

Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2015-16)

Τμήμα Τ3: Κ. Κορδάς & Σ. Ε. Τζαμαρίας

Μάθημα 4

Μέγεθος του πυρήνα

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη Ι, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 9 Οκτωβρίου 2015

Σήμερα

- **Μέγεθος των πυρήνων.**

- Βιβλίο C&G : Κεφ. 4, έως και παρ. 4.3
- Σημειώσεις Πυρηνικής: Κεφ. 2

<http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

- **Μάζα των πυρήνων, ενέργεια σύνδεσης και έλλειμα μάζας.**

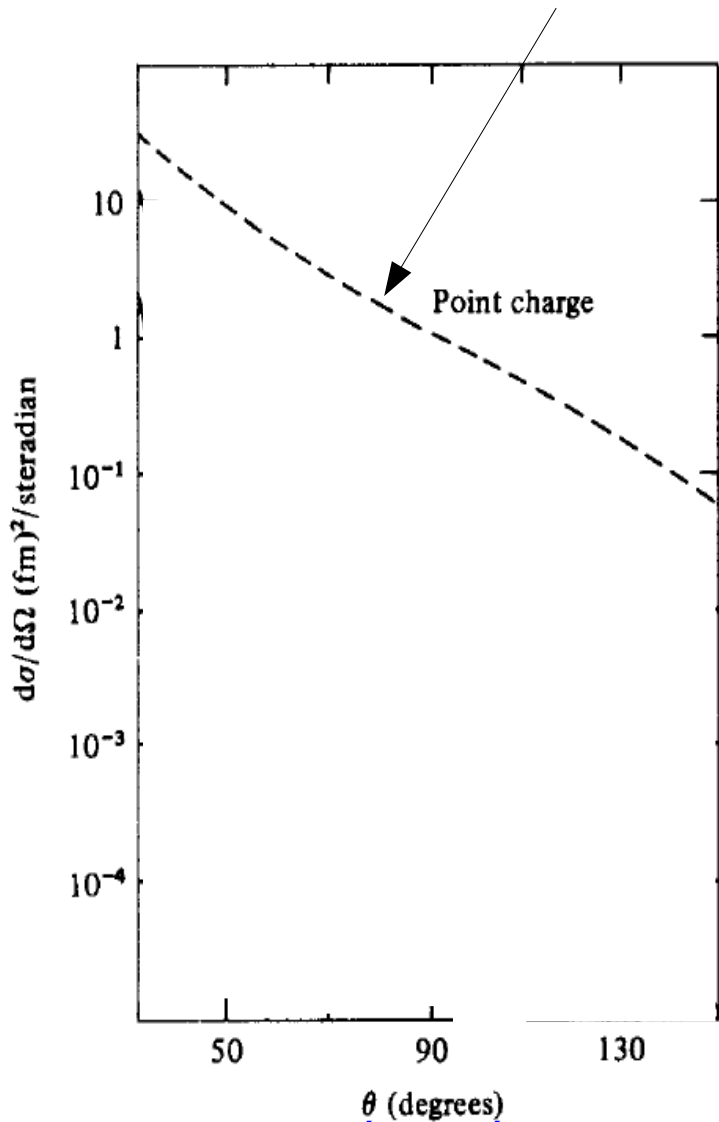
- Βιβλίο C&G : Κεφ. 4, παρ. 4.4 και 4.5
- Σημειώσεις Πυρηνικής: Κεφ. 3, έως παρ.3.2

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (1)

Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο
(για ηλεκτρόνιο με $E = 126 \text{ MeV}$)

- Σκέδαση ηλεκτρονίων $\rightarrow$ ευαίσθητα στην κατανομή των πρωτονίων

- Υπολογισμός: Πόση ενέργεια πρέπει να έχει ένα ηλεκτρόνιο ώστε να έχει μήκος κύματος $\lambda = 6 \text{ fm}$? Πόση για $\lambda = 1 \text{ fm}$?



