

Ασκήσεις διασπάσεις

Δήμος Σαμψωνίδης
(23-11-2016)

άσκηση

Ερώτηση

α) Γιατί δεν δημιουργούνται πολλά α μέσα στον πυρήνα

Έστω το $^{212}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{208}_{81}\text{Tl} + \alpha$

Στο ^{212}Bi έχουμε ενέργεια σύνδεσης 1654.3 MeV, $B/n = 7.803 \text{ MeV/n}$

Εστω έχουμε 41 α μέσα στον πυρήνα.

Τα 212 νουκλεόνια = $41\alpha + 48n + 1p$

Η ενέργεια σύνδεσης συνολικά είναι : 1160.3 MeV (41×28.3) απο τα α

Αν τα υπόλοιπα έχουν 7.8 MeV/n $\rightarrow 48 \times 7.8 = 374.56 \text{ MeV}$

Αρα συνολικά $1160 + 374 = 1534 \text{ MeV} < 1654 \text{ MeV}$

Ενεργειακά δε “συμφέρει”.

Ραδιενέργεια - Διασπάσεις ασταθών πυρήνων

Ραδιενεργός διάσπαση

Πυρήνες με μεγάλο ατομικό αριθμό διασπώνται (αυθόρμητα ή εξαιτίας εξωτερικής διέγερσης) με ταυτόχρονη έκλυση ακτινοβολίας

(μεταστοιχείωση)

- Αρχικοί πυρήνες : μητρικοί
- Παραγόμενοι πυρήνες : θυγατρικοί.

• Η ενέργεια που απελευθερώνεται κατά τη ραδιενεργό διάσπαση, είτε με τη μορφή κινητικής ενέργειας των σωματίων είτε με τη μορφή Η/Μ ακτινοβολίας, προέρχεται από μετατροπή μέρους της μάζας του αρχικού πυρήνα σε ενέργεια

Χρόνοι ζωής

- Στατιστικό φαινόμενο
- Αν έχουμε N ραδιενεργούς πυρήνες, δεν γνωρίζουμε ποιοί ακριβώς θα διασπαστούν.
- σταθερά διάσπασης λ πιθανότητα διάσπασης /μονάδα χρόνου (χαρακτηριστικό του νουκλιδίου)

$$dN = N(t+dt) - N(t) = -N\lambda dt \Rightarrow \dots \Rightarrow N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$$

χρόνος ημιζωής

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

μέσος χρόνος ζωής

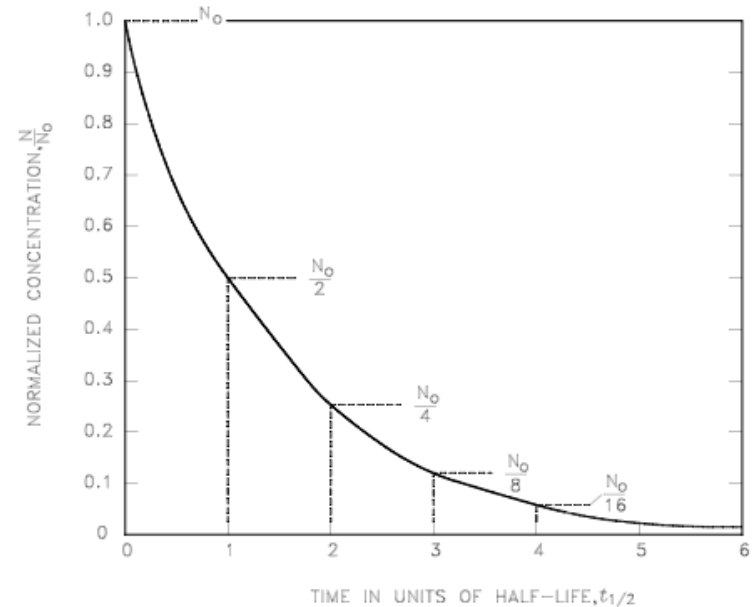
$$t = \frac{1}{\lambda}$$

$$t = \frac{t_1 N_1 + t_2 N_2 + \dots}{N_1 + N_2 + \dots} = \frac{\int_0^{\infty} t N(t) dt}{\int_0^{\infty} N(t) dt} = \frac{N_0 \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt}{N_0 \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt} = \frac{\lambda^{-2}}{\lambda^{-1}} = \frac{1}{\lambda}$$

Χρόνοι ζωής και ενεργότητα δείγματος

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Χρόνος για την πλήρη
διάσπαση δείγματος $\sim \infty$



