

Spin του πυρήνα

Μαγνητική διπολική ροπή

Ηλεκτρική τετραπολική ροπή

Τάσος Λιόλιος
Μάθημα Πυρηνικής Φυσικής

Εξάρτηση του πυρηνικού δυναμικού από άλλους παράγοντες (πλην της απόστασης)

Η συνάρτηση του δυναμικού N-N αναμένεται να εξαρτάται και από άλλους παράγοντες που υπεισέρχονται στην αλληλεπίδραση (πλην της απόστασης), όπως είναι η στροφορμή.

Γενικώς, κάθε κβαντομηχανικό σύστημα περιγράφεται από μια κυματοσυνάρτηση Ψ που είναι λύση της εξίσωσης **Schrödinger**:

$$H_{op}\psi_i = E_i \psi_i$$

όπου ο τελεστής **H** είναι η **Χαμιλτονιανή** του συστήματος που περιλαμβάνει όρους για την κίνηση και για τις αλληλεπιδράσεις του:

$$H_{operator} = \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$$

Operator associated with kinetic energy	Potential energy
--	---------------------

Η λύση της ανωτέρω εξίσωσης δίνει μια **σειρά ιδιοσυναρτήσεων ψ_i** και μια αντίστοιχη **σειρά διακριτών ιδιοτιμών της ενέργειας E_i** , που περιγράφουν τις λεγόμενες **ιδιοκαταστάσεις του συστήματος**.

Κυματοσυναρτήσεις και εξίσωση Schrödinger

Η συνάρτηση που περιγράφει το υλοκύμα λέγεται συνάρτηση κύματος ή **κυματοσυνάρτηση** (wave function).

Η κυματοσυνάρτηση ενός **ελεύθερου σωματιδίου** μάζας m προκύπτει από την εξίσωση:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

Για σωματίδια που κινούνται, όχι ελεύθερα, αλλά μέσα σε κάποιο **δυναμικό** $V(x,t)$, ισχύει η εξίσωση Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x,t)\Psi$$

Αυτή είναι η χρονικά εξαρτώμενη εξίσωση Schrödinger.

Η Χαμιλτωνιανή του συστήματος ή τελεστής του Hamilton (the Hamiltonian operator)

Η εξίσωση Schrödinger μπορεί να θεωρηθεί ως ένας διαφορικός τελεστής που δρα πάνω στην Ψ και ο οποίος αναπαριστά την **ενέργεια** του σωματιδίου.

Ο τελεστής αυτός καλείται **Χαμιλτωνιανή** (*Hamiltonian*) του σωματιδίου, και παριστάνεται συνήθως με το σύμβολο: $\hat{H}$

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

$$\left[\underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2}}_{\text{Kinetic energy operator}} + \underbrace{V(x,t)}_{\text{Potential energy operator}} \right] \Psi \equiv \hat{H} \Psi$$

Kinetic
energy
operator

Potential
energy
operator

Επομένως η εξ. Schrödinger μπορεί να γραφεί και με την πιο σύντομη μορφή:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi$$

Ανεξάρτητη του χρόνου εξ. Schrödinger

Για τις περιπτώσεις που το δυναμικό δεν μεταβάλλεται με το χρόνο:

$$V(x, t) = V(x)$$



$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x)\Psi$$

Το αριστερό σκέλος εξαρτάται μόνο από t

Το δεξί σκέλος εξαρτάται μόνο από το x

Οπότε οι λύσεις είναι της μορφής:

$$\Psi(x, t) = \psi(x)T(t)$$

Για την χωρικά εξαρτώμενη κυματοσυνάρτηση $\psi(x)$, οδηγούμαστε στη συνήθη δ.ε:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V(x)\psi = E\psi$$

ή

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

Αυτή είναι η ανεξάρτητη του χρόνου εξίσωση Schrödinger.

Οι λύσεις $\psi(x)$ της εξίσωσης αυτής είναι πραγματικές συναρτήσεις και αντιπροσωπεύουν **στάσιμες καταστάσεις** του συστήματος με **ολική ενέργεια E** .

ΕΙΔΙΚΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

Η εξ. Schrödinger στον τρισδιάστατο χώρο

3D Hamiltonian

$$\hat{H}(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r})$$

Χρονικά εξαρτώμενη εξ. Schrödinger

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}, t) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

Χρονικά ανεξάρτητη εξ. Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r})$$

ΣΥΝΟΨΗ (για μια διάσταση)

Χρονικά εξαρτώμενη εξ. Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$$

Χρονικά ανεξάρτητη εξ. Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + V(x) \psi(x) = E \psi(x)$$

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

Κυματοσυνάρτηση

$$\Psi(x, t) = \psi(x) T(t) = \psi(x) e^{-iEt/\hbar}$$

Ιδιότητες της κυματοσυνάρτησης (ώστε να έχει φυσική σημασία):

Μονοσήμαντη, παραγωγίσιμη, συνεχής, με συνεχή πρώτη παράγωγο, κανονικοποιήσιμη

Πιθανότητα

$$P(x, t) dx = |\Psi(x, t)|^2 dx = \Psi^*(x, t) \Psi(x, t) dx$$

Συνθήκη Κανονικοποίησης

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx P(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx |\Psi(x, t)|^2 = 1$$

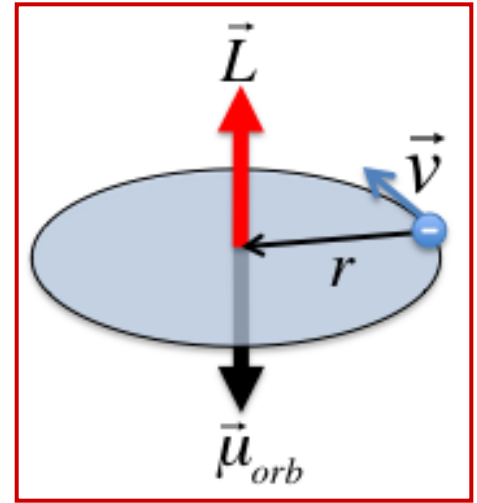
Μαγνητικές ροπές στα άτομα – μαγνητόνη του Bohr

Τα άτομα ισοδυναμούν με μικροσκοπικούς
μαγνήτες λόγω της κίνησης των φορτίων.

Το διάνυσμα της μαγνητικής ροπής ηλεκτρονίου
συνδέεται με το διάνυσμα της στροφορμής:

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{L} \quad (1)$$



Από την σχέση (1), και την συνήθη μονάδα ατομικών
στροφορμών, $\hbar$, παράγεται η μονάδα ατομικών (και
υποατομικών) μαγνητικών ροπών, η οποία ονομάζεται
μαγνητόνη του Bohr:

$$\mu_B = \frac{e}{2m} \hbar$$

και έχει τιμή: $\mu_B = 5,79 \cdot 10^{-5} \text{ eV/Tesla}$

Κβαντικοί αριθμοί – επιτρεπτές τιμές

- Οι λύσεις σχετίζονται με τρεις κβαντικούς αριθμούς:
 - n : Κύριος κβαντικός αριθμός
 - ℓ : Τροχιακός κβαντικός αριθμός (της στροφορμής, ή αζιμουθιακός)
 - m_ℓ : Μαγνητικός κβαντικός αριθμός
- Περιορισμοί (επιτρεπτές τιμές):
 - $n = 1, 2, 3, 4, \dots$
 - $\ell = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$
 - $m_\ell = -\ell, -(\ell-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, \ell-1, \ell$

