

Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2015-16)

Τμήμα Τ3: Κ. Κορδάς & Σ. Ε. Τζαμαρίας

Μάθημα 7 **α-διάσπαση**

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη Ι, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 22 Οκτωβρίου 2015

Την προηγούμενη φορά είδαμε:

α) την **κοιλιάδα β-σταθερότητας**
(= ποιό είναι το σταθερότερο Z για κάθε συγκεκριμένο A)

και

β) την **ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο**
(=έχοντας διαλέξει το σταθερότερο Z για κάθε A , ποιό είναι το σταθερότερο A από όλα;)

Κοιλιάδα β-σταθερότητας

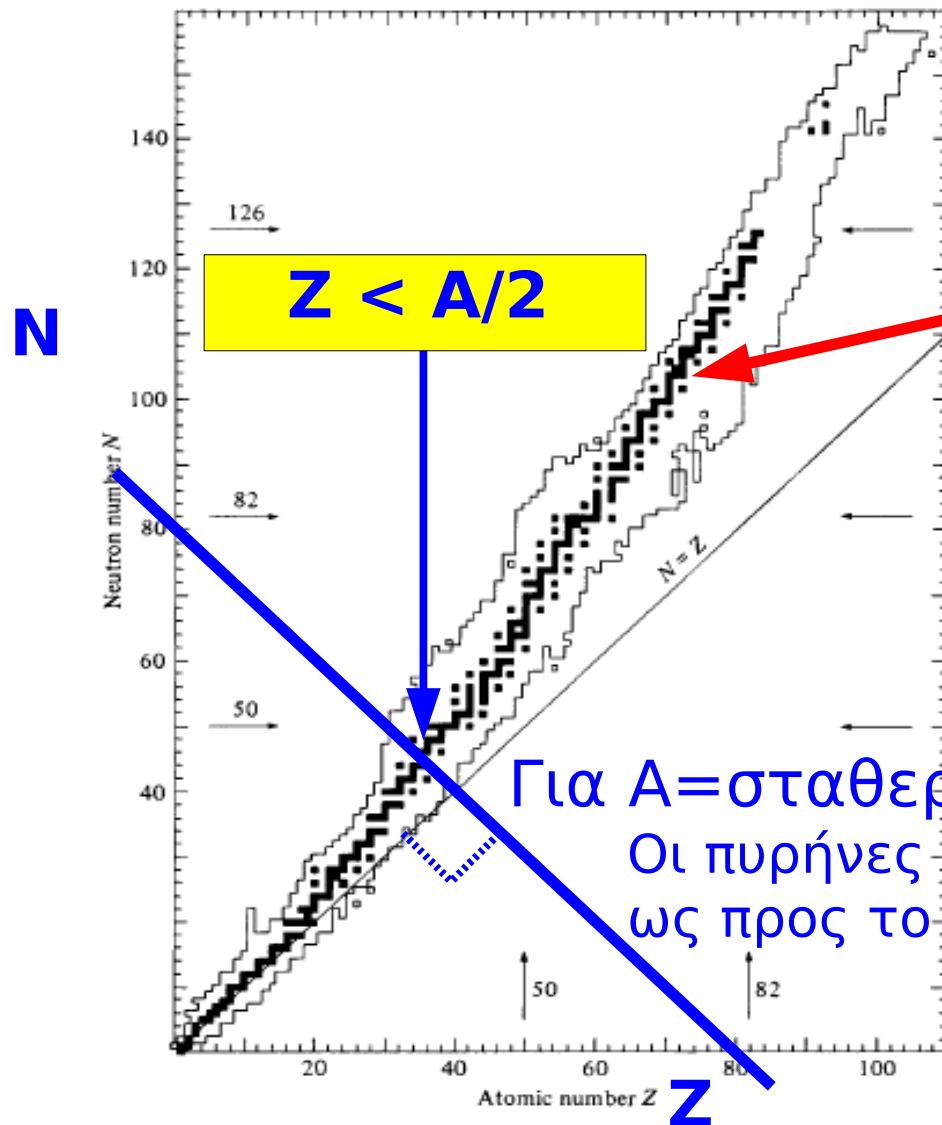
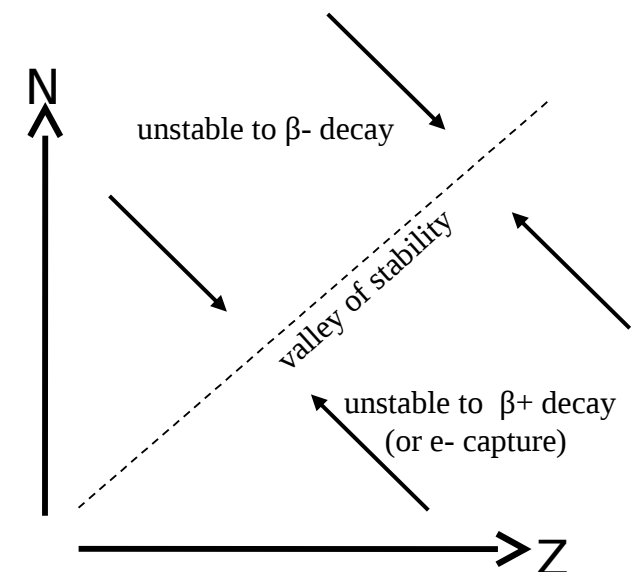


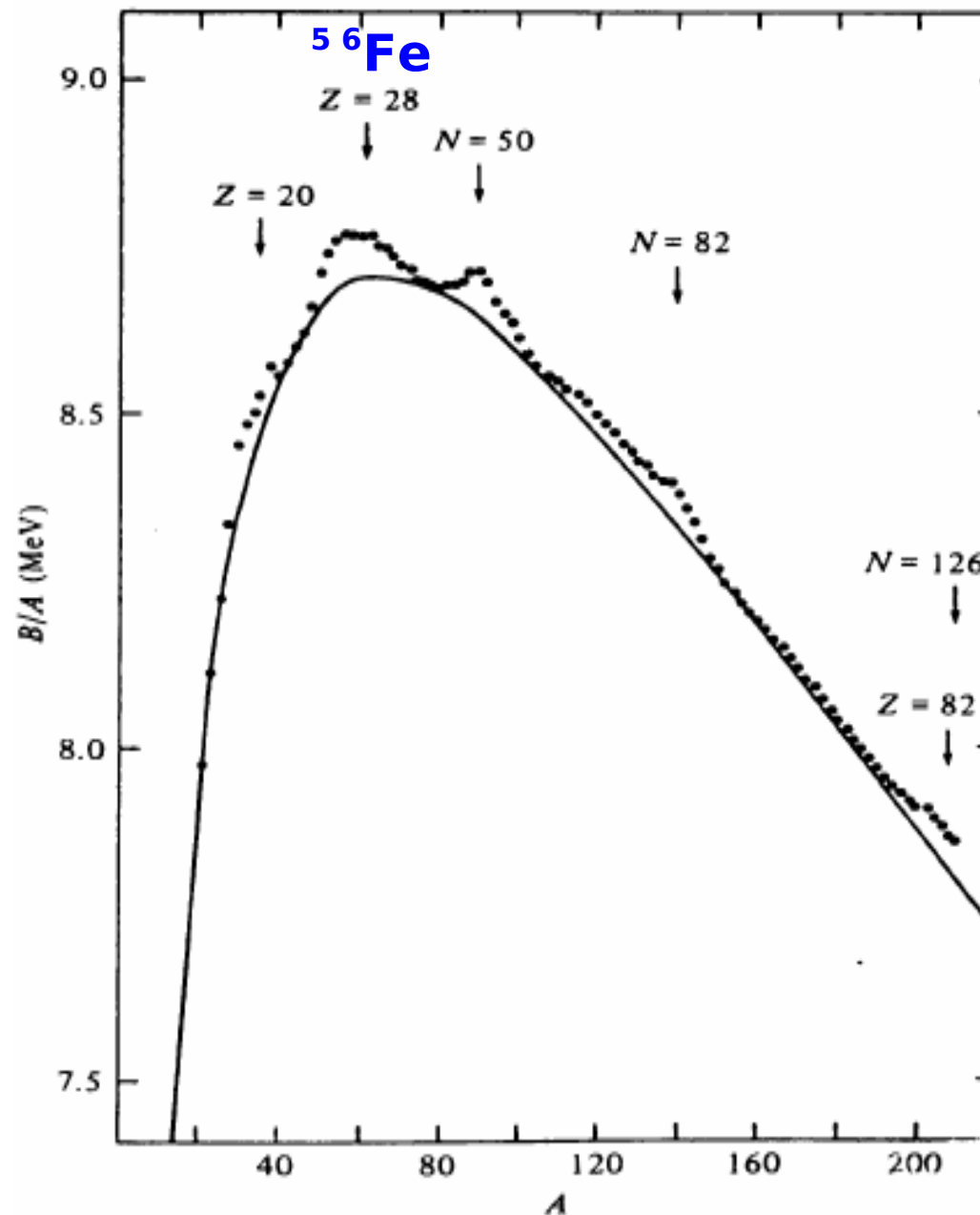
Fig. 4.6 The β -stability valley. Filled squares denote the stable nuclei and long-lived nuclei occurring in nature. Neighbouring nuclei are unstable. Those for which data on masses and mean lives are known fill the area bounded by the lines. For the most part these unstable nuclei have been made artificially. (Data taken from *Chart of the Nuclides* (1977), Schenectady: General Electric Company.)

Σχήμα 4.6 στο βιβλίο σας

- Για κάθε A , τα β -σταθερά νουκλίδια είναι στη μαύρη ζώνη ("κοιλιάδα σταθερότητας" - "valley of stability"). Αυτά που είναι μακριά απ'την κοιλιάδα, πάνε προς αυτήν με διασπάσεις β^+ ($= e^+$) ή β^- ($= e^-$)

