

Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2015-16)

Τμήμα Τ3: Κ. Κορδάς & Σ. Ε. Τζαμαρίας

Μάθημα 3

**Πείραμα Rutherford, ορισμοί, χρόνος ζωής ενεργός
διατομή**

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη Ι, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 8 Οκτωβρίου 2015

Σήμερα - Βασικά

- Την πρώτη εβδομάδα είδατε την κβαντομηχανική συμπεριφορά στον μικρόκοσμο, πόσο μεγάλα είναι τα άτομα, την έννοια της ενεργού διατομής μιας αλληλεπίδρασης και τη γωνιακή κατανομή για σκέδαση Rutherford
- Εδώ: **περίπου πόσο μεγάλοι είναι οι πυρήνες**
 - Πείραμα Rutherford , Μήκος κύματος σωματιδίων α
 - Μονάδες και σχετικιστική κινηματική
- **Ορισμοί**
- **Μεταβολές στους πυρήνες**
 - Αυθόρμητη διάσπαση, χρόνος ζωής και νόμος ραδιενεργών διασπάσεων
 - Ενεργός διατομή και ρυθμός αλληλεπιδράσεων

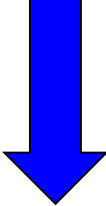
Βασικά

Cottingham & Greenwood

- **Παρ. 1.4, Παρ. 4.4**
 - Μονάδες, amu
- **Παρ. 2.3 και Παράρτημα E.1**
 - μέσος χρόνος ζωής και ενεργότητα (επίσης από **Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 4, παρ. 4.1-4.5**)
- **Πάρτημα A.1-A.3**
 - Ενεργός διατομή και ρυθμός αντιδράσεων
- **Ιστοσελίδα μαθήματος:**
 - <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

Ξέρουμε ότι τα υλικά είναι φτιαγμένα από άτομα

- Αναλύοντας τα δομένα παρατηρήσεων, φτάσαμε να ξέρουμε ότι υπάρχουν άτομα και κενός χώρος
 - Ατομική θεωρία του Dalton, Avogandro κ.α.

Τα άτομα των 92 στοιχείων (19ος αιώνας)	1. Υδρογόνο (H)	Μάζα $M_H \approx 1.7 \times 10^{-24} \text{ g}$	 Αυξανόμενη μάζα
	2. Ήλιο (He)		
	3. Λίθιο (Li)		
			
			
	92. Ουράνιο (U)	Μάζα $\approx 238 M_H$	

Κι έχουμε μια ιδέα για το μέγεθος των ατόμων

- Αριθμός ατόμων / $\text{cm}^3 = n = N_A \frac{\rho}{A}$

$$\left(\begin{array}{l} N_A \approx 6 \times 10^{23} \text{ άτομα/mol (σταθερά Avogadro)} \\ A: \text{ατομική μάζα (gr/mol)} \\ \rho: \text{πυκνότητα (gr/cm}^3\text{)} \end{array} \right) \leftarrow$$

- Τα άτομα ως σφαίρες: $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

- Πακεταρισμένες σφαίρες: 

- Ποσοστό κάλυψης του χώρου = **f = 52-74%**

- Ακτίνα ατόμου: $\rightarrow R = \left(\frac{3f}{4\pi n} \right)^{1/3}$

Παράδειγμα:

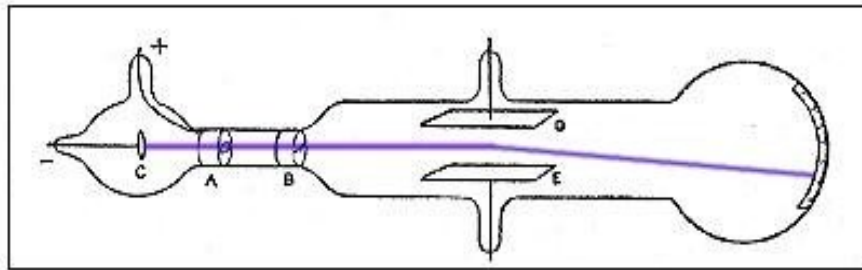
Σίδηρος ($A=55.8 \text{ g/mol}$, $\rho=7.87 \text{ g cm}^{-3}$) $\rightarrow R = (1.1 - 1.3) \times 10^{-8} \text{ cm}$

Χαρακτηριστικό μέγεθος ατόμων

Τα άτομα έχουν ακτίνα $\sim 10^{-10} \text{ m} = 0.1 \text{ nm} = 1 \text{ \AA}$

Τα άτομα... τεμαχίζονται

- Τα άτομα έχουν δομή = δεν είναι θεμελιώδη
 - J.J Thomson (πειράματα 1894-1897)
 - το ηλεκτρόνιο είναι συστατικό του ατόμου



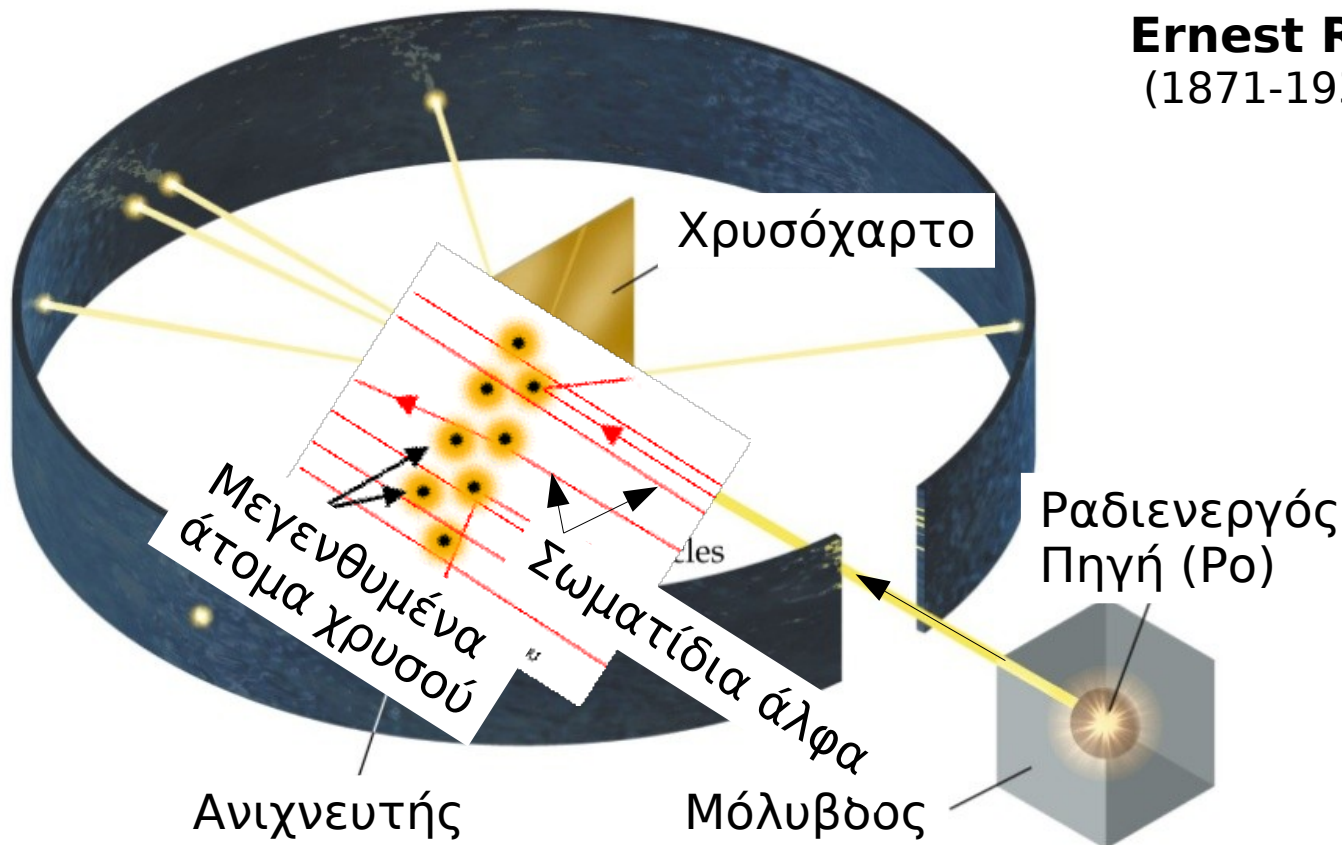
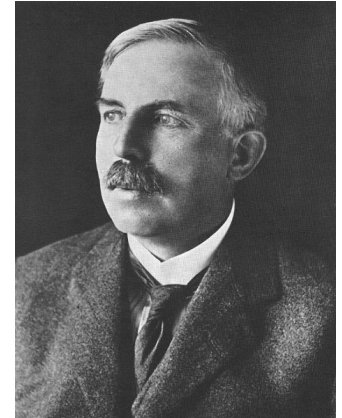
Καθοδικός σωλήνας (cathode ray tube)