ΠΡΟΣΟΧΗ:

Οι καταστάσεις των ηλεκτρονίων χαρακτηρίζονται και από έναν ακόμη κβαντικό αριθμό (ο οποίος δεν προκύπτει από την εξ. του Schrödinger), τον μαγνητικό κβαντικό αριθμό για τον προσανατολισμό του **σπιν** (θα τον δούμε αργότερα):

$$m_s = +1/2, -1/2$$

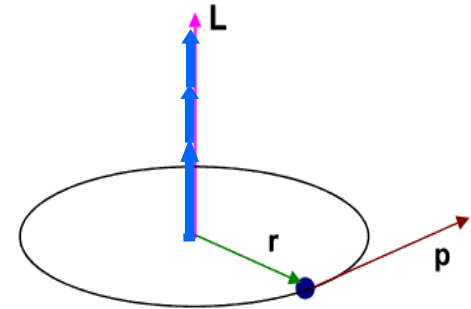
Κβάντωση του μέτρου της στροφορμής:

$$L = L_z$$

- Κλασσικά: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ με $L = m v_{\text{orbital}} r$.

- Κβαντικά: $L = \sqrt{\ell(\ell + 1)}\hbar$

Π.χ. για $\ell = 0$: $L = \sqrt{0(1)}\hbar = 0$



ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

Κβάντωση κατεύθυνσης της στροφορμής L_z

- Ο m_ℓ σχετίζεται με την z -συνιστώσα της τροχιακής στροφορμής:

$$L_z = m_\ell \hbar$$

Π.χ. για $\ell = 2$: $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar$

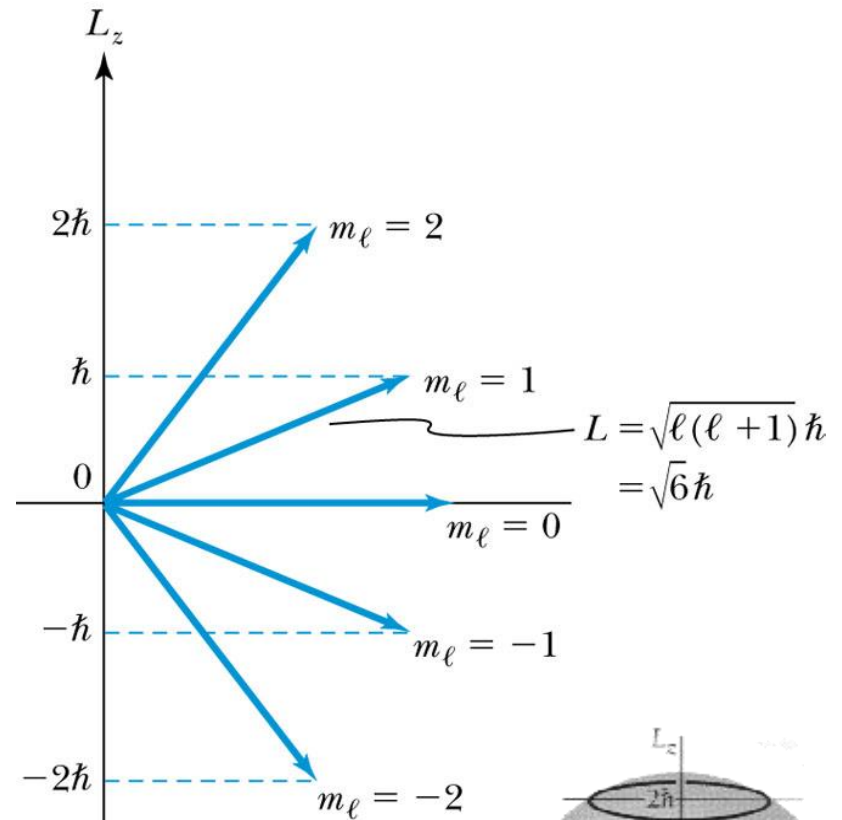
$$m_\ell = -2, -1, 0, +1, +2$$

→ $L_z = \pm 2\hbar, \pm 1\hbar, 0$

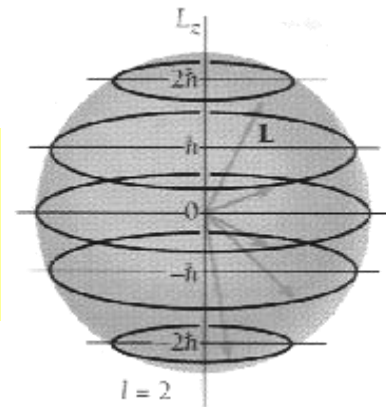
$2\ell+1$ διαφορετικές τιμές

Η κβάντωση στις τιμές του m_ℓ συνεπάγεται περιορισμό στους δυνατούς προσανατολισμούς του $\vec{L}$. Αυτά καλούνται **κβάντωση χώρου** (space quantization).

Τα L_x και L_y μένουν εντελώς απροσδιόριστα!



Ανυσματικό
πρότυπο
του ατόμου

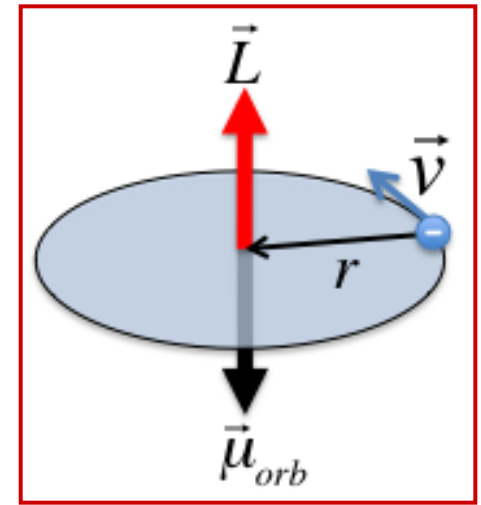


Μαγνητικές ροπές στα άτομα – μαγνητόνη του Bohr

Τα άτομα ισοδυναμούν με μικροσκοπικούς
μαγνήτες λόγω της κίνησης των φορτίων.
Το διάνυσμα της μαγνητικής ροπής ηλεκτρονίου
συνδέεται με το διάνυσμα της στροφορμής:

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{L} \quad (1)$$



Η τοποθέτηση μαγνητικής ροπής μέσα σε ένα μαγνητικό
πεδίο, προσδίδει, στην μαγν. ροπή, δυναμική ενέργεια:

$$\Rightarrow V_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

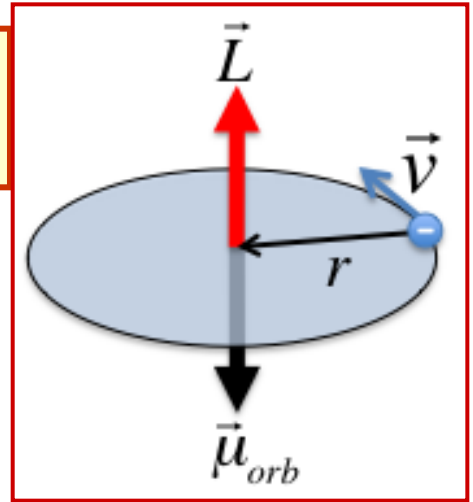
Από την σχέση (1), και την συνήθη μονάδα ατομικών
στροφορμών, $\hbar$, παράγεται η μονάδα ατομικών (και
υποατομικών) μαγνητικών ροπών, η οποία ονομάζεται
μαγνητόνη του Bohr:

$$\mu_B = \frac{e}{2m} \hbar$$

και έχει τιμή: $\mu_B = 5,79 \cdot 10^{-5} \text{ eV/Tesla}$

Μέτρο και προβολή της μαγνητικής ροπής λόγω τροχιάς

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{L}$$



Χρησιμοποιώντας
τη νέα μονάδα: $\mu_B = \frac{e}{2m} \hbar$

η σχέση (1) μας δείχνει ότι όση είναι η L αριθμητικά σε μονάδες $\hbar$, τόση είναι αριθμητικά και η μ σε μονάδες μ_B .