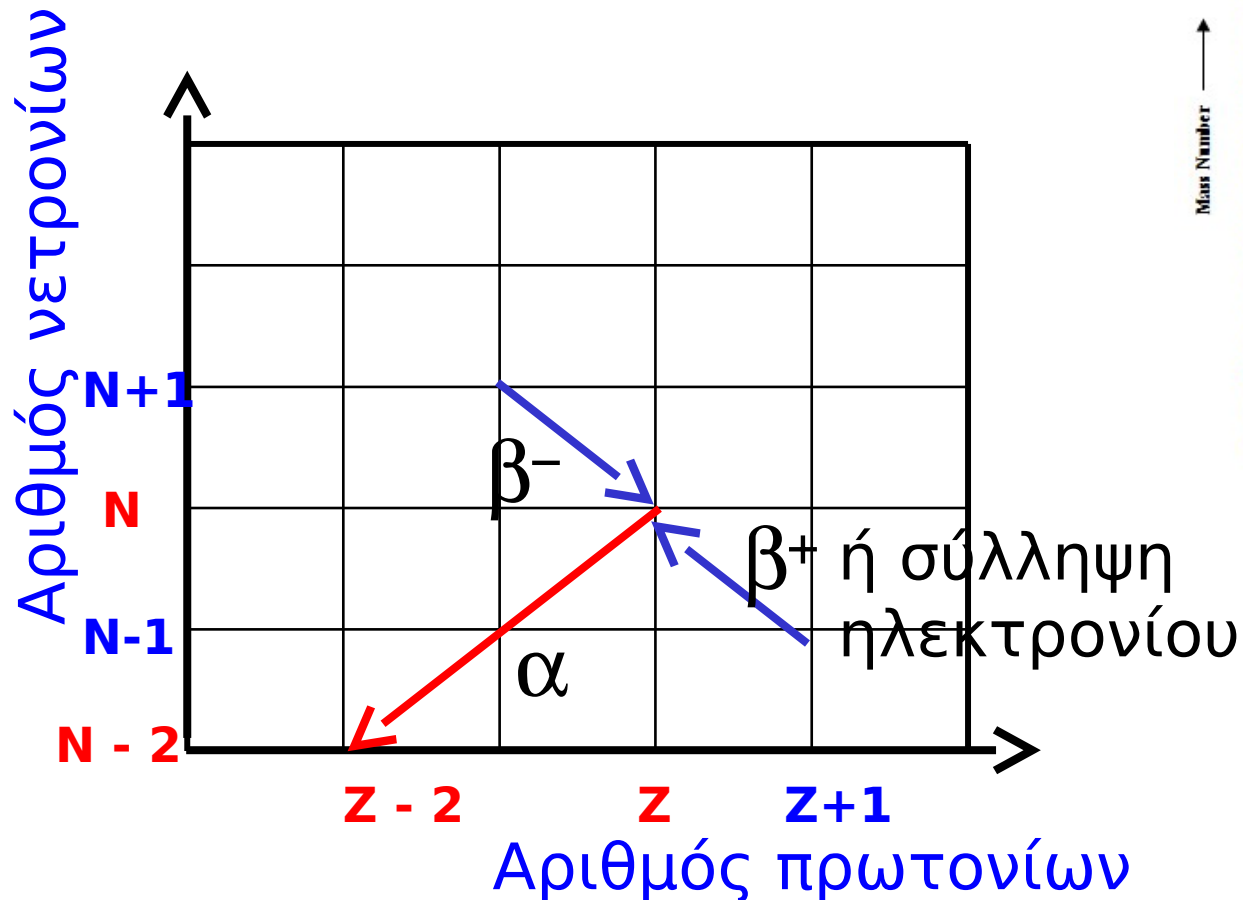


Ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο

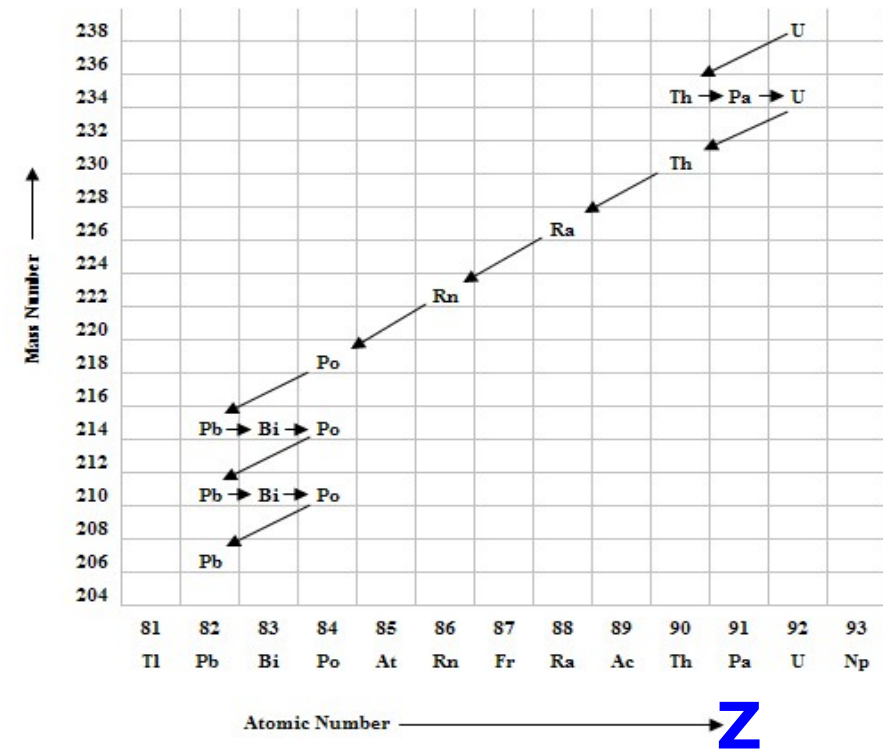


α και β διάσπαση: οι πυρήνες αλλάζουν

Η α διάσπαση μας μεταφέρει πάνω-κάτω στην κοιλάδα σταθερότητας
Η β διάσπαση μας μεταφέρει προς την κοιλάδα σταθερότητας



Ραδιενεργή σειρά του $^{238}_{92}\text{U}$



Υπάρχουν επίσης οι σειρές των:
 $^{237}_{93}\text{Np}$, $^{235}_{92}\text{U}$, $^{235}_{90}\text{Th}$

Σήμερα

- **α-διάσπαση**

- Βιβλίο C&G, Κεφ. 6, παρ. 6.1, 6.2 και 6.3
- Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 5, παρ 5.1

- **Αυθόρμητη σχάση**

- Βιβλίο C&G, Κεφ. 6, παρ. 6.3, Επαγόμενη σχάση παρ. 9.1
- Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 7

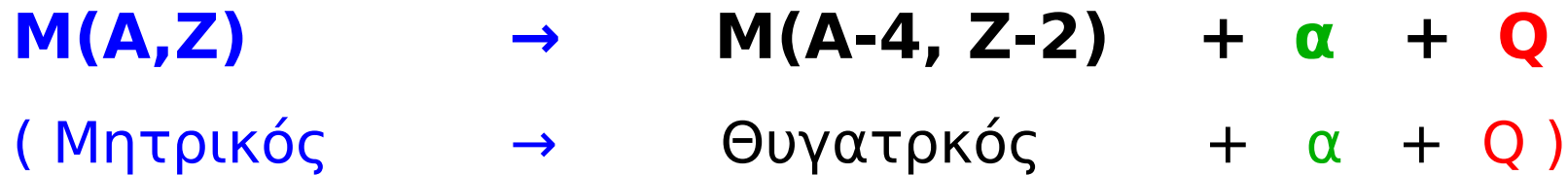
- **Σύντηξη**

- Βιβλίο C&G, Κεφ. 10, παρ. 10.1

- **Ιστοσελίδα:** <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

Διασπάσεις α – Τι βλέπουμε απ' έξω

- **α-διάσπαση:**



- Οπότε:

$$\begin{aligned} Z M_p + N M_n - B(A,Z) = \\ (Z-2) M_p + (N-2) M_n - B(A-4,Z-2) \\ + 2 M_p + 2 M_n - B(^4\text{He}) \\ + Q \end{aligned}$$

- Κι έτσι:

$$Q = B(A-4,Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A,Z)$$

Από τον πίνακα 4.2
του βιβλίου σας

α-διάσπαση – Πώς συμβαίνει;

- **Θα δούμε πρώτα την περίπτωση ενός σωματιδίου α που κινείται προς έναν πυρήνα**
 - Με τι ενέργεια έρχεται το α ;
 - Τι δυναμικό βλέπει ;
 - Σε τι απόσταση φτάνει ;
- **Μετά:**
 - **α-διάσπαση πυρήνων και χρόνοι ζωής τους**

Άσκηση1: α από Πολώνιο-210 σε στόχο μολύβδου-206

Άσκηση 1

α) Υπολογίστε από τον ημ εμπειρικό τύπο μάζας την κινητική ενέργεια σωματιδίου α που εκπέμπεται από $^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + \alpha$

β) Συγκρίνετε με την πειραματική τιμή και χρησιμοποιήστε την πειραματική τιμή εφ' εξής

γ) Παμετροποιήστε τις κινητικές ενέργειες των α, σαν συνάρτηση του Z των μητρικών πυρήνων.

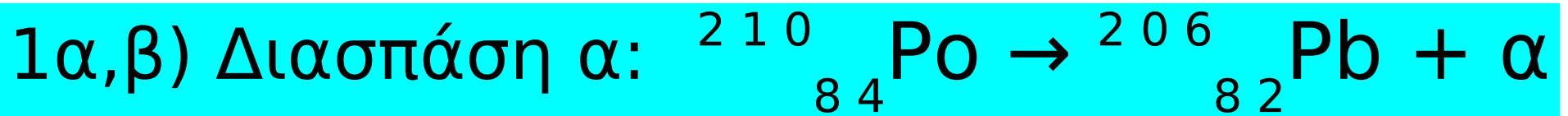
δ) Ποιά είναι η πλησιέστερη απόσταση που μπορεί να φτάσει ένα τέτοιο σωματίο α στο στόχο, όταν το χρησιμοποιούμε ως βλήμα πάνω σε στόχο που είναι ένας πυρήνας μολύβδου $^{206}_{82}\text{Pb}$;

ε) Πόσο μεγάλο είναι το φράγμα Coulomb που συναντά το σωματίο α πλησιάζοντας τον πυρήνα μολύβδου;

Δίνονται: το βιβλίο σας

- Παρ. 4.4, 4.5, 4.6, 6.1, 6.2

- $m(n) = 939.57 \text{ MeV}$, $m(p) = 938.27 \text{ MeV}$



$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

Από τον ημ εμπειρικό τύπο μάζας (δηλ., ενέργειας σύνδεσης):

$$B(^{206}_{82}\text{Pb}) = B(Z=82, A=206) = 1611.874 \text{ MeV}$$

$$B(^{210}_{84}\text{Po}) = B(Z=84, A=210) = 1636.054 \text{ MeV}$$

$$Q = 1611.874 + 28.3 - 1636.054 = 4.12 \text{ MeV}$$

- Πώς συγκρίνεται αυτός ο υπολογισμός με την πειραματική τιμή; **5.41 MeV**

- Από φασματογράφους μάζας και την απόσταση που διανύουν τα α μέχρι να χάσουν όλη τους την ενέργεια με ιονισμούς ατόμων στο διάβα τους (dE/dx)

1γ) α-διάσπαση: παραμετροποίηση των Q-values

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z) \\ B(A, Z) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2} \\ \rightarrow Q = f(A, Z) \text{ , δηλ. συνάρτηση των } A \text{ και } Z \end{array} \right.$$

1γ) α-διάσπαση: παραμετροποίηση των Q-values

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

$$B(Z, N) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

Για πυρήνες στην κοιλάδα β-σταθερότητας:

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

$$Q = f(A)$$

δηλ. συνάρτηση μόνο του A

Αγνοώντας τον όρο ζευγαρώματος, παίρνουμε τη συνάρτηση που παραμετροποιεί τα Q-values σαν συνάρτηση του A

1γ) α-διάσπαση: παραμετροποίηση των Q-values

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

$$B(Z, N) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

Για πυρήνες στην κοιλάδα β-σταθερότητας:

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

$$Q = f(A)$$

δηλ. συνάρτηση μόνο του A

- (ή $Q = f(Z)$, δηλ. συνάρτηση μόνο του Z, αφού τα A και Z συνδέονται)

Αγνοώντας τον όρο ζευγαρώματος, παίρνουμε τη συνάρτηση που παραμετροποιεί τα Q-values σαν συνάρτηση του A ή του Z των μητρικών πυρήνων που βρίσκονται στην κοιλάδα β-σταθερότητας

