φερμιόνια και Μποζόνια:

Οι δύο θεμελιώδεις κατηγορίες σωματιδίων και ο ρόλος τους στη φύση

	Σπιν	Είδος συμπεριφοράς	Ποια είναι ποια	...και γιατί
Φερμιόνια	Ημιακέραιο $s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$	«Ατομικιστική» Υπόκεινται στην αρχή του Pauli (είναι αδύνατη η συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση). Περιγράφονται από <u>αντισυμμετρικές</u> κυμ/σεις.	Όλα τα σωματίδια <u>δομικοί λίθοι</u> της ύλης. (e, p, n, ν κουάρκς). Όλα έχουν $s = \frac{1}{2}$	Διαφορετικά θα ήταν δυνατή η απεριόριστη συσσώρευσή τους στην ίδια περιοχή του χώρου υπό την επίδραση των αμοιβαίων έλξεων, με αποτέλεσμα την πλήρη κατάρρευση της ύλης σε μια «σταγόνα» άπειρης πυκνότητας.
Μποζόνια	Ακέραιο $s = 0, 1, 2, \dots$	«Κολλεκτιβιστική» Δεν υπόκεινται στην αρχή του Pauli (Είναι δυνατή η απεριόριστη συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση) περιγράφονται από <u>συμμετρικές</u> κυμ/σεις.	Όλα τα σωματίδια <u>φορείς δυνάμεων</u> της φύσης (γ , $w^\pm$, z , γλοιόνια, βαρυτόνιο). Όλα έχουν $s = 1$ πλήν του βαρυτονίου που (εικάζεται ότι) έχει $s = 2$.	Έτσι είναι δυνατή η απεριόριστη συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση και η δημιουργία μ' αυτό τον τρόπο ενός μακροσκοπικού πεδίου δυνάμεων (ΗΜ πεδίο, πεδίο βαρύτητας, πυρηνικά πεδία).

α) Parity #1: η αναστροφή του χώρου και η Απαγορευτική Αρχή του Pauli

Η απαγορευτική αρχή του Pauli για τα ατομικά ηλεκτρόνια:
Μια ειδική συνέπεια της γενικευμένης αρχής

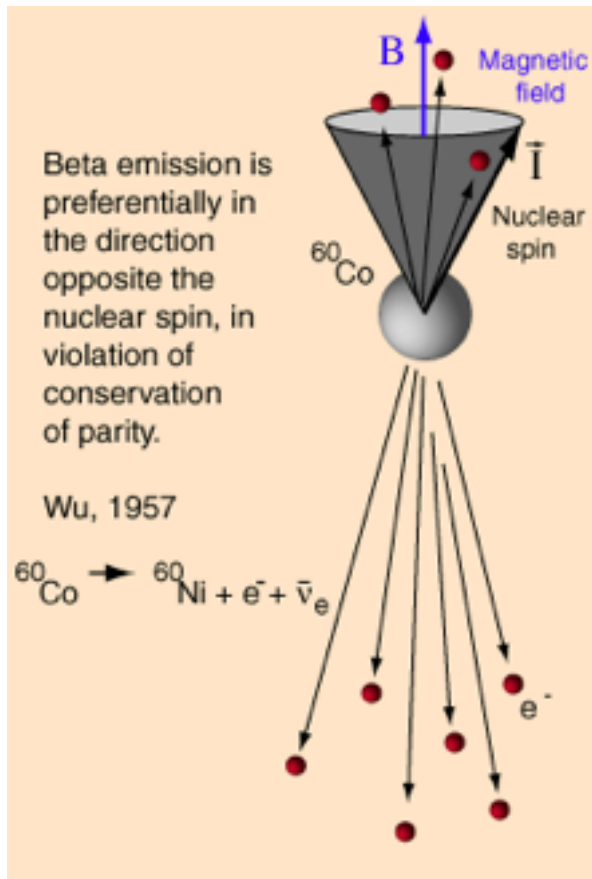
Έχοντας σπιν $s = \frac{1}{2}$ τα ηλεκτρόνια είναι φερμιόνια και επομένως η συνύπαρξή τους στην ίδια κβαντική κατάσταση ενός ατόμου θα είναι αδύνατη. Και δεδομένου ότι μια κβαντική κατάσταση σ' ένα άτομο καθορίζεται μονοσήμαντα από την τετράδα κβαντικών αριθμών n, ℓ, m_ℓ, m_s , η εφαρμογή της γενικής αρχής του Pauli στα άτομα οδηγεί στην:

ΑΠΑΓΟΡΕΥΤΙΚΗ ΑΡΧΗ ΤΟΥ PAULI: Δύο ηλεκτρόνια σ' ένα άτομο είναι αδύνατον να έχουν την ίδια τετράδα κβαντικών αριθμών n, ℓ, m_ℓ, m_s . Θα διαφέρουν τουλάχιστον σε ένα κβαντικό αριθμό.