Ενεργότητα = διασπάσεις / μονάδα χρόνου

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

Η ενεργότητα δείγματος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο

Ραδιενεργές σειρές

~60 ραδιενεργοί πυρήνες στη φύση

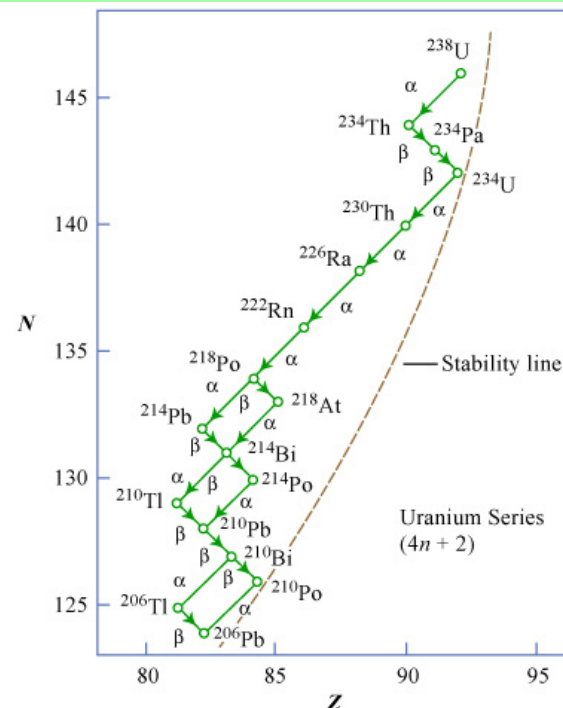
~1000 τεχνητά ραδιενεργά ισότοπα

Φυσικά ραδιενεργά $81 < Z < 92$

(πλούσια σε νετρόνια, α -ραδιεν.)

Θυγατρικά $\rightarrow$ πιο πλούσια σε $n \rightarrow \beta$ -ραδιεν.

Διαδοχικές α & β διασπάσεις σταθερότητα



$\alpha = 4$ νουκλεόνια

α -διασ. $\rightarrow \Delta A = 4$

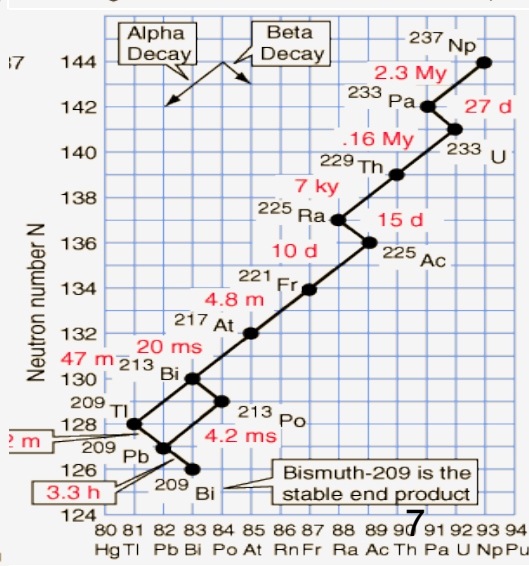
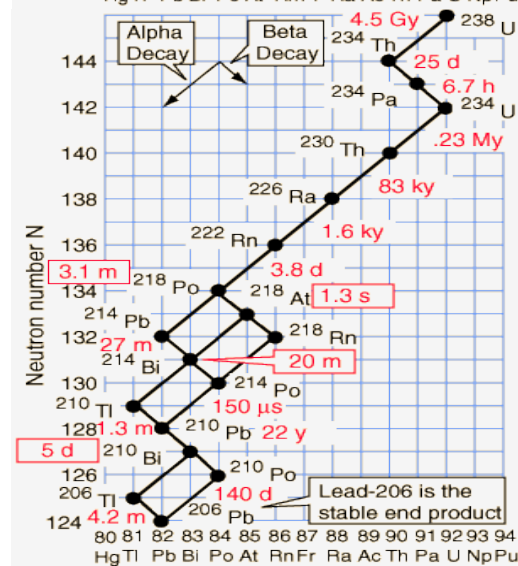
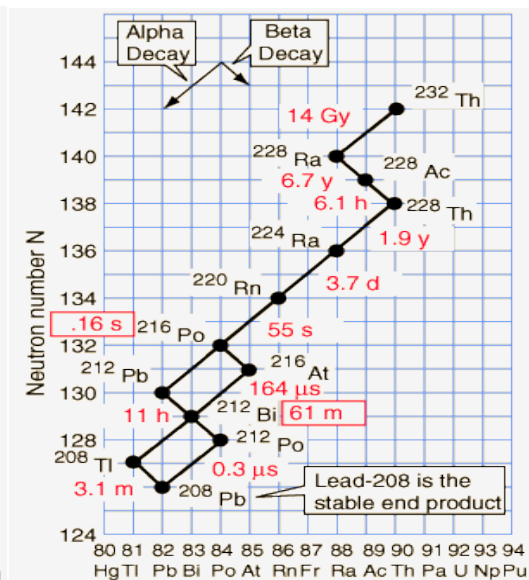
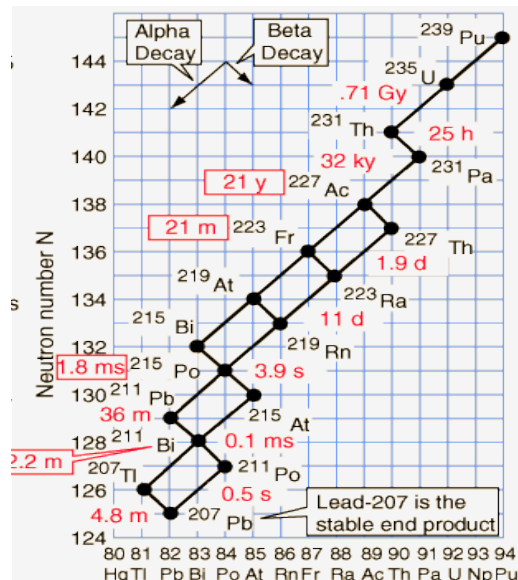
β -διασ. $\rightarrow \Delta A = 0$