1γ) α-διάσπαση: παραμετροποίηση των Q-values

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

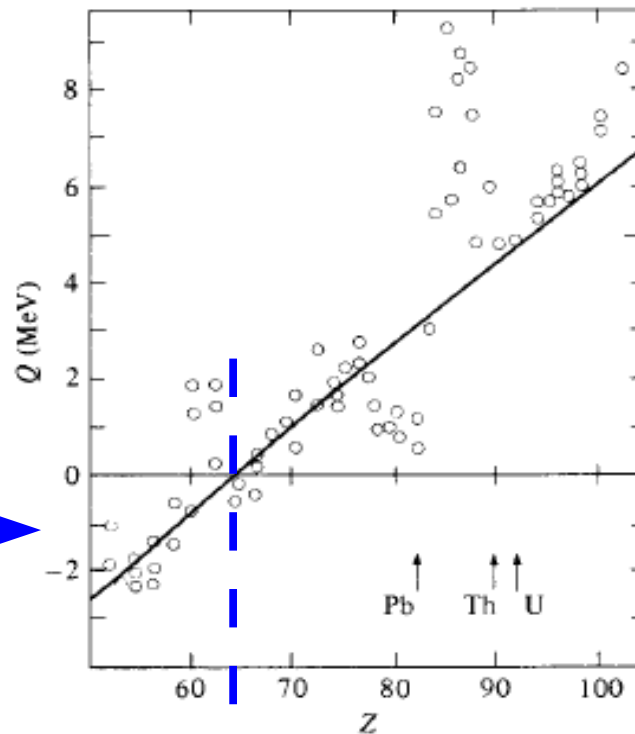
$$B(A, Z) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

Για πυρήνες στην κοιλάδα β-σταθερότητας:

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

Σύμφωνα με την προσέγγιση που κάναμε:

στοιχεία με $Z < 63$ ($A < 151$) δίνουν $Q < 0$ και δεν κάνουν α-διάσπαση

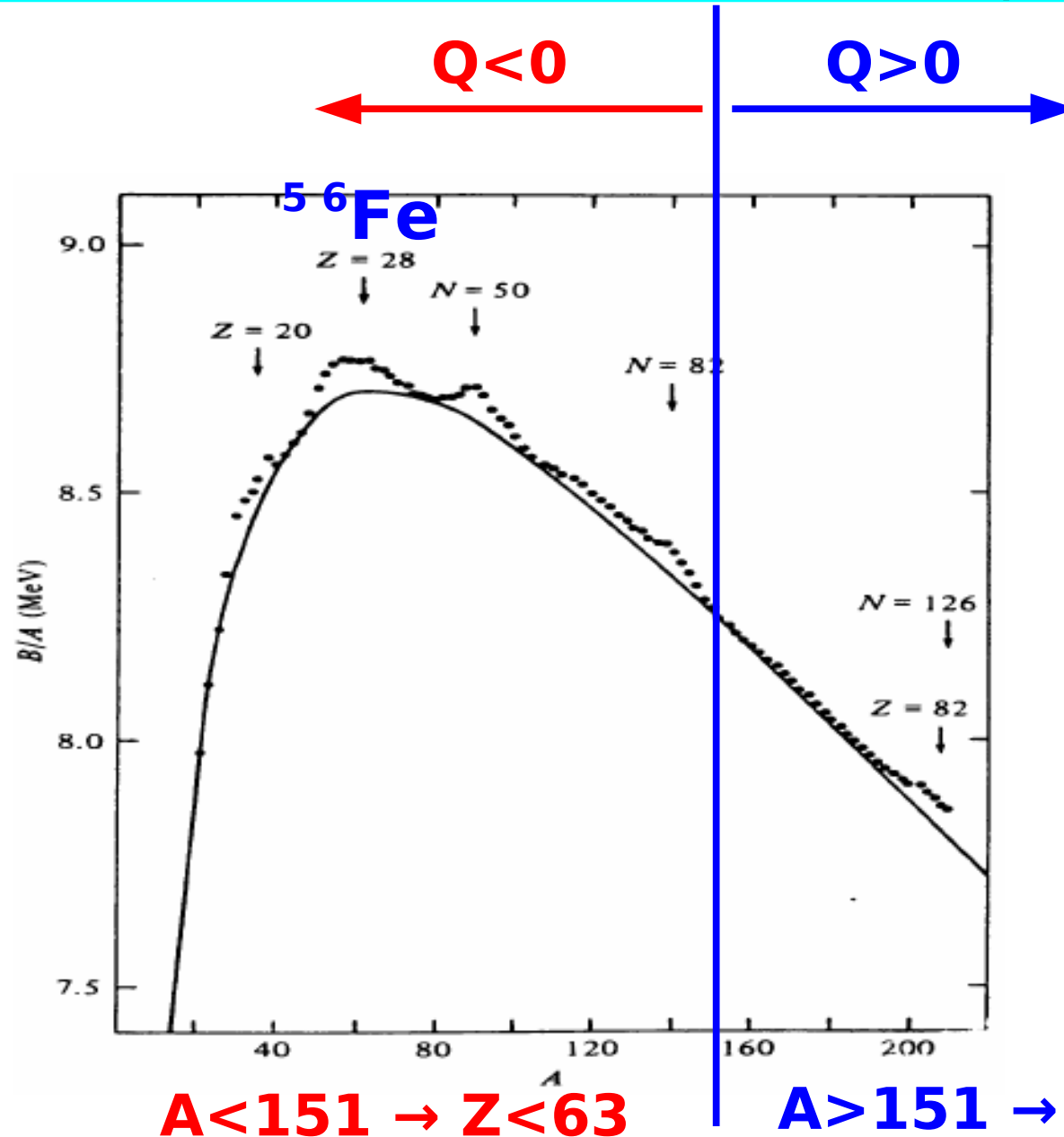


Αγνοώντας τον όρο ζευγαρώματος, παίρνουμε τη γραμμή που παραμετροποιεί τα Q-values σαν συνάρτηση του Z των μητρικών πυρήνων.

Σχήμα 6.1 στο βιβλίο σας

Fig. 6.1 Experimental and theoretical α -decay energies $Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$, as a function of the atomic number Z of the parent nucleus. The experimental points are from cases where both parent nucleus and daughter nuclei are β -stable. The theoretical curve is from equation (4.5) (neglecting the pairing energies) together with equation (4.14).

1γ) Ποιοί πυρήνες μπορούν (κατ' αρχήν) να κάνουν α-διάσπαση ;

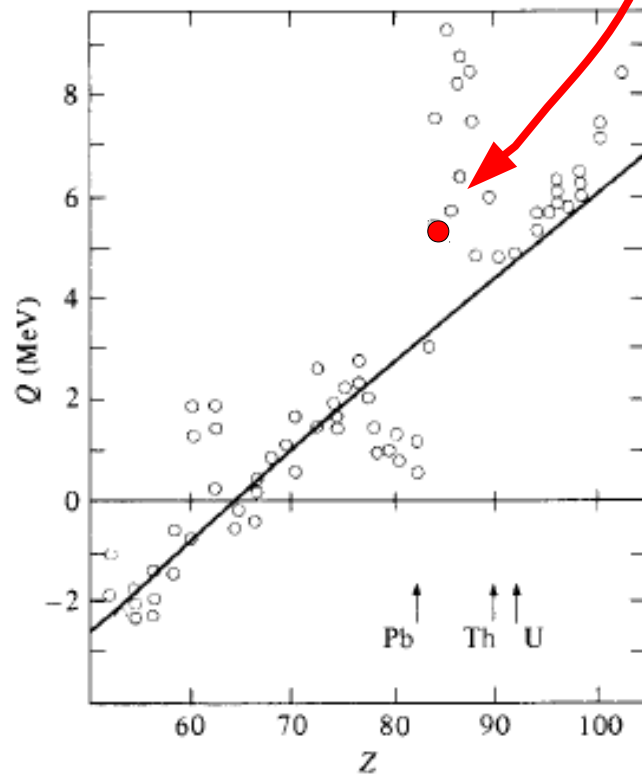


$$Q = f(A)$$

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

Άσκηση 1α,β: α-διάσπαση (Po), κινητική ενέργεια του α

- Τα σωματία α από την πηγή Πολωνίου (Po: $Z=84$, $A=210$) έχουν **κινητική ενέργεια $T \sim 4.1$ MeV** (πειραματικά είναι 5.41 MeV) (σχήμα 6.1 για $Z=84$, και πίνακας 6.1, υποθέτοντας $Q=T$ του α)



Πίνακας 6.1 στο βιβλίο σας

Table 6.1. The α -decay series from $^{238}_{92}\text{U}$

	Q (MeV)	r_s (fm)	r_c (fm)	$\mathcal{G}$	τ_{exp} (s)	τ_{theory} (s)
$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{234}_{90}\text{Th}$	4.27	8.52	60.7	0.53	2.0×10^{17}	3.3×10^{17}
$(^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow ^{234}_{92}\text{U})$						
$^{234}_{92}\text{U} \rightarrow ^{230}_{90}\text{Th}$	4.86	8.49	53.3	0.51	1.1×10^{13}	1.1×10^{13}
$^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{226}_{88}\text{Ra}$	4.77	8.45	53.1	0.51	3.5×10^{12}	3.9×10^{12}
$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn}$	4.87	8.41	50.9	0.50	7.3×10^{10}	7.4×10^{10}
$^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow ^{218}_{84}\text{Po}$	5.59	8.37	43.3	0.46	4.8×10^5	4.2×10^5
$^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{214}_{82}\text{Pb}$	6.11	8.33	38.7	0.43	2.6×10^2	1.6×10^2
$(^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{214}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{214}_{84}\text{Po})$						
$^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb}$	7.84	8.28	30.1	0.36	2.3×10^{-4}	1.1×10^{-4}
$(^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\text{Po})$						
$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb}$	5.41	8.24	43.7	0.47	1.7×10^7	5.8×10^5

The values of Q are from experiment. The intervening β -decays, which reduce the neutron-to-proton ratio as the nuclei become lighter, are given in parentheses.

Fig. 6.1 Experimental and theoretical α -decay energies $Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$, as a function of the atomic number Z of the parent nucleus. The experimental points are from cases where both parent nucleus and daughter nuclei are β -stable. The theoretical curve is from equation (4.5) (neglecting the pairing energies) together with equation (4.14).