- Αλλά, τα άτομα είναι ηλεκτρικά ουδέτερα.
- **Ερώτηση: Πώς είναι κατανεμημένα τα ηλεκτρόνια μέσα στο άτομο;**
 - Είναι το άτομο σαν το σταφιδόψωμο;
 - “Σταφίδες” → τα ηλεκτρόνια
 - “Ζύμη” → το θετικό φορτίο

Απάντηση με πειράματα σκέδασης

- Ο Ernest Rutherford, Hans Geiger και Ernest Marsden, κάνουν πειράματα σκέδασης σωματιδίων άλφα πάνω σε χρυσόχαρτο (1906)

Ernest Rutherford
(1871-1937)



Το άτομο έχει το
θετικό του φορτίο
συγκεντρωμένο
σ' έναν πυρήνα



έτσι εξηγείται
η σκέδαση
σε μεγάλες γωνίες

Σωματίδια με το κατάλληλο μήκος κύματος

- Κβαντική Φυσική – τα σωματίδια συμπεριφέρονται και ως κύματα
 - Όσο **μεγαλύτερη** είναι η **ορμή p** (= **μάζα** x **ταχύτητα**) ενός σωματιδίου
 - τόσο **μικρότερο μήκος κύματος (λ)** έχει:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$



Louis de Broglie (1924)

Σταθερά του Planck = $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$

Αφού στο πείραμα Rutherford-Geiger-Mersden τα βλήματα (σωματίδια α) σκεδάστηκαν από τους πυρήνες χρυσού, σημαίνει ότι τα σωματίδια α είχαν το σωστό μήκος κύματος για να “διακρίνουν” τους πυρήνες αυτούς. Δηλαδή μήκος κύματος παραπλήσιο με τις διαστάσεις των πυρήνων χρυσού.

Άσκηση Α

Αφού στο πείραμα Rutherford-Geiger-Mersden τα βλήματα (σωματίδια α) σκεδάστηκαν από τους πυρήνες χρυσού, σημαίνει ότι τα σωμάτια α είχαν το σωστό μήκος κύματος για να “διακρίνουν” τους πυρήνες αυτούς, Δηλαδή μήκος κύματος παραπλήσιο με τις διαστάσεις των πυρήνων χρυσού.

Άσκηση Α:

Πόσο μήκος κύματος είχαν τα σωμάτια α στο πείραμα αυτό? (Ή με άλλα λόγια: “πόση ήταν η διακριτική ικανότητα” των σωμάτων α ?).

Δίνεται ότι η κινητική τους ενέργεια ήταν 5.41 MeV.

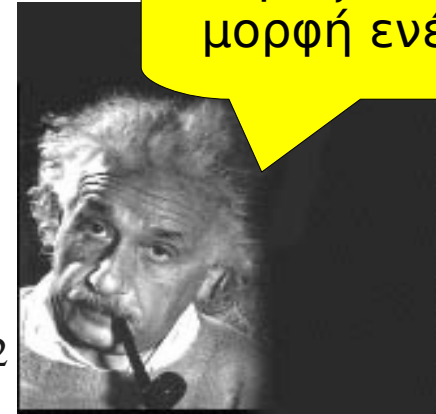
Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια E
μάζα m

Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας



γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

$$\text{Σημείωση: } mc=1, \text{ γράφουμε: } E^2 = p^2 + m^2, \text{ κλπ}$$

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^9 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm} \quad \text{ή} \quad \hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,
και θα βάζουμε

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$1 \text{ amu} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$

Άσκηση Α: διακριτική ικανότητα = μήκος κύματος των εκπεμπόμενων α

- $K = 5.41 \text{ MeV}$ (κινητική ενέργεια)

- $m = 3727.38 \text{ MeV}/c^2$

Ξεχνάω τα c και βάζω παντού MeV . Στο τέλος όμως βάζω τις σωστές μονάδες

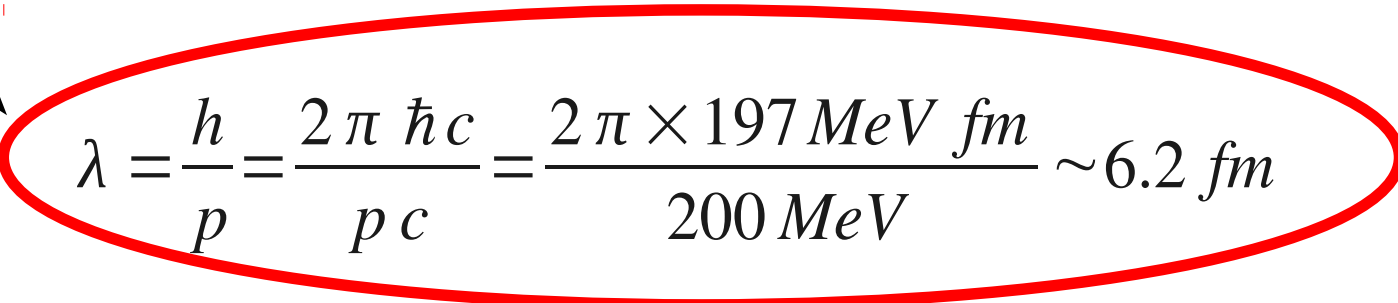
- $E = K + m = 5.41 + 3727.38 = 3732.79 \text{ MeV}$

$$p = \sqrt{E^2 - m^2} = \sqrt{3732.79^2 - 3727.38^2} \sim 200 \text{ MeV}/c$$

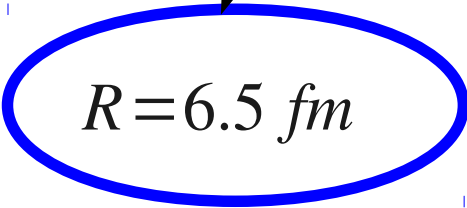
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi \hbar c}{p c} = \frac{2\pi \times 197 \text{ MeV fm}}{200 \text{ MeV}} \sim 6.2 \text{ fm}$$

Άσκηση Α: Γιατί δούλεψε το πείραμα Rutherford

- Τα σωματίδια α που εκπέμπονταν από το Πολώνιο (Po) είχαν **μήκος κύματος** συμβατό με τις **διαστάσεις** των βομβαρδιζόμενων πυρήνων χρυσού (Au)


$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi \hbar c}{p c} = \frac{2\pi \times 197 \text{ MeV fm}}{200 \text{ MeV}} \sim 6.2 \text{ fm}$$

Στο επόμενο μάθημα θα δούμε ότι η ακτίνα των πυρήνων Πολωνίου είναι:


$$R = 6.5 \text{ fm}$$

Χαρακτηριστικό μέγεθος Πυρήνων

**Οι πυρήνες έχουν ακτίνα $\sim 1-10 \text{ fm}$
 $= 1-10 * 10^{-15} \text{ m} = 10^{-5} - 10^{-4} \text{ A}^\circ$**

- **Οι πυρήνες είναι 10 με 100 χιλιάδες φορές μικρότεροι των ατόμων**

Συμβολισμοί και Ορολογία

- **νουκλίδιο** X : $\overset{A}{\underset{Z}{X}}$ (π.χ. ${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H}$, ${}^3_1\text{H}$)

A = άθροισμα πρωτονίων και νετρονίων (**νουκλεόνια**)

Z = αριθμός πρωτονίων
→ δίνει το όνομά του στο κάθε στοιχείο.

πχ., κάθε στοιχείο με δύο πρωτόνια ($Z=2$) ονομάζεται ήλιο (He).