Παρατηρίσιμο;

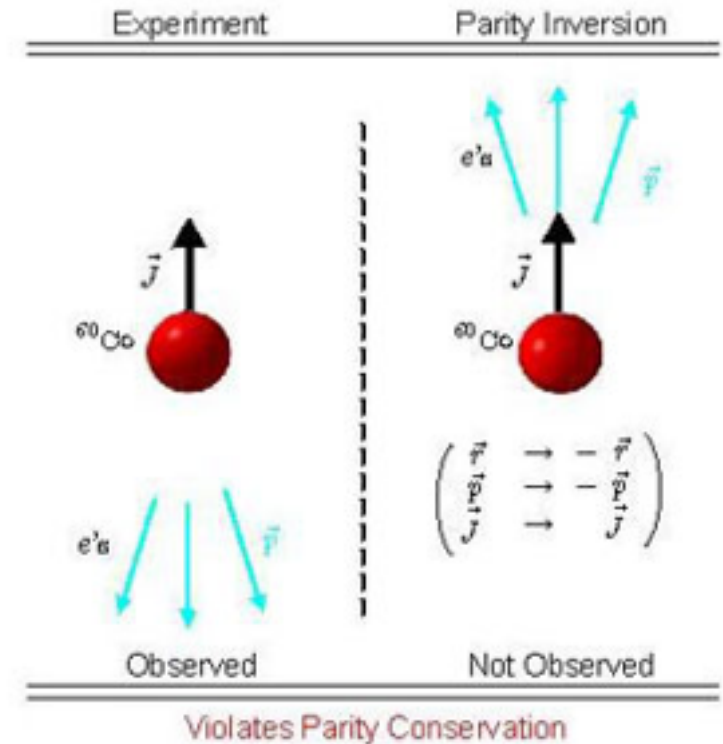
Μα, έτσι ακριβώς εξηγούμε τη δομή των ατόμων!!!

β) Parity #2: Πείραμα της Wu: 1957



Αν υπάρχει προτίμηση στην κατεύθυνση των ηλεκτρονίων, τότε η πάριτυ δεν είναι καλή συμμετρία (δηλ. παραβιάζεται)

Γιατί η προτιμητέα κατεύθυνση έχει σχέση με την πάριτυ;



Πείραμα Wu: ΟΛΑ τα ηλεκτρόνια πήγαιναν αντίθετα από το σπίν του πυρήνα. → Όχι μόνο υπήρχε ασυμμετρία, αλλά **μέγιστη ασυμμετρία**. Όχι μόνο η πάριτυ δεν διατηρείται, αλλά **παραβιάζεται στο μέγιστο βαθμό!**

γ) Parity #3: Σε τί διαφέρουν τα νετρίνα (ν) από τα αντρινετρίνα ($\bar{\nu}$) που είδαμε στις β -διασπάσεις;

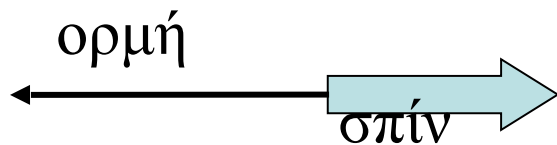
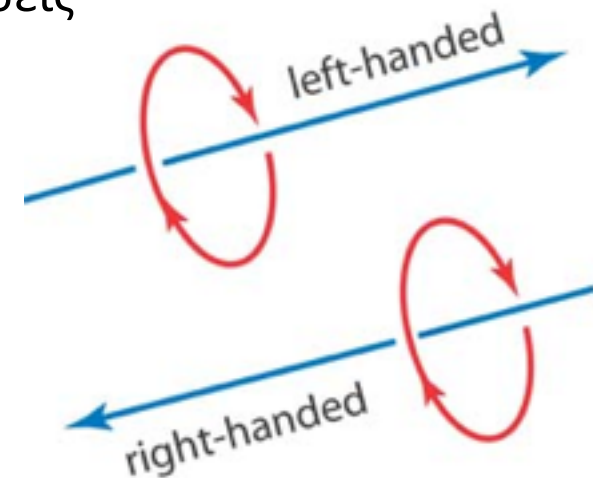
Δεν έχουν φορτίο $\Rightarrow$ Δεν έχουν ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις

Τα νετρίνα είναι 'αριστερόστροφα' $\Rightarrow$

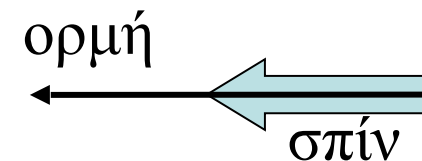
Το **σπίν** έχει διεύθυνση **αντίθετη** από το διάνυσμα της **ορμής**

Τα **αντι**-νετρίνα είναι 'δεξιόστροφα' $\Rightarrow$

το **σπιν** έχει διεύθυνση **ομόρροπη** με το διάνυσμα της **ορμής**



νεutrino

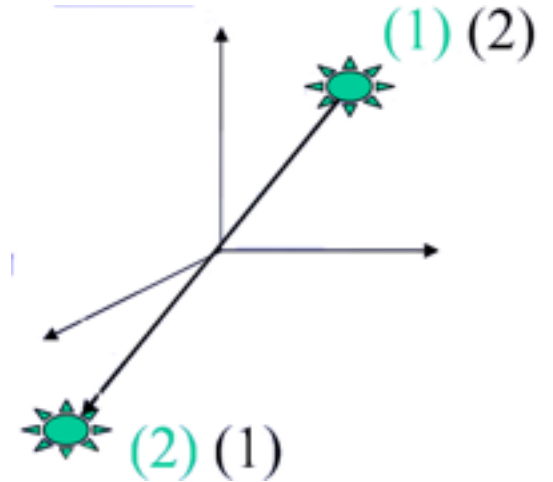


αντι-νεutrino

γ) Parity #3: νετρίνο (ν) και αντίνετρίνο ($\bar{\nu}$)

**Μετασχηματισμός Parity (P):
αναστροφή του χώρου**

$$P : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$



Η **β-διάσπαση**, έχοντας είτε μόνο νετρίνα (στις διασπάσεις β^+), είτε μόνο αντίνετρίνα (στις β^-), **παραβιάζει τη συμμετρία της Parity**, αφού υπάρχει διαφορετική συμπεριφορά του νετρίνο και αντίνετρίνο:
Σε αναστροφή του χώρου, το νετρίνο γίνεται αντίνετρίνο, αλλά το σπίν δεν αλλάζει φορά.



Έτσι, η αναστροφή του χώρου δημιουργεί δεξιόστροφα νετρίνα και αριστερόστροφα αντίνετρίνα. Κάτι που όμως **ΔΕΝ** παρατηρείται, οπότε η φύση (όσον αφορά τις β-διασπάσεις) **δεν θεωρεί την Parity “καλή συμμετρία”**, οπότε λέμε ότι **“παραβιάζει την Parity”**

Όλα τα προηγούμενα ήταν μια εισαγωγή
για τους επιπλέον κανόνες για τη
β-διάσπαση που αφορούν το σπιν και την
ομοτιμία (πάριτυ) των πυρήνων.

β-διάσπαση:
Επιτρεπτές και “απαγορευμένες”
διασπάσεις

Επιτρεπτές: Fermi ή Gamow-Teller

β-διασπάσεις: “Επιτρεπτές” και “απαγορευμένες” ως προς τη διατήρηση της στροφορμής

Οι αποδιεγέρσεις β κατηγοριοποιούνται σε

“επιτρεπτές” ή “απαγορευμένες” όσον αφορά τη διατήρηση του σπίν κατά τη διάσπαση:

- “Επιτρεπτές” σημαίνει ότι έχουν πολύ μεγαλύτερη πιθανότητα να γίνουν, σε σχέση με άλλες που είναι πιο σπάνιες και λέγονται “απαγορευμένες”.
- Όσο μεγαλύτερου βαθμού “απαγόρευση” έχει μια διάσπαση, τόσο πιο σπάνιο είναι να γίνει.

Διατήρηση στροφορμής (σπιν)

Γενικά, με διατήρηση του σπίν, γράφουμε για τη β-διάσπαση:

$$i \rightarrow f + e + \nu \quad \Rightarrow \quad \vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{S}_{ev} + \vec{l}_{ev}$$

Όπου:

$\vec{J}_i$ και $\vec{J}_f$ είναι το ολικό σπίν του αρχικού και του τελικού πυρήνα, αντίστοιχα,

$\vec{S}_{ev}$ είναι το ολικό σπίν του συστήματος ηλεκτρονίου-αντινετρίνο που μπορεί να είναι **0** ή **1**

(αφού συνδυάζω το ηλεκτρόνιο και το αντινετρίνο που έχουν σπίν 1/2 το καθένα), και

$\vec{l}_{ev}$ είναι η σχετική στροφορμή ηλεκτρονίου-αντινετρίνο.