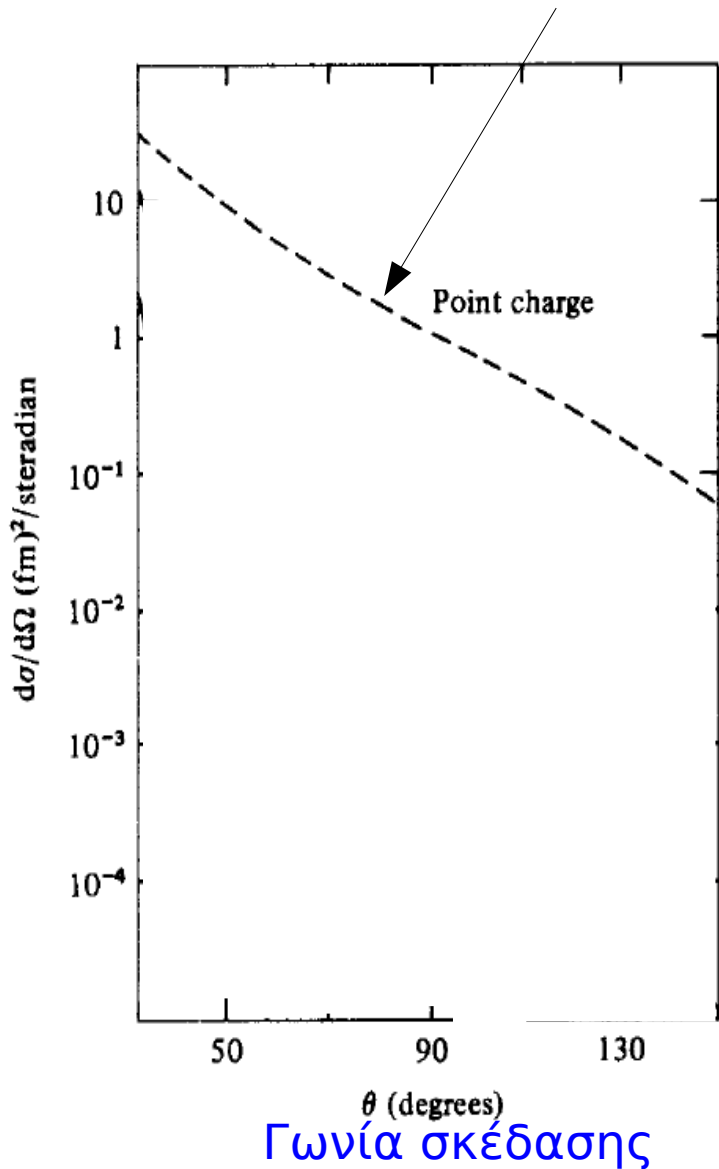
Ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας

Γωνία σκέδασης

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (2)

Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο
(για ηλεκτρόνιο με $E = 126 \text{ MeV}$)

Ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας



- Ενεργός διατομή σκέδασης ηλεκτρονίων από σημειακό πυρήνα (a la Rutherford):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Z_1 * Z_2 * e^2)^2}{4 E} * \frac{1}{\sin^4(\theta / 2)}$$

- $Z_1 e$ = φορτίο βλήματος
(για ηλεκτρόνια, $e : Z_1 = 1$)
- E = ενέργεια βλήματος
- $Z_2 e$ = φορτίο στόχου (πυρήνα).
(για χρυσό, Au : $Z_2 = 79$)
- θ = γωνία σκέδασης του βλήματος
- Υπολογισμός:** Πόση είναι η ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας ($d\sigma/d\Omega$) για σκέδαση σε $\theta=90^\circ$, ενός ηλεκτρονίου σε χρυσό, με ενέργεια ηλεκτρονίου 126 MeV?

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (3)

Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο
(για ηλεκτρόνιο με $E = 126 \text{ MeV}$)

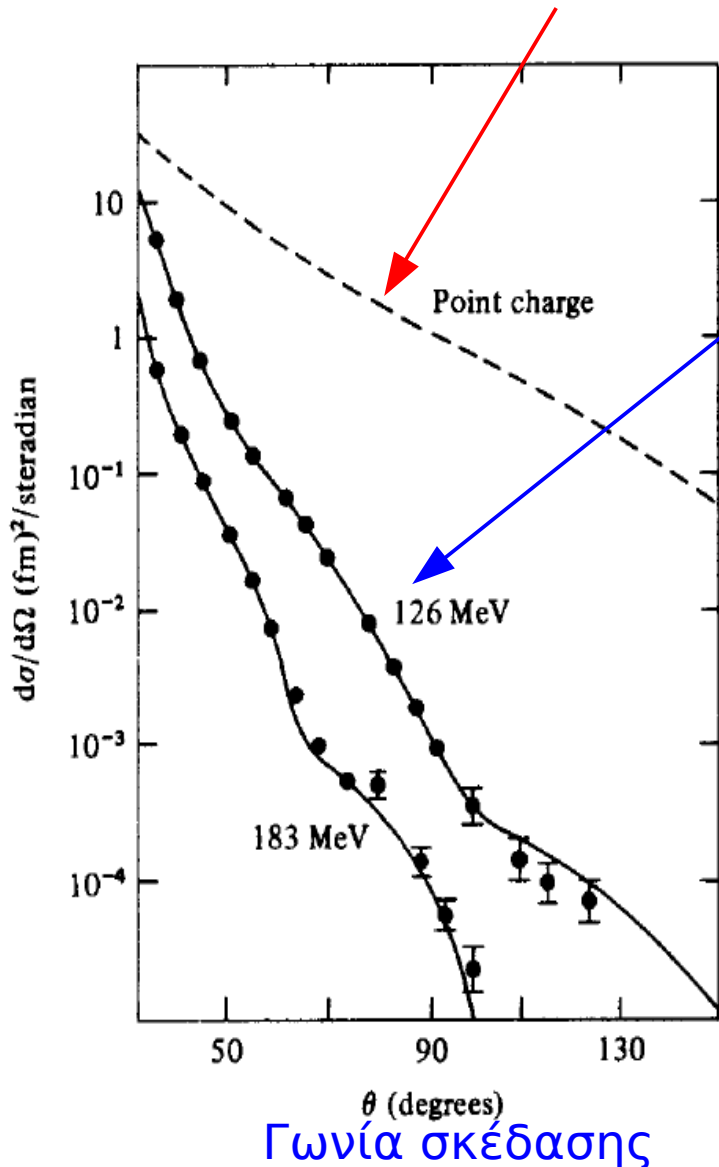
- Το πείραμα δείχνει απόκλιση από το μοντέλο του σημειακού πυρήνα