** Ειδικά ονόματα για το υδρογόνο ($Z=1$): υδρογόνο, δευτέριο, τρίτιο:

H ($A=1$) , D ($A=2$), T ($A=3$)

- **Ισότοπο** : νουκλίδιο με ίδιο αριθμό πρωτονίων (Z)
- **Ισότονο** : νουκλίδιο με ίδιο αριθμό νετρονίων (N)
- **Ισοβαρές** : νουκλίδιο με ίδιο μαζικό αριθμό A

Periodic Table of Elements

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18										
1	1 H Hydrogen 1.00794	Atomic # Symbol Name Atomic Mass																2 He Helium 4.002602										
	C Solid																		Metals						Nonmetals			
	Hg Liquid																											
	H Gas																											
	Rf Unknown																											
	Alkali metals																		Transition metals		Poor metals		Other nonmetals		Noble gases			
	Lanthanoids																		Actinoids									
3	3 Li Lithium 6.941	4 Be Beryllium 9.012182																	5 B Boron 10.811	6 C Carbon 12.0107	7 N Nitrogen 14.0067	8 O Oxygen 15.9994	9 F Fluorine 18.9984032	10 Ne Neon 20.1797				
3	11 Na Sodium 22.98976928	12 Mg Magnesium 24.3050																	13 Al Aluminium 26.9815386	14 Si Silicon 28.0855	15 P Phosphorus 30.973762	16 S Sulfur 32.065	17 Cl Chlorine 35.453	18 Ar Argon 39.948				
4	19 K Potassium 39.0983	20 Ca Calcium 40.078	21 Sc Scandium 44.955912	22 Ti Titanium 47.867	23 V Vanadium 50.9415	24 Cr Chromium 51.9961	25 Mn Manganese 54.938045	26 Fe Iron 55.845	27 Co Cobalt 58.933195	28 Ni Nickel 58.6934	29 Cu Copper 63.546	30 Zn Zinc 65.38	31 Ga Gallium 69.723	32 Ge Germanium 72.64	33 As Arsenic 74.92160	34 Se Selenium 78.96	35 Br Bromine 79.904	36 Kr Krypton 83.798										
5	37 Rb Rubidium 85.4678	38 Sr Strontium 87.62	39 Y Yttrium 88.90585	40 Zr Zirconium 91.224	41 Nb Niobium 92.90638	42 Mo Molybdenum 95.96	43 Tc Technetium (97.9072)	44 Ru Ruthenium 101.07	45 Rh Rhodium 102.90550	46 Pd Palladium 106.42	47 Ag Silver 107.8682	48 Cd Cadmium 112.411	49 In Indium 114.818	50 Sn Tin 118.710	51 Sb Antimony 121.760	52 Te Tellurium 127.60	53 I Iodine 126.90447	54 Xe Xenon 131.293										
6	55 Cs Caesium 132.9054519	56 Ba Barium 137.327	57-71		72 Hf Hafnium 178.49	73 Ta Tantalum 180.94788	74 W Tungsten 183.84	75 Re Rhenium 186.207	76 Os Osmium 190.23	77 Ir Iridium 192.217	78 Pt Platinum 195.084	79 Au Gold 196.966569	80 Hg Mercury 200.59	81 Tl Thallium 204.3833	82 Pb Lead 207.2	83 Bi Bismuth 208.98040	84 Po Polonium (209)	85 At Astatine (210)	86 Rn Radon (222)									
7	87 Fr Francium (223)	88 Ra Radium (226)	89-103		104 Rf Rutherfordium (261)	105 Db Dubnium (262)	106 Sg Seaborgium (266)	107 Bh Bohrium (264)	108 Hs Hassium (277)	109 Mt Meitnerium (268)	110 Ds Darmstadtium (271)	111 Rg Roentgenium (272)	112 Uub Ununbium (285)	113 Uut Ununtrium (284)	114 Uuq Ununquadium (289)	115 Uup Ununpentium (288)	116 Uuh Ununhexium (292)	117 Uus Ununseptium (291)	118 Uuo Ununoctium (294)									

For elements with no stable isotopes, the mass number of the isotope with the longest half-life is in parentheses.

Design and Interface Copyright © 1997 Michael Dayah (michael@dayah.com). <http://www.ptable.com/>



57 La Lanthanum 138.90547	58 Ce Cerium 140.116	59 Pr Praseodymium 140.90768	60 Nd Neodymium 144.242	61 Pm Promethium (145)	62 Sm Samarium 150.36	63 Eu Europium 151.964	64 Gd Gadolinium 157.25	65 Tb Terbium 158.92535	66 Dy Dysprosium 162.500	67 Ho Holmium 164.93032	68 Er Erbium 167.259	69 Tm Thulium 168.93421	70 Yb Ytterbium 173.054	71 Lu Lutetium 174.9668
89 Ac Actinium (227)	90 Th Thorium 232.03806	91 Pa Protactinium 231.03588	92 U Uranium 238.02891	93 Np Neptunium (237)	94 Pu Plutonium (244)	95 Am Americium (243)	96 Cm Curium (247)	97 Bk Berkelium (247)	98 Cf Californium (251)	99 Es Einsteinium (252)	100 Fm Fermium (257)	101 Md Mendelevium (258)	102 No Nobelium (259)	103 Lr Lawrencium (262)

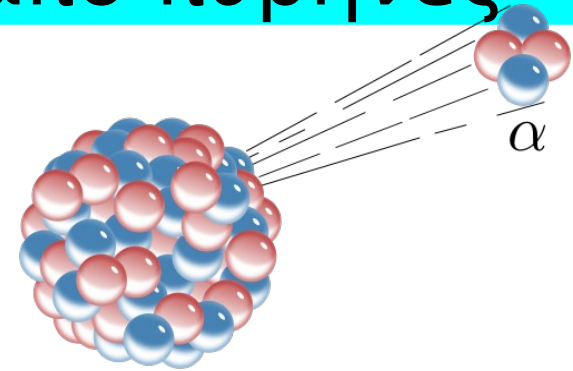
Τι μπορεί να πάθει ένας πυρήνας μόνος;

- Ή θα συνεχίσει να υπάρχει για πάντα ως έχει
- Ή κάποια στιγμή θα διασπαστεί

Αυθόρμητη διάσπαση πυρήνων (ραδιενέργεια) και είδη ακτινοβολίας από πυρήνες

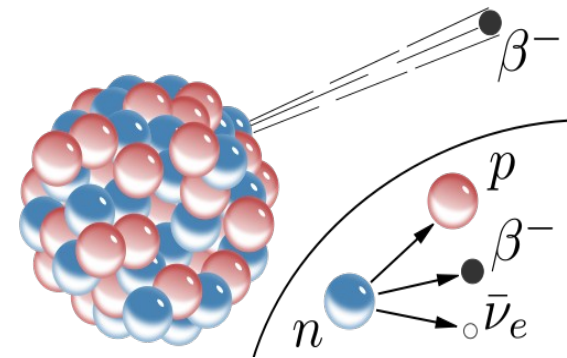
α-διάσπαση:

ο πυρήνας διώχνει ένα συσμάτωμα
από {2 πρωτόνια και δύο νετρόνια}
= διώχνει ένα σωματίδιο άλφα
(δηλαδή έναν πυρήνα ηλίου, He)



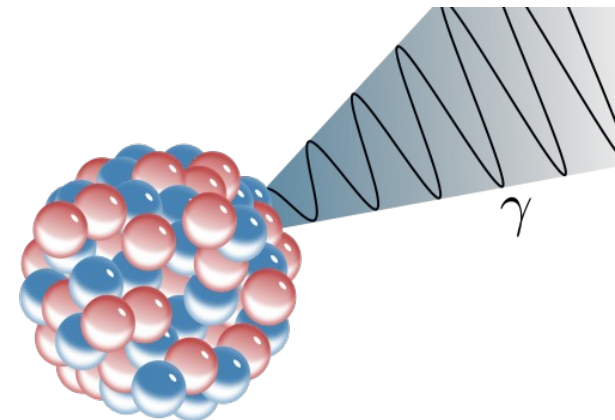
β-διάσπαση:

ο πυρήνας διώχνει ένα ηλεκτρόνιο
(e^-) ή ποζιτρόνιο (e^+)



γ-διάσπαση:

ο πυρήνας διώχνει ένα φωτόνιο (γ)
→ η μόνη περίπτωση που μένει ο ίδιος, απλά
με χαμηλότερη ενέργεια



Αυθόρμητη διάσπαση και είδη ακτινοβολίας από πυρήνες

ακτινοβολία α :

