

Σοιχεία Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2015-16)

Τμήμα Τ3: Κ. Κορδάς & Σ. Ε. Τζαμαρίας

Μάθημα 1

- α) Ύλη, τρόπος διαβάσματος και εξέτασης
- β) Εισαγωγή στην Φυσική του Μικρόκοσμου
- γ) Από την Ατομική στην Υπο-Ατομική Φυσική

Σ. Ε. Τζαμαρίας

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη Ι, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης

Ωρες μαθήματος

- Το μάθημα θα γίνεται στο τμήμα T3:
- Την Πέμπτη 09:00 – 11:00 π.μ., στην αίθουσα A31
- Την Παρασκευή 09:00 – 11:00 π.μ., στην αίθουσα A22

Βιβλιογραφία

- Το βιβλίο που σας δίνεται:

☞ W.N. Cottingham and D.A. Greenwood: Εισαγωγή στην Πυρηνική Φυσική («τυπωθήτω» Γ. Δαρδανός, 1996)

- Η ιστοσελίδα του μαθήματος:

☞ <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

- Φετινή χρονιά στο link 2015-16:
http://skiathos.physics.auth.gr/atlas/Nuclear_Physics/
- 2010 - στα αντίστοιχα links στην ιστοσελίδα αυτή

☞ Εκεί θα βρείτε:

- τις διαφάνειες των παραδόσεων
- τις σημειώσεις του μαθήματος:
 - ☞ Σημειώσεις Πυρηνικής
 - ☞ Σημειώσεις για τα Στοιχειώδη Σωματίδια
- την ύλη κωδικοποιημένη

Πρόσθετη βιβλιογραφία

- W.E.Burcham & M.Jobes: Nuclear and Particle Physics, (Longman, 1995)
- Arthur Beiser: Concepts of Modern Physics (McGraw Hill, 1995 & 2003) και μεταφρασμένο
- A. Das and T. Ferbel: Introduction to Nuclear and Particle Physics (World Scientific, 2nd Revised Edition 2004)
- B. Povh, K. Rith, Ch. Scholz and F. Zetsche: Particles and Nuclei: An Introduction to the Physical Concepts (Springer, 6th Edition 2008)
- B. Martin: Nuclear and Particle Physics: An Introduction (Wiley, 2nd Edition 2009)
- W. Williams: Nuclear and Particle Physics (Oxford University Press, 1991)
- D.H. Perkins: Εισαγωγή στη Φυσική Υψηλών Ενεργειών, («τυπωθήτω» Γ. Δαρδανός, 1996)
- B. Martin and G. Shaw: Particle Physics (Manchester Physics Series) (Wiley, 3rd Edition (2008)

Πρόσθετη βιβλιογραφία - εκλαϊκευμένα

- The ideas of Particle Physics, J.E.Dodd, (Cambridge)
- Subatomic Physics, H.Frauenfelder,E.Henley (Prentice-Hall,Inc
- The First Three Minutes, Steven Weinberg (και μεταφρασμένο)
- Towards the Theory of Everything, Steven Weinberg
- The Second Creation: Makers of the Revolution in Twentieth-Century Physics, R. P. Greese & C. C. Mann (Rudgers Press)
- The Elegant Universe, Brian Green
- The Fabric of the Cosmos, Brian Green
- Και η αστείρευτη πηγή του internet (αλλά με ΠΡΟΣΟΧΗ !):
 - ☒ wikipedia.com
 - ☒ google.com
 - ☒ κλπ.

Τρόπος διαβάσματος και εξέτασης

- Η εξέταση είναι κλασσική : με τελικό διαγώνισμα
 - ☒ Υπάρχει δυνατότητα εθελοντικά για παρουσίαση στα πλαίσια του μαθήματος.
- Για να διαβάζετε πιο συγκεντρωμένα και να μην σας μείνουν όλα για το τέλος και πελαγώνετε:
 - ☒ Το βασικότερο: να έρχεστε στις παραδόσεις
 - Περίπου 5 φορές μέσα στο εξάμηνο:
 - ☒ Ομάδες ασκήσεων να τις λύνετε σπίτι, διαβάζοντας με οποιονδήποτε συμφοιτητή σας σε ομάδες και να τις κοιτάμε την επόμενη εβδομάδα
 - ☒ Δεν θα πάρετε έξτρα βαθμό γι' αυτά αλλά... η εμπειρία αποδεικνύει πως εφαρμόζοντας τις γνώσεις που προσφέρει η θεωρία στη λύση ασκήσεων αποτελεί την πιο σίγουρη (και σύντομη) μέθοδο εκπαίδευσης... Εν τοιαύτη περιπτώσει αποτελεί την πιο σίγουρη μέθοδο να περάσετε το μάθημα χωρίς να «ζοριστείτε» στο τέλος.

Επικοινωνία

- Με email, τηλέφωνο, ή αυτοπροσώπως

☒ Στην ιστοσελίδα του μαθήματος,
<http://www.physics.auth.gr/course/show/125>,
ακολουθείστε τους συνδέσμους επικοινωνίας με
τον κάθε διδάσκοντα.

☒ Σας παρακαλούμε τα email σας να έχουν τίτλο:
Pyriniki-Stoixeiodi 2015-16

για να τα βρίσκουμε εύκολα μέσα στα mailbox μας

- Τα γραφεία των διδασκόντων ευρίσκονται στον 1ο όροφο, στους χώρους του Εργαστηρίου Ατομικής και Πυρηνικής Φυσικής. Μην διστάζετε να εκφράζετε απορίες και να ζητάτε την βοήθεια/καθοδήγηση τους..

☒ Ωρες επίσκεψης στους διδάσκοντες του T#:

– Παρασκευή 11- 13 (αμέσως μετά το μάθημα)

Καλό είναι να λύνετε τις απορίες σας πριν την τελική εξέταση και όχι μετά :)

Υπό-Ατομική Φυσική

FUNDAMENTAL PARTICLES AND INTERACTIONS

The Standard Model summarizes the current knowledge in Particle Physics. It is the quantum theory that includes the theory of strong interactions Quantum Chromodynamics (QCD) and the unified theory of weak and electromagnetic interactions Electroweak. Gravity is excluded on this chart because it is one of the fundamental interactions even though not part of the "Standard Model".

FERMIONS

matter constituents
spin = 1/2, 2/3, 5/2, ...

Leptons spin = 1/2			Quarks spin = 1/2		
Flavor	Mass GeV/c ²	Electric charge	Flavor	Approx. Mass GeV/c ²	Electric charge
e ⁻ electron	<1.50 · 10 ⁻⁶	0	u ⁺ up	0.003	2/3
ν _e electron neutrino	0.000511	-1	d ⁻ down	0.006	-1/3
μ ⁻ muon	<0.0002	0	c ⁺ charm	1.3	2/3
ν _μ muon neutrino	0.106	-1	s ⁻ strange	0.1	-1/3
τ ⁻ tau lepton	<0.02	0	t ⁺ top	175	2/3
ν _τ tau neutrino	1.7771	-1	b ⁻ bottom	4.3	-1/3

Spin is the intrinsic angular momentum of particles. Spin is given in units of $\hbar$, which is the quantum unit of angular momentum, $\hbar = 6.58 \times 10^{-25} \text{ J} \cdot \text{s} = 1.054 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Electric charges are given in units of the proton's charge, in 1/3 units the electric charge of the proton is $1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$.

The **energy** unit of particle physics is the electronvolt (eV), the energy gained by free electron in crossing a potential difference of one volt. **Masses** are given in GeV/c² (intermediate $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$), where $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-10} \text{ J}$. The mass of the proton is $1.68 \text{ GeV/c}^2 = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Baryons, quarks and Antibaryons qq̄

There are about 150 types of baryons.

Symbol	quarks	Quark	Electric charge	Mass	Spin
p ⁺ proton	uud	u	2/3	0.938	1/2
n ⁰ neutron	udd	u	2/3	0.938	1/2
Λ ⁰ lambda	uds	u	2/3	1.116	1/2
Σ ⁺ sigma	uus	u	2/3	1.193	1/2

Matter and Antimatter

For every particle type there is a corresponding antiparticle type, denoted by a bar over the particle symbol. Matter is made of particles with positive electric charge. Particles and antiparticles have identical mass but opposite electric charge. They have electrically neutral forces (B⁰, Z⁰, and γ), and e⁺ and e⁻ but not (p⁺, p⁻) and (n⁰, n⁰) have antiparticles.

Figures

The diagrams are an artist's conceptualization of physical processes. They are not real and have no meaningful data. Green solid lines represent the flow of quarks in the gluon field, and red lines the quark paths.

If the proton and neutron in this picture were 10 cm across, then the nucleon would be about the size of a marble, and the entire atom about the size of 10 cm.

BOSONS

force carriers
spin = 0, 1, 2, ...

Unified Electroweak spin = 1			Strong (color) spin = 1		
Flavor	Mass GeV/c ²	Electric charge	Flavor	Mass GeV/c ²	Electric charge
γ photon	0	0	g gluon	0	0
W ⁺	80.4	-1			
W ⁻	80.4	+1			
Z ⁰	91.187	0			

Color Charge
Each quark carries one of three types of "strong charge," also called "color charge," red, green, or blue. There are eight possible colors of color charge. There are eight possible colors of color charge. There are eight possible colors of color charge.

Only charged particles interact by exchanging photons, in strong interactions color charge pairs are emitted by exchanging gluons, photons, and W and Z bosons have no strong interactions and hence no color charge.

Quarks Confined in Mesons and Baryons

One cannot isolate a single quark. Quarks are confined in color-neutral particles called hadrons. This confinement demands that mesons must exchange gluons among the two color-charged quarks. As color charges cannot be isolated, quarks and gluons must always be found in the color-field lattice between them. In mesons, this energy eventually is converted into mass and each quark carries half the mass. The quarks and antiquarks form colorless mesons, hadrons, hence the particles were so named. Two types of hadrons have been observed in nature: **mesons** and **baryons**.

Residual Strong Interaction

The strong binding of color-neutral protons and neutrons to form nuclei is due to residual strong interactions between the color-neutral nucleons. It is similar to the residual electrical interaction that binds electrically neutral atoms to form molecules. It can also be viewed as the exchange of mesons between the baryons.