	Σειρά		Μακρόβ.	$T_{1/2}$	τελικός
1	Θορίου	$A=4n$	^{232}Th	$1.41 \cdot 10^{10}$	^{208}Pb
2	Προσειδωνίου	$A=4n+1$	^{237}Np	$2.14 \cdot 10^6$	^{209}Bi
3	Ουρανίου	$A=4n+2$	^{238}U	$4.51 \cdot 10^9$	^{206}Pb
4	Ακτινίου	$A=4n+3$	^{235}U	$7.0 \cdot 10^8$	^{207}Pb

Ραδιενεργές σειρές

- Καταλήγουν σε Pb (ή Bi) μακροβιώτατο (σταθερό)
- όλες οι σειρές έχουν ένα ραδιενεργό αέριο ($Z=86$)
- Έχουν ένα ισότοπο που διασπάται με διακλάδωση



Ασκηση: ενέργεια σύνδεσης

Πρόβλημα 4.5 του βιβλίου σας

α) Δείξτε ότι το ^8Be μπορεί να διασπαστεί σε δύο α -σωμάτια.

β) Δείξτε ότι το ^{12}C δεν μπορεί να διασπαστεί σε τρία α -σωμάτια.

γ) Γίνεται (χωρίς βοήθεια) η αντίδραση $^2\text{H} + ^4\text{He} \rightarrow ^6\text{Li} + \gamma$?

Δίνονται:

$$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2 \quad \text{και} \quad 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$m(n) = 939.57 \text{ MeV}, \quad m(p) = 938.27 \text{ MeV}$$

$$m(e) = 0.511 \text{ MeV}, \quad m(\gamma)=0, \quad m(\nu) = 0$$

Πίνακας 4.2 του βιβλίου σας

Nucleus	Binding energy (MeV)	Binding energy of last nucleon (MeV)	Binding energy per nucleon (MeV)	Spin and parity
${}^2_1\text{H}$	2.22	2.2	1.1	1^+
${}^3_2\text{H}$	8.48	6.3	2.8	$\frac{1}{2}^+$
${}^4_2\text{He}$	28.30	19.8	7.1	0^+
${}^5_2\text{He}$	27.34	-1.0	5.5	$\frac{3}{2}^-$
${}^6_3\text{Li}$	31.99	4.7	5.3	1^+
${}^7_3\text{Li}$	39.25	7.3	5.6	$\frac{3}{2}^-$
${}^8_4\text{Be}$	56.50	17.3	7.1	0^+
${}^9_4\text{Be}$	58.16	1.7	6.5	$\frac{3}{2}^-$
${}^{10}_5\text{B}$	64.75	6.6	6.5	3^+
${}^{11}_5\text{B}$	76.21	11.5	6.9	$\frac{3}{2}^-$
${}^{12}_6\text{C}$	92.16	16.0	7.7	0^+
${}^{13}_6\text{C}$	97.11	5.0	7.5	$\frac{1}{2}^-$
${}^{14}_7\text{N}$	104.66	7.6	7.5	1^+
${}^{15}_7\text{N}$	115.49	10.8	7.7	$\frac{1}{2}^-$
${}^{16}_8\text{O}$	127.62	12.1	8.0	0^+
${}^{17}_8\text{O}$	131.76	4.1	7.8	$\frac{5}{2}^+$

Άσκηση 1: Γίνεται η αντίδραση?

Άσκηση 1:

Γίνεται η αντίδραση $^{12}\text{C} \rightarrow \alpha + \alpha + \alpha$?

Αν ναι, πόση κινητική ενέργεια παίρνουν τα προϊόντα?

Αν όχι, πόση ενέργεια χρειάζεται να δώσουμε για να σπάσουμε τον πυρήνα του ^{12}C ?

Δίνονται:

$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2$ και $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

- $M(n) = 939.57 \text{ MeV}$, $M(p) = 938.27 \text{ MeV}$, $M(e) = 0.511 \text{ MeV}$, $m(\nu)=0$

- Ενέργειες Σύνδεσης (B) είναι:

$B(^4\text{He}) = 28.30 \text{ MeV}$, $B(^{12}\text{C}) = 92.16 \text{ MeV}$

(Γνωρίζουμε φυσικά ότι το σωματίδιο α είναι ο πυρήνας ^4He)

Άσκηση 1: Γίνεται η αντίδραση? - Λύση

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά
 - Η μάζα είναι μιά μορφή ενέργειας
 - Άρα: $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$
 - Για να γίνεται η αντίδραση πρέπει $Q \geq 0$ (“εξωθερμη”)
- Η μάζα κάθε πυρήνα υπολογίζεται από τις μάζες των συστατικών του (πρωτόνια και νετρόνια) και την ενέργεια σύνδεσής τους
 - $M(^{12}\text{C}) = 6 \cdot M(p) + 6 \cdot M(n) - B(^{12}\text{C})$
 $= 6 \cdot 938.27 \text{ MeV} + 6 \cdot 939.57 \text{ MeV} - 92.16 \text{ MeV} = 11162.8 \text{ MeV}$
 - $M(\alpha) = 2 \cdot M(p) + 2 \cdot M(n) - B(\alpha) = \dots = 3723.38 \text{ MeV}$
- $M(^{12}\text{C}) = 3 \cdot M(\alpha) + Q \rightarrow Q = M(^{12}\text{C}) - 4 \cdot M(\alpha) = -7.26 \text{ MeV}$ (δηλ. $Q < 0$)
- Άρα, η μάζα του ^{12}C δεν είναι αρκετά μεγάλη για να γίνεται η αντίδραση αυθόρμητα.
 - Μπορεί να γίνει μόνο αν δώσουμε ενέργεια 7.26 MeV στον ^{12}C