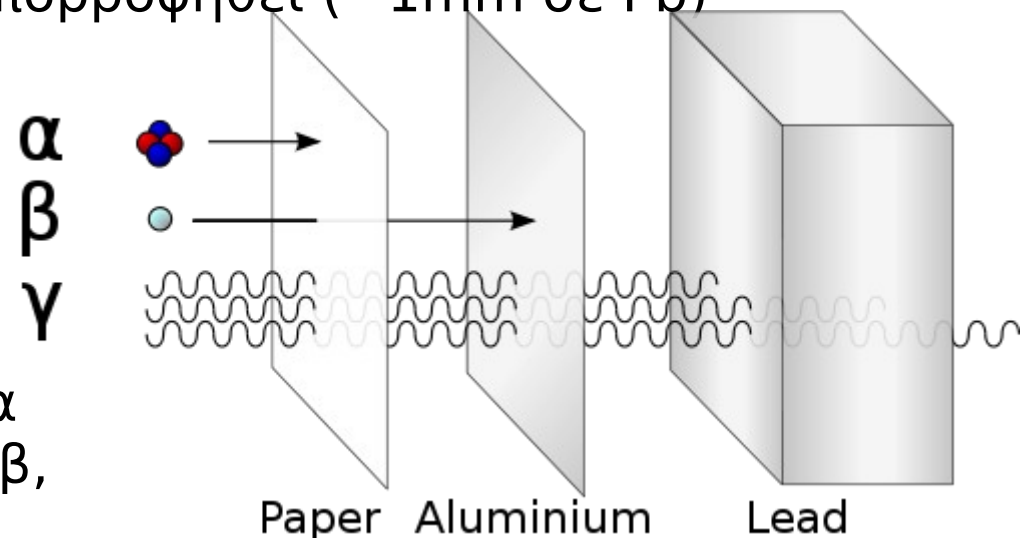
- Θετικά φορτισμένα σωματίδια και βαριά (~ 4 φορές το πρωτόνιο, δηλ. ~ 4 GeV)
- Αλληλεπιδράει με την ύλη μέσω της ισχυρής δύναμης: σταματάει εύκολα (~ 0.02 mm σε Pb)

ακτινοβολία β (β^- ή β^+):

- Φορτισμένα σωματίδια (ηλεκτρόνια ή ποζιτρόνια) και ελαφριά (~ 2000 φορές λιγότερο από τα πρωτόνια)
- Αλληλεπιδράει με την ύλη με την ηλεκτρομαγνητική δύναμη και διασχίζει περισσότερη ύλη μέχρι να απορροφηθεί (~ 1 mm σε Pb)

ακτινοβολία γ :

- Αφόρτιστα “σωματίδια”, χωρίς μάζα
- Πιο διεισδυτική στην ύλη από α και β , απορροφάται σταδιακά



Αυθόρμητη διάσπαση – χρόνος ζωής

- Μέσος χρόνος ζωής σωματιδίου = τ
= ο μέσος χρόνος που υπάρχει το σωματίδιο πριν διασπαστεί
- Η πιθανότητα διάσπασης ανά μονάδα χρόνου είναι σταθερή ($=\lambda$ = “σταθερά διάσπασης” = “ρυθμός διάσπασης”), δηλ. **η πιθανότητα διάσπασης είναι ανεξάρτητη από την ηλικία του πυρήνα** (π.χ., $\lambda = 1\%$ ανά λεπτό = $0.01/\text{min}$). [όχι όπως τα βιολογικά συστήματα...]
 - πιθανότητα διάσπασης μέσα σε χρονικό διάστημα $dt = \lambda * dt$
- Σε $t=0$ έχουμε N_0 πυρήνες. Σε χρόνο t , έχουμε $N(t)$
- Στο διάστημα $\{t, t+dt\}$ έχουν **διασπαστεί: $N(t) * \lambda * dt$** πυρήνες και έχουν **απομείνει: $N(t+dt) = N(t) - N(t) * \lambda * dt \rightarrow$**

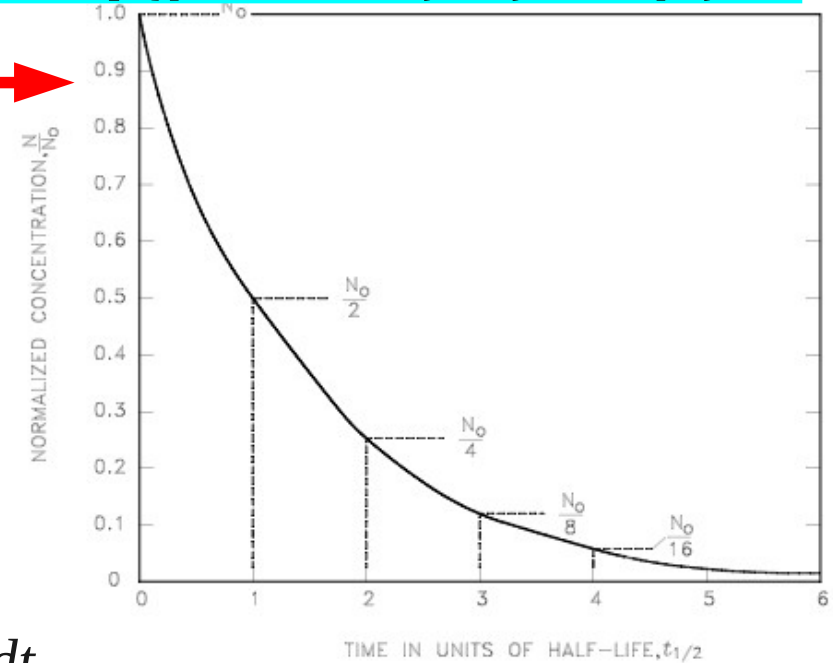
$$N(t+dt) - N(t) = - N(t) * \lambda * dt \rightarrow dN = -N * \lambda * dt \rightarrow \dots$$

$\dots \rightarrow N(t) = N_0 * e^{-\lambda t} \rightarrow$ εκθετική μείωση του ραδιενεργού υλικού με το πέρασμα του χρόνου

Αυθόρμητη διάσπαση - χρόνος ζωής

- $N(t) = N_0 * e^{-\lambda t}$

Εκθετική μείωση του αδιάσπαστου (και άρα ραδιενεργού) πληθυσμού με το πέρασμα του χρόνου



- **Μέσος χρόνος ζωής**

$$\tau = \frac{t_1 N_1 + t_2 N_2 + \dots}{N_1 + N_2 + \dots} = \frac{\int_0^{\infty} t N(t) dt}{\int_0^{\infty} N(t) dt} = \frac{N_0 \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt}{N_0 \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt} = \frac{\lambda^{-2}}{\lambda^{-1}} = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{1}{\tau}$$

- **Χρόνος ημίσειας ζωής: $T_{1/2}$**

$$N(t=T_{1/2}) = N_0/2 : N_0/2 = N_0 * e^{-\lambda t} \rightarrow t = T_{1/2} = \tau * \ln(2) = 0.693 * \tau$$

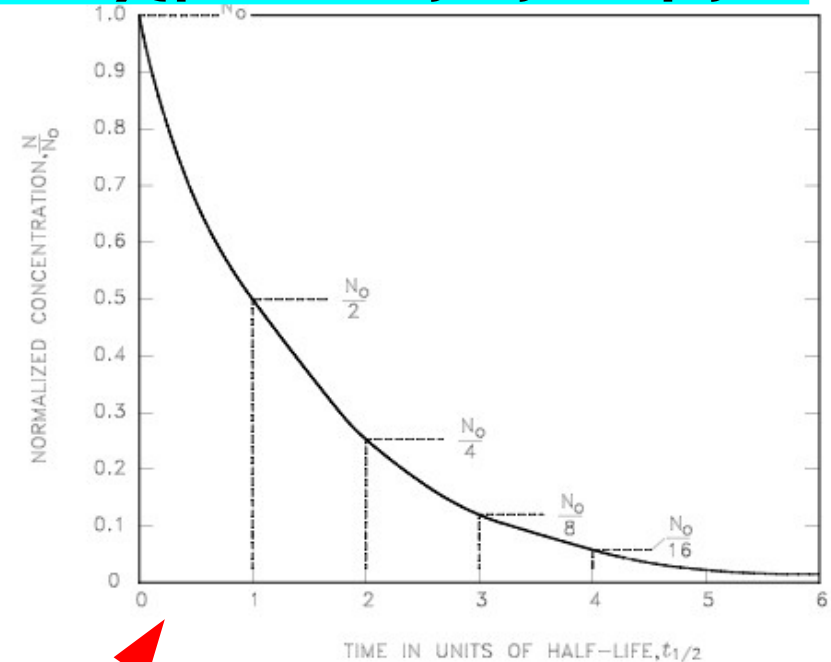
Αυθόρμητη διάσπαση - χρόνος ζωής

- $N(t) = N_0 * e^{-\lambda t}$

- **Ενεργότητα, A =**
διασπάσεις/μονάδα χρόνου:

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

Αρχική ενεργότητα



Η ενεργότητα μειώνεται εκθετικά με το χρόνο,
με τον ίδιο τρόπο όπως και ο πληθυσμός των εναπομείναντων
αδιάσπαστων (ραδιενεργών) πυρήνων.

Άσκηση Β

Άσκηση Β:

Ποια η ενεργότητα 1g ^{226}Ra ?