PROPERTIES OF THE INTERACTIONS

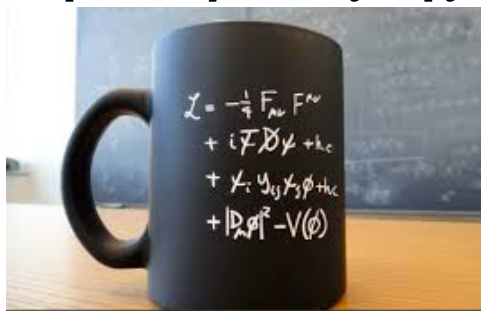
Property	Interaction	Gravitational		Weak		Electromagnetic		Strong	
		Mass	Energy	Flavor	Electric Charge	Color Charge	See Residual Strong Interaction	Residual	
Acts on:	Particles experiencing:	All	Quarks, Leptons	Electrically charged	Quarks, Gluons				
	Particles mediating:	Graviton (not yet identified)	W ⁺ , W ⁻ , Z ⁰	γ	Gluons	Mesons			
Strength relative to electromagnetism for two u quarks at:		10 ⁻⁴¹	10 ⁻⁶	1	1	25	Not applicable to quarks		
		10 ⁻⁴¹	10 ⁻⁶	1	1	60	Not applicable to hadrons		
For: two protons in nucleus		10 ⁻³⁸	10 ⁻⁷	1	1	20			

$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

The diagram illustrates the timeline of the Big Bang expansion, showing the universe's growth from a small, dense state to its current vast, accelerating expansion. The timeline is represented by a horizontal cylinder with a grid pattern, showing the progression of time from left to right.

- Quantum Fluctuations:** The initial state of the universe, represented by a small, dense region on the left.
- Inflation:** A period of rapid expansion, shown as a bright, glowing region.
- Afterglow Light Pattern 400,000 yrs.:** The first light emitted by the universe, shown as a blue and yellow pattern.
- Dark Ages:** A period of darkness, shown as a dark, empty space.
- 1st Stars about 400 million yrs.:** The first stars formed, shown as bright, glowing points.
- Development of Galaxies, Planets, etc.:** The formation of galaxies and other celestial bodies, shown as a dense field of stars and galaxies.
- Dark Energy Accelerated Expansion:** The current state of the universe, where expansion is accelerating, shown as a vast, expanding space.

A horizontal arrow at the bottom indicates the total duration of the Big Bang expansion, labeled **Big Bang Expansion 13.7 billion years**. The **WMAP** satellite is shown on the right, observing the universe.



στο πλαίσιο μίας αυτοσυνεπούς
θεωρίας

Δημιουργία και εξέλιξη του Κόσμου μας

Ύλη – τι θα αποκομήσετε από το μάθημα αυτό

- Από τι είναι φτιαγμένος ο κόσμος I

- ☒ Συγκρότηση, διαστάσεις και μάζα των πυρήνων
- ☒ Περαιτέρω χαρακτηριστικά πυρήνων και πυρηνικών δυνάμεων
- ☒ Τίποτε (ή σχεδόν τίποτε) δεν είναι αιώνιο:

Διασπάσεις των πυρήνων και πυρηνικές αντιδράσεις

- α , β , γ διάσπαση των πυρήνων. Σχάση. Σύντηξη

- Από τι είναι φτιαγμένος ο κόσμος II

- ☒ Εισαγωγή στα “στοιχειώδη” σωμάτια: οι δομικοί λίθοι που φτιάχνουν όλα τ' άλλα
- ☒ Οι δυνάμεις στη φύση – αλληλεπιδράσεις σωματιδίων, διαγράμματα Feynman
- ☒ Συμμετρίες στη φύση, αρχές διατήρησης και χαρακτηριστικά σωματιδίων (= κβαντικοί αριθμοί)

- (αν υπάρχει χρόνος: Κινηματική αλληλεπιδράσεων)

Αλλά ας μην ξεχνάμε τις προκλήσεις για τις οποίες προετοιμαζόμαστε...

- τι ακριβώς είναι η αρδάνεια και τι είναι η μάζα;
- πως παίρνουν μάζα τα νετρίνα ;
- γιατί η ύλη είναι περισσότερη από την αντιύλη ;
- γιατί η βαρύτητα να μην είναι κβαντική θεωρία ; (*υπερχορδές*)
- πόσες διαστάσεις έχει ο χώρος;
- τι είναι η σκοτεινή ύλη ;
- τι είναι η σκοτεινή ενέργεια;
- γιατί η θεωρία που ξέρουμε (*το Καθιερωμένο Πρότυπο*) είναι τόσο επιτυχής στις ενέργειες που πειράματιζόμαστε αλλά γίνεται «παραλογη» όταν προσπαθούμε να προβλέψουμε φαινόμενα σε πολύ μεγαλύτερες ενέργειες;
- υπάρχει κάποιος μηχανισμός που να ενοποιεί όλες τις αλληλεπιδράσεις ; (*τουλάχιστον τον HM , την ασθενή και ισχυρή αλληλεπίδραση*)
- Υπερσυμμετρία ;

Καθώς επίσης και ότι η προσπάθεια απάντησης τους «ωθεί την πλέον προηγμένη τεχνολογία και οργανολογία (*φυσική ανιχνευτικών διατάξεων*) στα όριά της»

OFFICE OF HIGH ENERGY PHYSICS



Office of
Science



Particle Physics: Benefits to Society

From the earliest days of high energy physics in the 1930s to the latest 21st century initiatives, the innovative ideas and technologies of particle physics have entered the mainstream of society to transform the way we live. Selected examples illustrate a long and growing list of beneficial practical applications with contributions from particle physics.



Medicine: cancer therapy

Every major medical center in the nation uses accelerators producing x-rays, protons, neutrons or heavy ions for the diagnosis and treatment of disease. It is estimated that there are over 7,000 operating medical linacs around the world that have treated over 30,000,000 patients.



Medicine: diagnostic instrumentation

Particle detectors first developed for particle physics are now ubiquitous in medical imaging. Positron emission tomography, the technology of PET scans, came directly from detectors initially designed for particle physics experiments sensing individual photons of light.



Homeland security: monitoring nuclear waste nonproliferation

In nuclear reactors, the amount of plutonium builds up as the uranium fuel is used. Because plutonium and uranium emit different kinds of particles, a particle detector can be used to monitor and analyze the contents of the nuclear reactor core. A prototype detector, originally developed by physicists for experiments, has already demonstrated the potential use of this new monitoring technology.



Industry: power transmission

Cables made of superconducting material can carry far more electricity than conventional cables with minimal power losses. Further superconducting technology advances in particle physics will help advance this industry, offering an opportunity to meet continued power needs in densely populated areas where underground copper transmission lines are near their capacity.



Industry: biomedicine and drug development

Biomedical scientists use particle physics technologies to decipher the structure of proteins, information that is key to understanding biological processes and healing disease. A clearer understanding of protein structure allows for the development of more effective drugs, such as Kaletra, one of the world's most-prescribed drugs to fight AIDS.



Industry: understanding turbulence

From long distance oil pipelines to models for global weather prediction, turbulence determines the performance of virtually all fluid systems. Silicon strip detectors and low-noise amplifiers developed for particle physics are used to detect light scattered from microscopic particles in a turbulent fluid, permitting detailed studies of this challenging area.



Computing: the World Wide Web

Particle physicists developed the World Wide Web to give them a tool to communicate quickly and effectively with colleagues around the world. Few other technological advances in history have more profoundly affected the global economy and societal interactions than the Web. In 2001, revenues from the World Wide Web exceeded one trillion dollars, with exponential growth continuing.



Computing: the Grid

The Grid is the newest particle physics computing tool that allows physicists to manage and process unprecedented amounts of data across the globe by combining the strength of hundreds of thousands of individual computing farms. Industries such as medicine and finance are examples other fields that also generate large amounts of data and benefit from advanced computing technology.



Sciences: synchrotron light sources

Researchers use the ultra-powerful X-ray beams of dedicated synchrotron light sources to create the brightest lights on earth. These luminous sources provide tools for such applications as protein structure analysis, pharmaceutical research, materials science and restoration of works of art.