Ασκηση

Ο χρόνος ημιζωής του ^{239}Pu μετρήθηκε βυθίζοντας μια σφαίρα πλουτονίου μάζας 120.1 gr σε υγρό άζωτο όγκου ικανού να σταματάει όλα τα σωματίδια-α και να μετράει το ρυθμό παραγωγής φυσαλίδων στο υγρό (εξάνωση). Ο ρυθμός εξάχνωσης αντιστοιχεί σε ισχύ 0.231 W. Να υπολογιστεί ο χρόνος ημιζωής του ^{239}Pu με δεδομένο ότι η ενέργεια των α είναι 5.144 MeV (να λυφθεί υπόψη και η ενέργεια ανάκρουσης του πυρήνα).

$$1 \text{ MeV} = 1.60206 \times 10^{-13} \text{ joule ,}$$

$$1 \text{ atomic mass unit} = 1.66 \times 10^{-24} \text{ gm .}$$

The decay takes place according to $^{239}\text{Pu} \rightarrow \alpha + ^{235}\text{U}$.
 The recoil energy of ^{235}U is

$$E_u = \frac{p_u^2}{2M_u} = \frac{p_\alpha^2}{2M_u} = \frac{2M_\alpha E_\alpha}{2M_u} = \frac{4}{235} E_\alpha .$$

The energy released per α -decay is

$$E = E_u + E_\alpha = \frac{239}{235} E_\alpha = 5.232 \text{ MeV} .$$

The decay rate is

$$\frac{dN}{dt} = \frac{0.231}{5.232 \times 1.60206 \times 10^{-13}} = 2.756 \times 10^{11} \text{ s}^{-1} .$$

The number of ^{239}Pu is

$$N = \frac{120.1 \times 5.61 \times 10^{26}}{239 \times 939} = 3.002 \times 10^{23} .$$

The half-life is

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{N \ln 2}{\frac{dN}{dt}} = \frac{3.002 \times 10^{23} \times \ln 2}{2.756 \times 10^{11}} = 7.55 \times 10^{11} \text{ s} = 2.39 \times 10^4 \text{ yr} .$$

Radon-222 διασπάται με α-διασπαση σε μια διεγερμένη κατάσταση του θυγατρικού πυρήνα ο οποίος παράγει φωτόνια γαμμα ενέργειας 68.57 keV.

Άσκηση 1: Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U)

Πόση ενέργεια εκλύεται κατά την παρακάτω αντίδραση σχάσης του ουρανίου?



α) Συγκρίνετε την ενέργεια αυτή με την ενέργεια που εκλύεται σε χημικές αντιδράσεις (όπου έχουμε ανταλλαγές ηλεκτρονίων των ατόμων, τα οποία έχουν ενέργειες της τάξης των eV, κι έτσι η τάξη μεγέθους για χημικές αντιδράσεις δύο ατόμων είναι eV)

β) Αν ένας πυρηνικός αντιδραστήρας έχει σχεδιαστεί να δίνει 1 MW θερμότητας συνεχώς, πόσες σχάσεις ουρανίου σαν την παραπάνω πρέπει να συμβαίνουν κάθε δευτερόλεπτο για να συντηρούν την ισχύ αυτή? Πόσο ουράνιο-235 καταναλώνεται κάθε χρόνο στον αντιδραστήρα?

Δίνονται: το βιβλίο σας

- παρ. 9.1, 9.2, 9.3

- παρ. 4.4., σελ. 60: $1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2$ και $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

$m(n) = 1.0087 \text{ amu}$, $m(\text{U}) = 235.0439 \text{ amu}$, $m(\text{Ba}) = 140.9139 \text{ amu}$, $m(\text{Kr}) = 91.8973 \text{ amu}$

Άσκηση 1α): Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U)

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά , Η μάζα είναι μιά μορφή ενέργειας
 - $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$, για αυθόρμητη σχάση πρέπει
- Η μάζα κάθε πυρήνα δίνεται σε amu. Μπορώ να τις κάνω MeV αμέσως, ή να τις αφήσω σε amu, να βρω το Q σε amu και να το κάνω σε MeV στο τέλος.
- $M(^{235}\text{U}) + M(n) = M(^{141}\text{Ba}) + M(^{92}\text{Kr}) + 3 * M(n) + Q$
 $\rightarrow Q = M(^{235}\text{U}) - M(^{141}\text{Ba}) - M(^{92}\text{Kr}) - 2 * M(n) = 0.2153 \text{ amu} \rightarrow$
 $Q = 0.2513 * 931.49 \text{ MeV} = \mathbf{234.1 \text{ MeV}}$ (δηλ. $Q > 0$: άρα γίνεται)
- Οπότε κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., για ENAN μόνο πυρήνα ^{235}U), εκλύεται ενέργεια **234.1 MeV**.