Δίνονται:

$$T_{1/2} = 1670\text{y} \approx 1.6 \times 10^3 \times 3.1 \times 10^7 \text{ s} \approx 5 \times 10^{10} \text{ s}$$

Λύση:

$$\lambda = 0.693 / (5 \times 10^{10} \text{ s}) \approx 1.4 \times 10^{-11} / \text{s}$$

1g περιέχει $N_0 \approx 6 \times 10^{23} / 226 \approx 2.7 \times 10^{21}$ πυρήνες

Η ενεργότητα στην αρχή δημιουργίας του δείγματος είναι

$$t=0 \quad A(t=0) = \lambda N_0 \approx 1.4 \times 10^{-11} \times 2.7 \times 10^{21} / \text{s} \approx \mathbf{3.7 \times 10^{10} \text{ διασπ./s}}$$

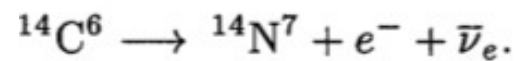
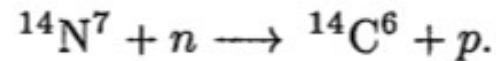
Μονάδες ενεργότητας:

Curie $1\text{Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ διασπ./s}$

Becquerel $1\text{Bq} = 1 \text{ διασπ./s}$

Σημείωση: Ραδιοχρονολόγηση με ^{14}C

Το ισότοπο ^{14}C παράγεται απο την αλληλεπίδραση της κοσμικής με το άζωτο ^{14}N της ατμόσφαιρας



β^- ραδιενεργό

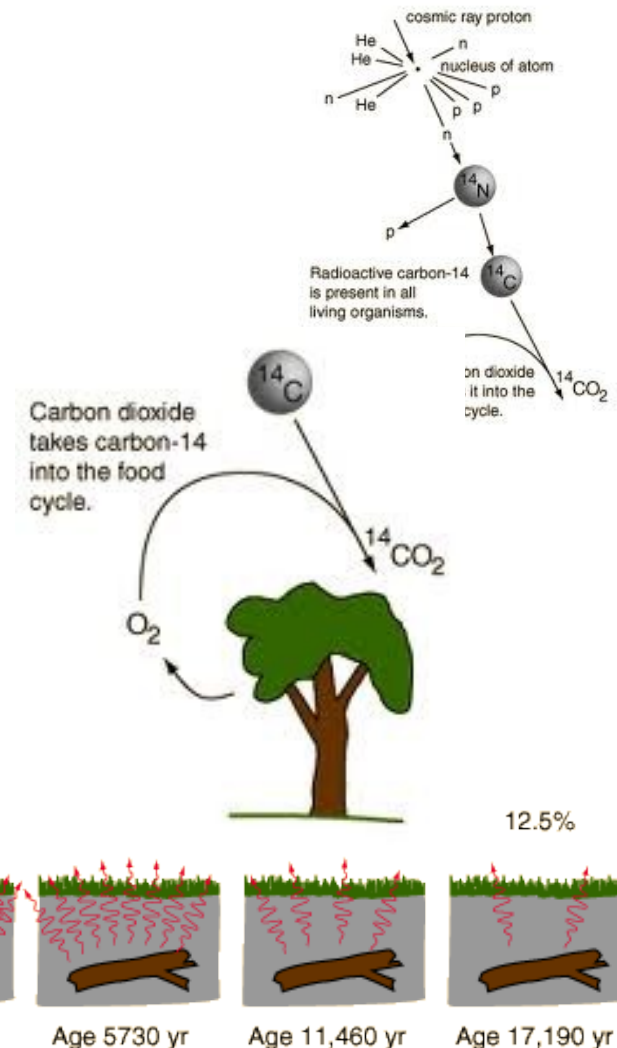
$T_{1/2} = 5730$ χρόνια.

Ζωντανοί οργανισμοί καταναλώνουν CO_2 το οποίο περιέχει τα ισότοπα του ^{12}C και ^{14}C .

Μετά το τέλος της ζωής του οργανισμού παύει η πρόσληψη ^{14}C και συνεχίζεται μόνο η διάσπάσή του.

Χρονολόγηση με τη σύγκριση της ενεργότητας του ^{14}C στο δείγμα τώρα, σε σχέση με την ενεργότητα του ^{14}C σε ζωντανό οργανισμό.

--> Ο λόγος των πυρήνων $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ σε ένα ζωντανό δένδρο είναι 1.3×10^{-12} . Μετά το θάνατο του δέντρου, η αναλογία μικραίνει αφού το ^{14}C διασπάται χωρίς να αναπληρώνεται.

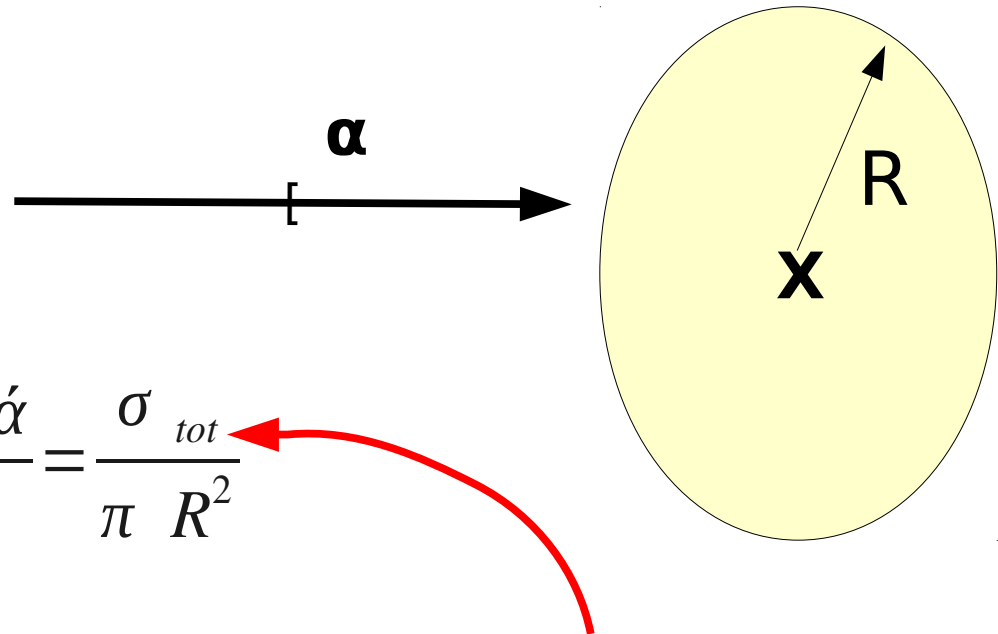


Τι μπορεί να πάθουν δύο σωματίδια που περνά το ένα από τη γειτονιά του άλλου;

- Ή δεν θα “αισθανθεί” κανείς την παρουσία του άλλου
- Ή θα αλληλεπιδράσουν
 - Η **“ενεργός διατομή”** της αλληλεπίδρασης δίνει ένα μέτρο της πιθανότητας αλληλεπίδρασης
 - Βιβλίο Cottingham & Greenwood (C&G): Παράρτημα A.1-A.3
 - Σκέδαση Rutherford : (C&G): Παράρτημα A.4

Αλληλεπιδράσεις και ενεργός διατομή: “1+1”

- Όταν έχουμε σκέδαση δύο σωματιδίων, μιλάμε για την **ενεργό διατομή** της αλληλεπίδρασης
- Έστω ένα σωματίδιο **α** που προσεγγίζει από κάποια απόσταση έναν ακίνητο πυρήνα **X** , και προσπίπτει τυχαία οπουδήποτε σε μια επιφάνεια πR^2 με κέντρο τον πυρήνα

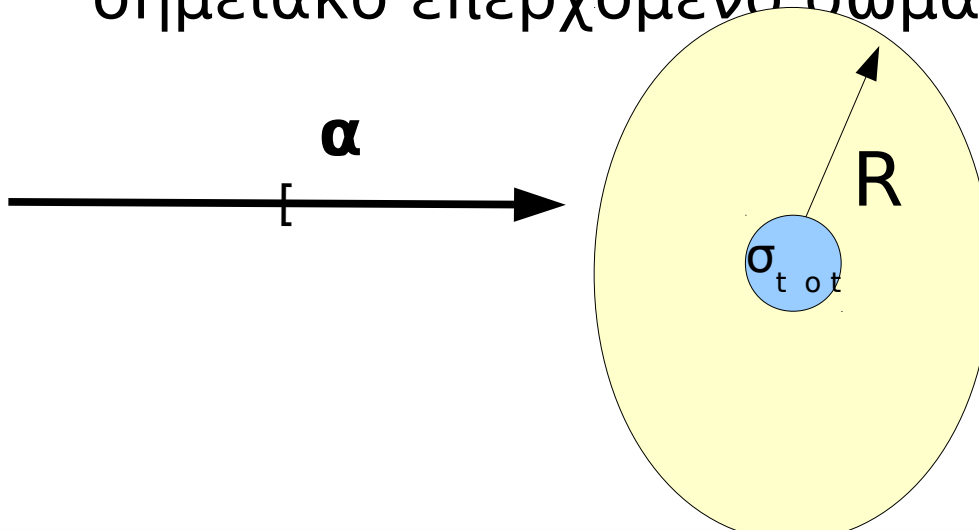


Πιθανότητα
αλληλεπίδρασης = $\frac{\text{σταθερά}}{\pi R^2} = \frac{\sigma_{tot}}{\pi R^2}$