→ και μάλιστα, όσο μεγαλύτερη η ενέργεια των ηλεκτρονίων τόσο μεγαλύτερη η απόκλιση, δηλ, τόσο λιγότερο σημειακός δείχνει ο πυρήνας με φορτίο Ze

- μικρότερα και μικρότερα μήκη κύματος → κβαντικά φαινόμενα

- Απλό μοντέλο της πυκνότητας των πρωτονίων περιγράφει τα δεδομένα → δείτε πρόβλημα 4.2 στο βιβλίο όπου “δοκιμάζουμε” κάποιες κατανομές φορτίου για να εξηγήσουμε την παρατηρούμενη ενεργό διατομή

Ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας



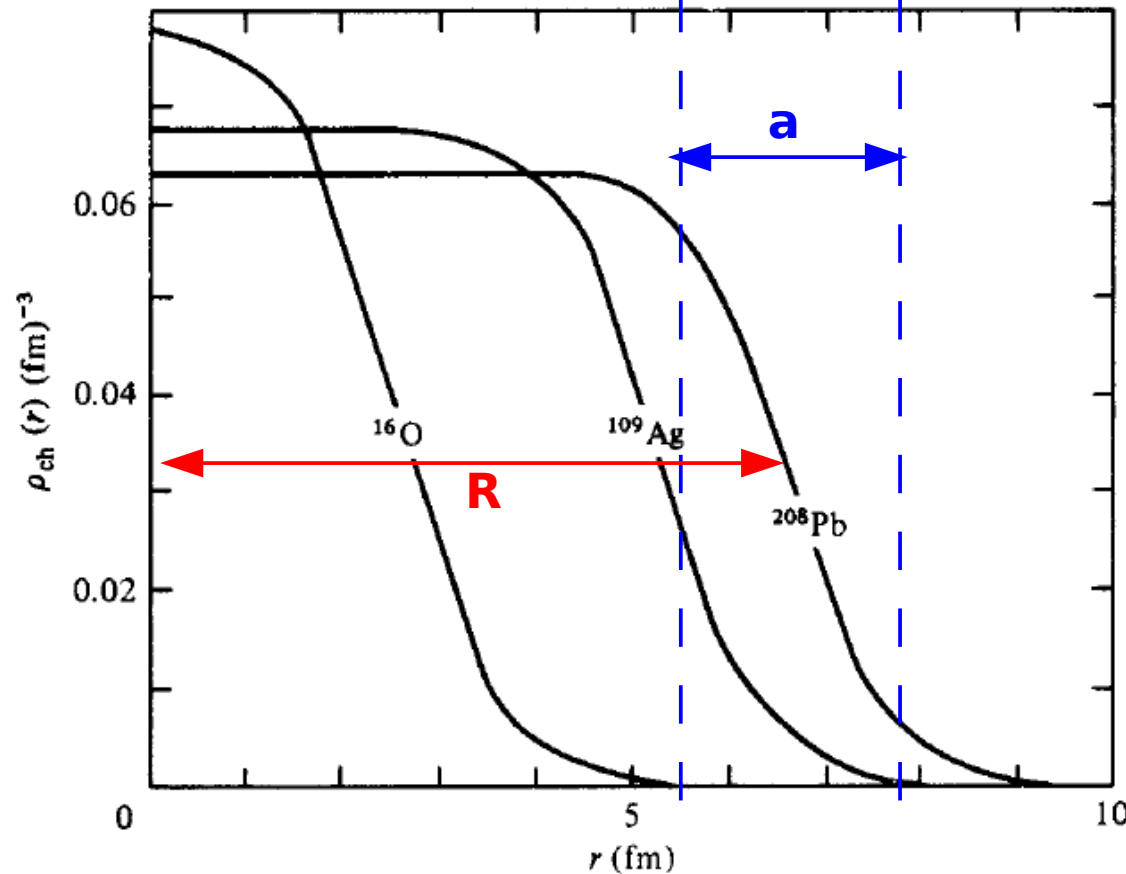
Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (4)