Άσκηση 1β: Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U)

- Υπολογίσαμε πριν ότι κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., για ENAN μόνο πυρήνα ^{235}U), εκλύεται ενέργεια **234.1 MeV**
- Οι ενέργειες που εκλύονται κατά τις χημικές αντιδράσεις είναι της τάξης των διαφορών στις ενεργειακές στάθμες των ατόμων, δηλαδή της τάξης των eV-keV, δηλαδή χοντρικά κατά 10^9 (1 δις) έως 10^{12} (1 τρις) φορές μικρότερες!
- 1 MW = 1 MJ/s (θυμνάστε ότι η ισχύς είναι ενέργεια ανά μονάδα χρόνου)

$$1 \text{ χρόνος} = 1 \gamma = 365 * 24 * 60 * 60 \text{ s} = 31536000 \text{ s} = 3.15 * 10^7 \text{ s}$$

$$\text{Οπότε: } 1 \text{ MW} = 3.15 * 10^7 \text{ MJ}/\gamma$$

- Οπότε μπορούμε να βρούμε πόσους πυρήνες χρειαζόμαστε για να πάρουμε τόση ενέργεια σε ένα χρόνο

$$\text{Αριθμός σχάσεων } ^{235}\text{U} \text{ σε ένα έτος} = \text{αριθμός πυρήνων } ^{235}\text{U} \text{ που χρειαζόμαστε σε ένα έτος} = 3.15 * 10^7 \text{ MJ} / 234.1 \text{ MeV} =$$

$$3.15 * 10^7 * 10^6 \text{ J} / (234.1 * 10^6 * 1.6 * 10^{-19} \text{ J}) = 0.84 * 10^{24}$$

→ **οπότε χρειαζόμαστε:**

$$0.84 * 10^{24} / (6.02 * 10^{23}) \text{ mol} = 1.4 \text{ mol} = 1.4 * 235 \text{ gr}$$

$$= \mathbf{329 \text{ gr} \text{ ουρανίου } ^{235}\text{U}}$$

Άσκηση 2: Γίνεται η αντίδραση?

Άσκηση 2:

Γίνεται η αντίδραση $^{210}\text{Po} \rightarrow ^{206}\text{Pb} + a$?

Αν ναι, πόση κινητική ενέργεια παίρνουν τα προϊόντα?

Αν όχι, πόση ενέργεια χρειάζεται να δώσουμε για να σπάσουμε τον πυρήνα του ^{210}Po ?

Δίνονται: το βιβλίο σας

$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2$ και $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

- $M(n) = 939.57 \text{ MeV}$, $M(p) = 938.27 \text{ MeV}$, $M(e) = 0.511 \text{ MeV}$, $M(\nu)=0$

- Ενέργεια Σύνδεσης (B) για το ^4He είναι 28.30 MeV

$M(^{210}\text{Po}) = 209.98287 \text{ amu}$, $M(^{206}\text{Pb}) = 205.97447 \text{ amu}$,

Άσκηση 2: Γίνεται η αντίδραση? - Λύση

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά
 - Η μάζα είναι μιά μορφή ενέργειας $Q \geq 0$
 - Άρα: $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$
 - Για να γίνεται η αντίδραση πρέπει (“εξωθερμική”)
- Η μάζα κάθε πυρήνα υπολογίζεται από τις μάζες των συστατικών του (πρωτόνια και νετρόνια) και την ενέργεια σύνδεσής τους
 - $M(^{210}\text{Po}) = 209.98287 \text{ amu} = 209.98287 * 931.49 \text{ MeV} = 195596.94 \text{ MeV}$
 - Παρόμοια $M(^{206}\text{Po}) = 191863.16 \text{ MeV}$
 - $M(\alpha) = 2 * M(p) + 6 * M(n) - B(\alpha) = \dots = 3723.38 \text{ MeV}$
- $M(^{210}\text{Po}) = M(^{206}\text{Po}) + M(\alpha) + Q \rightarrow Q = M(^{210}\text{Po}) - M(^{206}\text{Po}) - M(\alpha) = 10.4 \text{ MeV}$ (δηλ. $Q > 0$, και άρα γίνεται αυθόρμητα)
- Άρα, η μάζα του ^{210}Po είναι αρκετή για να γίνεται η αντίδραση αυθόρμητα.
- Η ενέργεια του ^{210}Po χρησιμοποιείται για να φτιαχτούν τα ^{206}Po και α , και το περίσευμα Q μοιράζεται ως κινητική ενέργεια στα προϊόντα. Το α όμως είναι κατά πολύ ελαφρύτερο από το ^{206}Po , και άρα παίρνει τη μερίδα του λέοντος. Σε σχετικά καλή προσέγγιση λοιπόν, όλο το Q το παίρνει το α ως κινητική ενέργεια.

Άσκηση 3: Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U)

Άσκηση 3:

α) Πόση ενέργεια εκλύεται κατά την παρακάτω αντίδραση σχάσης ουρανίου ^{235}U ?



β) Πόση ενέργεια εκλύεται κατά την παραπάνω αντίδραση σχάσης από **1 kg** ουρανίου ^{235}U ?