σ_{tot} = Ενεργός διατομή της αλληλεπίδρασης
μονάδες επιφανείας, σε barn (“b”). $1b = (10 \text{ fm})^2$

Ενεργός διατομή

- Όταν έχουμε σκέδαση δύο σωματιδίων, μιλάμε για την **ενεργό διατομή** της αλληλεπίδρασης
- Η ενεργός διατομή μπορεί να θεωρηθεί σαν την “ενεργό επιφάνεια” που παρουσιάζει ο πυρήνας X σε σημειακό επερχόμενο σωματίδιο α

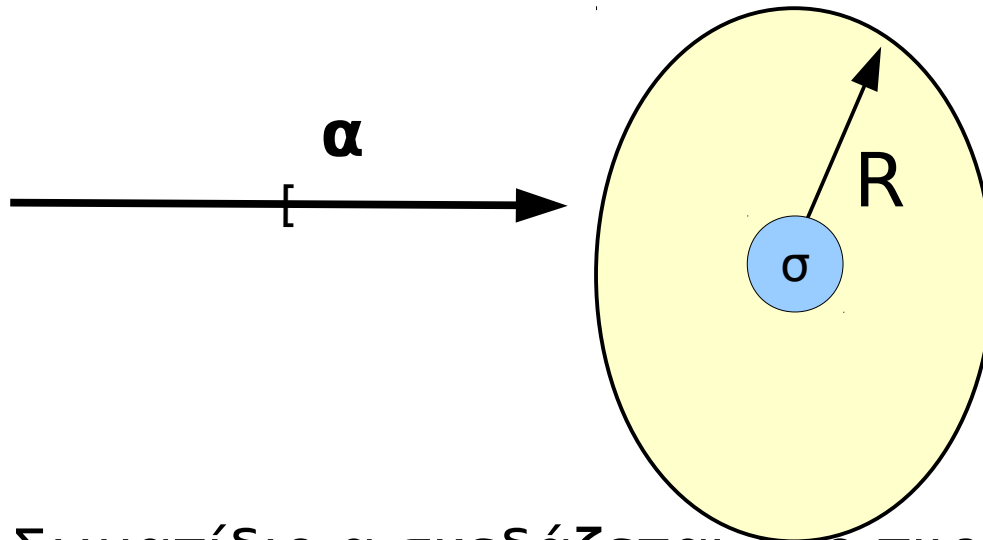


→ **Αλλά δεν είναι το ίδιο!**
Δεν έχουμε “hit or miss” στην αλληλεπίδραση σωματιδίων.

Βέβαια, η ενεργός διατομή δεν είναι γεωμετρικός παράγοντας, αλλά συλλογική ιδιότητα των δύο σωματιδίων που αλληλεπιδρούν.
Εξαρτάται και από τον τύπο των σωματιδίων και από την ενέργειά τους

Μιά αίσθηση μεγέθους ενεργών διατομών

- Ας πάρουμε τη γεωμετρική θεώρηση μιας σκέδασης



- Σωματίδιο α σκεδάζεται από πυρήνα με ακτίνα $r = 6 \text{ fm}$.
- Αν θεωρήσουμε το α σημειακό που πέφτει τυχαία οπουδήποτε στον μεγάλο κύκλο R , και επίσης θεωρήσουμε την επιφάνεια σ που παρουσιάζει ο πυρήνας σαν την “ενεργό” επιφάνεια αλληλεπίδρασης, τότε η ενεργός διατομή αλληλεπίδρασης είναι $\sigma = \pi * r^2 = 113 \text{ fm}^2 = 1.13 \text{ mb}$
- πιθανότητα το α να πέσει πάνω στον πυρήνα $= \pi * r^2 / \pi * R^2 = \sigma / (\pi * R^2)$, με $\sigma = 1.13 \text{ mb}$, που είναι σωστή τάξη μεγέθους για ισχυρές αλληλεπιδράσεις.

Ενεργός διατομή: επί μέρους και ολική

- **Η ενεργός διατομή δεν είναι γεωμετρικός παράγοντας**
- Εξαρτάται από τα σωματίδια που αλληλεπιδρούν και τις ενέργειές τους
 - π.χ. $\sigma(\pi+p) > \sigma(e+p) > \sigma(\nu+p)$
- Ανάλογα με την ερώτηση που θέλουμε να απαντήσουμε, μπορεί να εξαρτάται επίσης και από τα παραγόμενα σωματίδια και τα χαρακτηριστικά τους
 - Μπορούμε να ορίσουμε τις “επί μέρους ενεργές διατομές” = “**exclusive cross section**”) = σ_i
 - π.χ., $\sigma(pp \rightarrow W), \sigma(pp \rightarrow Z)$
 - “ολική ενεργός διατομή” = “**inclusive cross section**”
= $\sigma_{tot} = \sum \sigma_i$
 - π.χ., $\sigma_{tot}(pp) = \sigma(pp \rightarrow W) + \sigma(pp \rightarrow Z) + \dots$