- Απλό μοντέλο της πυκνότητας των πρωτονίων περιγράφει τα δεδομένα

$$\rho_{\text{ch}}(r) = \frac{\rho_{\text{ch}}^0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$

- Συνθήκη “κανονικοποίησης” (εφαρμογή κοινής λογικής στο μέτρημα): το ολοκλήρωμα της πυκνότητας ρ_{ch} πρέπει να δίνει τον αριθμό των πρωτονίων, Z

$$\int \rho_{\text{ch}}(r) d^3\mathbf{r} = Z$$



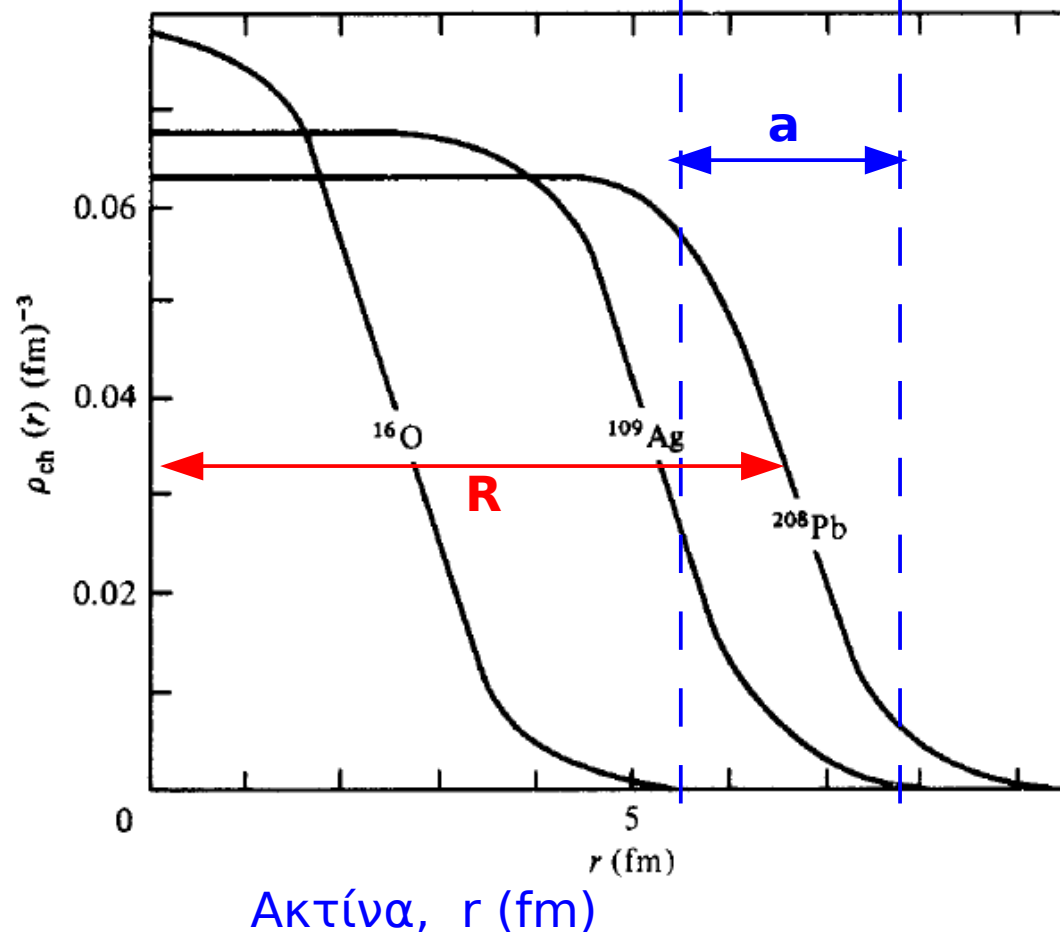
Πυκνότητα πρωτονίων (αριθμός ανά fm³)

Ακτίνα, r (fm)

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (4)

- Απλό μοντέλο της πυκνότητας των πρωτονίων περιγράφει τα δεδομένα

$$\rho_{\text{ch}}(r) = \frac{\rho_{\text{ch}}^0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$