Και επειδή το L παίρνει τις κβαντισμένες τιμές:

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar$$

το μ θα παίρνει επίσης κβαντισμένες τιμές:

$$\mu = \sqrt{\ell(\ell+1)}\mu_B$$

Το διάνυσμα της μαγνητικής ροπής είναι συγγραμμικό και αντίρροπο του διανύσματος της τροχιακής στροφορμής (σχήμα, σχέση 1).

Επομένως για τις προβολές τους σε κάποιον άξονα (π.χ. z) θα ισχύει:

Προβολή τροχιακής στροφορμής: $L_z = m_\ell \hbar$

Προβολή μαγνητικής ροπής: $\mu_z = -m_\ell \mu_B$

$$m_\ell = -\ell, \dots, 0, \dots, \ell$$

2 ℓ +1 τιμές

Μαγνητικές ροπές και φαινόμενο Zeeman

Προβολή τροχιακής στροφορμής:

$$L_z = m_\ell \hbar$$

$$m_\ell = -\ell, \dots, 0, \dots, \ell$$

Προβολή μαγνητικής ροπής:

$$\mu_z = -m_\ell \mu_B$$

$2\ell+1$ τιμές

Η τοποθέτηση μαγνητικής ροπής μέσα σε ένα **μαγνητικό πεδίο** (το οποίο για ευκολία θεωρούμε ότι έχει την κατεύθυνση z) προσδίδει στη μαγνητική ροπή, **δυναμική ενέργεια**:

$$V_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z \cdot B$$

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

Παρατηρούμε ότι η ύπαρξη μαγνητικών ροπών εισάγει επιπλέον ενεργειακούς όρους V_B στις ενεργειακές στάθμες του ατόμου όταν αυτά βρίσκονται εντός μαγνητικού πεδίου.

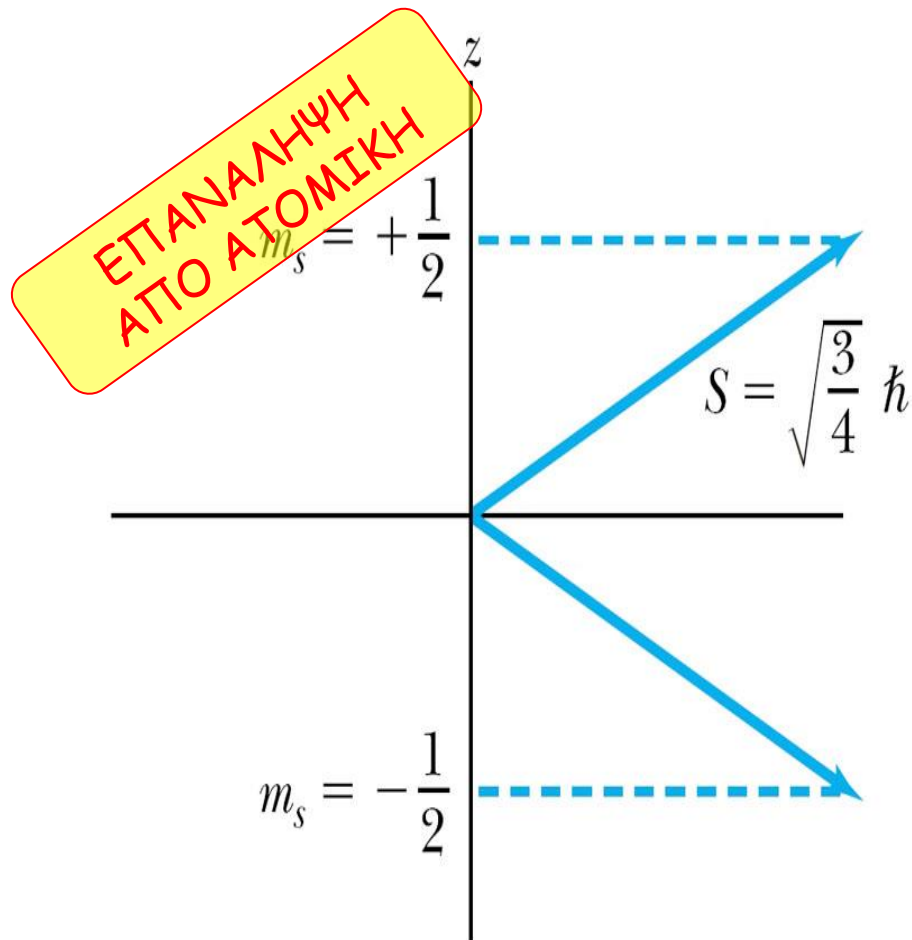
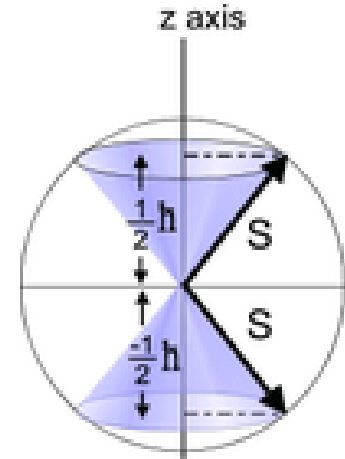
Αυτή είναι η βάση της ερμηνείας για το **Φαινόμενο Zeeman**.

Το 1986, ο Ολλανδός φυσικός Pieter Zeeman έδειξε ότι **όταν άτομα που βρίσκονται εντός μαγνητικού πεδίου εκπέμπουν φως**, οι φασματικές γραμμές του φωτός αυτού παρουσιάζουν **διαχωρισμό** σε επιμέρους γραμμές. Αυτό είναι το **Φαινόμενο Zeeman (Nobel 1902)**.