Παρένθεση: γιατί λέμε ότι το α παίρνει όλο το Q-value της αντίδρασης;

Η ενέργεια Q μοιράζεται στα προϊόντα της διάσπασης (D,α)

$$T_D + T_\alpha = (M(A, Z) - M(A-4, Z-2) - M(4, 2))c^2 = Q$$

(θεωρώντας μη σχετικιστικές ενέργειες)

διατήρηση ενέργειας:

$$T_D = \frac{1}{2} M_D u_D^2 \quad T_\alpha = \frac{1}{2} M_\alpha u_\alpha^2$$

διατήρηση ορμής:

$$M_D u_D = M_\alpha u_\alpha \rightarrow u_D = \frac{M_\alpha}{M_D} u_\alpha$$

$$\begin{aligned} T_D + T_\alpha &= \frac{1}{2} M_D v_D^2 + \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \\ &= \frac{1}{2} M_D \left(\frac{M_\alpha}{M_D} v_\alpha \right)^2 + \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \\ &= \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \left(\frac{M_\alpha}{M_D} + 1 \right), \\ \text{or } T_D + T_\alpha &= T_\alpha \frac{M_\alpha + M_D}{M_D}. \end{aligned}$$

$$T_\alpha = \frac{M_D}{M_\alpha + M_D} Q = \frac{1}{1 + \frac{M_\alpha}{M_D}} Q.$$

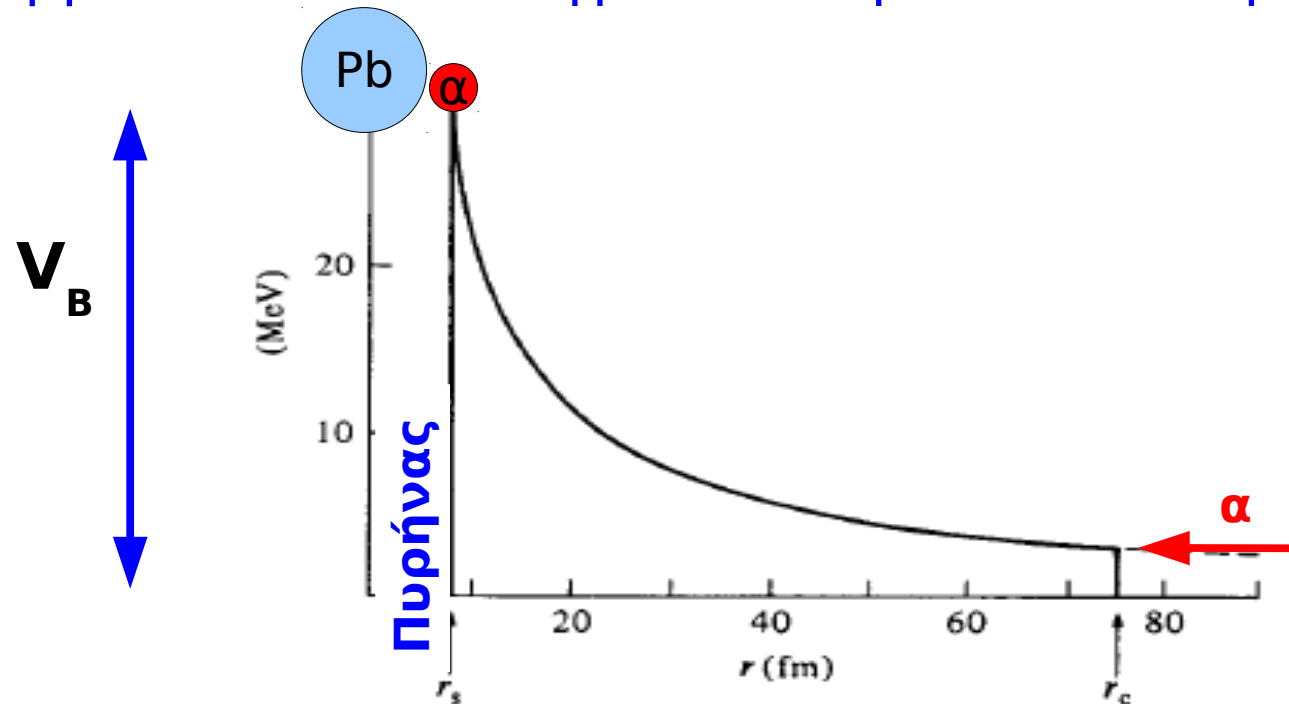
$$T_\alpha = \frac{A-4}{A} Q$$

$$T_D = \frac{4}{A} Q$$

$$T_\alpha \gg T_D$$

Άσκηση 1δ-ε: “Δυναμικό” που έχει το α καθώς πλησιάζει το Pb

- Το α έρχεται από δεξιά με κινητική ενέργεια $T \sim Q$, συναντά την ηλεκρομαγνητική άπωση του πυρήνα και σταματά σε απόσταση r_c μη μπροντας να “σκαρφαλώσει” το “φράγμα Coulomb”
- Η δυναμική ενέργεια Coulomb γίνεται μέγιστη, με τιμή V_B , όταν οι δύο πυρήνες (Pb και α) “εφάπτονται” σε απόσταση r_s : από εκεί και μετά η ισχυρή αλληλεπίδραση γίνεται σημαντική και αν το α περνούσε θα βρισκόταν στο πηγάδι δυναμικού του πυρήνα



Διευκρίνηση1: “Δυναμικό” = Δυναμική ενέργεια που έχει το α

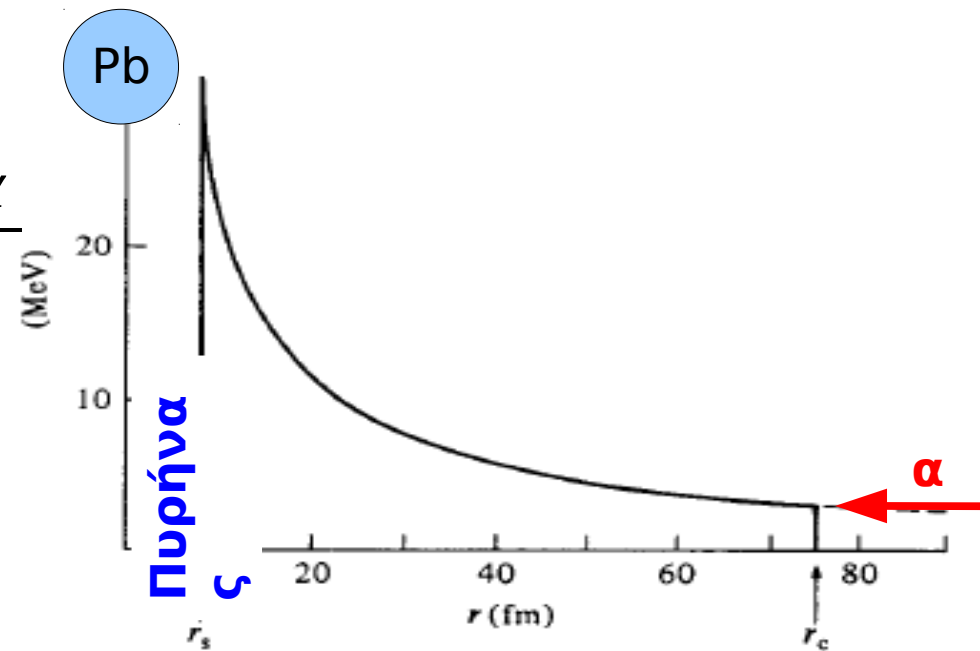
- Το α έρχεται από δεξιά με κινητική ενέργεια $T \sim Q$, συναντά την ηλερομαγνητική άπωση του πυρήνα και σταματά σε απόσταση r_c μη μπορώντας να “σκαρφαλώσει” το “φράγμα Coulomb”
- Η “δυναμική ενέργεια” που έχει το α σε κάθε θέση, r , ονομάζεται πάρα πολλές φορές, σκέτα: “δυναμικό”.
- Πόση είναι; Coulomb:

$$V_{Coulomb} = \frac{\text{Φορτίο Πυρήνα} * \text{Φορτίο Αλφα}}{r}$$

$$V_{Coulomb} = \frac{Ze * 2e}{r} = \frac{2Ze^2}{r}$$

- Προσέξτε: έτσι όπως γράφω

το δυναμικό, έχω απορροφήσει τη σταθερά Coulomb κλπ. μέσα στις τιμές των φορτίων, οπότε μέσα στην τιμή του φορτίου του $e \rightarrow$ **οπότε το “e” δεν είναι πια σκέτο Coulomb...**



Διευκρίνηση2: Πώς ξαναορίζω το “e” ώστε να έχει μέσα όλες τις σταθερές;

- Χρησιμοποιώντας τη σταθερά λεπτής υφής, $\alpha = 1/137$
- Την οποία γράφω σαν τον λόγο:

$\alpha =$ (ενέργεια μιας ομοιόρφα φορτισμένης σφαίρας με ολικό φορτίο e και ακτίνα όση το μήκος Compton του ηλεκτρονίου) / (ενέργεια ηρεμίας του ηλεκτρονίου)

→ Στην ενέργεια της φορτισμένης σφαίρας, θα απορροφηθούν οι σταθερές Coulomb κλπ μέσα στο φορτίο “e”

→ Μήκος κύματος Compton: $\lambda_c = \hbar / m c$. Ενέργεια ηρεμίας $= m c^2$

$$\rightarrow \text{Σταθερά λεπτής υφής } \alpha = \frac{\frac{e^2}{\lambda_c}}{m c^2} = \frac{\frac{e^2}{\hbar / m c}}{m c^2} = \frac{1}{137} \rightarrow e^2 = \alpha * \hbar c$$

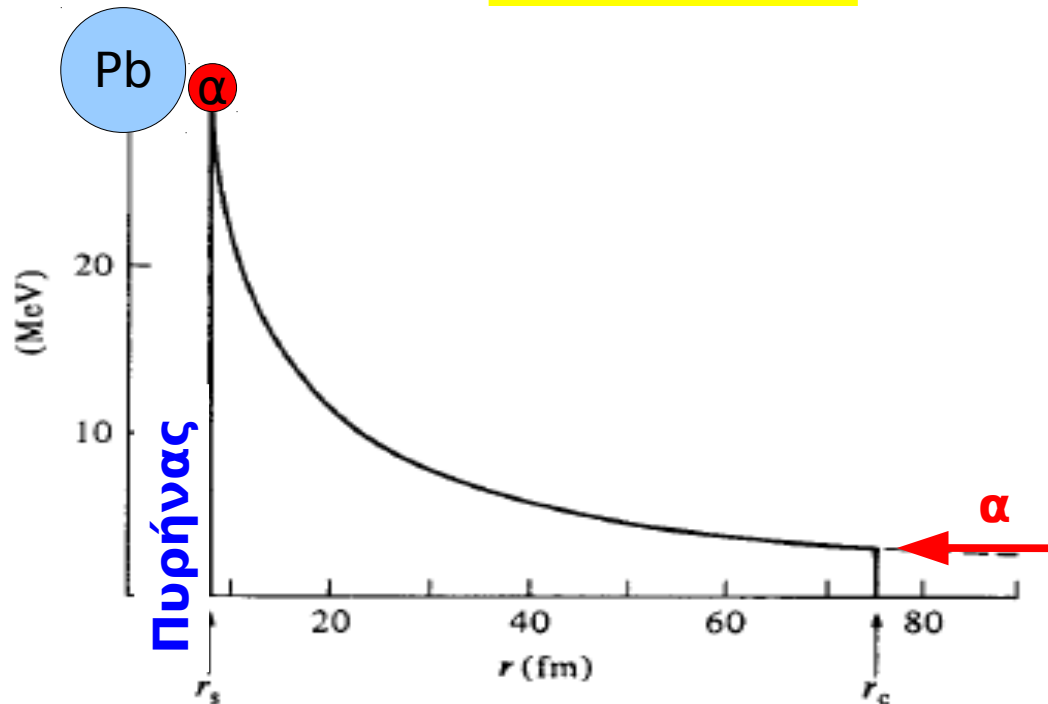
→ Γνωρίζοντας ότι $\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$, έχουμε $e^2 = (197/137) \text{ MeV fm}$