Εισαγωγή στην Φυσική του Μικρόκοσμου

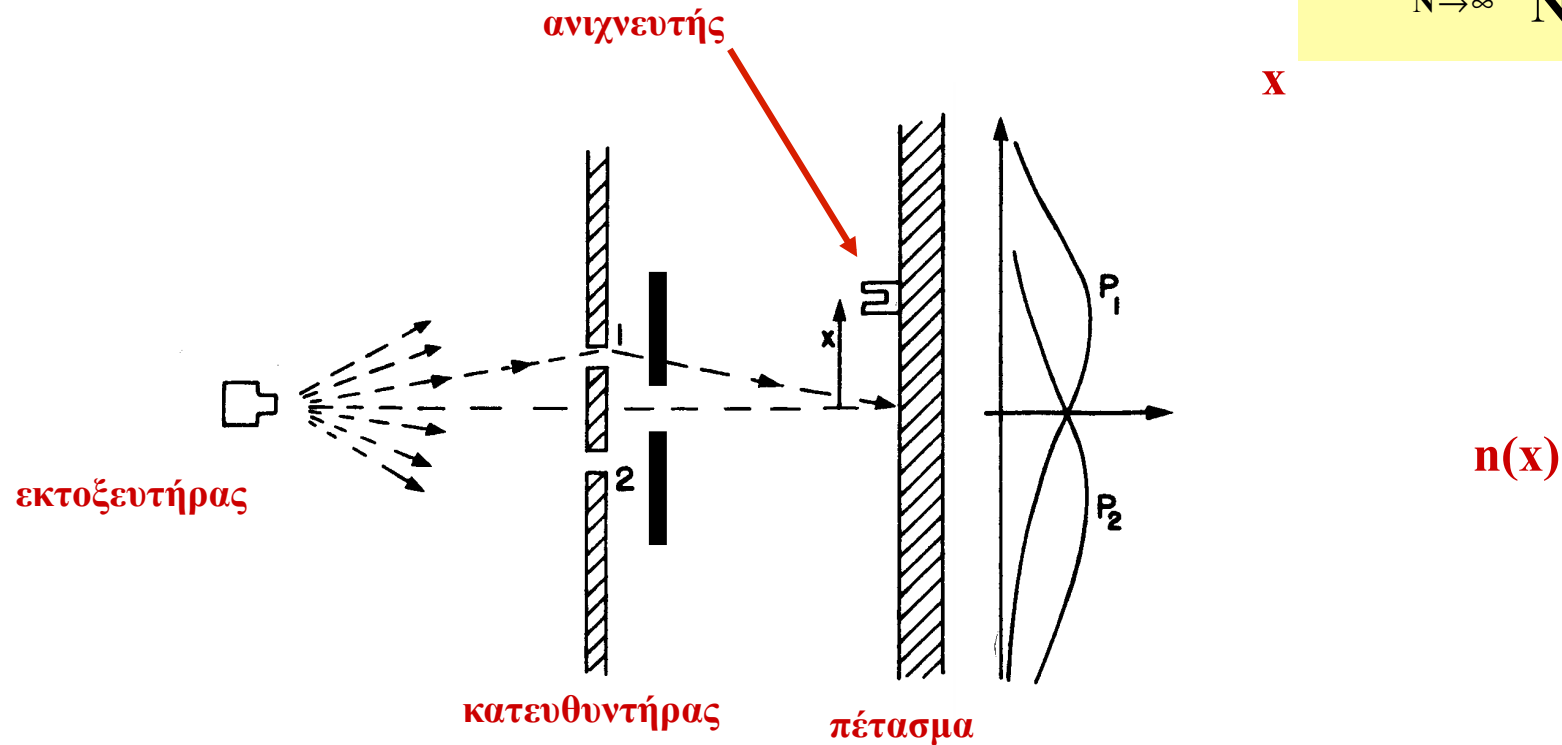
Κυματικός ή Σωματιδιακός Χαρακτήρας

Κυματική και Σωματιδιακή Συμπεριφορά

Κυματικός & Σωματιδιακός Διτισμός

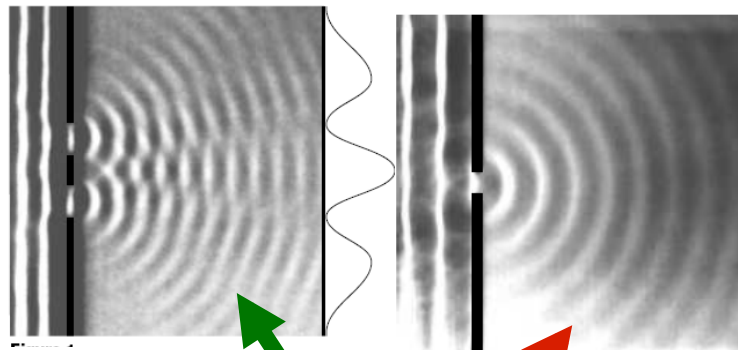
Ένα Πείραμα με «Υλικά Σημεία»

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n(x)}{N} \approx \left[\frac{n(x)}{N} \right]_{\text{μεγαλο } N}$$



$$P_{12} = P_1 + P_2$$

Ένα Πείραμα με Μηχανικά Κύματα



$$\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 \cdot \mathbf{e}^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega \cdot \mathbf{t})}, I \sim |\mathbf{h}|^2$$

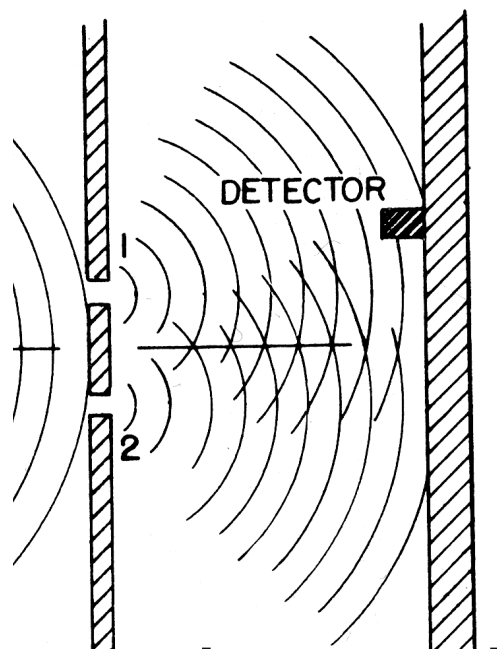
$$I_1 \sim |\mathbf{h}_1|^2 \quad I_2 \sim |\mathbf{h}_2|^2$$

$$I_{12} = |h_1 + h_2|^2.$$

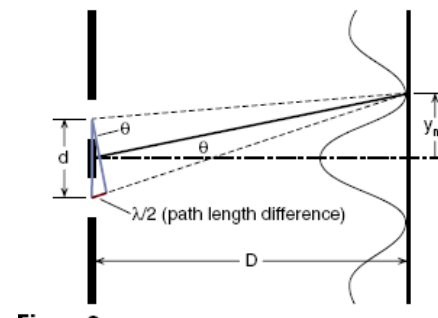
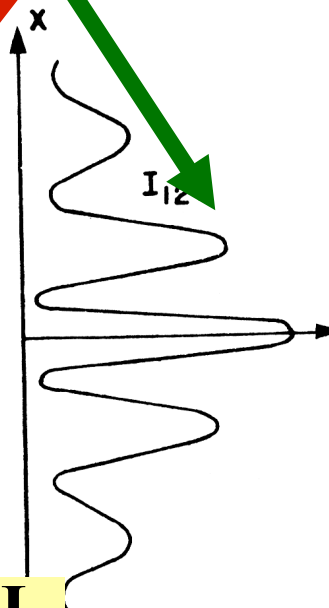
$$= |h_1|^2 + |h_2|^2 + 2|h_1||h_2| \cos \delta.$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

δ : διαφορά “δρόμου”

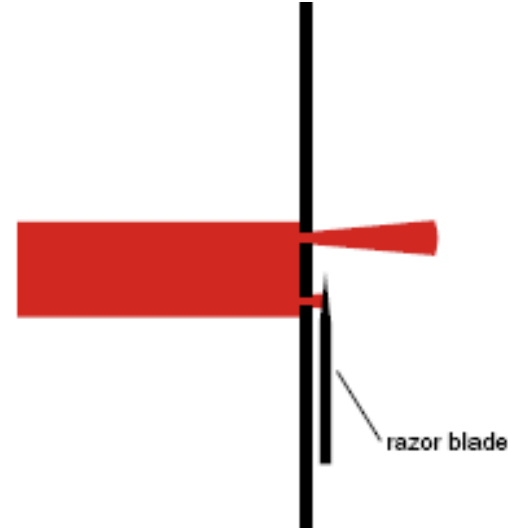
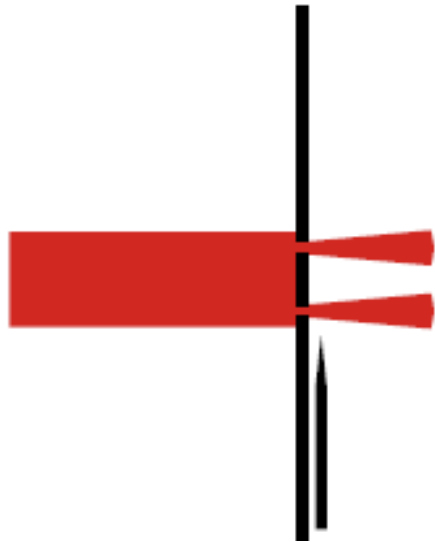


$$I_{12} \neq I_1 + I_2$$



$$\delta = \vec{k} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

Ένα Πείραμα με Ηλεκτρομαγνητικά Κύματα



$$\text{I. } \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{III. } \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

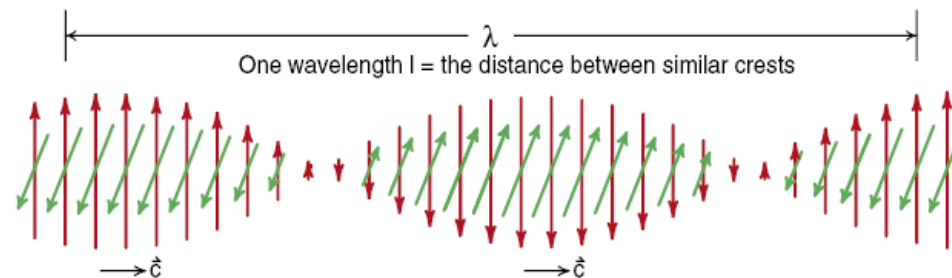
$$\text{II. } \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\text{IV. } c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

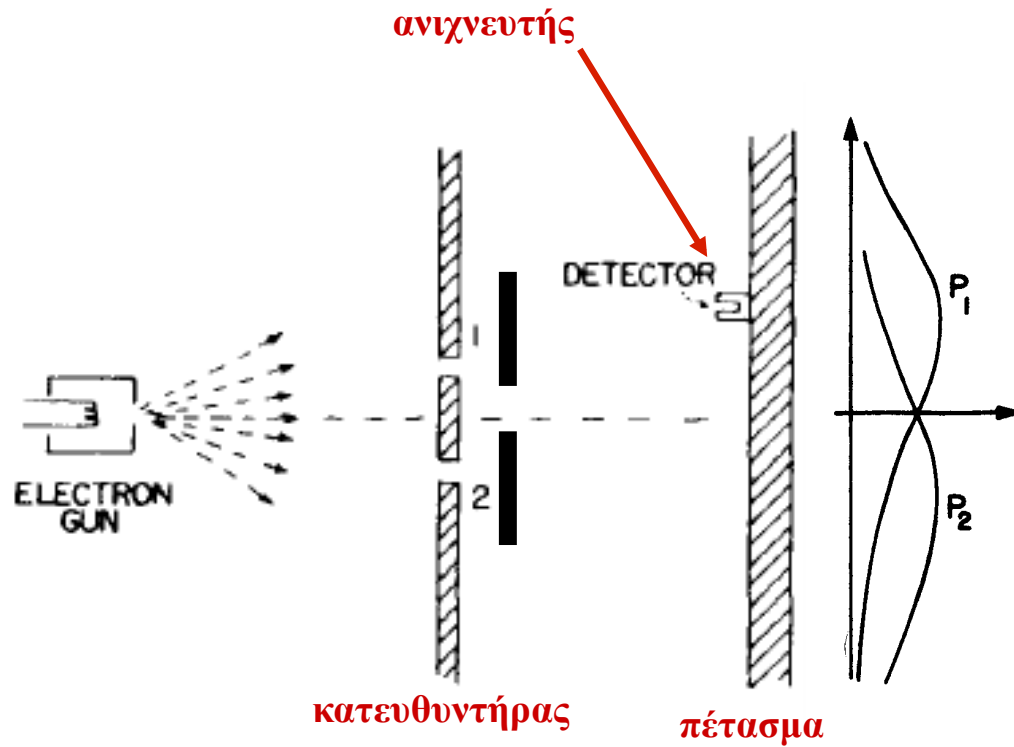
στον ελεύθερο χώρο ($\rho=0$ και $\mathbf{j}=0$)