Δίνονται:

$$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2 \quad \text{και} \quad 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$M(n) = 1.0087 \text{ amu}, \quad M(^{235}\text{U}) = 235.0439 \text{ amu},$$

$$M(\text{Ba}) = 140.9139 \text{ amu}, \quad M(\text{Kr}) = 91.8973 \text{ amu}$$

Άσκηση 3: Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U) - Λύση

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά , Η μάζα είναι μιά μορφή ενέργειας
 - $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$, για αυθόρμητη σχάση πρέπει $Q \geq 0$
- Η μάζα κάθε πυρήνα δίνεται σε amu. Μπορώ να τις κάνω MeV αμέσως, ή να τις αφήσω, να βρω το Q σε amu και να το κάνω σε MeV στο τέλος.
- $M(^{235}\text{U}) + M(n) = M(^{141}\text{Ba}) + M(^{92}\text{Kr}) + 3 \cdot M(n) + Q$
 $\rightarrow Q = M(^{235}\text{U}) - M(^{141}\text{Ba}) - M(^{92}\text{Kr}) - 2 \cdot M(n) = 0.2513 \text{ amu} \rightarrow$
 $Q = 0.2513 \cdot 931.49 \text{ MeV} = \mathbf{234.1 \text{ MeV}}$ (δηλ. $Q > 0$: άρα γίνεται αυθόρμητα)
- Οπότε κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., για ENAN μόνο πυρήνα ^{235}U), εκλύεται ενέργεια **234.1 MeV**.
- Για να βρούμε πόση ενέργεια εκλύεται κατά τη σχάση 1 kg ^{235}U , πρέπει να ξέρουμε πόσοι πυρήνες υπάρχουν σε 1 kg ^{235}U .
- Ξέρουμε ότι σε 1 mol ^{235}U έχουμε $6.02 \cdot 10^{23}$ πυρήνες και το 1 mol ζυγίζει όσο ο μαζικός αριθμός σε γραμμάρια, δηλαδή 235 gr.
 $\rightarrow 1 \text{ kg } ^{235}\text{U} = 4.255 \text{ mol} = 25.6 \cdot 10^{23} \text{ πυρήνες } ^{235}\text{U}$.
- Ενέργεια από 1 kg $^{235}\text{U} = 25.6 \cdot 10^{23} \cdot 234.1 \text{ MeV} = 6 \cdot 10^{26} \text{ MeV} = 6 \cdot 10^{26} \cdot 10^6 \text{ eV} = 6 \cdot 10^{26} \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb} \cdot \text{V} = 9.6 \cdot 10^7 \text{ MJ}$ (θυμάστε ότι 1 Cb*V = 1 Joyle = 1J)

Άσκηση 5 & 6: Σύντηξη υδρογόνου για παραγωγή ηλίου στον Ήλιο

Άσκηση 5:

Πόση ενέργεια θα ελευθερόνταν αν το δευτέριο (^2H) μπορούσε να παράγει ήλιο (^4He) με την ακόλουθη αντίδραση σύντηξης?



Δίνονται:

- $1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2$ και $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$
- $M(n) = 939.57 \text{ MeV}$, $M(p) = 938.27 \text{ MeV}$, $M(e) = 0.511 \text{ MeV}$, $M(\nu)=0$
- Ενέργειες Σύνδεσης (B):
 $B(^4\text{He}) = 28.30 \text{ MeV}$, $B(^2\text{H}) = 2.2 \text{ MeV}$, $B(^3\text{H}) = 8.48 \text{ MeV}$

Άσκηση 6:

Ξανακάνετε τους υπολογισμούς λαμβάνοντας υπ'όψιν ότι:



Άσκηση 5: Σύντηξη υδρογόνου - Λύση

$$Q \geq 0$$

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά , Η μάζα είναι μιά μορφή ενέργειας
 - $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$, για αυθόρμητη σχάση πρέπει
- Η μάζα κάθε πυρήνα υπολογίζεται από τις μάζες των συστατικών του (πρωτόνια και νετρόνια) και την ενέργεια σύνδεσής τους
 - $M(^2\text{H}) = M(p) + M(n) - B(^2\text{H}) = (938.27 + 939.57 - 2.2) \text{ MeV} = 1875.64 \text{ MeV}$
 - $M(^4\text{He}) = 2 * M(p) + 2 * M(n) - B(^4\text{He}) = \dots = 3727.38 \text{ MeV}$
 - $2 * M(^2\text{H}) = M(^4\text{He}) + Q$
 $\rightarrow Q = 2 * M(^2\text{H}) - M(^4\text{He}) = \mathbf{23.9 \text{ MeV}}$ (δηλ. $Q > 0$, και άρα γίνεται)
- Οπότε κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., όταν 2 πυρήνες δευτερίου συντήκονται και γίνονται 1 πυρήνας ^4He), εκλύεται ενέργεια **23.9 MeV**.