Άσκηση 1δ: Απόσταση εγγύτερης προσέγγισης στο Pb

- Το α προχωράει μέχρι που όλη η κινητική του ενέργεια ($T \sim Q$) να γίνει δυναμική ενέργεια Coulomb

$$Q = \frac{(2e)(Ze)}{r_c} \rightarrow Q = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{2Z\hbar c}{r_c} = \alpha \frac{2Z\hbar c}{r_c}$$

$$\rightarrow Q = \alpha \frac{2Z\hbar c}{r_c} \rightarrow r_c = \alpha \frac{2Z\hbar c}{Q} = \frac{1}{137} \frac{2 \cdot 82 \cdot 197 \text{ MeV fm}}{5.41 \text{ MeV}} \rightarrow r_c = 43.6 \text{ fm}$$



Το σωματίο α προσεγγίζει πολύ πιο κοντά από την ακτίνα του ατόμου ($R=10000$ fm), αλλά δεν "ακουμπάει" τον πυρήνα (που έχει ακτίνα $R=6.5$ fm)

Άσκηση 1ε: Φράγμα Coulomb Pb και α

- Πόσο μεγάλο είναι το φράγμα (V_B) σε ενέργεια? Μπορεί το α να το “σκαρφαλώσει” και να περάσει μέσα στον πυρήνα?
- Το δυναμικό Coulomb είναι μέγιστο (“φράγμα” V_B) όταν το α “εφάπτεται” στον πυρήνα. Δηλαδή όταν η απόσταση από το κέντρο του α μέχρι το κέντρο του πυρήνα είναι $R_a + R_{Pb}$, όπου R_a και R_{Pb} είναι οι ακτίνες των πυρήνων α και Pb, αντίστοιχα.

$$R = 1.1 * A^{1/3} \text{ fm} \begin{cases} R_{Pb} = 1.1 * 206^{1/3} \text{ fm} = 6.5 \text{ fm} \\ R_{\alpha} = 1.1 * 4^{1/3} \text{ fm} = 1.7 \text{ fm} \end{cases} \rightarrow r_s = R_{Pb} + R_{\alpha} = 8.2 \text{ fm}$$

$$V_B = \frac{(2e)(Ze)}{r_s} = \frac{2Z\hbar c}{137 r_s} = \frac{1}{137} \frac{2 * 82 * 197 \text{ MeV fm}}{8.2 \text{ fm}} = 28.8 \text{ MeV}$$

Κλασσικά:

όταν ένα σωματίδιο α έχει κινητική ενέργεια $T < V_B \rightarrow$

$T < 28.8 \text{ MeV}$, τότε δεν μπορεί να μπει στον πυρήνα
(ή να βγεί από αυτόν, αν είναι ήδη μέσα)

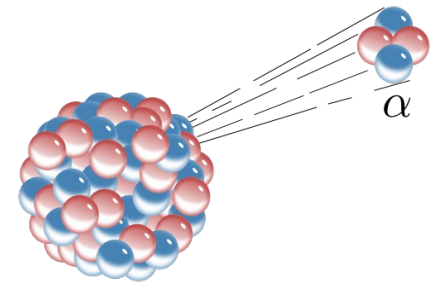
α-διάσπαση: σχηματισμός και εκπομπή

- Δύο νετρόνια και δύο πρωτόνια “συσωματώνονται” σε ένα α
 - Άρα, το σωματίδιο “αλφα”(α) είναι ο πυρήνας του ^4He
 - Τα νετρόνια φεύγουν από το δικό τους πηγάδι δυναμικού και τα πρωτόνια από το δικό τους
- Σχηματισμός του α: ενεργειακά προτιμιτέος σχηματισμός
- Έτσι μπορούμε να σκεφτούμε τον αρχικό πυρήνα (A,Z) να έχει γίνει δύο αντικείμενα:



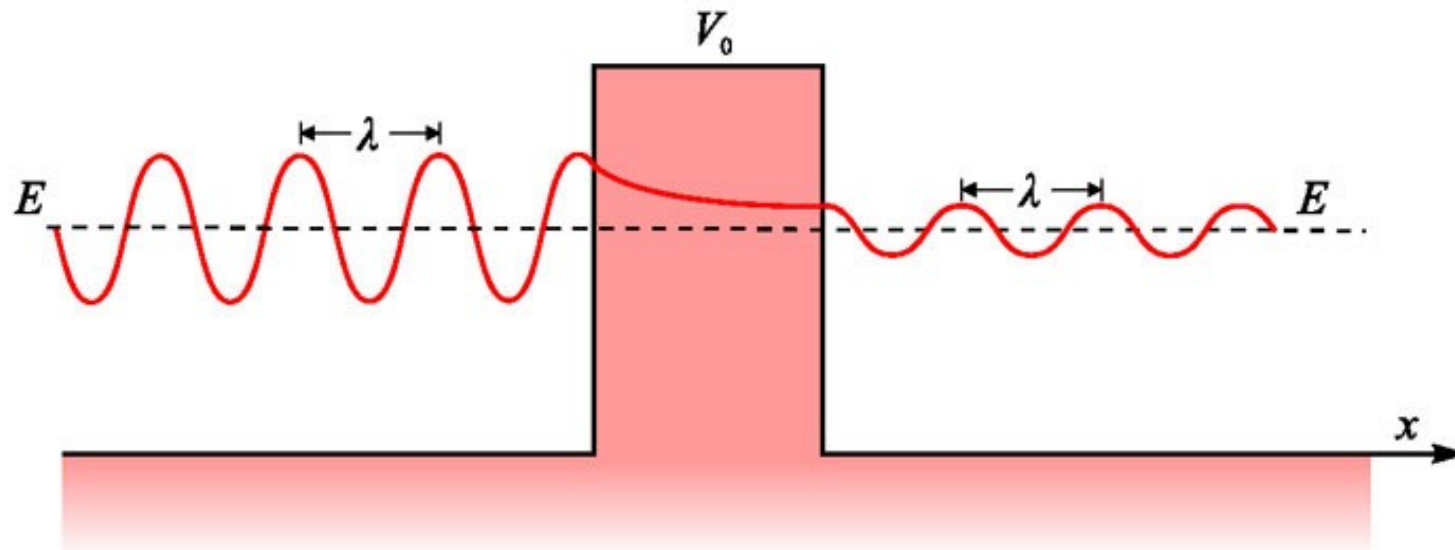
α-διάσπαση: σχηματισμός και εκπομπή

- Δύο νετρόνια και δύο πρωτόνια “συσωματώνονται” σε ένα α
 - Τα νετρόνια φεύγουν από το δικό τους πηγάδι δυναμικού και τα πρωτόνια από το δικό τους
- Σχηματισμός του α: ενεργειακά προτιμότεος σχηματισμός
- Έτσι μπορούμε να σκεφτούμε τον αρχικό πυρήνα (A,Z) να έχει γίνει δύο αντικείμενα:



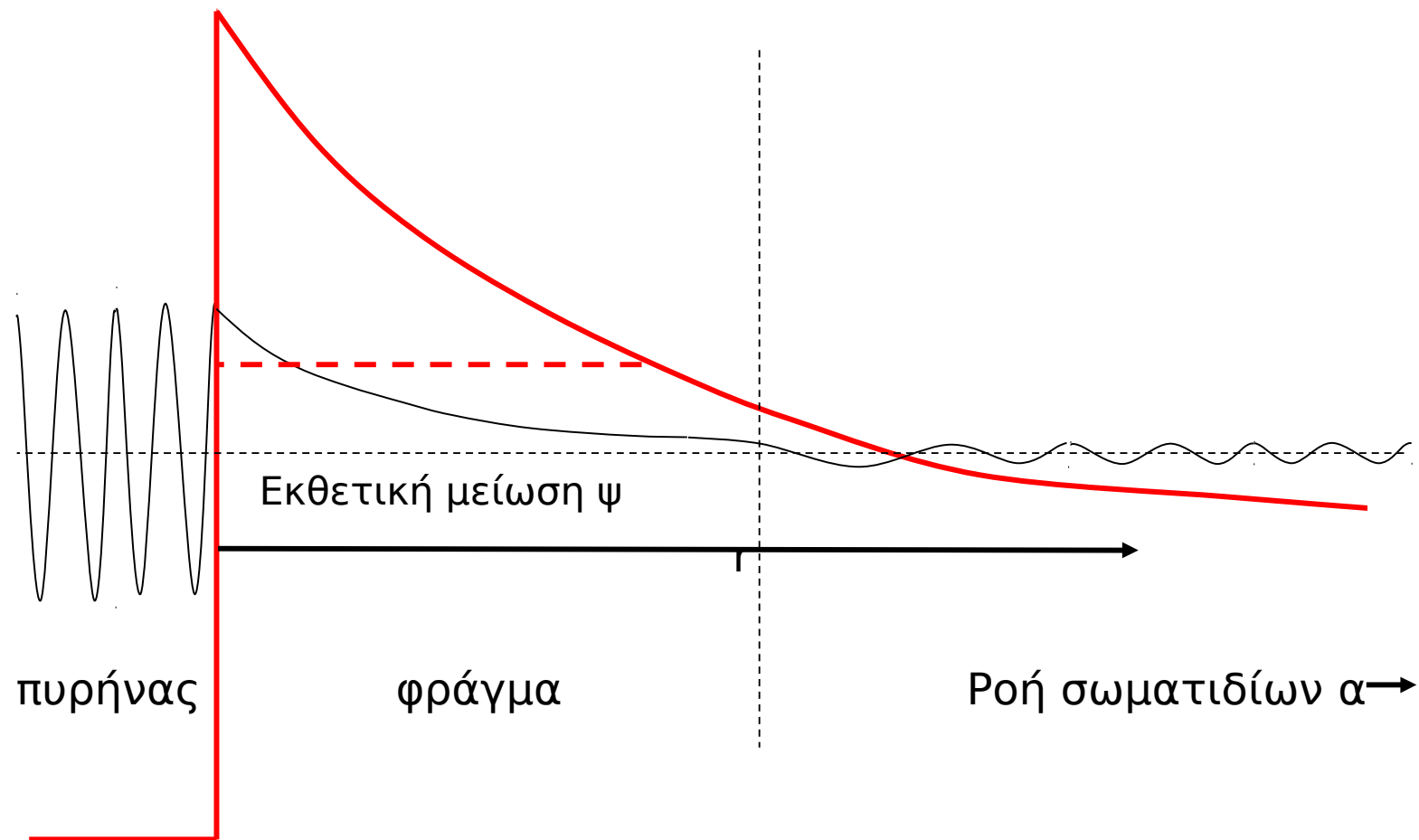
- Το α όμως έχει ενέργεια λίγη ενέργεια ($Q \sim 5\text{MeV}$) σε σχέση με το φράγμα Coulomb ($V_B \sim 30\text{ MeV}$) – βλέπε άσκηση 8 πριν.
 - Άρα, μόνο με το κβαντομηχανικό φαινόμενο σύραγγας μπορεί να βγεί, και από την απόσταση r_s να βρεθεί ελεύθερο στην επιτρεπτή περιοχή $r > r_c$