Παράδειγμα: ενεργός διατομή

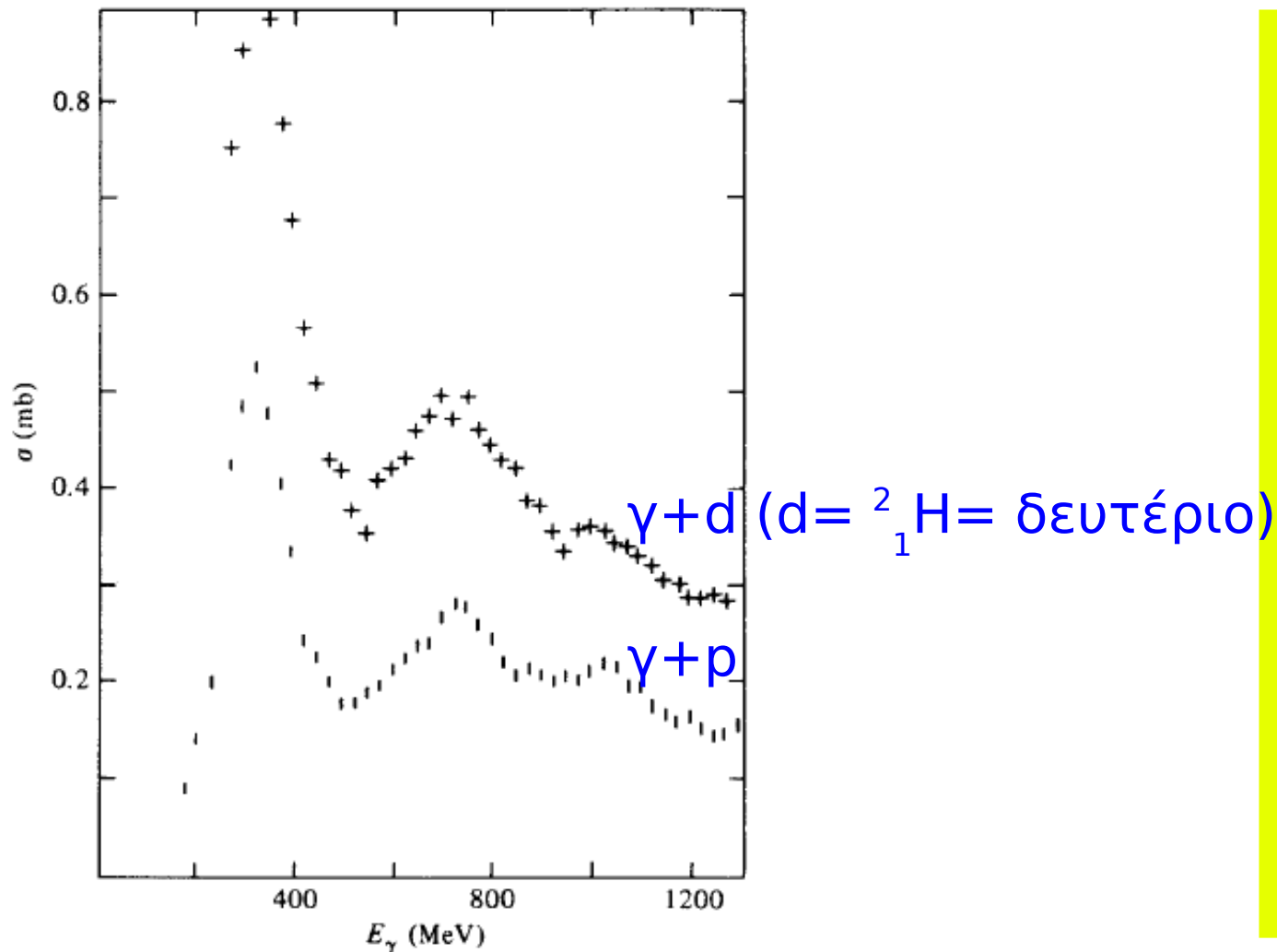


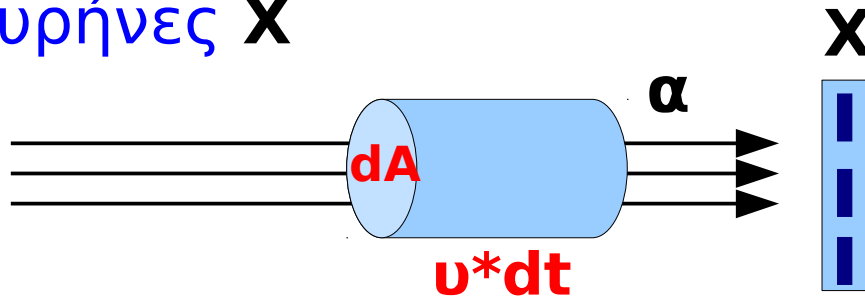
Fig. 3.1 The total photon cross-section for hadron production on protons (dashes) and deuterons (crosses). The difference between these cross-sections is approximately the cross-section on neutrons. (After Armstrong, T. A. *et al.* (1972), *Phys. Rev.* **D5**, 1640; *Nucl. Phys.* **B41**, 445.)

- Η ενεργός διατομή είναι συλλογική ιδιότητα των δύο σωματιδίων που αλληλεπιδρούν: εξαρτάται από τον τύπο των σωματιδίων και την ενέργειά τους

Σχήμα 3.1 στο βιβλίο πυρηνικής C&G (5ου εξαμήνου)

Ενεργός διατομή και ρυθμός αντίδρασης: "πολλά+1"

- Δέσμη σωματιδίων α , προσπίπτει με ταχύτητα u σε υλικό με πυρήνες X



ρ_α = αριθμητική
πυκνότητα όγκου
δέσμης σωματιδίων α

- Αριθμητική πυκνότητα της δέσμης $\alpha = \rho_\alpha$ = αριθμός σωματιδίων α , ανά μονάδα όγκου
- Ροή των σωματιδίων $\alpha = \Phi$ = αριθμός σωματιδίων α που περνούν ανά μονάδα επιφάνειας, ανά μονάδα χρόνου = $\rho_\alpha * u$ [Σημείωση: από την επιφάνεια dA σε χρόνο dt περνν $\rho_\alpha * dA * u * dt$ σωματίδια α]
- Αριθμός α που διέρχεται από επιφάνεια πR^2 γύρω έναν πυρήνα X , στη μονάδα χρόνου ($dt=1$) : $\rho_\alpha * u * \pi R^2 = \Phi * \pi R^2$
- Θυμάστε: πιθανότητα αλληλεπίδρασης ενός α με έναν $X = \frac{\sigma}{\pi R^2}$
- Ρυθμός (dN/dt) αλληλεπίδρασης σωματιδίων α με έναν πυρήνα $X = (\rho_\alpha * u * \pi R^2) * (\sigma / \pi R^2) = \rho_\alpha * u * \sigma_{tot} = \Phi * \sigma_{tot} \Rightarrow dN/dt = \Phi * \sigma_{tot}$
= ροή προσπίπτοντων σωματιδίων * ενεργός διατομή αλληλεπίδρασης

Χρηστικός ορισμός ενεργού διατομής, σ

- Αν έχουμε την αντίδραση



όπου μια δέσμη σωματιδίων α , με ροή Φ , συγκρούεται με ΕΝΑ σωματίδιο τύπου X , τότε:

- Ο ρυθμός αλληλεπιδράσεων ($R = dN/dt$) είναι

$$\mathbf{R = dN/dt = \sigma * \Phi \quad \rightarrow \quad \sigma = R/\Phi}$$

οπότε μπορούμε χρηστικά να ορίσουμε την ενεργό διατομή σ , ως το ρυθμό αλληλεπιδράσεων ανά μονάδα ροής των προσπιπτων σωματιδίων και ανά σωματίδιο του στόχου

Πέρασμα δέσμης μέσα από υλικό με πολλούς πυρήνες: “πολλά + πολλά”

- Όταν μια δέσμη πολλών σωματιδίων α , πέφτει πάνω σε N_X πυρήνες, τότε ο ρυθμός αλληλεπιδράσεων είναι N_X φορές μεγαλύτερος απ' ότι αν η δέσμη των σωματιδίων α έπεφτε σε στόχο με έναν μόνο πυρήνα X :

$$dN/dt = N_X * (\Phi * \sigma)$$

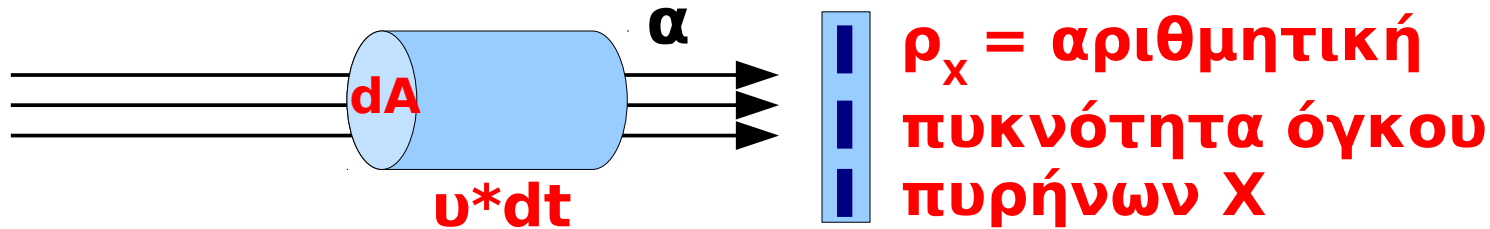
- Αν η δέσμη των σωματιδίων α έχει **επιφάνεια A** (αλληλεπικάλυψης με το στόχο), και πέφτει πάνω στο στόχο που έχει πάχος dx ,
- Αν οι πυρήνες X έχουν αριθμητική πυκνότητα όγκου: ρ_X (=αριθμός πυρήνων / cm^3),

τότε: $N_X = \rho_X * \text{όγκος} = \rho_X * A * dx$

Οπότε:
 $dN/dt = (\rho_X * A * dx * \Phi) * \sigma$

Ενεργός διατομή και μέση ελεύθερη διαδρομή: “1+πολλά”

- Κατ' αντιστοιχία με σέσμη σωματιδίων α , που προσπίπτει με ταχύτητα u σε υλικό με πυρήνες X



- Και κατ' αντίστοιχα με την ανάλυση “πολλά + 1”, έχουμε:

Ρυθμός αντιδράσεων ($R=dN/dt$) ενός σωματιδίου α με τους πυρήνες X του στόχου: $dN/dt = \rho_x * u * \sigma_{tot}$