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0.$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0.$$



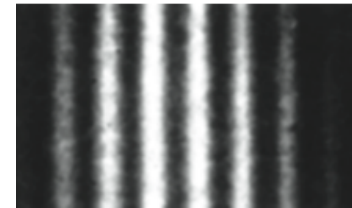
Ένα Πείραμα με Ηλεκτρόνια (e)



$$P_{12} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n(x)}{N} \approx \left[\frac{n(x)}{N} \right]_{\text{μεγάλο } N}$$

x

n(x)



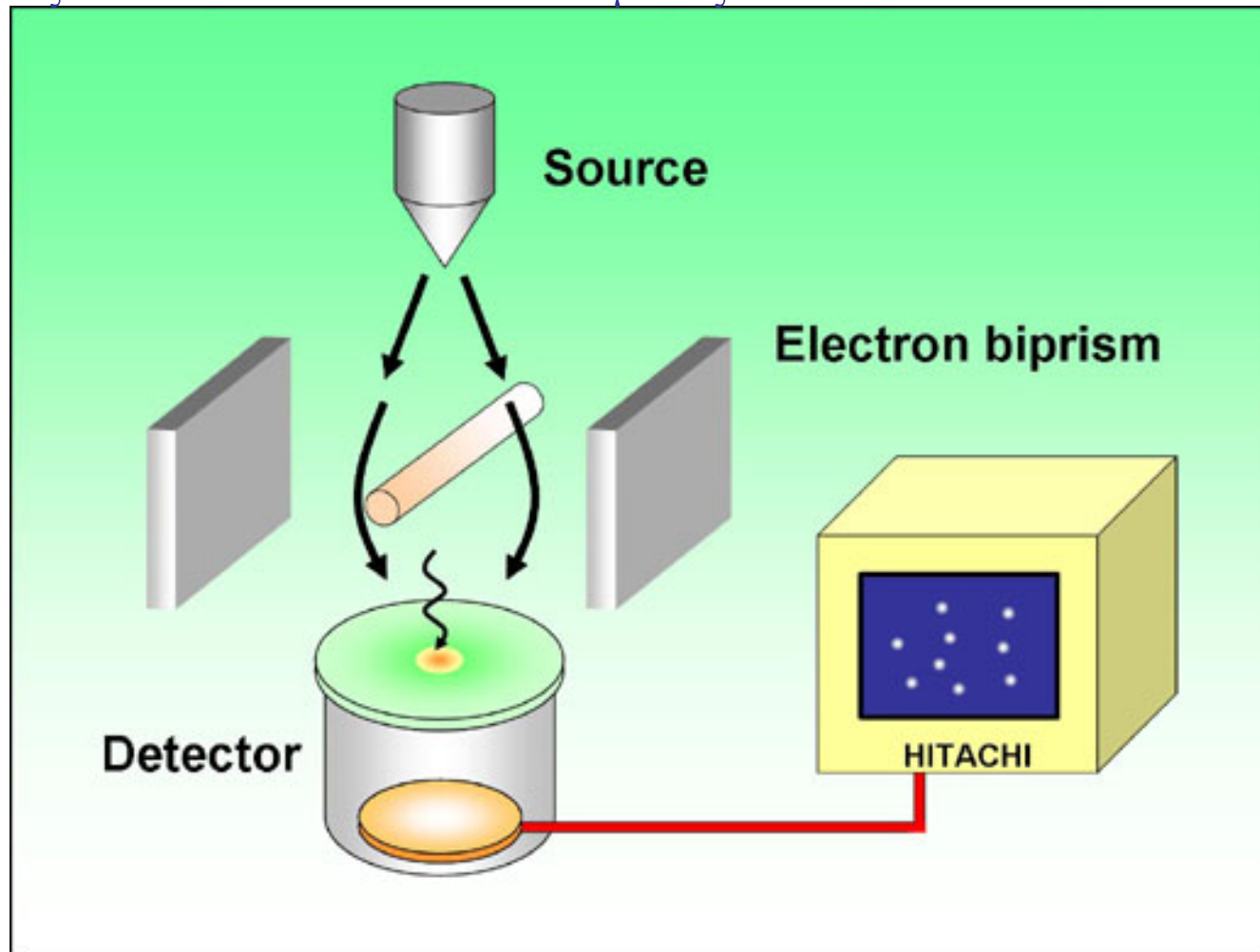
1961, Claus Jönsson

$$P_{12} \neq P_1 + P_2$$

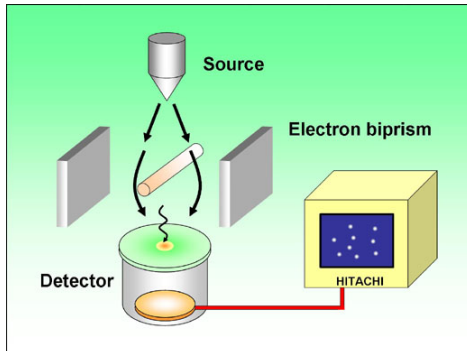
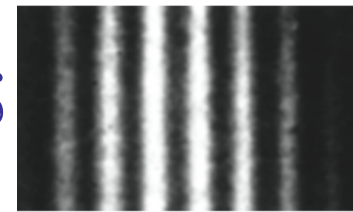
«Κυματική» συμπεριφορά της δέσμης ηλεκτρονίων

Πείραμα των **A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, T. Kawasaki**, (**American Journal of Physics, Feb. 1989**).

Κάθε χρονική στιγμή, μόνο ένα (ή κανένα) ηλεκτρόνιο ευρίσκεται μεταξύ των «οπών» και του πετάσματος.



«Κυματική» συμπεριφορά της δέσμης ηλεκτρονίων

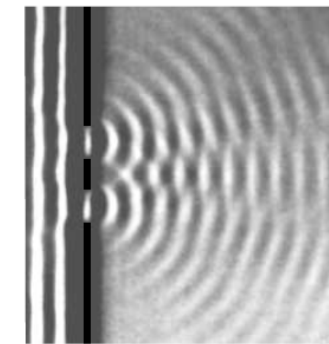


Πείραμα των A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, T. Kawasaki, (American Journal of Physics, Feb. 1989).
Κάθε χρονική στιγμή, μόνο ένα (ή κανένα) ηλεκτρόνιο ευρίσκεται μεταξύ των «οπών» και του πετάσματος.

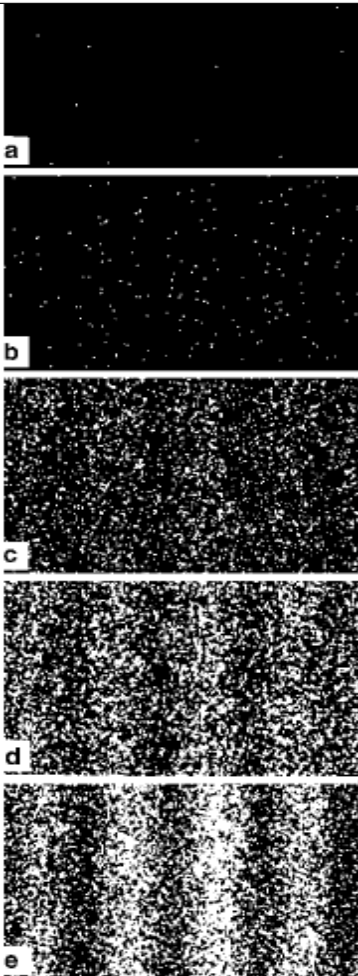
Οι εικόνες πάρθηκαν μετά την διέλευση από τις «οπές»
a) 10 ηλεκτρονίων, b) 100 ηλεκτρονίων, c) 3000 ηλεκτρονίων,
d) 20,000 ηλεκτρονίων και e) 70,000 ηλεκτρονίων

Συνεπώς: Τα ηλεκτρόνια δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους για να παραχθεί η «περιθλαστική» εικόνα στο πέτασμα

Μηχανικά Κύματα: το ίδιο μέτωπο κύματος διέρχεται συγχρόνως και από τις δύο οπές



Ηλεκτρόνια: το κάθε ηλεκτρόνιο διέρχεται αποκλειστικά από την μία ή την άλλη οπή ;





Κυματική Εικόνα κατά τον DE BROGLIE

$$\lambda = h/p$$

Κυματική εικόνα κατά τον DE BROGLIE



Ας υποθέσουμε ότι ένα σωματίο με μάζα ηρεμίας m_0 αντιστοιχεί με αρμονική διαταραχή με χαρακτηριστική συχνότητα f_0 , ώστε στο σύστημα κέντρου μάζας να ισχύει ότι:

$$h \cdot f_0 = m_0 \cdot c^2$$

$$\xi_0 \sim \sin(2\pi \cdot f_0 \cdot t_0)$$

$$t_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot \left(t - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{x}}{c^2} \right)$$

Στο σύστημα του εργαστηρίου ($\beta=v/c$)

$$\xi(\mathbf{x}, t) \sim \sin \left[2\pi \cdot f \cdot \left(t - \frac{\mathbf{x}}{w} \right) \right]$$

$$f = \frac{f_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma \cdot f_0$$

$$w = \frac{c^2}{v} \equiv \text{φασική ταχύτητα}$$

$$E_{\text{total}} = m \cdot c^2 = \underbrace{\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}}_m \cdot c^2 = \frac{h \cdot f_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = h \cdot f$$

$$\lambda = \frac{w}{f} = \frac{c^2/v}{\frac{f_0}{\sqrt{1-\beta^2}}} = \frac{h \cdot c^2}{\frac{h \cdot f_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot v} = \frac{h \cdot c^2}{\underbrace{\frac{m_0 \cdot c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}}_{m \cdot c^2} \cdot v} = \frac{h}{\underbrace{m \cdot v}_p}$$

Η κατά DE BROGLIE κυματική εικόνα παριστά κυματοπακέτο

Η φασική ταχύτητα, $W=c^2/v$, υπερβαίνει την ταχύτητα του φωτός (c)

Ένα γνωστό φαινόμενο της κυματικής...