Spin

- Μαγνητικός κβαντικός αριθμός του spin m_s
- Παίρνει τις $2s+1$ τιμές: $m_s = \pm 1/2$.



$$|\vec{S}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{3/4}\hbar$$

Προβολή:

$$S_z = m_s \hbar = \pm \hbar / 2.$$

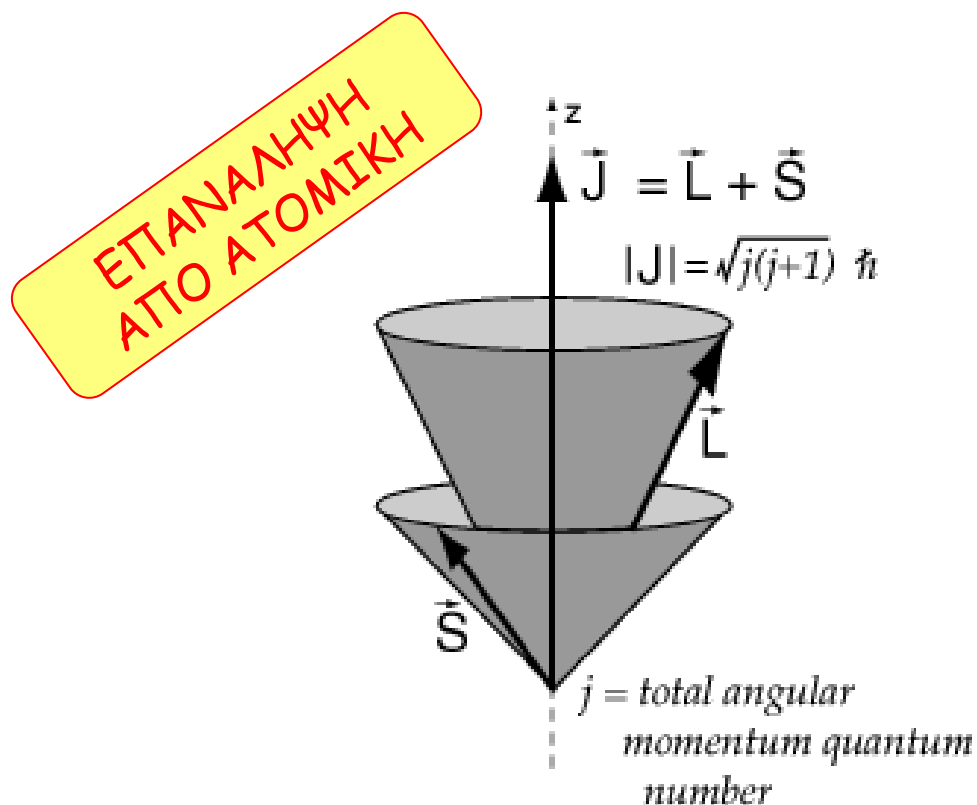
Μαγνητική ροπή του spin:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{g_s \mu_B \vec{L}}{\hbar} = -2 \frac{\mu_B \vec{L}}{\hbar}$$

Ολική στροφορμή του ατομικού ηλεκτρονίου

Η μαγνητική ροπή λόγω $\mathbf{L}$ και η μαγνητική ροπή λόγω $\mathbf{S}$ αλληλεπιδρούν μαγνητικά μεταξύ τους. Δημιουργείται μεταξύ τους μια σταθερή κατάσταση που ονομάζεται **σύζευξη LS**.

Αποτέλεσμα της σύζευξης LS είναι ότι τα $\mathbf{L}$ και $\mathbf{S}$ έχουν ένα σταθερό διανυσματικό άθροισμα που ονομάζεται **διάνυσμα της ολικής στροφορμής** $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$.



Ολική στροφορμή του ατομικού ηλεκτρονίου

Το διάνυσμα της ολικής στροφορμής $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ έχει μέτρο J που δίνεται μέσω του κβαντικού αριθμού της ολικής στροφορμής $j = \ell \pm s$

$$J = \sqrt{j(j+1)}\hbar, \quad j = \ell \pm \frac{1}{2}$$

Η παρουσία ενός εξωτερικού μαγνητικού πεδίου κάνει το διάνυσμα $\mathbf{J}$ να εκτελεί γύρω του μεταπτωτική κίνηση, έχοντας συγκεκριμένες επιτρεπτές τιμές της προβολής J_z

ΕΠΙΔΕΙΞΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

$$J_z = m_j \hbar$$

όπου m_j ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός της ολικής στροφορμής που παίρνει τιμές: $m_j = \pm 1/2, \pm 3/2, \dots, \pm j$. Αυτές είναι $2j+1$ τιμές.

Η σύζευξη LS συμβαίνει χωρίς, ή με ασθενή, εξωτερικά μαγνητικά πεδία. Στις περιπτώσεις αυτές τα ℓ και s δεν είναι καλοί κβαντικοί αριθμοί και στη θέση τους χρησιμοποιούνται τα j και m_j .

Ολική στροφορμή: παράδειγμα για $\ell = 1$

Κβαντικός αριθμός της ολικής στροφορμής:
 $j = \ell \pm s = 1 \pm 1/2 = 3/2, 1/2$

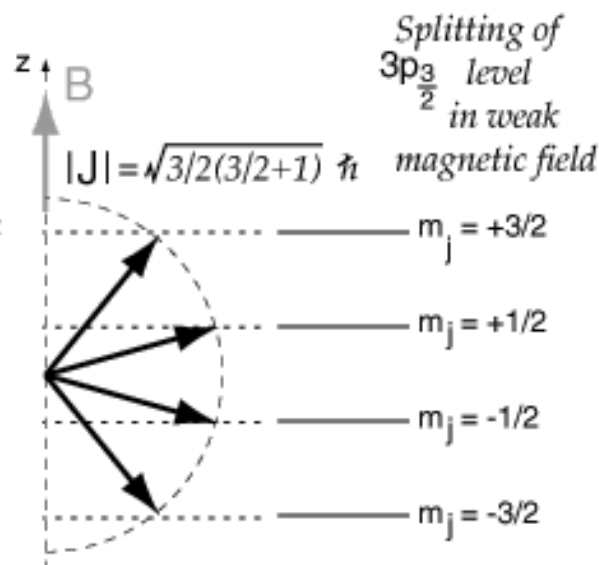
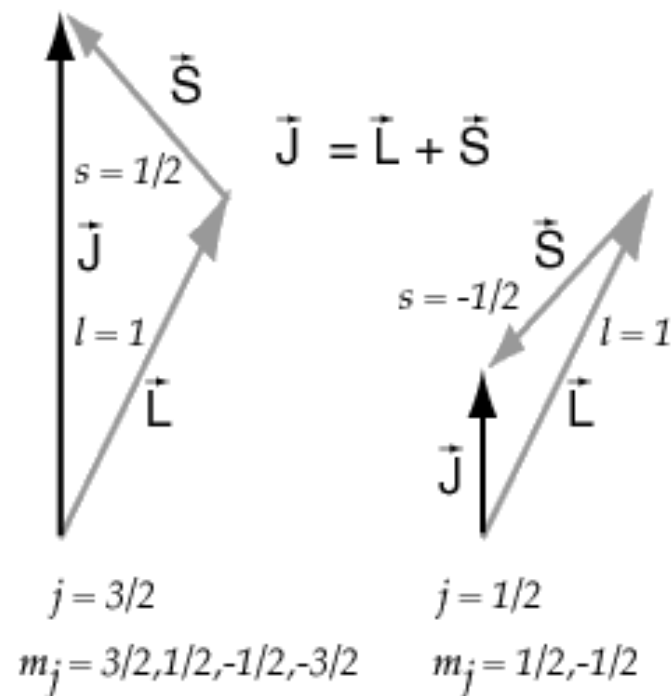
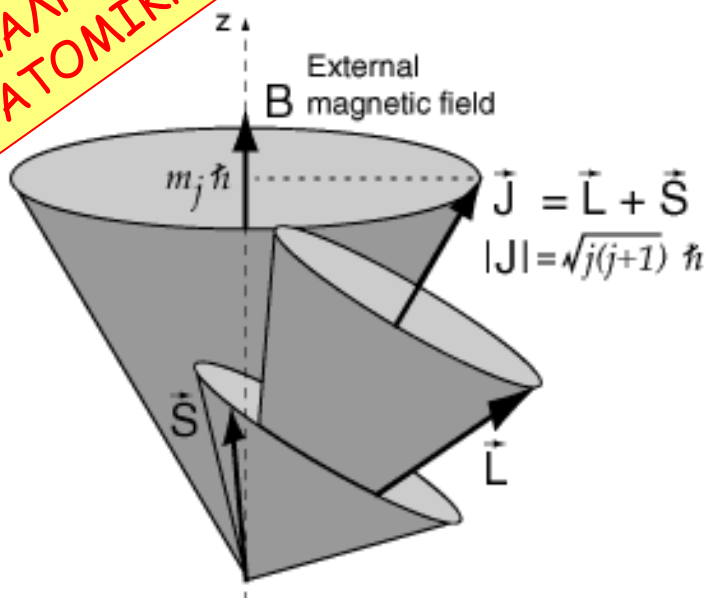
Μαγνητικός κβαντικός αριθμός
της ολικής στροφορμής:

$$m_j = \pm 1/2, \pm 3/2, \dots, \pm j$$

για $j = 3/2 \rightarrow m_j = \pm 1/2, \pm 3/2$ (4 τιμές)

για $j = 1/2 \rightarrow m_j = \pm 1/2$ (2 τιμές)

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ



Ενέργεια της σύζευξης LS – λεπτή υφή

Η αλληλεπίδραση των μαγνητικών ροπών λόγω **L** και λόγω **S** συνεπάγεται κάποια **δυναμική ενέργεια** η οποία εξαρτάται από τον σχετικό προσανατολισμό των δύο διανυσμάτων, άρα από την τιμή του κβαντικού αριθμού j ο οποίος παίρνει τις δύο τιμές: $\ell \pm 1/2$.

Η κάθε τιμή του j αντιστοιχεί σε άλλη ενεργειακή κατάσταση και έτσι υπάρχει διαχωρισμός της αρχικής ενεργειακής στάθμης για συγκεκριμένη τιμή του ℓ , λόγω διαφορετικού j . Αυτός ο διαχωρισμός ονομάζεται **λεπτή υφή**.

ΕΠΙΔΕΞΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ

Ο διαχωρισμός λεπτής υφής στο άτομο H είναι της τάξης 10^{-4} eV.

Ο διαχωρισμός λεπτής υφής στο άτομο Na είναι της τάξης 10^{-3} eV.

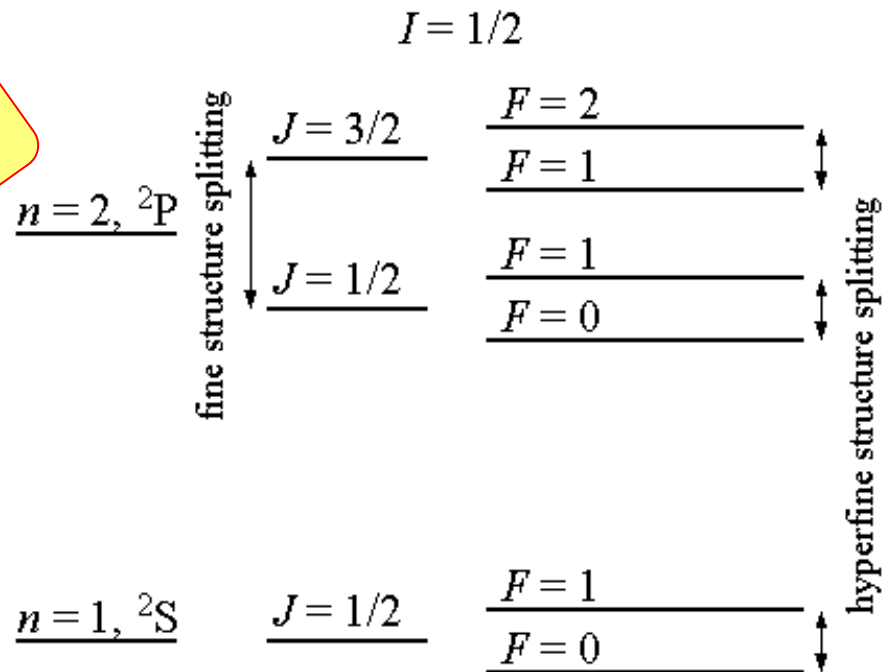
Υπάρχει και η **υπερλεπτή υφή**.

Αιτία είναι η αλληλεπίδραση του **spin του ηλεκτρονίου** με το **spin του πυρήνα**.

Στο άτομο H, ο ενεργειακός διαχωρισμός είναι $\Delta E = 5.88 \times 10^{-6}$ eV, ή συχνότητα $\nu = 1,42$ GHz, ή μήκος κύματος **$\lambda = 21$ cm**.

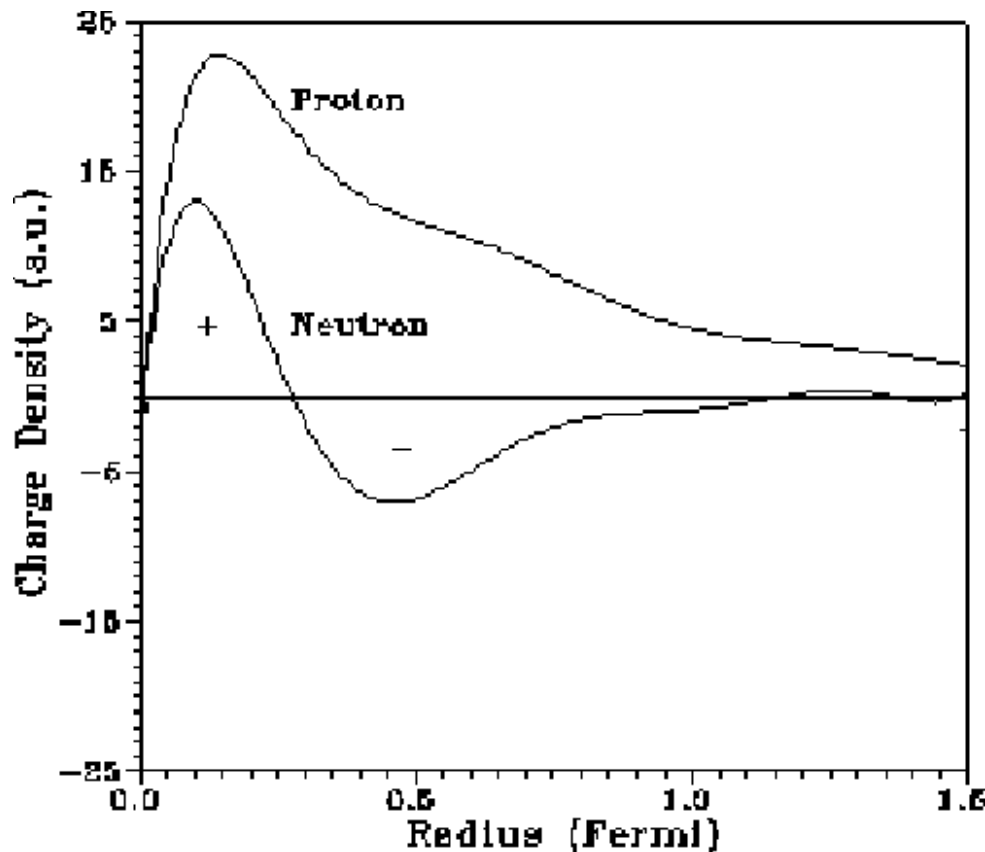
Λεπτή και υπέρλεπτη υφή στο φάσμα του υδρογόνου

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ
ΑΠΟ ΑΤΟΜΙΚΗ



Ηλεκτρικό φορτίο των p και n

- Το ηλεκτρικό φορτίο τους: γιατί είναι: $m_p \approx -m_e$ ακριβώς;
- Κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου στο πρωτόνιο (μέση ακτίνα $R_p \approx 0.8$ fm) και στο νετρόνιο.