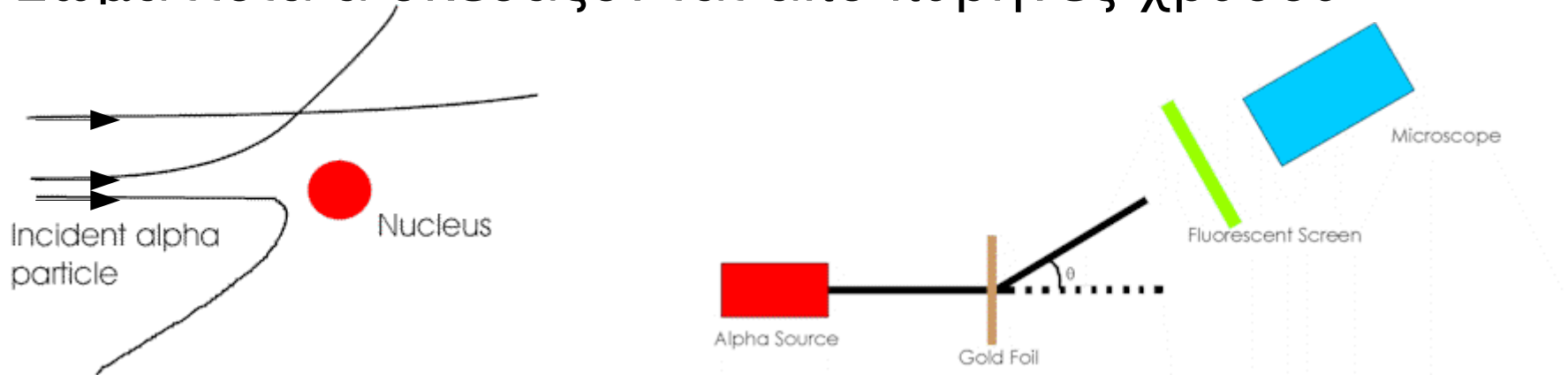
- (σαν να είμαι πάνω στο α και να βλέπω τους πυρήνες X να έρχονται με ταχύτητα u , οπότε έχω: **ροή των σωματιδίων X * ενεργός διατομή αλληλεπίδρασης**)

- Για **μία** αλληλεπίδραση ($dN/dt=1/dt$) απαιτείται κατά μέσο όρο χρόνος $\tau = 1/(\rho_x * u * \sigma_{tot})$

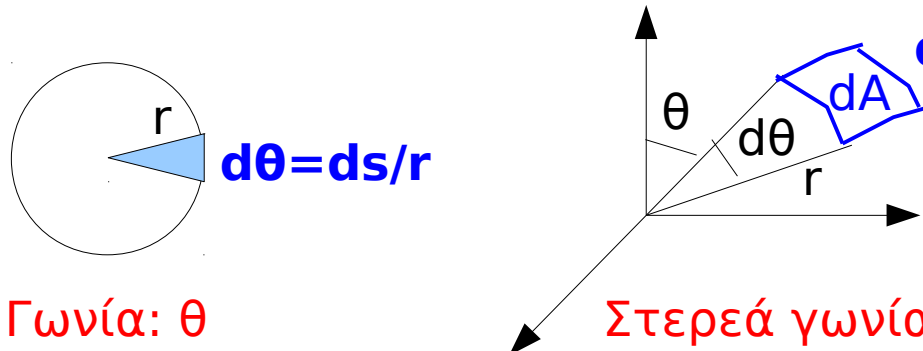
- Μέση ελεύθερη διαδρομή, $L = \tau * u = 1/(\rho_x * \sigma_{tot})$**

Rutherford scattering (σκέδαση)

- Σωματίδια α σκεδάζονται από πυρήνες χρυσού



- Μετρώ σε κάθε θέση θ , πόσα σωματίδια α “βλέπω” μέσα σε χρόνο dt :
Επειδή $dN/dt = \text{ροή} * \sigma$, έχω $dN = \text{ροή} * dt * \sigma$
- Επίσης μετρώ τον αριθμό των σωματιδίων dN , ανά μονάδα στερεάς γωνίας $d\Omega$: Δηλαδή μετρώ $dN/d\Omega$



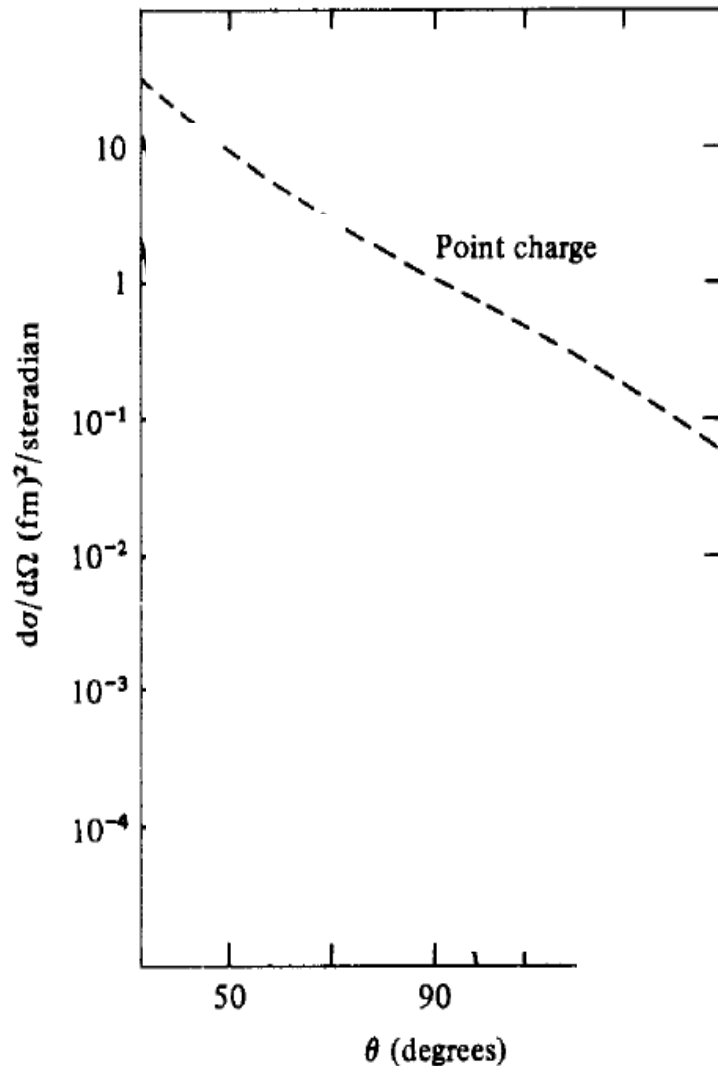
$$d\Omega = dA/r^2 = (r * d\theta * r * \sin\theta * d\phi) / r^2 = d\phi * \sin\theta * d\theta$$

→ αν δεν με ενδιαφέρει το ϕ , ολοκληρώνω και παίρνω 2π απ'αυτό:

$$d\Omega = 2\pi * \sin\theta * d\theta = 2\pi * d(\cos\theta)$$

Rutherford scattering (σκέδαση)

- Αν ο πυρήνας είναι σημειακό φωτίο: Rutherford approximation (σημείωση: $d\sigma$ για αλληλεπίδραση που δίνει σκεδαζόμενα σωματίδια σε γωνία θ έως $\theta + d\theta$)



$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{(\text{ροή} * dt) * d\sigma}{d\Omega} = \sigma \alpha \theta * \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

1. Μετράμε το $dN/d\Omega$, και άρα το $d\sigma/d\Omega$

2. Αν οι πυρήνες είναι σημειακοί, περιμένουμε από τη θεωρία:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} = \frac{1}{(1 - \cos\theta)^2}$$

3. Αν δεν μετράμε αυτό, τότε οι μετρήσεις μάς λένε ότι οι πυρήνες δεν είναι σημειακοί*

Μερικοί σχετικοί ιστότοποι

- **Rutherford scattering:**

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/rutsca.html#c2>

- **Ενεργός διατομή σκέδασης:**

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/nuclear/crosec.html#c5>

- **Great experiments in Physics**

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/grexp.html#c1>

Τί είδαμε σήμερα - Βασικά

- **Περίπου πόσο μεγάλα είναι τα άτομα?**
- **Περίπου πόσο μεγάλοι είναι οι πυρήνες?**
 - Πείραμα Rutherford
 - Μήκος κύματος σωματιδίων α
 - Μονάδες και σχετικιστική κινηματική
- **Ορισμοί**
- **Μεταβολές στους πυρήνες**
 - Αυθόρμητη διάσπαση, χρόνος ζωής και νόμος ραδιενεργών διασπάσεων
 - Ενεργός διατομή και ρυθμός αλληλεπιδράσεων

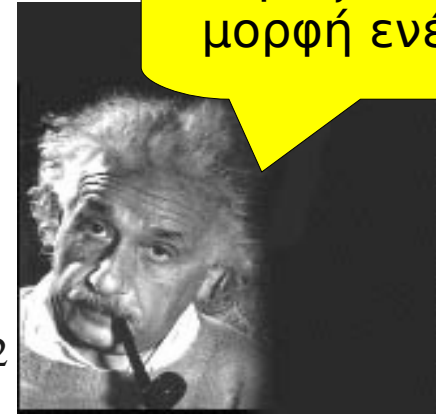
Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια E
μάζα m

Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας



γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σ η μ ε ί ω σ η $mc=1$, γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κ λ π

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^9 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm} \quad \text{ή} \quad \hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,
και θα βάζουμε

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$\mathbf{1 \text{ amu}} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$