Άσκηση 6: Σύντηξη υδρογόνου σε βήματα - Λύση

- Όπως βρήκαμε στη άσκηση 5 την ενέργεια που εκλύεται σε κάθε μία αντίδραση, έτσι μπορούμε να κάνουμε κι εδώ για κάθε αντίδραση χωριστά:
$$^1\text{H} + ^1\text{H} \rightarrow ^2\text{H} + e^+ + \nu_e + 0.42 \text{ MeV}$$
$$^1\text{H} + ^2\text{H} \rightarrow ^3\text{He} + \gamma + 5.49 \text{ MeV}$$
$$^3\text{He} + ^3\text{He} \rightarrow ^4\text{He} + ^1\text{H} + ^1\text{H} + 12.86 \text{ MeV}$$
- Όμως μπορούμε να δουλέψουμε όπως και με τις χημικές αντιδράσεις, και να καταλήξουμε σε μία αντίδραση της οποίας να βρούμε το Q. Οπότε μπορούμε:
 - Να πολλαπλασιάσουμε την κάθε αντίδραση με έναν αριθμό, κι έτσι αντί να περιγράψουμε τη συμμετοχή π.χ., ενός πυρήνα ^1H με την αντίδραση που γράφουμε, να βλέπουμε τι κάνουν 2 ή 3 πυρήνες).
 - Να προσθέτουμε τις αντιδράσεις και να απαλείφουμε από το ένα μέλος στο άλλο τα κοινά στοιχεία.
- Στην περίπτωσή μας:
$$2 \text{ } ^1\text{H} + 2 \text{ } ^1\text{H} \rightarrow 2 \text{ } ^2\text{H} + 2 e^+ + 2 \nu_e \quad , \text{ και κατόπιν}$$
$$2 \text{ } ^1\text{H} + 2 \text{ } ^2\text{H} \rightarrow 2 \text{ } ^3\text{He} + 2 \gamma \quad , \text{ και τελικά}$$
$$^3\text{He} + ^3\text{He} \rightarrow ^4\text{He} + ^1\text{H} + ^1\text{H}$$
- Το άθροισμα δίνει: $4 \text{ } ^1\text{H} \rightarrow ^4\text{He} + 2 e^+ + 2 \nu_e + 2 \gamma + Q$
→ $Q = 25 \text{ MeV}$ για κάθε 4 πρωτόνια (^1H) που συντήκονται.

Άσκηση 7: Σύντηξη υδρογόνου για παραγωγή ηλίου στον Ήλιο

Άσκηση 7:

Πόσο υδρογόνο (^1H) πρέπει να μετατρέπεται σε ήλιο (^4He) κάθε δευτερόλεπτο στον Ήλιο, αν η ηλιακή σταθερά είναι $1.35 \text{ kW} / \text{m}^2$ στην επιφάνεια της Γης και η απόσταση Γης-Ηλίου είναι $1.5 \times 10^8 \text{ km}$?
(Υποθέστε εδώ ότι $4 \text{ } ^1\text{H} \rightarrow \text{}^4\text{He}$, χωρίς άλλο προϊόν)

Δίνονται:

- $1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2$ και $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$
- $M(n) = 939.57 \text{ MeV}$, $M(p) = 938.27 \text{ MeV}$, $M(e) = 0.511 \text{ MeV}$, $M(\nu)=0$
 - Ενέργειες Σύνδεσης (B):
 $B(^4\text{He}) = 28.30 \text{ MeV}$, $B(^2\text{H}) = 2.2 \text{ MeV}$, $B(^3\text{H}) = 8.48 \text{ MeV}$

Άσκηση 7: Σύντηξη υδρογόνου - Λύση

- $4\ ^1\text{H} \rightarrow\ ^4\text{He} + Q$
- Γνωρίζετε φυσικά ότι ο πυρήνας του υδρογόνου (^1H) είναι το πρωτόνιο (όπως και ότι το ^4He είναι το σωματίο α, αν και αυτό είναι άσχετη πληροφορία γι αυτή την άσκηση εδώ). Παρόμοια με την άσκηση 5, παίρνουμε: $Q = (4 * 938.27 - 3727.38)\text{ MeV} = 25.7\text{ MeV}$
- Η ενέργεια που εκλύεται στον ήλιο κατά τη σύντηξη 4 πυρήνων υδρογόνου για παραγωγή ηλίου είναι 25.7 MeV, δηλαδή 6.43 MeV ανά πυρήνα υδρογόνου $= 6.43 * 10^6 * 1.6 * 10^{-19}\text{ J} = 10^{-12}\text{ J}$
- Ο ήλιος εκπέμπει την ενέργεια αυτή. Όση ενέργεια εκπέμπει από τον ήλιο σε κάθε δευτερόλεπτο, διαχέεται ακτινικά προς τα έξω. Οπότε το σύνολο της ενέργειας που “περνάει” μέσα από μια επιφάνεια $4\pi R^2$ κάθε δευτερόλεπτο, είναι όση εκπέμπει από τον ήλιο σε κάθε δευτερόλεπτο.
- Στη Γη ξέρουμε την ηλιακή σταθερά, δηλ. πόση ηλιακή ενέργεια “πέφτει” σε μια επιφάνεια 1 m^2 , σε κάθε δευτερόλεπτο $= 1.35\text{ kW} / \text{m}^2 = 1.35\text{ (kJ/s)} / \text{m}^2$
- Οπότε, στην απόσταση Γης-Ήλιου (σε ακτίνα $R=1.5 \times 10^8\text{ km}$ από τον ήλιο), περνούν $1.35 * 4\pi R^2\text{ kJ/s} / \text{m}^2$ και άρα ο ήλιος εκπέμπει $3.8 * 10^{26}\text{ J}$ ανά sec.
- Άρα χρειάζονται $(3.8 * 10^{26}\text{ J/s}) / (10^{-12}\text{ J}) = 3.8 * 10^{38}$ πυρήνες υδρογόνου ανά sec.
- Αφού $6.02 * 10^{23}$ πυρήνες ^1H ζυγίζουν 1 gr (όσο ο μαζικός αριθμός), τότε στον ήλιο συντήκονται $3.8 * 10^{38} / 6.02 * 10^{23} = 6.3 * 10^{11}\text{ kg } ^1\text{H}$ ανά sec!!!