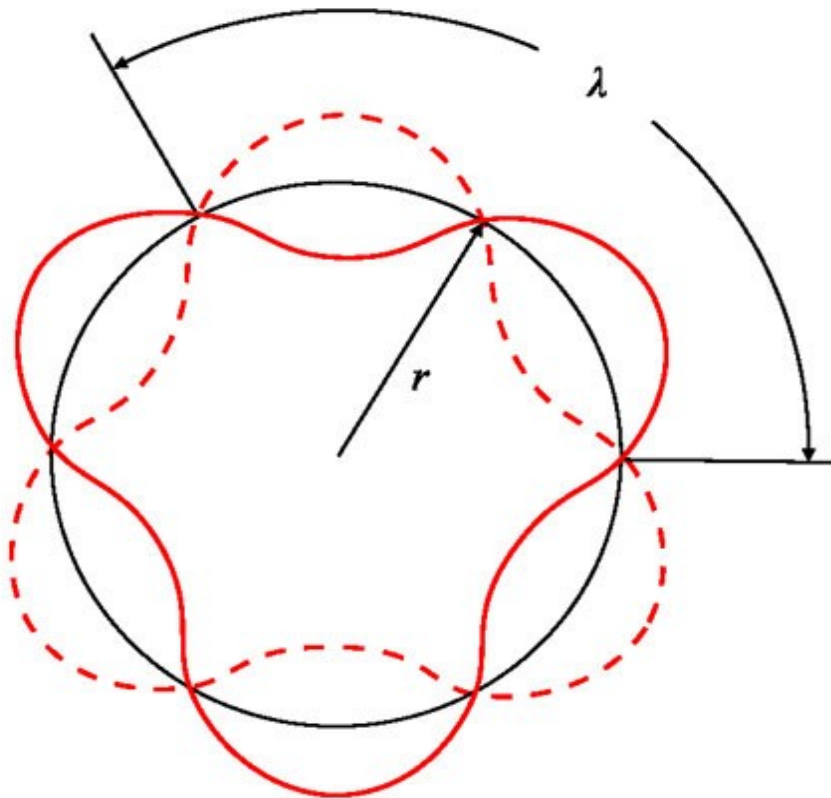
- Πυκνότητα φορτίου ~ σταθερή μέχρι ακτίνα R.
- Φλοιός με το ίδιο πάχος για κάθε στοιχείο ($a \sim 0.5\text{fm}$)
- Η πυκνότητα φορτίου όμως μικραίνει όσο μεγαλώνει ο πυρήνας: μεγαλύτερος πυρήνας $\rightarrow$ περισσότερα πρωτόνια που απωθούνται και δεν θέλουν να είναι κοντά το ένα στο άλλο (κοιτάξτε y-άξονα για $r=0$)

Άλλος τρόπος μέτρησης κατανομής φορτίου: μιονικά άτομα (1)

- Αν αντί για κάποιο ηλεκτρόνιο, έχουμε ένα μίονιο σε κάποια “ατομική τροχιά”, τότε
 - το μίονιο είναι πολύ κοντά (σημαντικό χρόνο “μέσα”) στον πυρήνα, και αισθάνεται τις λεπτομέρειες της κατανομής φορτίου του πυρήνα
 - οι ενεργειακές του στάθμες επηρεάζονται από την κατανομή φορτίου του πυρήνα
 - οι ακτίνες X που ακτινοβολούνται από αποδιεγέρσεις ατομικών μιονίων συμφωνούν με κατανομή φορτίου σαν της προηγούμενης σελίδας
- Σημείωση: Το μίονιο (μ) αρχικά είχε ονομαστεί “μ μεσόνιο”, ενώ αργότερα έγινε αντιληπτό ότι δεν έχει καμία σχέση με μεσόνιο, όπως θα δείτε στα Στοιχειώδη Σωματίδια

Άλλος τρόπος μέτρησης κατανομής φορτίου: μιονικά άτομα (2) – de Broglie

- Αν ηλεκτρόνιο είναι (στάσιμο) κύμα, δεσμευμένο στο άτομο, με $\lambda = h/p$, τότε:



$$2\pi r = n\lambda = n\frac{h}{p}$$

$$\Rightarrow rp = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

$$\Rightarrow \ell = n\hbar$$



Στροφορμή = Κβαντισμένη!!!

ΣΧΗΜΑ 2.8: Η συνθήκη κβάντωσης του Bohr ως συνέπεια της κυματικής φύσης των ηλεκτρονίων. Η (νοητή) περιφέρεια κατά μήκος της οποίας σχηματίζεται το ηλεκτρονιακό στάσιμο κύμα πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος de Broglie.