$$y_1 = A \sin\left(\underbrace{k}_{2\pi/\lambda} x - \underbrace{\omega}_{2\pi f} t\right)$$

$$y_2 = A \sin\left((k + \Delta k)x - (\omega + \Delta\omega)t\right)$$

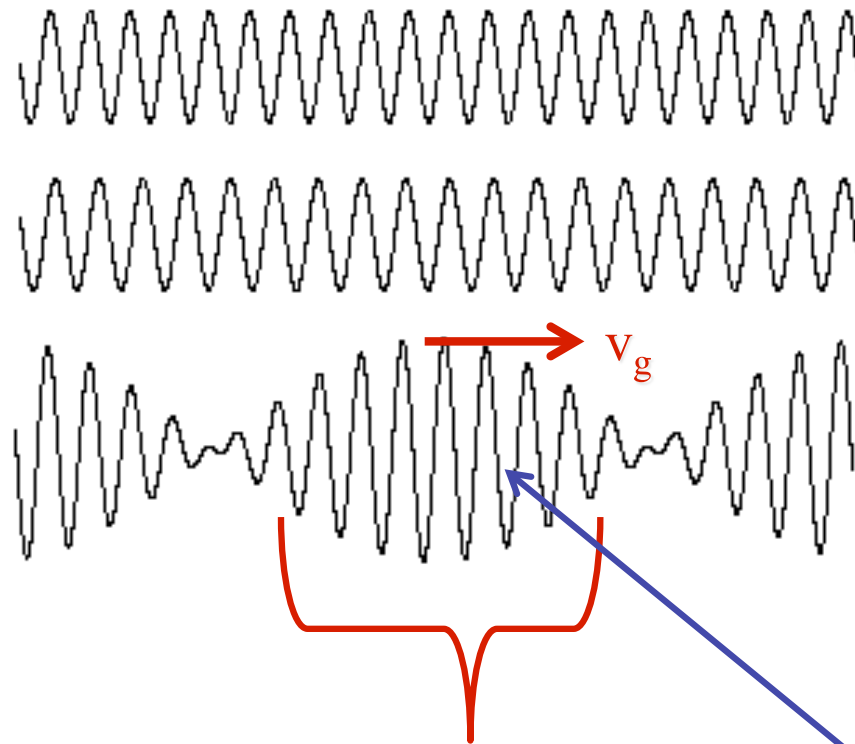
$$\omega_1 = \frac{\omega}{k}, \quad \omega_2 = \frac{\omega + \Delta\omega}{k + \Delta k}$$

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$$

$$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \rightarrow \frac{d\omega}{dk}$$

$$y_1 + y_2 =$$

$$\left[2A \cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right)\right] \sin\left(\left(k + \frac{\Delta k}{2}\right)x - \left(\omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right)t\right) \underset{\substack{\Delta\omega \ll \omega \\ \Delta k \ll k}}{\approx} \left[2A \cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right)\right] \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$



Η ταχύτητα ομάδος του κυματοπακέτου

$$\begin{aligned} E_{\text{total}} &= h \cdot f \\ \lambda &= \frac{h}{p} \\ w &= \frac{c^2}{v} \end{aligned}$$

$$(E_{\text{total}})^2 = p^2 \cdot c^2 + m_0^2 \cdot c^4$$

$$(h \cdot f)^2 = \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2 \cdot c^2 + m_0^2 \cdot c^4$$

$$\left(h \cdot \frac{\omega}{2\pi} \right)^2 = \left(\frac{h \cdot k}{2\pi} \right)^2 \cdot c^2 + m_0^2 \cdot c^4$$

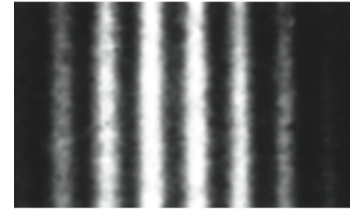
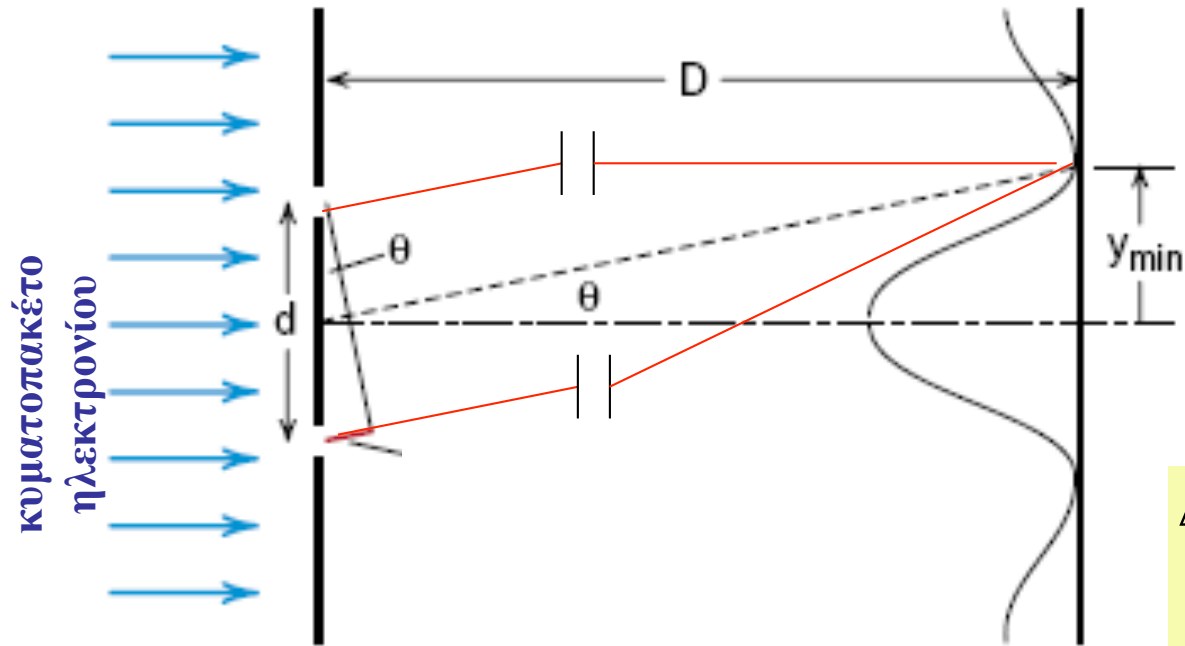
$$2\omega \frac{d\omega}{dk} \cdot \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 = 2k \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 \cdot c^2$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{k}{\underbrace{\omega}} \cdot c^2 = v$$

$$\frac{\omega}{k} = v_{\text{ph}} = w = \frac{c^2}{v}$$

Η ταχύτητα ομάδος του
κυματοπακέτου ισούται
με την ταχύτητα του
σωματιδίου

«Κυματική» συμπεριφορά του ηλεκτρονίου



$$E_{\text{total}} = h \cdot f$$
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$\Delta L = d \cdot \sin\theta \approx d \cdot \tan\theta$$

$$= d \cdot \frac{y_{\text{min}}}{D} = \frac{\lambda}{2}$$

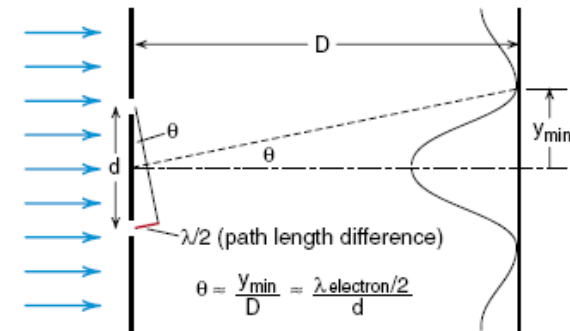
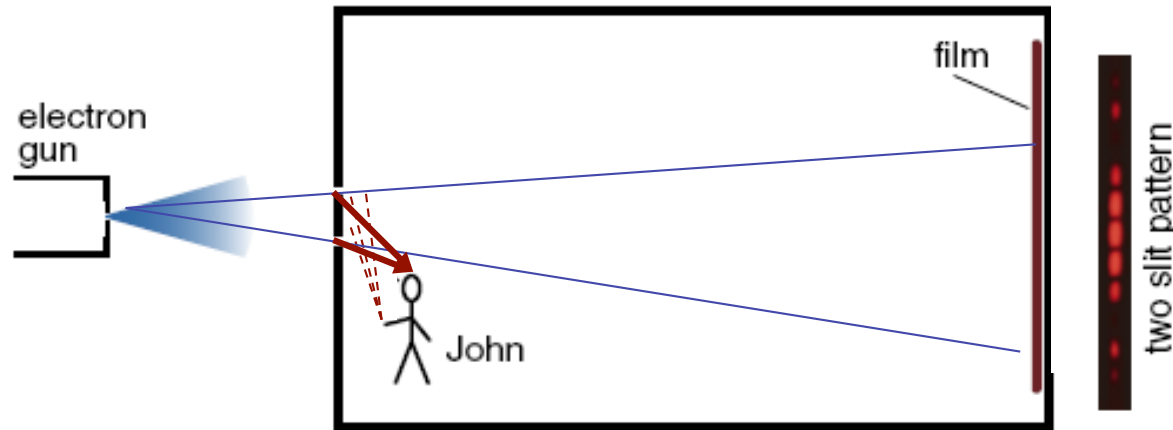
Όμως...

το ηλεκτρόνιο είναι ΚΑΙ σωματίο !

$$d \cdot \underbrace{\tan\theta}_{\theta} = \frac{\lambda}{2}$$

$$\theta \approx \frac{\lambda}{2 \cdot d}$$

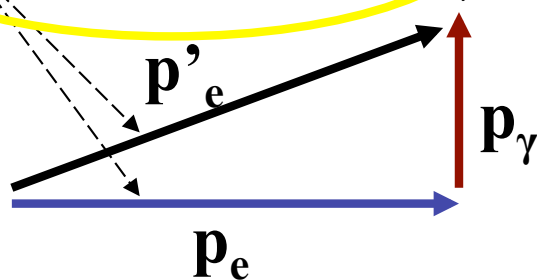
Από ποια οπή διέρχεται το κυματοπακέτο του ηλεκτρονίου ;



$$\theta \approx \frac{\lambda_e}{2 \cdot d}$$

Η αλληλεπίδραση ηλεκτρονίου - φωτονίου
καταστρέφει την εικόνα συμβολής

$$\varphi \approx \tan \varphi = \frac{p_\gamma}{p_e} = \frac{h / \lambda_\gamma}{h / \lambda_e} = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma}$$



$$\varphi \ll \theta \Rightarrow \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} \ll \frac{\lambda_e}{2d}$$

$$\lambda_\gamma \gg 2d$$



Διακριτική Ικανότητα: $\lambda_\gamma < d$

Δεν υπάρχει τρόπος να εντοπισθεί από ποια οπή διέρχεται το ηλεκτρόνιο, χωρίς να καταστραφεί το φαινόμενο συμβολής