Άσκηση 8: Χρόνος ζωής

Έχουμε $N_0 = 10^{25}$ πυρήνες ^{238}U σε ένα δείγμα.

- α) Πόσοι πυρήνες παραμένουν στο δείγμα αυτό μετά από 100 εκατομύρια (10^8) χρόνια αν η σταθερά διάσπασής του ^{238}U είναι $1.5 \cdot 10^{-10} \text{ y}^{-1}$?
- β) Πόσος είναι ο χρόνος ημίσειας ζωής του ^{238}U ?

Άσκηση 9: Χρόνοι ζωής- Ενεργότητα

Ποια η ενεργότητα 1g ^{226}Ra ?

$$t_{1/2} = 1670\text{y} \approx 1.6 \times 10^3 \times 3.1 \times 10^7 \text{ s} \approx 5 \times 10^{10} \text{ s}$$

$$\lambda = 0.693 / 5 \times 10^{10} \approx 1.4 \times 10^{-11} \text{ /s}$$

1g περιέχει $N_0 \approx 6 \times 10^{23} / 226 \approx 2.7 \times 10^{21}$ πυρήνες

η ενεργότητα $t=0$ $A(t=0) = \lambda N_0 \approx 1.4 \times 10^{-11} \times 2.7 \times 10^{21} \text{ /s} \approx 3.7 \times 10^{10}$
διασπ./s

Μονάδες ενεργότητας

Curie $1\text{Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ διασπ./s}$

Becquerel $1\text{Bq} = 1 \text{ διασπ./s}$

Άσκηση 11: Χρόνος ζωής - ραδιοχρονολόγηση

Ενας πάπυρος από Αιγυπτιακό τάφο περιέχει 1g άνθρακα με ενεργότητα 4×10^{-12} Ci. Αν ο λόγος των πυρήνων $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ σε ένα ζωντανό δένδρο είναι 1.3×10^{-12} να βρεθεί η ηλικία του παπύρου.
(Χρ. ημιζωής $^{14}\text{C}=5730$ γ)

Προσοχή στις μονάδες!

$$t_{1/2}=5730 \text{ γ} \approx 5730 \times 3.1 \times 10^7 \text{ s} \approx 17.8 \times 10^{10} \text{ s}$$

$$\lambda = 0.693 / 17.8 \times 10^{10} \approx 3.9 \times 10^{-12} / \text{s}$$

1g περιέχει $6 \times 10^{23} / 12 = 5 \times 10^{22}$ πυρήνες C και

$$N_0 = 5 \times 10^{22} \times 1.3 \times 10^{-12} \approx 6.5 \times 10^{10} \text{ πυρήνες } ^{14}\text{C}$$

$$\text{η ενεργότητα } A = 4 \times 10^{-12} \times 3.7 \times 10^{10} = 1.5 \times 10^{-1} \text{ διασπ./s}$$

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \dots t = 1.39 \times 10^{11} \text{ s} = 4483 \text{ γ}$$

Άσκηση 10: Χρόνος ζωής - ραδιοχρονολόγηση

Στη σπηλιά Shanidar στο βόρειο Ιράκ, κατά τις ανασκαφές βρέθηκαν βέλη, εργαλεία, κόκαλα και κάρβουνο. Όταν εξετάστηκε το κάρβουνο παρατηρήθηκαν $\sim 9.4 \cdot 10^2$ διασπάσεις ^{14}C το δευτερόλεπτο, για κάθε κιλό κάρβουνου. Είναι γνωστό ότι 1 kg άνθρακα σε έναν ζωντανό οργανισμό δίνει $1.5 \cdot 10^4$ διασπάσεις ^{14}C το δευτερόλεπτο.

Πρίν πόσα χρόνια κατοικούταν αυτή η σπηλιά από προϊστορικούς ανθρώπους?

Δίνεται: $t_{1/2} = 5730$ χρόνια ($\rightarrow$ άρα ο χρόνος ζωής τ , πόσος είναι?)

Απάντηση: κοιτάξτε σελ. 21 ότι η ενεργότητα μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Επίσης, τα σχετικά με τη ραδιοχρονολόγηση σελ. 22, και την επόμενη άσκηση (11). Έτσι έχουμε: Τώρα $A(t) = 9.4 \cdot 10^2$ διασπάσεις/sec, ενώ όταν πέθανε ο οργανισμός είχαμε $A(0) = 1.5 \cdot 10^4$ διασπάσεις /sec

$$A(t) = A(0) \cdot e^{-t/\tau} \rightarrow t = \dots = \mathbf{23 \text{ χιλιάδες χρόνια πριν.}}$$