Άλλος τρόπος μέτρησης κατανομής φορτίου: μιονικά άτομα (3) - ακτίνα Bohr μιονίου μικρή

$$\text{Στροφορμή} = \vec{r} \times \vec{p} = m u r = n \hbar$$

$$F_{\text{κεντρομόλος}} = F_{\text{Coulomb}} \rightarrow m \frac{u^2}{r} = \frac{Z e^2}{r^2}$$

$$r = \frac{\hbar^2}{m Z e^2} n^2$$

$$r = \frac{\hbar c}{a Z m c^2} n^2$$

Σταθερά λεπτής υφής $a = \frac{\hbar / m c}{m c^2} = \frac{1}{137} \rightarrow e^2 = a * \hbar c$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

$$m c^2 = 105 \text{ MeV}$$

$$r = \frac{257 \text{ fm}}{Z} n^2$$

$$r \simeq 5 \text{ fm (for } Z=50\text{)}$$

~ μέσα στον πυρήνα!

Ενεργειακές στάθμες αν ο πυρήνας ήταν σημειακός, και το σωματίο m μόνο του:

$$E = \frac{1}{2} m u^2 - \frac{Z e^2}{r} = -\frac{1}{2} \frac{Z e^2}{r} = -\frac{1}{2} a^2 Z^2 m c^2 n^2$$

For n=1, m=0.511 MeV:

$$E = -13.6 \text{ eV for } Z=1$$

$$E = -34 \text{ keV for } Z=50$$

For n=1, m=105 MeV:

$$E = -2.8 \text{ keV for } Z=1$$

$$E = -7 \text{ MeV for } Z=50$$

Ενέργειες μεταπτώσεων δεκάδων MeV →

Κατανομή πρωτονίων και νετρονίων (1)

- Με σκέδαση νετρονίων αλληλεπιδρούμε με την ισχυρή δύναμη, το ίδιο με όλα τα νουκλεόνια (πρωτόνια ή νετρόνια), κι έτσι αισθανόμαστε τα νουκλεόνια σε όλο τον όγκο του πυρήνα.
- Απλοϊκά (γεωμετρικά), με R =ακτίνα πυρήνα,
 r_n = ακτίνα νετρονίου, θα είχαμε:

$$\sigma \sim \pi(R + r_n)^2$$

- Σωστά (από το οπτικό θεώρημα),
με λ μήκος κύματος νετρονίου:

$$\sigma = 2\pi(R + \lambda)^2$$

$$R = \text{σταθ.} * A^{1/3}$$

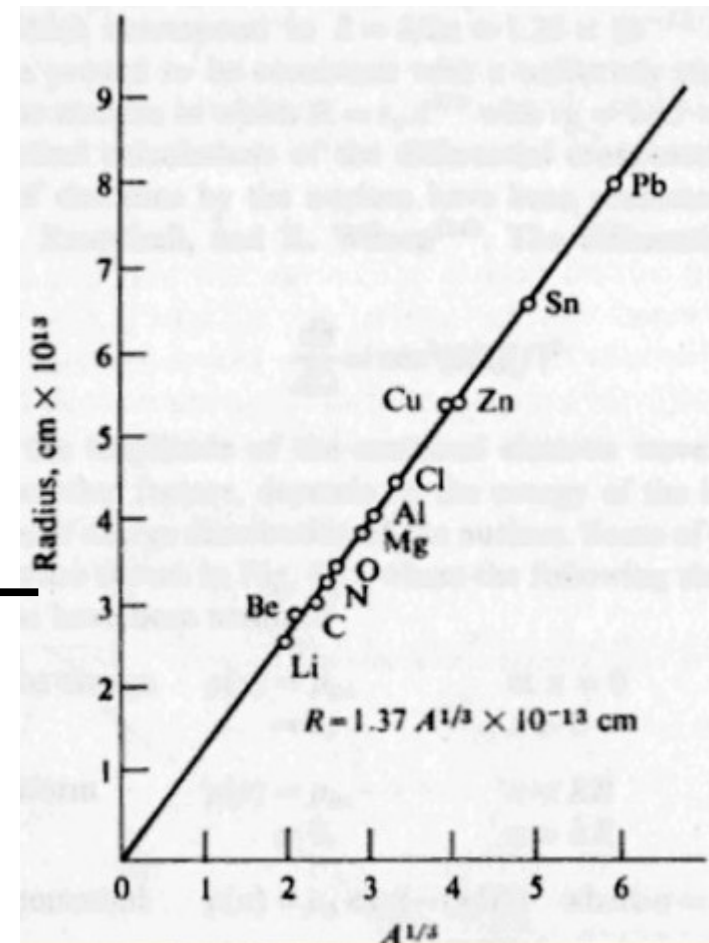
$$\rightarrow R^3 = \text{σταθ.} * A$$

$$\rightarrow \frac{4}{3} * \pi * R^3 = \text{σταθ.} * A$$

$$\rightarrow V = \text{σταθ.} * A$$

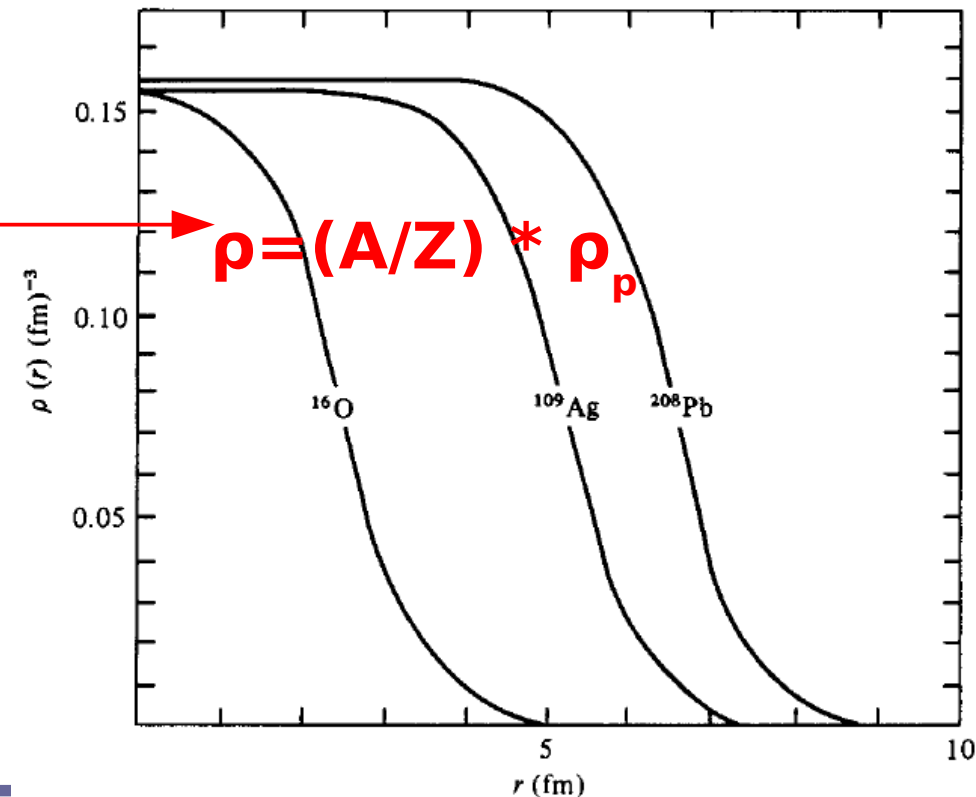
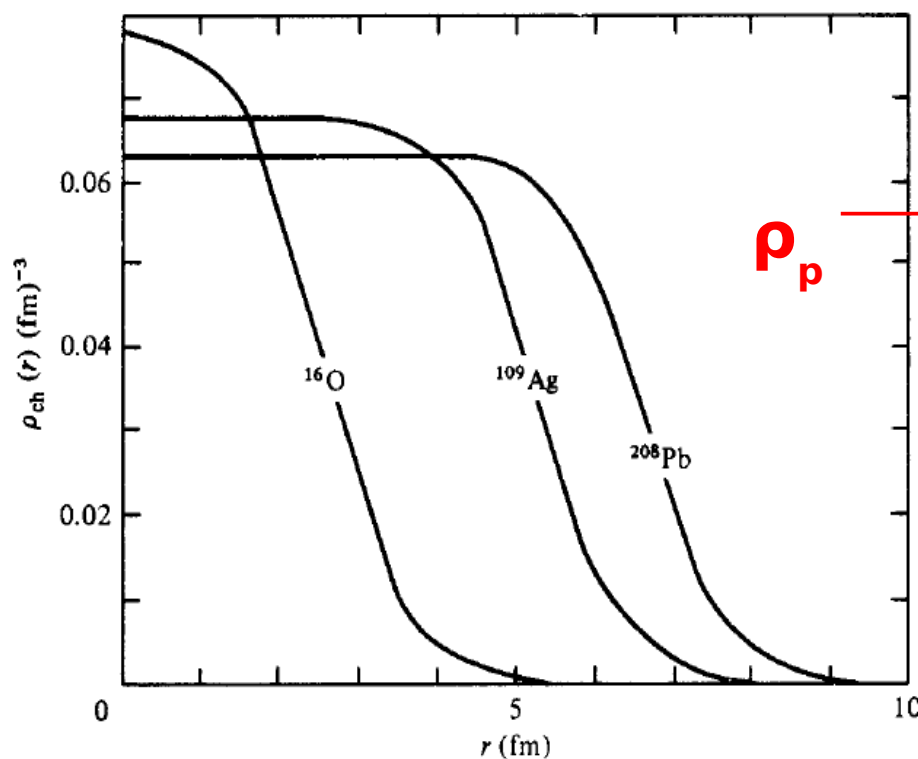
$$\rightarrow \text{πυκνότητα νουκλεονίων}$$