φαινόμενο σήραγγας

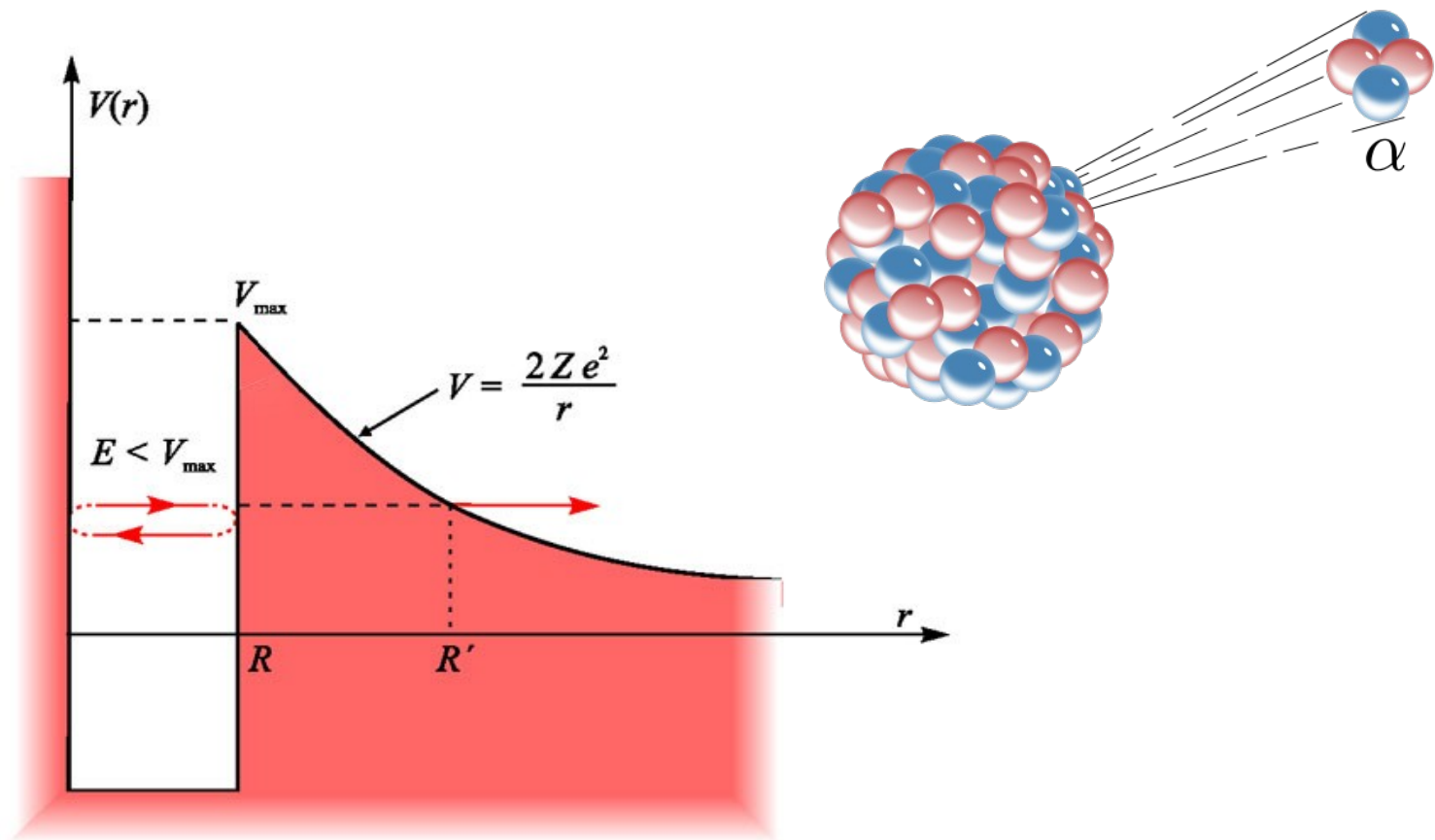


ΣΧΗΜΑ 6.6: Η γενική μορφή της κυματοσυνάρτησης ενός σωματιδίου που διασχίζει μια κλασικά απαγορευμένη περιοχή. Στην περιοχή του φράγματος η κυματοσυνάρτηση υφίσταται μια εκθετική μείωση του πλάτους της που αφήνει όμως μια μικρή πιθανότητα στο σωματίδιο να φτάσει ως την άλλη πλευρά και να συνεχίσει την κίνησή του ως ένα κύμα με αισθητά μειωμένο πλάτος.

α -διάσπαση: φαινόμενο σήραγγας

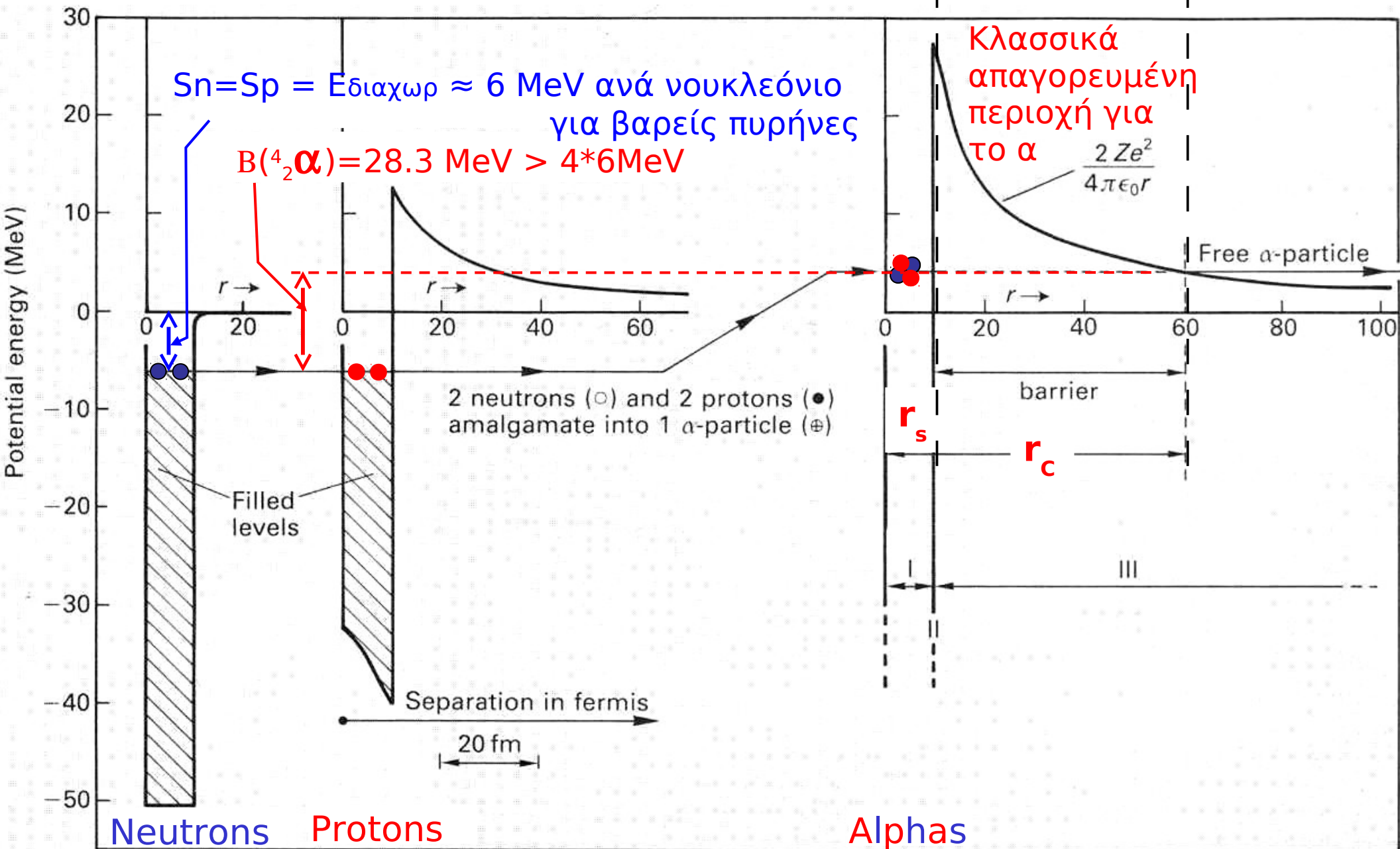


α-διάσπαση: φαινόμενο σήραγγας



ΣΧΗΜΑ 6.7: Το δυναμικό στο οποίο υπόκειται το σωματίδιο άλφα ενός ραδιενεργού πυρήνα. Λόγω των ισχυρών πυρηνικών δυνάμεων, το δυναμικό έχει τη μορφή ενός ελκτικού πηγαδιού στην περιοχή του πυρήνα ($r < R$) και τη μορφή ενός απωστικού δυναμικού Coulomb έξω από αυτόν, αφού εκεί δρα μόνο η ηλεκτρική άπωση μεταξύ του σωματιδίου άλφα και του υπόλοιπου πυρήνα. Για να παραμένει το σωματίδιο άλφα επί μεγάλα χρονικά διαστήματα μέσα στον πυρήνα σημαίνει ότι $E < V_{\max}$ οπότε ο μόνος τρόπος να διαφύγει από το εσωτερικό του είναι με το φαινόμενο της σήραγγας.

α-διάσπαση: σχηματισμός και εκπομπή



α-διάσπαση: εκπομπή

- Το α μπορεί να ελευθερωθεί μόνο με το κβαντομηχανικό φαινόμενο σύραγγας, και από την απόσταση r_s να βρεθεί ελεύθερο στην επιτρεπτή περιοχή $r > r_c$
- Πιθανότητα να περάσει την κλασικά απαγορευμένη περιοχή =
(πιθανότητα να βρεθεί σε r_c) / (πιθανότητα να βρεθεί σε r_s) =

$$\left| \frac{f(r_c)}{f(r_s)} \right|^2 = e^{-G}$$

$f(r)$ = πλάτος
κυματοσυνάρτησης
στη θέση r

**Εκθετική μείωση
της πιθανότητας
διέλευσης.
Το G εξαρτάται
απ'την ενέργεια Q
του α**

α-διάσπαση: εκπομπή

- Το α μπορεί να ελευθερωθεί μόνο με το κβαντομηχανικό φαινόμενο σύραγγας, και από την απόσταση r_s να βρεθεί ελεύθερο στην επιτρεπτή περιοχή $r > r_c$
- Πιθανότητα να περάσει την κλασικά απαγορευμένη περιοχή =
(πιθανότητα να βρεθεί σε r_c) / (πιθανότητα να βρεθεί σε r_s) =

$$G = \frac{\pi}{\hbar c} \left(\frac{2Z_d e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \sqrt{\frac{2mc^2}{Q}} \mathcal{G}(r_s/r_c),$$

$$\left| \frac{f(r_c)}{f(r_s)} \right|^2 = e^{-G}$$

$f(r)$ = πλάτος
κυματοσυνάρτησης
στη θέση r

**Εκθετική μείωση
της πιθανότητας
διέλευσης.
Το G εξαρτάται
απ' την ενέργεια Q
του α**

(6.15)

where the function

$$\mathcal{G}(r_s/r_c) = \frac{2}{\pi} \left[\cos^{-1} \left[\sqrt{\frac{r_s}{r_c}} \right] - \sqrt{\left[\frac{r_s}{r_c} \left(1 - \frac{r_s}{r_c} \right) \right]} \right] \quad (6.16)$$