Ενέργεια λόγω κατανομής του ηλεκτρικού φορτίου στο πρωτόνιο:

$$e^2/4\pi\epsilon_0 R_p = 2 \text{ MeV}$$

(θεωρώντας $R_p = 0.8$ fm).

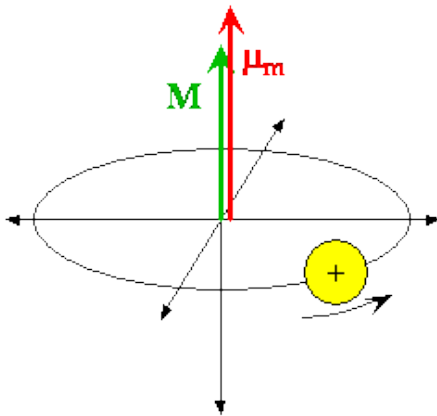
Τα 2 MeV είναι πολύ μικρή ενέργεια σε σχέση με τις ενέργειες των ισχυρών αλληλεπιδράσεων. Σε αυτές τα p και n είναι σχεδόν ίδια.

Ισοσπίν ή ισοτοπικό σπιν (συμμετρία του ισοσπίν).

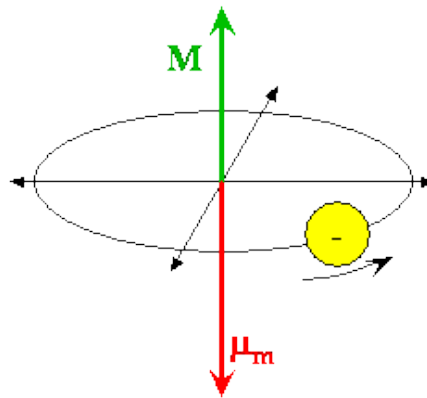
Μαγνητική ροπή των p και n

Τα πρωτόνια και τα νετρόνια έχουν μαγνητική διπολική ροπή, που είναι συγγραμμική με το spin τους.

a)



b)



Προσανατολισμός της μαγνητικής ροπής μ_m ως προς την στροφορμή M από περιστρεφόμενο φορτίο α) θετικό β) αρνητικό

Μαγνητική ροπή των p και n

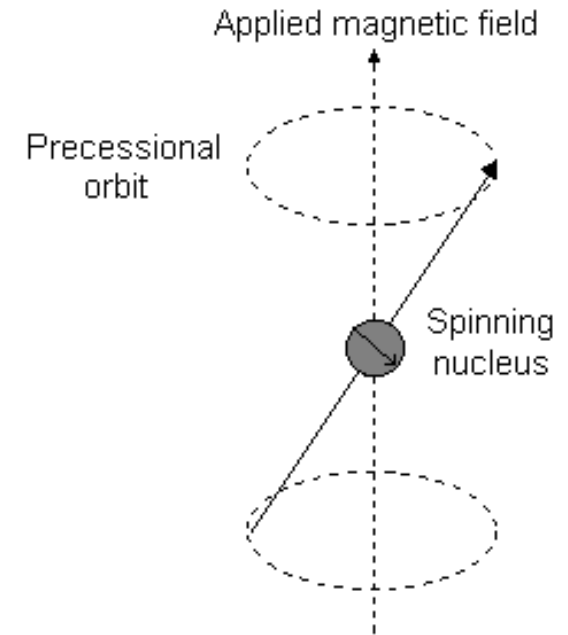
Τα πρωτόνια και τα νετρόνια έχουν μαγνητική διπολική ροπή, που είναι συγγραμμική με το spin τους.

Είναι αξιοσημείωτο ότι τα νετρόνια έχουν μη μηδενική μαγνητική ροπή αν και είναι ηλεκτρικώς ουδέτερα. Αυτό οφείλεται στο ότι είναι σύνθετα σωματίδια με εσωτερική δομή και κατανομή φορτίου.

Σε αναλογία με τη **μαγνητόνη Bohr** που είναι η μονάδα μαγνητικής διπολικής ροπής στην Ατομική Φυσική, ορίζεται η **πυρηνική μαγνητόνη** στην Πυρηνική Φυσική:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} \quad (\text{σύστημα μονάδων SI})$$

με τιμή: $\mu_N = 3.15245 \times 10^{-8} \text{ eV/Tesla}$



Η τοποθέτηση μαγνητικής ροπής μέσα σε μαγνητικό πεδίο, προκαλεί μεταπτωτική κίνηση και προσδίδει στη μαγνητική ροπή, δυναμική ενέργεια:

$$V_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

στροφορμή και πάριτυ των πυρήνων

Μια από τις ιδιότητες των ιδιοκαταστάσεων του συστήματος είναι η **ολική στροφορμή** του, η οποία καθορίζεται από τον κβαντικό αριθμό της ολικής στροφορμής J και τον αντίστοιχο μαγνητικό κβαντικό αριθμό M_J .

Κάθε νουκλεόνιο μέσα στον πυρήνα συνεισφέρει τη δική του στροφορμή

$$j = l + s$$

Μια άλλη ιδιότητα που χαρακτηρίζεται από την ιδιοτιμή της είναι η **πάριτυ** (ελληνικά ομοτιμία). Αυτή χαρακτηρίζει της συμμετρία της κυματοσυνάρτησης ως προς την αντιστροφή χώρου (δηλαδή αντιστροφή του ανύσματος θέσης: $r \rightarrow -r$). Ο τελεστής P της πάριτυ έχει μόνο δύο δυνατές τιμές, τις ± 1 , οπότε:

$$P\Psi(r) = \pm \Psi(-r)$$

(θετική ή άρτια πάριτυ και αρνητική ή περιττή πάριτυ).