$$\rho = A/V = \text{σταθ.}$$



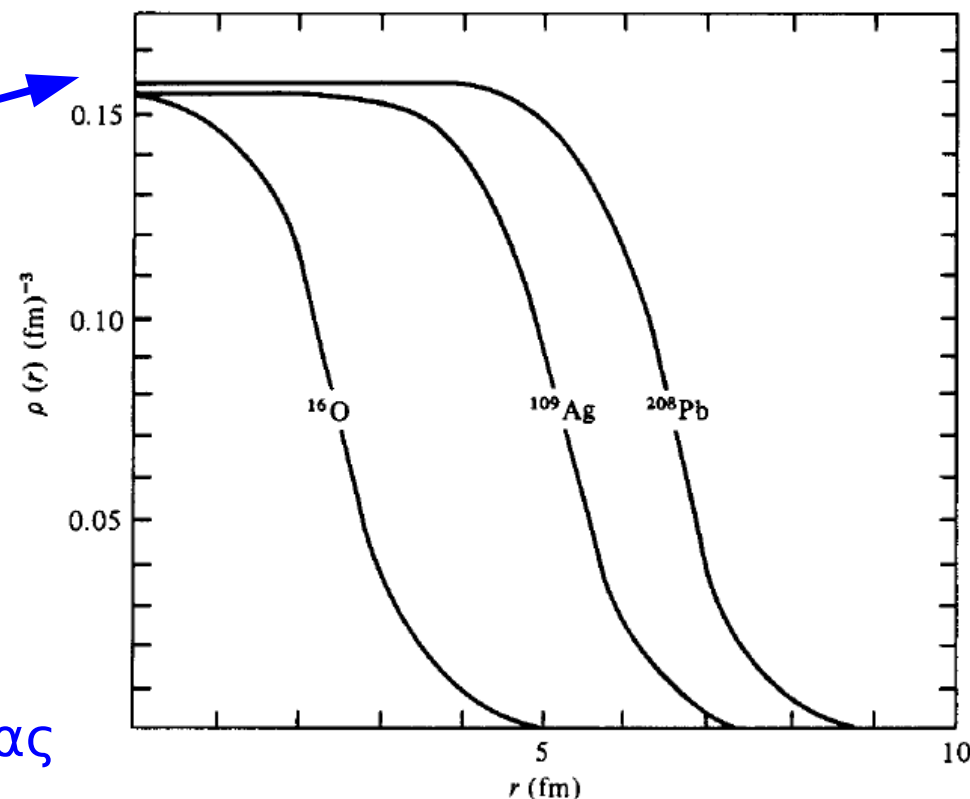
Κατανομή πρωτονίων και νετρονίων (2)

- Ο όγκος του πυρήνα μεγαλώνει ανάλογα με το A
→ Ισχυρές δυνάμεις ανεξάρτητες φορτίου → τα νουκλεόνια μοιράζονται σε όλον τον πυρήνα
- $\rho_n = N/V$, $\rho_p = Z/V \rightarrow \rho_n / \rho_p = N/Z$
- Ολική πυκνότητα $\rho = \rho_p + \rho_n \rightarrow \rho = (A/Z) * \rho_p$



Μέγεθος πυρήνα

- Ίδια πυκνότητα για όλους τους πυρήνες
 $\rho_0 = 0.17$ νουκλεόνια / fm³
 (“πυρηνική πυκνότητα”)
- Αφού η πυκνότητα είναι σταθερή ($\rho = A/V = \text{constant}$) σημαίνει ότι όσον αφορά στο μέγεθος, ο πυρήνας



είναι σαν ένα σακουλάκι (“υγρή σταγόνα”) που ο όγκος του (V) είναι ανάλογος του αριθμού νουκλεονίων (A) που περιέχει:

$$V = \text{const} * A \rightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = \text{const} \times A \rightarrow R^3 \propto A \rightarrow R \propto A^{\frac{1}{3}}$$

$$\rightarrow R = R_0 * A^{1/3} \rightarrow R = 1.1 \text{ fm} \times A^{\frac{1}{3}}$$

Μέγεθος πυρήνα Au

- Ποιό είναι το μέγεθος ενός πυρήνα χρυσού (Au), με $A=197$ σαν κι αυτούς που χρησιμοποιήθηκαν στη σκέδαση Rutherford ?
- Γιατί λοιπόν δούλεψε το πείραμα και είδαμε σκεδάσεις σωματιδίων α από τους πυρήνες χρυσού?

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια μάζα



Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας

γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: $\beta=1$, γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^6 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm} \quad \text{ή} \quad \hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,
και θα βάζουμε

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$1 \text{ amu} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$