

Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2016-17)

Τμήμα Τ3: Κ. Κορδάς & Χ. Πετρίδου

Ασκήσεις #3

Ενέργεια σύνδεσης και το Q μίας αντίδρασης.
Κοιλάδα σταθερότητας.

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη Ι, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 14 Οκτωβρίου 2016

Άσκηση 3.1 : ενέργεια σύνδεσης και Q-value αντίδρασης

Γίνονται αυθόρμητα οι παρακάτω αντιδράσεις;

a) ${}^4\text{He} + n \rightarrow {}^5\text{He}$, b) ${}^5\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + n$;

μάζα νετρονίου $939.6 \text{ MeV}/c^2$

μάζα πρωτονίου $938.3 \text{ MeV}/c^2$

Table 4.2. *Energies of some light nuclei*

Nucleus	Binding energy (MeV)	Binding energy of last nucleon (MeV)	Binding energy per nucleon (MeV)
${}^2_1\text{H}$	2.22	2.2	1.1
${}^3_2\text{H}$	8.48	6.3	2.8
${}^4_2\text{He}$	28.30	19.8	7.1
${}^5_2\text{He}$	27.34	-1.0	5.5
${}^6_3\text{Li}$	31.99	4.7	5.3
${}^7_3\text{Li}$	39.25	7.3	5.6
${}^8_4\text{Be}$	56.50	17.3	7.1
${}^9_4\text{Be}$	58.16	1.7	6.5
${}^{10}_5\text{B}$	64.75	6.6	6.5
${}^{11}_5\text{B}$	76.21	11.5	6.9
${}^{12}_6\text{C}$	92.16	16.0	7.7
${}^{13}_6\text{C}$	97.11	5.0	7.5
${}^{14}_7\text{N}$	104.66	7.6	7.5
${}^{15}_7\text{N}$	115.49	10.8	7.7
${}^{16}_8\text{O}$	127.62	12.1	8.0
${}^{17}_8\text{O}$	131.76	4.1	7.8

Άσκηση 3.2: Σύντηξη υδρογόνου για παραγωγή ηλίου στον Ήλιο

Πόση ενέργεια θα ελευθερόνουνταν αν το δευτέριο (^2H) μπορούσε να παράγει ήλιο (^4He) με την ακόλουθη αντίδραση σύντηξης?



Δίνονται - ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΕΙ ΜΟΝΟ Ο,ΤΙ ΔΙΝΕΤΑΙ ΕΔΩ:

- Ενέργειες Σύνδεσης (B):

$$B(^4\text{He}) = 28.30 \text{ MeV}, B(^2\text{H}) = 2.2 \text{ MeV}, B(^3\text{H}) = 8.48 \text{ MeV}$$

Άσκηση 3.3 : ενέργεια σύνδεσης – το σταθερότερο A από όλα

Πρόβλημα 4.6 του βιβλίου σας

Θεωρήστε τους πυρήνες με μικρό μαζικό αριθμό A και $Z=N=A/2$.

α) Αγνοώντας τον όρο της ενέργειας ζευγαρώματος, δείξτε ότι ο ημιεμπειρικός τύπος μάζας (του Weizacker) δίνει για την ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο:

$$B/A = a - b A^{-1/3} - (d/4) A^{-2/3}$$

β) Δείξτε ότι η έκφραση αυτή έχει μέγιστη τιμή για $Z = A/2 = 26$ (σίδηρος)

Άσκηση 3.4 : κοιλάδα σταθερότητας – το σταθερότερο Z σε συγκεκριμένο A

Θεωρήστε τους πυρήνες με μικρό μαζικό αριθμό $A=14$. Λαμβάνοντας υπ' όψιν όλους τους όρους στον ημ εμπειρικό τύπο μάζας του Weizsäcker

α) Γράψτε την μαθηματική έκφραση για τη μάζα των πυρήνων με $A=14$, σαν συνάρτηση του Z των πυρήνων.

β) Σχεδιάστε τη μάζα των πυρήνων με $A=14$, σαν συνάρτηση του Z των πυρήνων, από $Z=5.5$ έως 8.5 (δηλαδή να κάνετε την καμπύλη για κάθε τιμή του Z , όχι μόνο για ακέραιες τιμές)

γ) Δείξτε ότι ο όρος της ενέργειας ζευγαρώματος προκαλεί την χάραξη δύο καμπυλών. Σε ποιά από τις δύο καμπύλες θα περιμένατε να βρίσκεται ο πιο σταθερός πυρήνας με $A=14$; Στην καμπύλη “άρτιο-άρτιο”, ή στην καμπύλη “περιττό-περιττό”;

δ) Υπολογίστε τις μάζες των πυρήνων $^{14}_6\text{C}$, $^{14}_7\text{N}$ και $^{14}_8\text{O}$. Ποιός πυρήνας είναι πιο σταθερός από τους τρεις τους; Σε ποιά από τις δύο καμπύλες που σχεδιάσατε παραπάνω ανήκει αυτός ο σταθερός πυρήνας;

Άσκηση 3.5: Πόσα β-σταθερά για κάθε A, και άρα πόσα β-σταθερά μέχρι $A \sim 200$;

Πρόβλημα 4.9 του βιβλίου σας

Με βάση τις διαφορετικές ιδιότητες των πυρήνων με άρτιο A και με περιττό A, εξηγήστε γιατί υπάρχουν περίπου 300 β-σταθεροί πυρήνες με μάζες μέχρι αυτή του $^{209}_{83}\text{Bi}$. Ποιός είναι λοιπόν ο μέσος αριθμός ισοτόπων ανά στοιχείο;

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια E
μάζα m



Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας

γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: με $c = 1$, γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^9 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$\alpha = \eta$ σταθερά λεπής υφής $= 1/137$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,
και θα βάζουμε

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$\mathbf{1 \text{ amu}} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$