Μεταβολή σπιν μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα και σχετική τροχιακή στροφορμή ηλεκτρονίου-νετρίνο

Οπότε γράφουμε: $\vec{J}_i - \vec{J}_f = \vec{S}_{ev} + \vec{l}_{ev} \longrightarrow \Delta J = \vec{S}_{ev} + \vec{l}_{ev}$

όπου η μεταβολή ΔJ του σπιν (αρχικού πυρήνα - τελικού) μπορεί να έχει μέτρο οποιαδήποτε τιμή μέσα στα όρια:

$$|J_i - J_f| \leq \Delta J \leq |J_i + J_f|$$

και το ολικό σπιν ηλεκτρονίου-νετρίνο (καθένα με σπιν 1/2):

$$|1/2 - 1/2| \leq S_{ev} \leq |1/2 + 1/2| \rightarrow S_{ev} = 0 \text{ ή } 1$$

Όσο μικρότερο το $\vec{l}_{ev}$ τόσο πιο εύκολα γίνεται η μετάβαση (δηλ. τόσο πιο “επιτρεπτή” είναι).

Οπότε, από όλα τα ΔJ , το πιο πιθανό είναι αυτό με τη μικρότερη τιμή, δηλαδή το $|J_i - J_f|$

Επιτρεπές μεταπτώσεις: Fermi ή Gamow-Teller ανάλογα με $S_{ev} = 0$ ή 1

KANONΑΣ #1: Οι επιτρεπές μεταπτώσεις έχουν

$$\vec{l}_{ev} = 0$$

Άν:

- $S_{ev}=0$ (που έχει μόνο έναν τρόπο να γίνει, $S_z=0$), τότε η β-διάσπαση/μετάπτωση λέγεται **μετάπτωση Fermi**.
- $S_{ev}=1$ (που έχει τρεις τρόπους να γίνει, έναν με $S_z = +1$, έναν με $S_z = 0$, έναν με $S_z = -1$),
τότε η β-διάσπαση/μετάπτωση λέγεται **μετάπτωση Gamow-Teller**.

Οπότε αφού το σπίν διατηρείται, σύμφωνα με τα παραπάνω, το ΔJ στις επιτρεπές β-διασπάσεις είναι 0 ή 1, όσο και το S_{ev} .

Επιτρεπές μεταπτώσεις: μεταβολή της parity

Εκτός από το σπιν, έχουμε να σκεφτούμε και την πάριτυ.

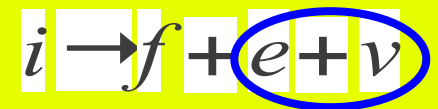
Η πάριτυ του συστήματος ηλεκτρονίου-αντινεutrino είναι:

$$(-1)^{l_{ev}}$$

που για τις επιτρεπές μεταπτώσεις ($l_{ev}=0$) δίνει:

$$(-1)^{l_{ev}} = (-1)^0 = +1$$

Άρα, επειδή: $\text{Parity}(i) = \text{Parity}(f) * \text{Parity}(ev)$,



ΚΑΝΟΝΑΣ #2:

οι επιτρεπές μεταπτώσεις [που έχουν $l_{ev}=0$, και άρα έχουν $\text{Parity}(ev) = (-1)^0 = +1$] δεν έχουν μεταβολή της πάριτυ μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα.

Απαγορευμένες β-διασπάσεις

Όταν **δεν έχουμε** $\Delta J = 0$ ή 1 και $\Delta \text{πάριτυ} = \Delta \pi = +1$, τότε η β-διάσπαση είναι **απαγορευμένη**.

Ερώτηση: Μια απαγορευμένη μετάπτωση

(δηλαδή που δεν είναι $\Delta J \Delta \pi = 1^+$ ή $\Delta J \Delta \pi = 0^+$),

τι τάξης απαγορευμένη είναι;

Απάντηση:

όση η **ελάχιστη τιμή της l_{ev}** που μας χρειάζεται για να εξηγήσουμε τη μετάπτωση που μας δίνεται.