$$r_c = a \frac{2Z\hbar c}{Q}$$

α-διάσπαση: πιθανότητα διέλευσης

- Πιθανότητα διέλευσης από το φράγμα Coulomb = e^{-G}
- Η εξάρτηση του G από την ενέργεια Q έρχεται ευθέως στον τύπο:

$$G \propto \frac{1}{\sqrt{Q}} * \mathcal{G}(r_s/r_c)$$

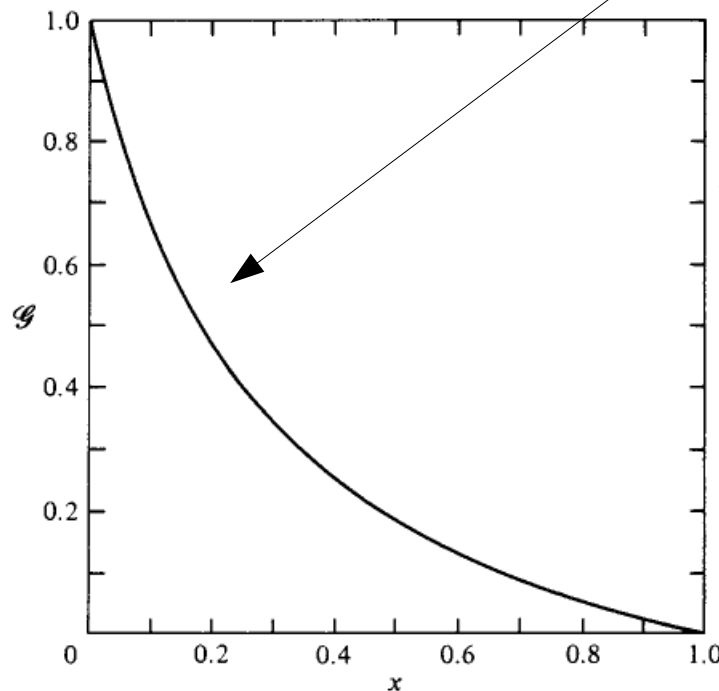


Fig. 6.3 The function $\mathcal{G}(x) = (2/\pi)\{\cos^{-1} \sqrt{x} - \sqrt{x(1-x)}\}$

Όπου

$$x = \frac{r_s}{r_c}$$

$$r_s = R_{\text{πυρήνα}} + R_{\text{άλφα}} \simeq 8 \text{ fm}$$

(ακτίνα πυρήνα + ακτίνα άλφα)

$$r_c = a \frac{2Z\hbar c}{Q} \simeq 40 \text{ fm}$$

(απόσταση όπου το άλφα είναι πάλι σε “επιτρεπτή” περιοχή)

α-διάσπαση: χρόνοι ζωής μητρικών

Πιθανότητα α-διασπασης ανά μονάδα χρόνου ($1/\tau$) =

Πιθανότητα σχηματισμού του σωματιδίου α ανά μονάδα χρόνου ($1/\tau_0$)

* πιθανότητα διέλευσης από φράγμα Coulomb με φαινόμενο σύραγγας (e^{-G})

Μεγάλη εξάρτηση από ενέργεια (Q) του α

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} * e^{-G} \rightarrow \tau = \tau_0 * e^G$$

Μέσος χρόνος
ζωής (παρ. 2.3)
μητρικού πυρήνα

Πειραματικά, από προσαρμογή στις
μετρήσεις:

$$\tau_0 = 7 * 10^{-23} \text{ s}$$

α-διάσπαση: χρόνοι ζωής μητρικών

Πιθανότητα α-διασπασης ανά μονάδα χρόνου ($1/\tau$) =

Πιθανότητα σχηματισμού του σωματιδίου α ανά μονάδα χρόνου ($1/\tau_0$)

* πιθανότητα διέλευσης από φράγμα Coulomb με φαινόμενο σύραγγας (e^{-G})

Μεγάλη εξάρτηση από ενέργεια (Q) του α

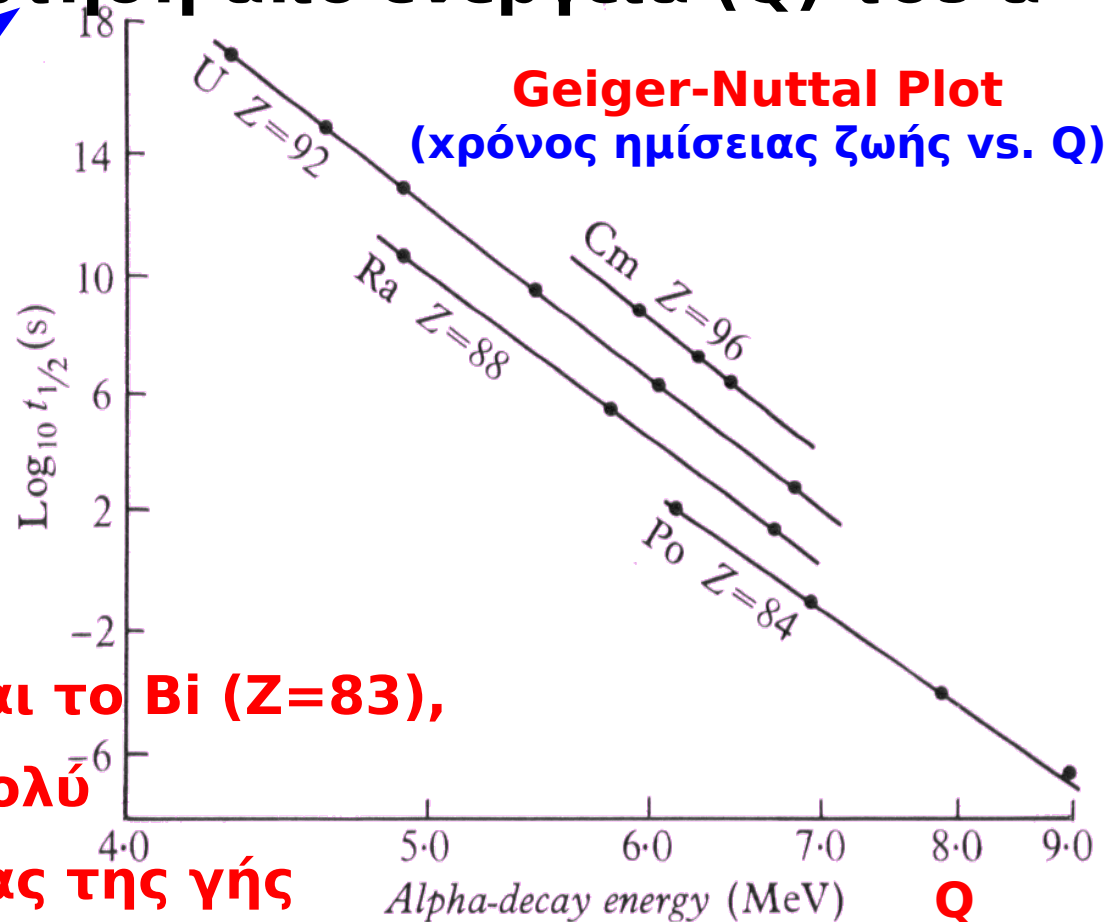
$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} * e^{-G} \rightarrow \tau = \tau_0 * e^G$$

Μέσος χρόνος
ζωής (παρ. 2.3)
μητρικού πυρήνα

Πειραματικά, από προσαρμογή στις
μετρήσεις:

$$\tau_0 = 7 * 10^{-23} \text{ s}$$

**Για $Q < 4 \text{ MeV}$, μέχρι και το Bi (Z=83),
οι χρόνοι ζωής είναι πολύ
μεγαλύτεροι της ηλικίας της γής**



α-διάσπαση: χρόνοι ζωής μητρικών

Πίνακας 6.1 στο βιβλίο σας

Μετρήσεις

Θεωρία

$$\tau = \tau_0 * e^G$$

Table 6.1. The α -decay series from $^{238}_{92}\text{U}$

	Q (MeV)	r_s (fm)	r_c (fm)	$\mathcal{G}$	τ_{exp} (s)	τ_{theory} (s)
$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{234}_{90}\text{Th}$	4.27	8.52	60.7	0.53	2.0×10^{17}	3.3×10^{17}
$(^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow ^{234}_{92}\text{U})$						
$^{234}_{92}\text{U} \rightarrow ^{230}_{90}\text{Th}$	4.86	8.49	53.3	0.51	1.1×10^{13}	1.1×10^{13}
$^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{226}_{88}\text{Ra}$	4.77	8.45	53.1	0.51	3.5×10^{12}	3.9×10^{12}
$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn}$	4.87	8.41	50.9	0.50	7.3×10^{10}	7.4×10^{10}
$^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow ^{218}_{84}\text{Po}$	5.59	8.37	43.3	0.46	4.8×10^5	4.2×10^5
$^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{214}_{82}\text{Pb}$	6.11	8.33	38.7	0.43	2.6×10^2	1.6×10^2
$(^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{214}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{214}_{84}\text{Po})$						
$^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb}$	7.84	8.28	30.1	0.36	2.3×10^{-4}	1.1×10^{-4}
$(^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\text{Po})$						
$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb}$	5.41	8.24	43.7	0.47	1.7×10^7	5.8×10^5

The values of Q are from experiment. The intervening β -decays, which reduce the neutron-to-proton ratio as the nuclei become lighter, are given in parentheses.

Σημείωση: γενικά πολύ καλή περιγραφή, αλλά συνεισφορές από φαινόμενα σχετικά με τους πυρηνικούς φλοιούς $O(1 \text{ MeV})$ μπορούν να αλλάξουν αρκετά τα Q -values ή τη σταθερότητα ώστε οι χρόνοι ζωής να είναι πολύ διαφορετικοί από την πρόβλεψη

α-διάσπαση: χρόνοι ζωής μητρικών

Πίνακας 6.1 στο βιβλίο σας

Μετρήσεις

Θεωρία
 $\tau = \tau_0 * e^G$

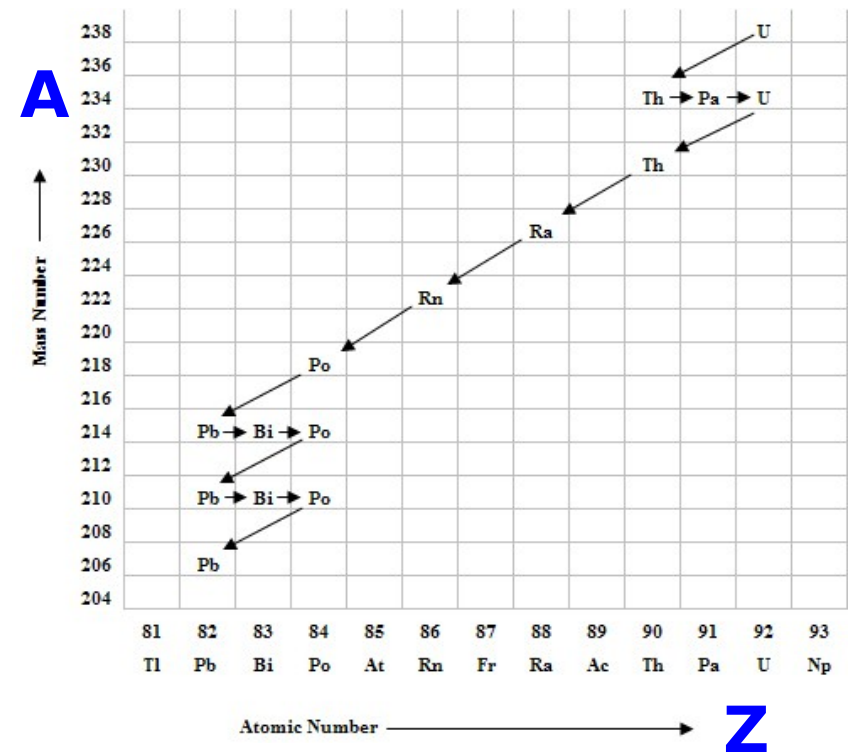
Table 6.1. The α -decay series from $^{238}_{92}\text{U}$