- Η πιθανότητα να συμβεί ένα γεγονός δίνεται από το τετράγωνο της απόλυτης τιμής ενός μιγαδικού αριθμού φ που θα καλούμε “πλάτος πιθανότητας”.

$$P = \text{πιθανότητα}$$

$$\varphi = \text{πλάτος πιθανότητας}$$

$$P = |\varphi|^2$$

- Όταν ένα γεγονός μπορεί να συμβεί με πολλούς εναλλακτικούς τρόπους (μηχανισμούς), χωρίς να υπάρχει δυνατότητα διαχωρισμού τους, τότε η πιθανότητα να συμβεί αυτό το γεγονός υπολογίζεται από το άθροισμα τού πλάτους πιθανοτήτων όλων των εναλλακτικών τρόπων.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$P = |\varphi_1 + \varphi_2|^2$$

- Αν υπάρχει η διαθέσιμη πληροφορία ώστε να είναι δυνατόν να προσδιορισθεί ο μηχανισμός με τον οποίο εξελίσσεται το συγκεκριμένο γεγονός, τότε η συνολική πιθανότητα να συμβεί αυτό το γεγονός ισούται με το άθροισμα των πιθανοτήτων να εξελιχθεί το φαινόμενο με κάθε ένα εναλλακτικό τρόπο.

$$P = P_1 + P_2 = |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2$$



Σχέσεις Απροσδιοριστίας και Κυματοσυναρτήσεις

Σύγχρονη Μέτρηση

Κυματικών και Σωματιδιακών Χαρακτηριστικών

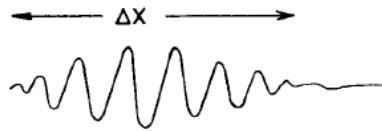
Ένα ελεύθερο σωματίο καθορισμένης ορμής p : $\mathbf{h} \sim e^{i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$

όπου $E = \underbrace{\hbar}_{h/2\pi} \cdot \underbrace{\omega}_{2\pi f}$ και $\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k}$

εχει την ίδια πιθανότητα να ευρεθεί οπουδήποτε στον χώρο

$$P(\mathbf{x}) = |\mathbf{h}|^2 \sim e^{i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \cdot e^{-i(\omega \cdot t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = 1$$

ένα κυματοπακέτο,
εντοπισμένο στο χώρο



αντιστοιχεί σε υπέρθεση
κυμάτων με διαφορετικά
μήκη κύματος

κυματικός χαρακτήρας

Ορμή ($p=h/\lambda$)

Ενέργεια ($E=hf$)

σωματιδιακός χαρακτήρας

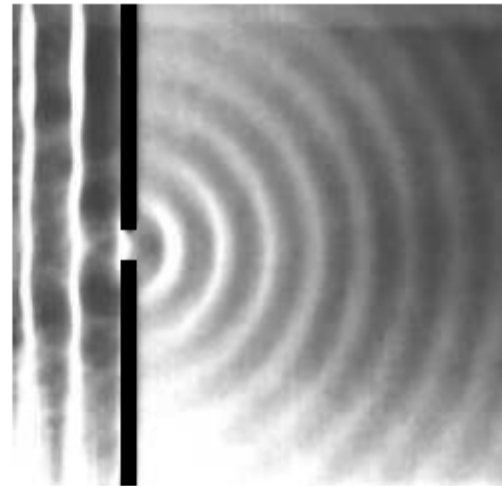
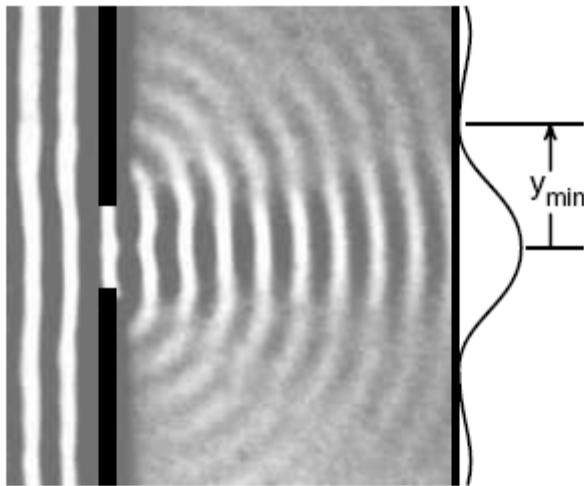
Θέση (x)

Χρόνος (t)

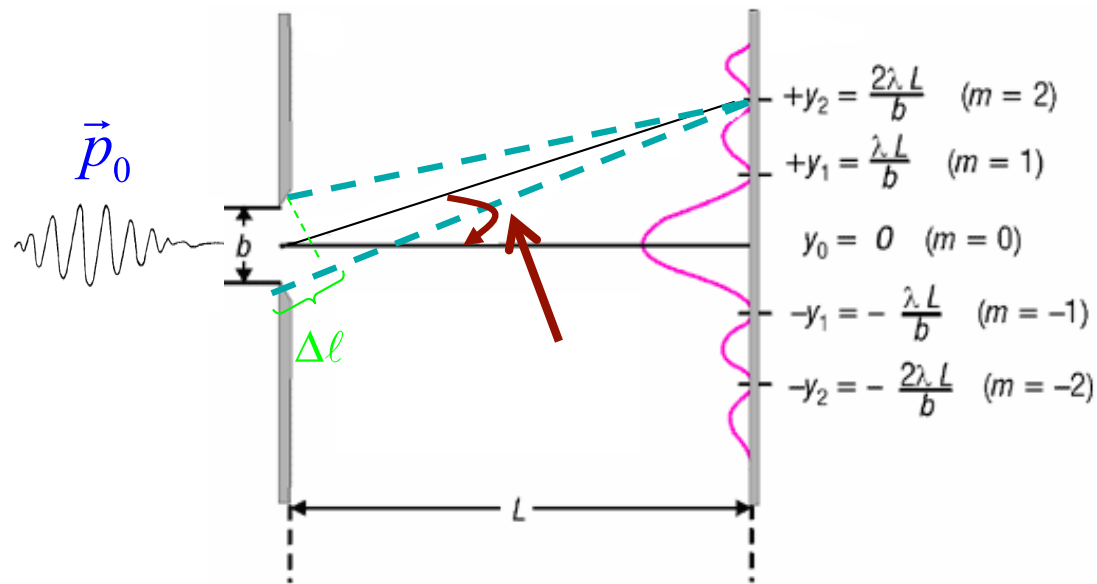
$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h$$

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq h$$

Σύγχρονη Μέτρηση της Θέσης και της Ορμής

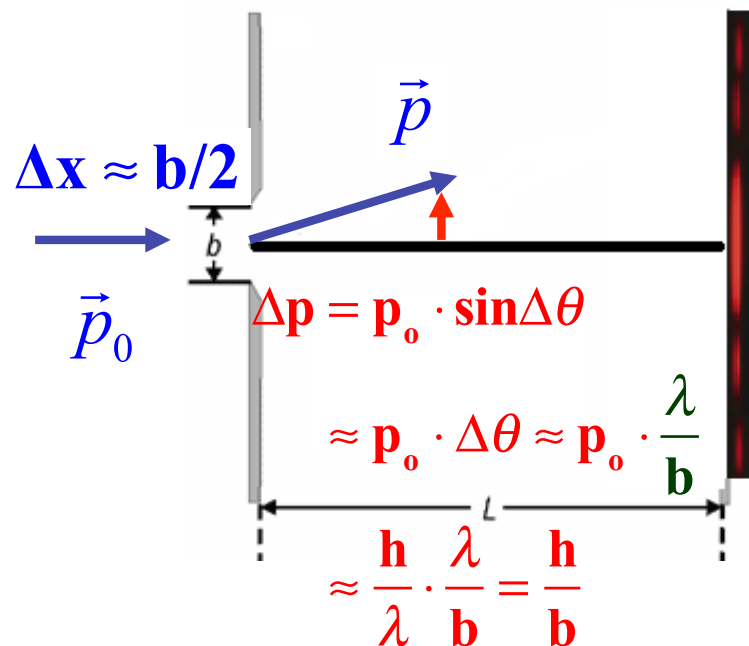


Σύγχρονη Μέτρηση της Θέσης και της Ορμής



$$\Delta \ell = \kappa \cdot \lambda$$

$$\Delta \theta_1 = \pm \frac{\lambda}{b}$$

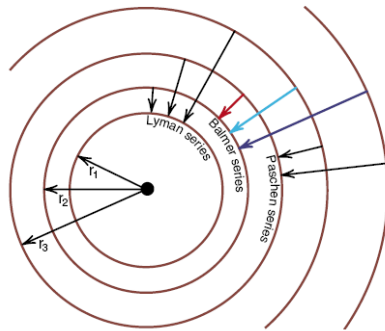


$$\Delta p \cdot \Delta x \approx h/2 \approx h$$

Αβεβαιότητα Πρόβλεψης

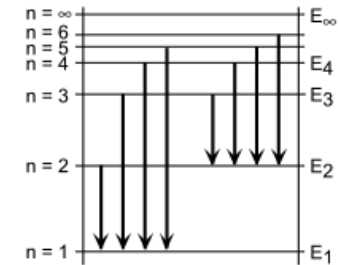
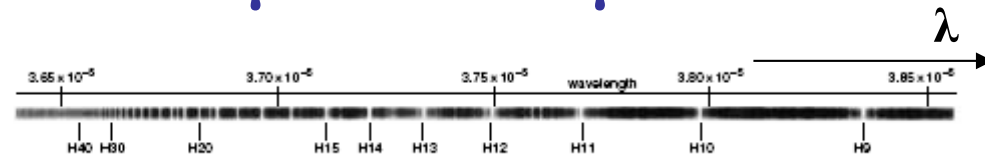
Ηλεκτρόνιο δέσμιο σε άτομο