Η στροφορμή και η πάριτυ ενός πυρήνα συμβολίζονται ως J^p ,

π.χ. οι πυρήνες: 2_1H , 3_2He , 4_2He , 5_2He , 6_3Li , 7_3Li , 8_4Be

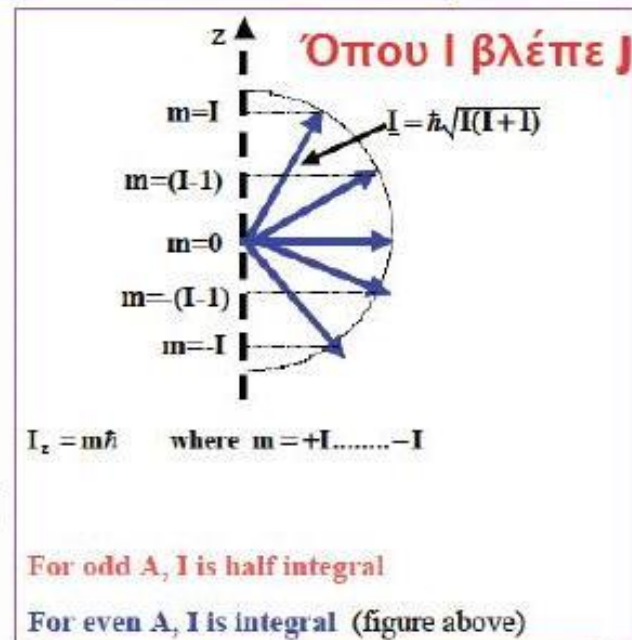
έχουν σπιν-πάριτυ (J^p): 1^+ , $1/2^+$, 0^+ , $3/2^-$, 1^+ , $3/2^-$, 0^+

Γωνιακή Ορμή του Πυρήνα: Πυρηνικό Spin

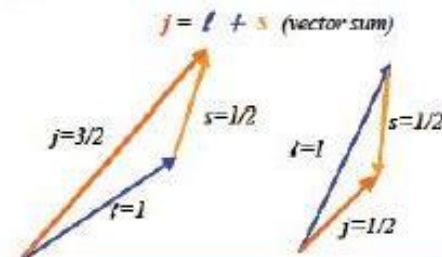
- Οι πυρήνες, ακόμα και στη βασική κατάσταση μπορεί να έχουν Γωνιακή ορμή που καθορίζεται/συμβολίζεται με το **κβαντισμένο διανυσμα J**

► $|J| = \sqrt{J(J+1)}\hbar$

- Η αναμενόμενη τιμή του διανύσματος J δεν είναι **παρατηρήσιμο μέγεθος**.
- Η συνιστώσα του όμως $J_z = m_j \hbar$ κατά την διεύθυνση κβάντωσης μπορεί να μετρηθεί και βρέθηκε ότι παίρνει $2J+1$ τιμές: $J \geq m_j \geq -J$
- Η μέγιστη τιμή του J ονομάζεται **σπίν του πυρήνα**



Vector Coupling of Angular Momentum
 l and s to give j



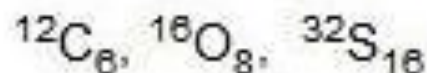
Είναι το διανυσματικό άθροισμα (“διανυσματική σύζευξη”) των τροχιακών στροφορμών (l) και σπίν (s) των νουκλεονίων του πυρήνα

Γωνιακή Ορμή του Πυρήνα: Πυρηνικό Spin

- Διανυσματική σύζευξη των τροχιακών στροφορμών (**I**) και σπιν(**s**) των νουκλεονίων του πυρήνα
 - Τα διάφορα πυρηνικά μοντέλα ορίζουν τον τρόπο σύζευξης των διανυσμάτων **L, s**
- Λογικό να υποθέσουμε ότι όμοια νουκλεόνια: nn, pp, φτιάχνουν ζευγάρια με ίσα και αντίθετα σπιν και στροφορμή (σε συμφωνία και με την αρχή του Pauli, και λόγω ελάχιστης δυναμικής ενέργειας)
- Αν ο πυρήνας αποτελείται από αρτίο-Z και άρτίο-N, ανεξαρτητα μοντέλου, έχει σπιν μηδέν στη βασική κατάσταση

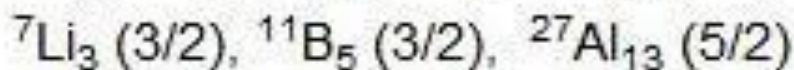
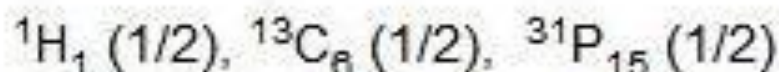
even
even **M**

$$I = 0$$



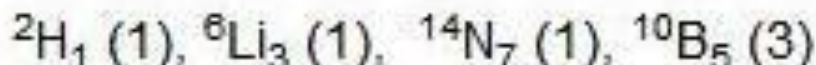
odd
any **M**

$$I = 1/2, 3/2, 5/2 \dots$$



even
odd **M**

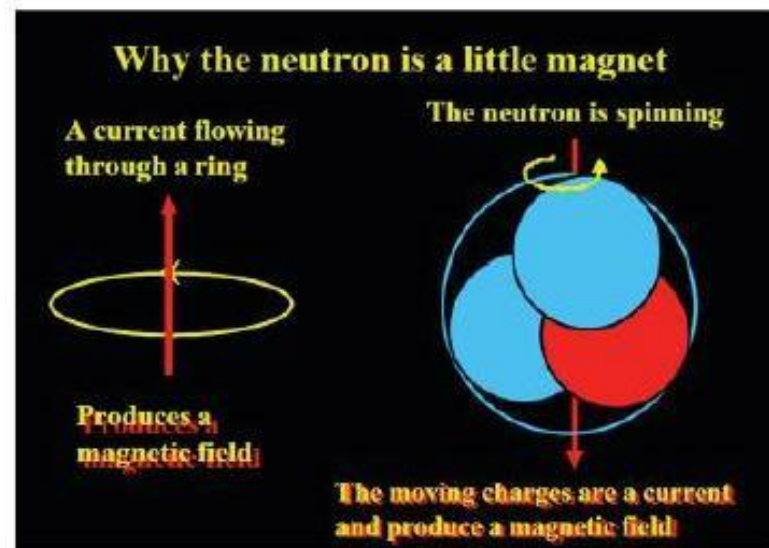
$$I = 1, 2, 3 \dots$$



Η βασική κατάσταση του πυρηνικού σπιν ενός πυρήνα μετριέται με τις μεθόδους της Υπερλεπτής Υφής και του Μαγνητικού Συντονισμού

Μαγνητική Διπολική Ροπή

- Φορτισμένο σωματίο σε περιστροφική κίνηση (γωνιακή ορμή) δημιουργεί μαγνητική διπολική ροπή
- Φορτισμένο σωματίο με "εσωτερική στροφορμή" (σπιν), έχει επίσης και "εσωτερική μαγνητική διπολική ροπή" (intrinsic magnetic moment)
 - ε, ρ αναμένεται και έχουν εσωτερική μαγνητική ροπή. Το νετρόνιο παρ'ότι ΟΥΔΕΤΕΡΟ, έχει επίσης εσωτερική μαγνητική ροπή! (δεν έχει τροχιακή συνεισφορά: $Q=0$)
- Πυρήνας με τελεστή στροφορμής $\mathbf{J}$ έχει τελεστή μαγνητικής ροπής $\boldsymbol{\mu}$ με μέση τιμή πάνω σε όλα τα νοκλεόνια $\langle \boldsymbol{\mu} \rangle = \mu / J \hbar \langle \mathbf{J} \rangle$
 - Η μαγνητική δυναμική ενέργεια πυρήνα σε μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}$ (0,0,B) είναι η αναμενόμενη τιμή: $-\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = \mu_z B \Rightarrow E(j_z) = -\mu (j_z / j) B \Rightarrow (2j+1)$ ενεργειακές στάθμες



μαγνητόνη Bohr: $\mu_B = e\hbar/2m_e$
πυρηνική μαγνητόνη: $\mu_N = e\hbar/2m_p$

Παλλόμενο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο με συχνότητα ω αν: $\hbar\omega = \mu_B/j$ προκαλεί μεταπτώσεις μεταξύ των σταθμών: **Πυρηνικός Συντονισμός**