	Q (MeV)	r_s (fm)	r_c (fm)	$\mathcal{G}$	τ_{exp} (s)	τ_{theory} (s)
$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{234}_{90}\text{Th}$	4.27	8.52	60.7	0.53	2.0×10^{17}	3.3×10^{17}
$(^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow ^{234}_{92}\text{U})$						
$^{234}_{92}\text{U} \rightarrow ^{230}_{90}\text{Th}$	4.86	8.49	53.3	0.51	1.1×10^{13}	1.1×10^{13}
$^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{226}_{88}\text{Ra}$	4.77	8.45	53.1	0.51	3.5×10^{12}	3.9×10^{12}
$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn}$	4.87	8.41	50.9	0.50	7.3×10^{10}	7.4×10^{10}
$^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow ^{218}_{84}\text{Po}$	5.59	8.37	43.3	0.46	4.8×10^5	4.2×10^5
$^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{214}_{82}\text{Pb}$	6.11	8.33	38.7	0.43	2.6×10^2	1.6×10^2
$(^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{214}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{214}_{84}\text{Po})$						
$^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb}$	7.84	8.28	30.1	0.36	2.3×10^{-4}	1.1×10^{-4}
$(^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\text{Po})$						
$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb}$	5.41	8.24	43.7	0.47	1.7×10^7	5.8×10^5

The values of Q are from experiment. The intervening β -decays, which reduce the neutron-to-proton ratio as the nuclei become lighter, are given in parentheses.

Σημείωση: γενικά πολύ καλή περιγραφή, αλλά συνεισφορές από φαινόμενα σχετικά με τους πυρηνικούς φλοιούς $O(1 \text{ MeV})$ μπορούν να αλλάξουν αρκετά τα Q -values ή τη σταθερότητα ώστε οι χρόνοι ζωής να είναι πολύ διαφορετικοί από την πρόβλεψη

Ραδιενεργή σειρά του $^{238}_{92}\text{U}$



Υπάρχουν επίσης οι σειρές των:
 $^{237}_{93}\text{Np}$, $^{235}_{92}\text{U}$, $^{235}_{90}\text{Th}$

α-διάσπαση: “γραμμικό” φάσμα

- $M(A,Z) \rightarrow M(A-4, Z-2) + \alpha + Q$

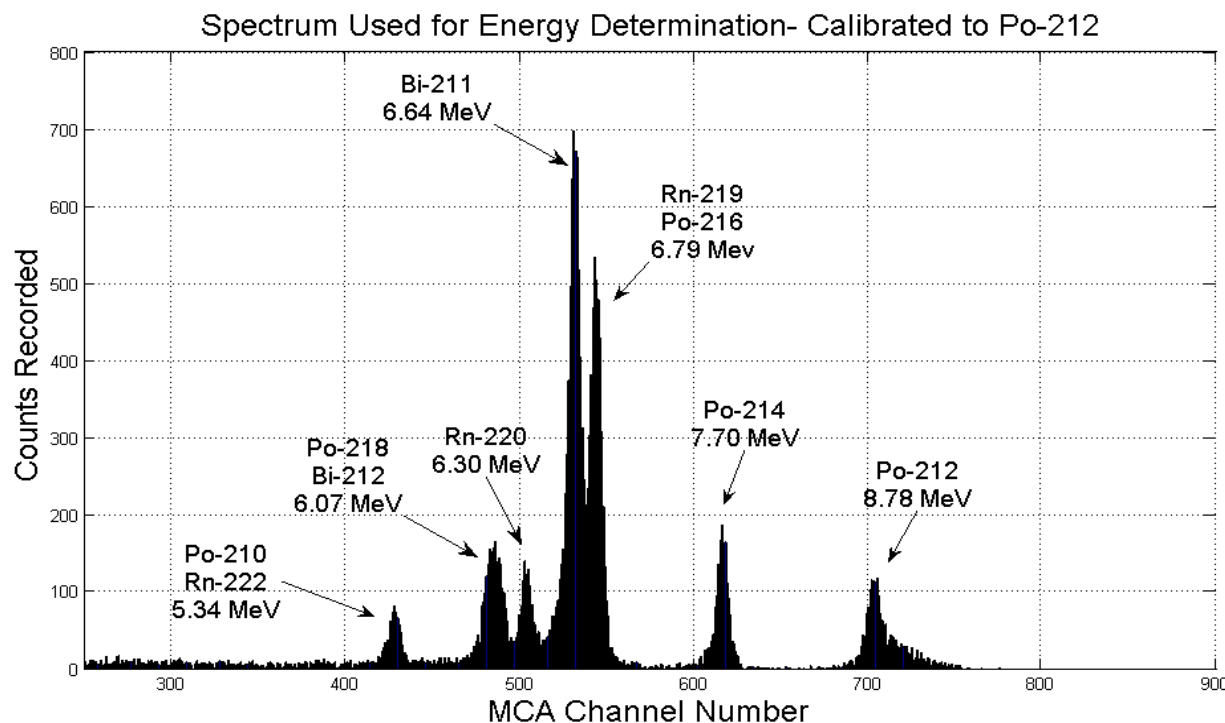
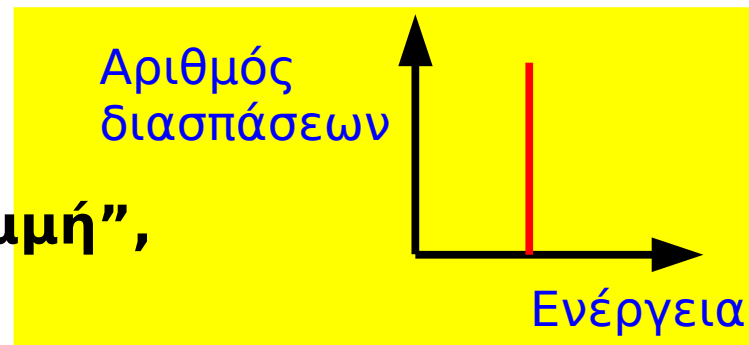
- “Φάσμα α = γραμμικό” (= για κάθε

διάσπαση μία τιμή ενέργειας = “μία γραμμή”,

σε αντίθεση με ένα “συνεχές” τιμών)

→ τιμές του Q = συγκεκριμένες

- Μονοενεργειακές, αν οι πυρήνες ήταν πάντα στη βασική κατάσταση: η ενέργεια του α, μας “λέει” από ποιά διάσπαση προήλθε!



α-διάσπαση: γραμμικό φάσμα

- Τα εκπεμόμενα α είναι μονοενεργειακά, αν οι πυρήνες ήταν πάντα στη βασική κατάσταση: αλλά δεν είναι πάντα έτσι
- μπορείς να έχεις μια ομάδα σωματίων α με διακριτές τιμές ενεργειών:
 - Αν το α εκπέμπεται από διεγερμένη κατάσταση του μητρικού (ή προς διεγερμένη κατάσταση του θυγατρικού), τότε το Q είναι λίγο μεγαλύτερο (ή μικρότερο), κατά συγκεκριμένη ποσότητα όμως

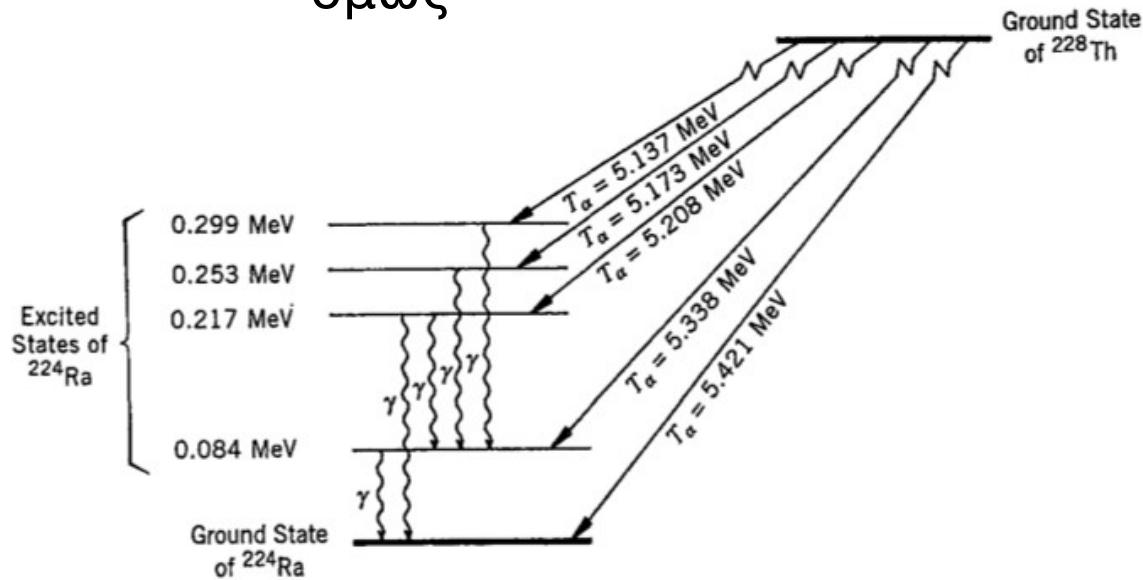


Fig. 4.1 α-particle transitions observed in the decay of ^{228}Th .

- Αναλογία με τα φωτόνια που εκπέμπονται από τις κβαντισμένες ενεργειακές στάθμες των ατόμων, κι έτσι έχουν συγκεκριμένες ενέργειες.

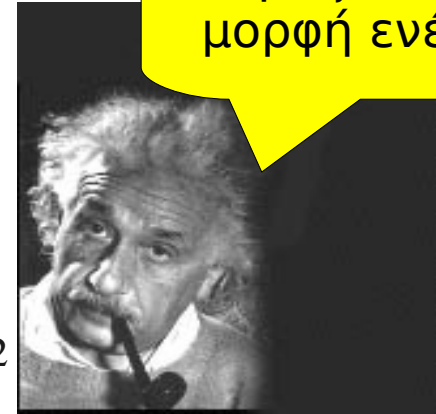
Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια μάζα

Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας



γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

$$\text{Σημείωση: } mc=1, \text{ γράφουμε: } E^2 = p^2 + m^2, \text{ κλπ}$$

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^6 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm} \quad \text{ή} \quad \hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε $e^2 = \alpha \hbar c$, όπου $\alpha = 1/137$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$\mathbf{1 \text{ amu}} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$