Άτομο του Bohr



Ενεργειακές Μεταπτώσεις

$$f = \frac{1}{h} \cdot (E_{n_1} - E_{n_2})$$

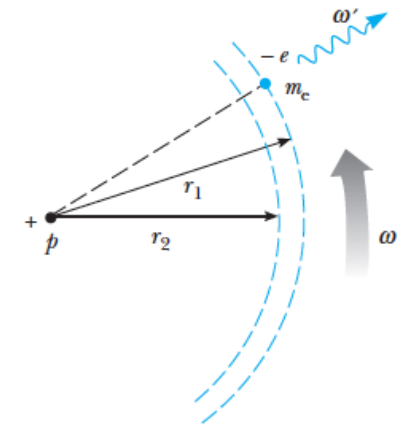


Στάσιμο κύμα σε κυκλική στεφάνη

$\lim_{n \rightarrow \infty} [\text{quantum physics}] = [\text{classical physics}]$

$$\left. \begin{aligned} E &= -ke^2/2r \\ L &= m_e v r = m_e \omega r^2 \\ 1/r &= m_e k e^2 / L^2 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} E &= -\frac{1}{2} \frac{m_e k^2 e^4}{L^2} \\ L^3 &= m_e k^2 e^4 / \omega \end{aligned}$$



$$\frac{dE}{dL} = \frac{m_e k^2 e^4}{L^3}$$

$$dE = \omega dL$$

$$\hbar \omega = \omega dL$$

$$\frac{dE}{dL} = \frac{m_e k^2 e^4}{(m_e k^2 e^4 / \omega)} = \omega$$

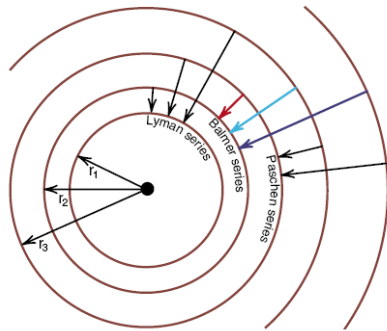
$$\hbar \omega' = \omega dL$$

$$dL = \hbar$$

$$L = m_e v r = n \hbar$$

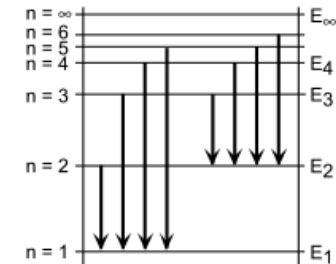
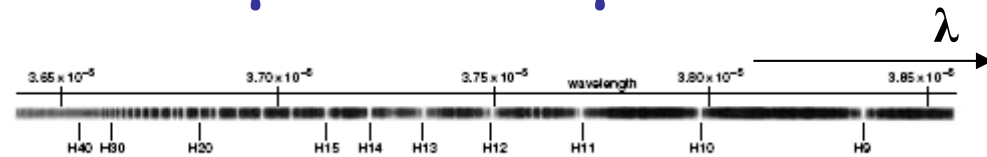
Ηλεκτρόνιο δέσμιο σε άτομο

Άτομο του Bohr



Ενεργειακές Μεταπτώσεις

$$f = \frac{1}{h} \cdot (E_{n_1} - E_{n_2})$$



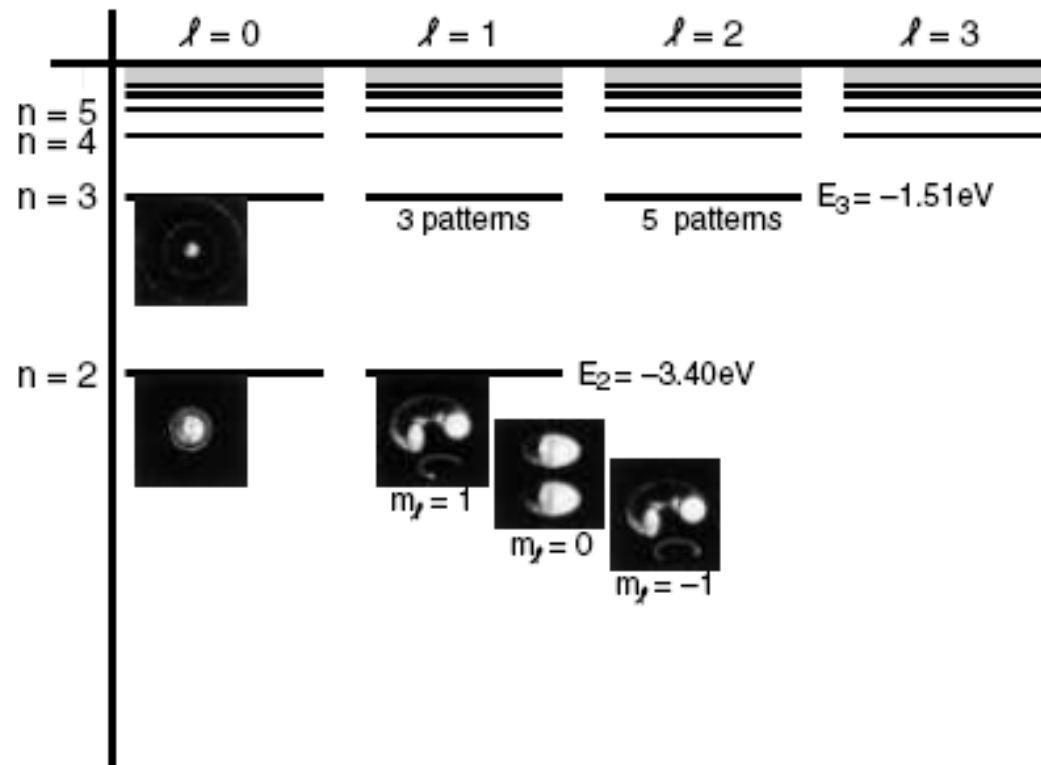
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t)$$

Καταστάσεις Καθορισμένης Ενέργειας

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \cdot e^{-(i/\hbar)Et}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) = \left[E + \frac{Ze^2}{r} \right] \psi(\vec{r})$$

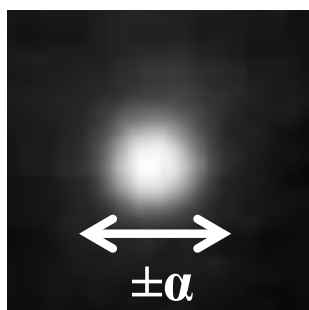
$$P(\vec{r}) = |\Psi(\vec{r})|^2 \cdot dV$$



Τάξη μεγέθους του ατόμου

Ερμηνεία με Αναγωγή στην Αρχή Απροσδιοριστίας

Διαστατική ανάλυση



$$\Delta x \sim \alpha$$

$$\langle p \rangle = 0$$

$$\Delta p \neq 0$$

$$\Delta x \cdot \Delta p \approx h \Rightarrow \Delta p \approx \frac{h}{\alpha}$$

$$(\Delta p)^2 = \langle p^2 \rangle - \underbrace{\langle p \rangle^2}_0 \Rightarrow p^2 \equiv \langle p^2 \rangle \approx \left(\frac{h}{\alpha} \right)^2$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{p^2}{2m}$$

$$E = K + V = \frac{p^2}{2m} - \underbrace{\frac{e^2}{\alpha}}_{e = \frac{|q_e|}{4\pi\epsilon_0}} = \frac{h^2}{2m\alpha^2} - \frac{e^2}{\alpha}$$

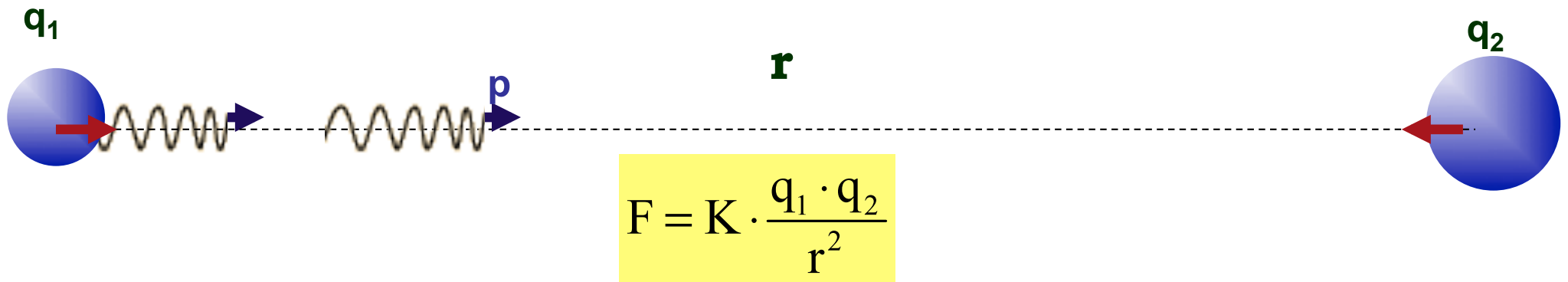
Βασική Κατάσταση = Κατάσταση Ελαχίστης Ενέργειας

$$\frac{dE}{d\alpha} = \frac{-h^2}{m \cdot \alpha^3} + \frac{e^2}{\alpha^2} = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{h^2}{m \cdot e^2} = 0.528 \cdot 10^{-10} m \quad \text{ακτίνα Bohr}$$

Η Ενέργεια για $\alpha < \alpha_0$ είναι αύξουσα συνάρτηση
του μεγέθους του ατόμου

Κβαντομηχανική περιγραφή των βασικών Αλληλεπιδράσεων



$$\left. \begin{array}{l} \Delta p \cdot \Delta x = \Delta p \cdot r \approx h \\ \Delta p \approx \frac{h}{r} \\ F = \frac{\Delta p}{\Delta t}, c = \frac{r}{\Delta t} \end{array} \right\} F \sim \frac{h}{r \cdot \Delta t} = \frac{hc}{r^2} \sim \frac{1}{r^2}$$

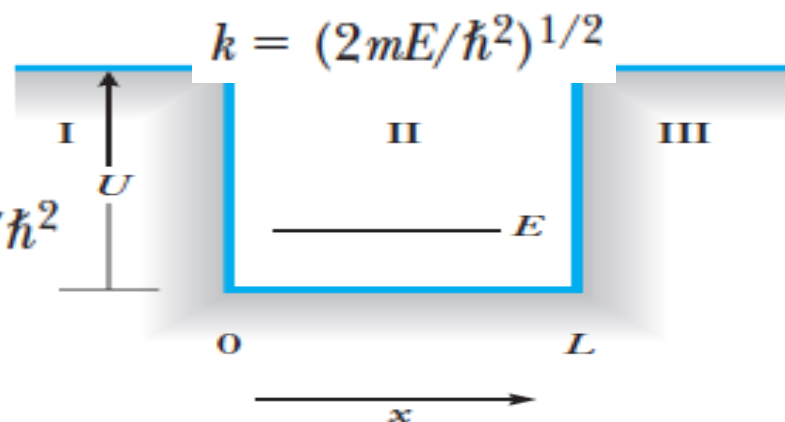
Δt : χρόνος διάδοσης της αλληλεπίδρασης (φωτονίου)

αβεβαιότητα στην ορμή: $\Delta p = p$ (ορμή του φωτονίου)