Βρίσκουμε την τιμή αυτή δοκιμάζοντας:

- 1) ποιά **l_{ev}** χρειάζεται (άρτιο ή περιττό) για να εξηγήσει την $\Delta \text{πάριτυ}$, και
- 2) πόσο να είναι αυτό το **l_{ev}** για να μας δώσει το ΔJ (σε συνδυασμό με το $S_{ev} = 0$ ή 1)

Τάξη β-διάσπασης

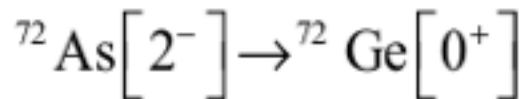
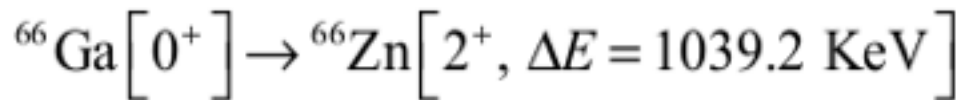
Οπότε:

ΚΑΝΟΝΑΣ #3:

- η τάξη της β-διασπασης είναι το μικρότερο I_{ev} που εξηγεί και την μεταβολή της παριτυ $[\Delta \text{πάριτυ} = (-1)^I]$ και τη μεταβολή του σπιν ΔJ μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα.
- Αν αυτό το I είναι το $I=0$, τότε η β-διάσπαση είναι επιτρεπτή,
- αλλιώς είναι απαγορευμένη τάξης I .

Άσκηση: αντιδράσεις β-διάσπασης: Q-values, επιτρεπτές, τάξη απαγόρευσης

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω διασπάσεις β (π.χ. απαγορευμένες ή όχι, β^+ ή ϵ , κλπ.) και υπολογίστε τις τιμές Q



Για να βρίσκετε τις ατομικές μάζες των στοιχείων που σας χρειάζονται, χρησιμοποιείτε:

$$M(A,Z) = 931.478 * A + \Delta \text{ (MeV)},$$

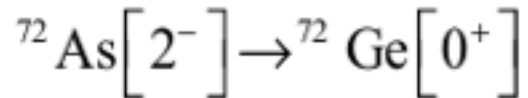
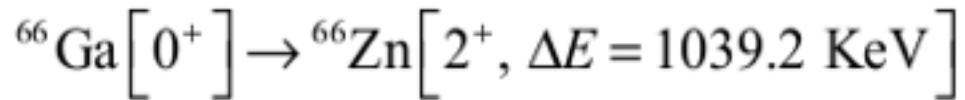
Όπου το Δ το βρίσκεται για κάθε στοιχείο και τα ισότοπά του στο:

http://skiathos.physics.auth.gr/atlas/Nuclear_Physics/wallarge.pdf

- $\Delta(^{66}\text{Ga}) = -63.724 \text{ MeV}$, $\Delta(^{66}\text{Zn}) = -68.899 \text{ MeV}$
- $\Delta(^{72}\text{As}) = -68.230 \text{ MeV}$, $\Delta(^{72}\text{Ge}) = -72.586 \text{ MeV}$
- $m(e) = 0.511 \text{ MeV}$, $m(\nu) = 0$

Άσκηση – σημείωση για επιτρεπτή ή όχι

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω διασπάσεις β (π.χ. απαγορευμένες ή όχι, β^+ ή ϵ , κλπ.) και υπολογίστε τις τιμές Q



α) με $\Delta J^{\Delta\pi} = 2+$

έχουμε αναγκαστικά $L=\text{άρτιο}$ γιατί $(-1)^L = +1$.

* Αφού το S_{en} γίνεται το πολύ $S_{en}=1$, δεν μπορεί να γίνει η μετάβαση με $L=0$.

→ Άρα **δεν είναι επιτρεπτή η μετάβαση.**

* Η επόμενη άρτια τιμή είναι $L=2$. Με $S=0$, δίνουν $\Delta J=2$.

Με $S=1$, δίνουν από $\Delta J = 2-1 = 1$ μέχρι και $2+1=3$,
οπότε όντως το $L=2$ (και με $S=0$ και με $S=1$) μπορεί
εξηγήσει το $\Delta J=2+$ → “**απαγορευμένη**” 2ης τάξης

→
να

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια μάζα

Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας



γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: με $c = 1$ γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \ell * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^9 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \hbar = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης} [\text{ενέργειας} \times \text{χρόνου}] \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπτής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:

eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε:

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV} \text{ if}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$1 \text{ amu} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$