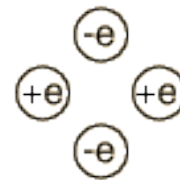
Μαγνητική Διπολική Ροπή

- Η πυρηνική μαγνητική ροπή είναι το διάνυσμα μ_I . Η διεύθυνση στο χώρο δεν είναι παρατηρήσιμο μέγεθος, όπως και η γωνιακή ορμή J
 - ▶ δεν είναι κβαντισμένη
 - ▶ δεν υπόκειται σε κανόνες διατήρησης
 - ▶ εκφράζεται σε μονάδες πυρηνικής μαγνητόνης
- Το παρατηρήσιμο μέγεθος είναι η αναμενόμενη τιμή του τελεστή μ στην κατάσταση ($J, m_J=J$)
- Ο γυρομαγνητικός λόγος ορίζεται: $\gamma_I = \mu_I / j \hbar$
- Ο παράγοντας g (g factor) είναι ο λόγος της μαγνητικής ροπής σε μονάδες μ_N προς την στροφορμή σε μονάδες $\hbar$:
$$\mu_I = \gamma_I j \hbar = g_I j \mu_N$$
- Αντίστοιχα μπορούν να ορισθούν τα g_l, g_s : είναι οι αντίστοιχοι παράγοντες για την τροχιακή ορμή και το σπιν. Για πυρήνες με ένα αζευγάρωτο νουκλεόνιο:
$$g_I = [g_l \pm (g_s - g_l) / (2I + 1)]$$
- Σημειακό σωματίο με σπιν $1/2$ έχει $g_s = 2$ π.χ. ηλεκτρόνιο (το πείραμα έχει επιβεβαιώσει την κβαντική ηλεκτροδυναμική).

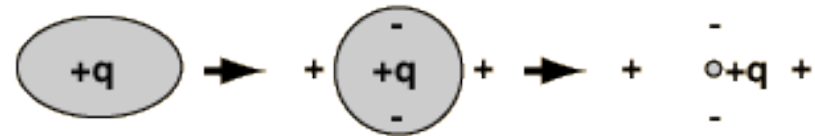
Για τα νουκλεόνια το g_s απέχει πολύ από σημειακό σωματίδιο
πρωτόνιο: $g_s = +5.5856912$ (διαφορά +3.6) νετρόνιο: $g_s = -3.8260837$ (διαφορά -3.8)

Πυρηνική ηλεκτρική τετραπολική ροπή

Μια κατανομή ηλεκτρικού φορτίου μπορεί να χαρακτηρίζεται από το συνολικό φορτίο της, από την διπολική ροπή της από την τετραπολική ροπή της ή και από ροπές υψηλότερης τάξης. Ένα στοιχειώδες τετράπολο φαίνεται στο σχήμα.



An elementary quadrupole would be seen as having zero charge and zero dipole moment at a great distance. Its interaction with an electric field can be quantified in terms of its quadrupole moment.

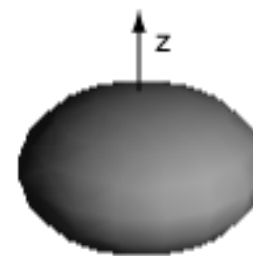


An ellipsoidal charge distribution can be represented by a spherical charge plus a quadrupole, and the spherical charge can be represented by a point charge for assessing its field and potential outside the volume of the charge. It follows that a spherically symmetric charge has no quadrupole moment.

Η ηλεκτρική τετραπολική ροπή είναι ένα από τα χαρακτηριστικά των πυρήνων. Οι πυρήνες που είναι εντελώς σφαιρικοί δεν έχουν ηλεκτρική τετραπολική ροπή, οι ελλειψοειδείς όμως έχουν.



$Q > 0$
Prolate



$Q < 0$
Oblate

Classical definition

$$Q_0 = \int \rho(3z^2 - r^2)dV$$

$$Q = \frac{3K^2 - I(I+1)}{(I+1)(2I+3)} Q_0$$

Quantum measurement

Ηλεκτρική Τετραπολική Ροπή

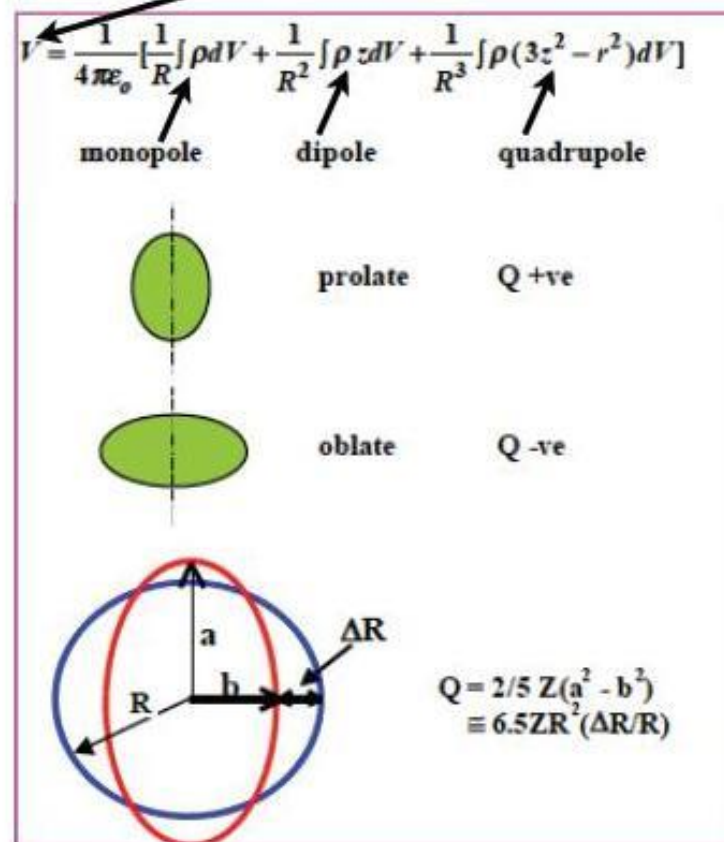
- Η κατανομή του φορτίου στον όγκο του πυρήνα είναι η αιτία ύπαρξης ηλεκτρικών ροπών

Το ηλεκτρικό δυναμικό μη σημειακού φορτίου

- ▶ μπορεί να αποδειχτεί ότι η ηλεκτρική διπολική ροπή μηδενίζεται για καλά καθορισμένη κβαντομηχανική κατάσταση (όπως η βασική κατάσταση του πυρήνα)
- ▶ η τετραπολική ηλεκτρική ροπή: eQ υπάρχει, αν ο πυρήνας δεν είναι σφαιρικός
- ▶ η τετραπολική ροπή ορίζεται ως:

$$Q = 1/e \int \rho (3z^2 - r^2) dV$$

- ▶ ρ : πυκνότητα φορτίου, dV : στοιχείο όγκου
- eQ έχει μονάδες επιφάνειας
- ▶ Σχετίζεται με το σχήμα του πυρήνα; για σφαιρικό πυρήνα $eQ=0$



Η ηλεκτρική τετραπολική ροπή είναι ένα ευαίσθητο εργαλείο για τη μελέτη του πυρηνικού περιβάλλοντος. Θα την ξανασυναντήσουμε στη **γάμμα-διάσπαση**