Αβεβαιότητα στη θέση: $\Delta x = r$ (απόσταση των φορτίων)

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \alpha^2\psi(x)$$

$$\alpha^2 = 2m(U - E)/\hbar^2$$



$$\psi(x) = Ae^{+\alpha x} \quad \text{for } x < 0$$

$$\psi(x) = Be^{-\alpha x} \quad \text{for } x > L$$

$$\psi(x) = C \sin kx + D \cos kx \quad \text{for } 0 < x < L$$

$$x = 0$$

$$A = D \quad (\text{continuity of } \psi)$$

$$\alpha A = kC \quad \left(\text{continuity of } \frac{d\psi}{dx} \right)$$

$$x = L$$

$$C \sin kL + D \cos kL = Be^{-\alpha L} \quad (\text{continuity of } \psi)$$

$$kC \cos kL - kD \sin kL = -\alpha Be^{-\alpha L} \quad \left(\text{continuity of } \frac{d\psi}{dx} \right)$$

$$\frac{C}{D} = \frac{\alpha}{k}$$

$$\frac{(\alpha/k) \cos kL - \sin kL}{(\alpha/k) \sin kL + \cos kL} = -\frac{\alpha}{k}$$

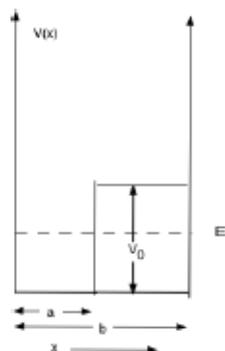
Άσκηση 6

Έχουμε ένα σωματίο σε ένα απειρόβαθο πηγάδι δυναμικού όπως στο σχήμα. Το πηγάδι χωρίζεται σε δύο τμήματα το πρώτο μήκους a με τιμή του δυναμικού ίση με μηδέν ενώ στο δεύτερο μήκους $b-a$ το δυναμικό έχει τιμή V_0 .

A) Να γραφεί η εξίσωση Schrodinger για κάθε μία από τις περιοχές του δυναμικού.

B) Να βρεθούν οι αντίστοιχες λύσεις συναρτήσεων σταθερών.

Γ) Να βρεθεί η σχέση από την οποία θα υπολογισθούν οι ιδιοτιμές της ενέργειας



Το δυναμικό $V(x)$ έχει δύο περιοχές, αν θεωρήσουμε ότι ο άξονας x ξεκινά από το αριστερό άκρο του πηγαδιού έχουμε την ακόλουθη συναρτησιακή εξάρτηση για το δυναμικό:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < a, & \text{(I)} \\ V_0, & a < x < b, & \text{(II)} \end{cases} \quad (1)$$

A) Η εξίσωση του Schrodinger για την κυματοσυνάρτηση $\psi(x)$ γράφεται ως εξής:

$$\psi'' + k^2 \psi = 0 \quad (2)$$

όπου η σταθερά k παίρνει τις τιμές $k^2 = \kappa^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$ για την περιοχή (I) και

$k^2 = -\lambda^2 = \frac{2m}{\hbar^2} (V_0 - E)$ για την περιοχή (II) ενώ ο τόνος παριστά παραγώγιση ως προς την μεταβλητή x .

B) Η εξίσωση (2) είναι η εξίσωση αρμονικού ταλαντωτή και κατά συνέπεια οι λύσεις της είναι τριγωνομετρικές συναρτήσεις για $k^2 > 0$ ή υπερβολικές συναρτήσεις για $k^2 < 0$. Αν θεωρήσουμε $E < V_0$ όπως στο σχήμα τότε έχουμε τις λύσεις

$$\psi(x) = \begin{cases} A \sin(\kappa x) + B \cos(\kappa x), & \text{(I)} \\ C e^{-\lambda x} + D e^{\lambda x}, & \text{(II)} \end{cases} \quad (3)$$

Για $E > V_0$ η λύση των εξ. (3) στη περιοχή (II) δίνεται από τριγωνομετρικές συναρτήσεις. Οι σταθερές A, B, C, D προσδιορίζονται από συνοριακές συνθήκες.

Γ) Εφαρμόζουμε τώρα τις συνοριακές συνθήκες στις εξισώσεις (3). Επειδή το δυναμικό είναι άπειρο στα σημεία $x = 0, b$, έχουμε $\psi(0) = \psi(b) = 0$ και άρα $B = 0$ από την πρώτη σχέση. Από την δεύτερη παίρνουμε

$$C e^{-\lambda b} + D e^{\lambda b} = 0 \quad (4)$$

$$\text{το οποίο δίνει } D = -C e^{2\lambda b} \quad (5)$$

Η λύση στην περιοχή (II) γράφεται

$$\psi(x) = C e^{-\lambda x} - C e^{2\lambda b} e^{-\lambda x} = C e^{-\lambda b} [e^{\lambda(x-b)} - e^{-\lambda(x-b)}] \quad (6)$$

και, κατά συνέπεια έχουμε

$$\psi(x) = \begin{cases} A \sin(\kappa x), & \text{(I)} \\ 2C e^{-\lambda b} \sinh \lambda(x-b), & \text{(II)} \end{cases} \quad (7)$$

Γ) Για να βρούμε την ενέργεια χρησιμοποιούμε τώρα τις συνθήκες συνέχειας της κυματοσυνάρτησης και της παραγώγου της στο σημείο $x=a$. Βρίσκουμε αντίστοιχα

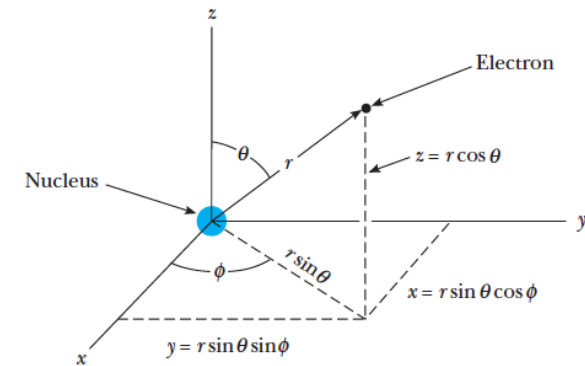
$$\begin{aligned} A \sin \kappa a &= 2C e^{-\lambda b} \sinh \lambda(a-b) \\ A \kappa \cos \kappa a &= 2C e^{-\lambda b} \cosh \lambda(a-b) \end{aligned} \quad (8)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις στην εξ. (8) βρίσκουμε την ζητούμενη σχέση

$$\frac{1}{\kappa} \tan \kappa a = -\frac{1}{\lambda} \tanh \lambda(b-a) \quad (9)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \left(\frac{2}{r}\right) \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \cot \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \csc^2 \theta \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right]$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi)$$



$$\frac{-\hbar^2}{2mR} \left[\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} \right] - \frac{\hbar^2}{2m\Theta} \frac{1}{r^2} \left[\frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \cot \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right] - \frac{\hbar^2}{2m\Phi} \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + U(r) = E$$

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -\sin^2 \theta \left\{ \frac{r^2}{R} \left[\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} \right] + \frac{1}{\Theta} \left[\frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \cot \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right] + \frac{2mr^2}{\hbar^2} [E - U(r)] \right\}$$

$$\frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -m_\ell^2 \Phi(\phi)$$

$$\Phi(\phi) = \exp(im_\ell \phi)$$

Αναζητούμε λύση περιοδική
με περίοδο 2π

$$\frac{r^2}{R} \left[\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} \right] + \frac{2mr^2}{\hbar^2} [E - U(r)] = -\frac{1}{\Theta} \left[\frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \cot \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right] + \frac{m_\ell^2}{\sin^2 \theta}$$

$$\frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \cot \theta \frac{d\Theta}{d\theta} - m_\ell^2 \csc^2 \theta \Theta(\theta) = -\ell(\ell + 1) \Theta(\theta)$$

Αναζητούμε πεπερασμένη και μονοτονική λύση

$$|\mathbf{L}| = \sqrt{\ell(\ell + 1)}\hbar \quad \ell = 0, 1, 2, \dots$$

$$L_z = m_\ell \hbar \quad m_\ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \ell$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR}{dr} \right] + \frac{\ell(\ell + 1)\hbar^2}{2mr^2} R(r) + U(r)R(r) = ER(r)$$

Πόση πιθανότητα έχει το ηλεκτρόνιο του ατόμου του υδρογόνου να βρεθεί μέσα σε ένα κώνο γωνίας $\theta=45^\circ$ περί τον άξονα z (ανεξαρτήτως αποστάσεως r και γωνίας ϕ) όταν είναι στην κατάσταση 2p με $m_l = 1$;

$$A) \psi_{2,1,1}(r, \theta, \phi) = R_{2,1}(r) Y_{1,1}(\theta, \phi) = R_{2,1}(r) \frac{-1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$$

Άρα

$$\begin{aligned} \pi \text{ι} \theta_B &= \int_0^\infty \int_0^{\pi/4} \int_0^{2\pi} |\psi_{2,1,1}(r, \theta, \phi)|^2 dV \\ &= \int_0^\infty R_{2,1}^2(r) r^2 dr \int_0^{\pi/4} \int_0^{2\pi} |Y_{1,1}(\theta, \phi)|^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \int_0^\infty R_{2,1}^2(r) r^2 dr \int_0^{\pi/4} \frac{1}{4} \frac{3}{2\pi} (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} e^{-i\phi} e^{i\phi} d\phi \\ &= \frac{3}{4} \int_0^{\pi/4} (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

Πάλι ως προς θ έχουμε

$$\begin{aligned} \int_0^{\pi/4} (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta &= - \int_{\cos 0}^{\cos \pi/4} (1 - \cos^2 \theta) d \cos \theta = \\ &= + x \Big|_{1/\sqrt{2}}^1 - \frac{x^3}{3} \Big|_{1/\sqrt{2}}^1 = \frac{1}{12} (8 - 5\sqrt{2}) \end{aligned}$$

Άρα

$$\pi \text{ι} \theta_B = \frac{1}{16} (8 - 5\sqrt{2}) = 2 - \frac{5\sqrt{2}}{16} \approx 0.058, \text{ και άρα } 2 \times 0.058 \approx 0.12 \text{ αν}$$

συνυπολογίσουμε και τον κάτω κώνο.

Δηλαδή έχει 88% πιθανότητα να βρεθεί κοντά στο επίπεδο xy (σε «γεωγραφικό πλάτος» μεταξύ $\pm 45^\circ$) όταν είναι στο τροχιακό 2p με $m_l = 1$.