

Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2017-18)

Τμήμα Τ2: Κ. Κορδάς & Δ. Σαμψωνίδης

Μάθημα 15

β-διάσπαση – Β' μέρος

**(διατήρηση σπίν, επιτρεπτές και απαγορευμένες
διασπάσεις)**

Δ. Σαμψωνίδης

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 15 Νοεμβρίου 2017

Σήμερα

- **β-διάσπαση** - διατήρηση σπίν, parity, επιτρεπτές και απαγορευμένες διασπάσεις
 - Βιβλίο C&G:
Κεφ. 4, παρ. 4.6.,
Κεφ. 2, παρ. 2.4-2.6 (σελ. 31-35),
Κεφ. 12, παρ. 12.1, παρ 12.6 (σελ. 194-195)
 - Βιβλίο Χ. Ελευθεριάδη:
κεφ. 5, παρ. 5.4.1-5.4.7
 - Σημειώσεις Πυρηνικής στην ιστοσελίδα:
Κεφ. 5, παρ. 5.2, 5.2.1 – 5.2.3, και ειδικά για σήμερα σελ. 40-41
- **Ιστοσελίδα:** <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

Κοιλιάδα β-σταθερότητας

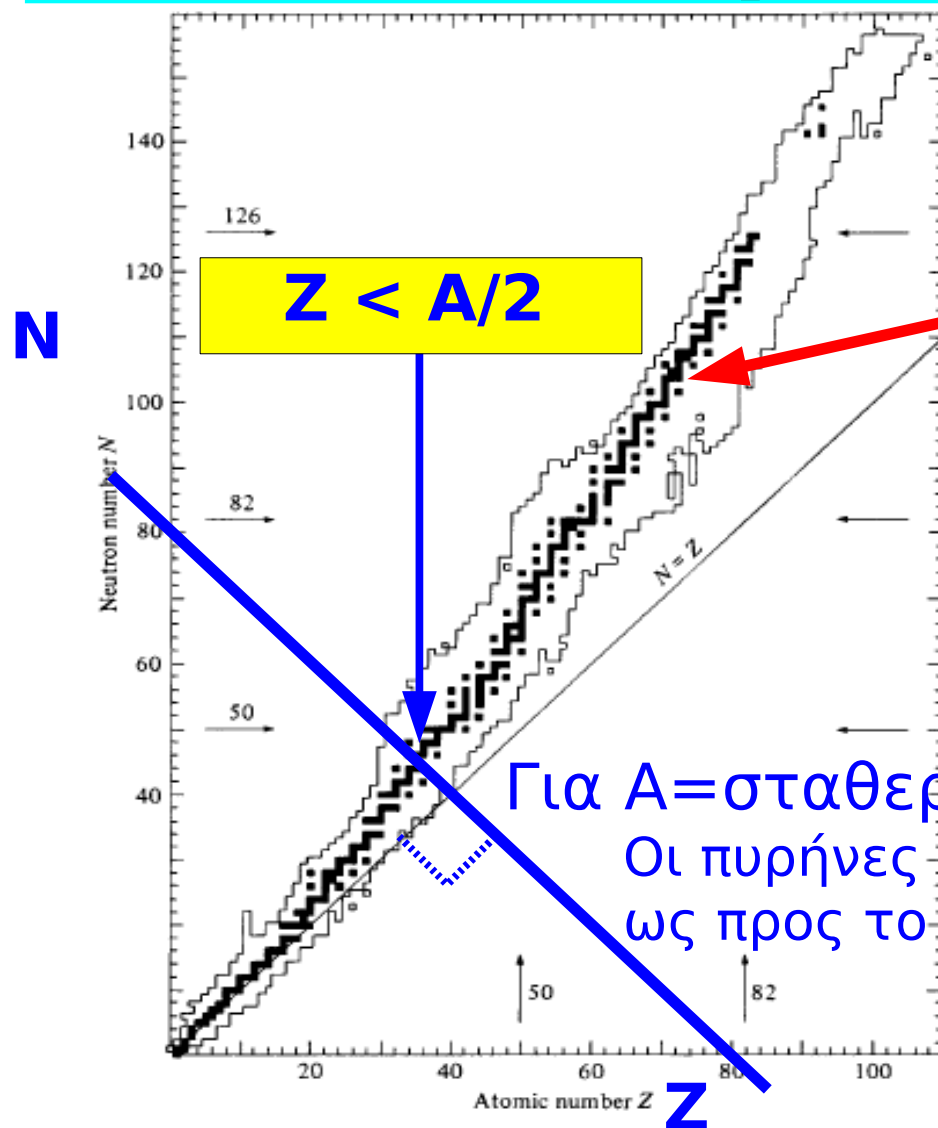
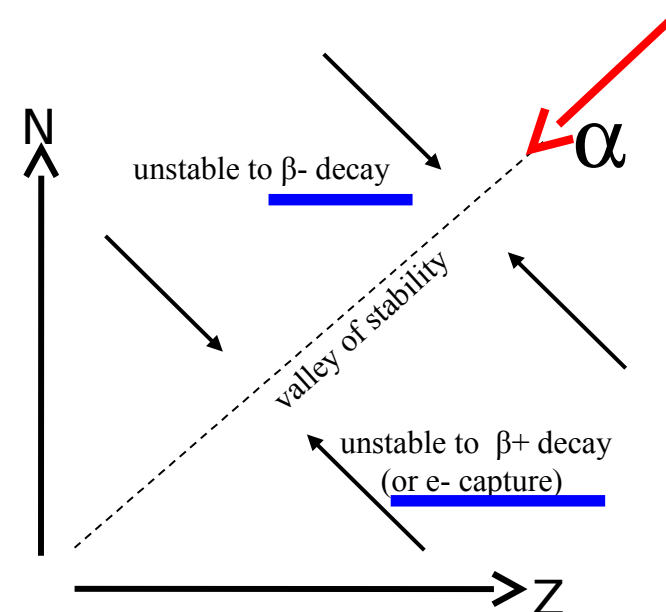


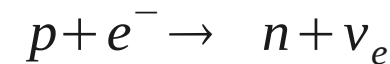
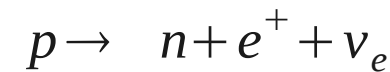
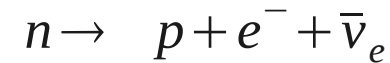
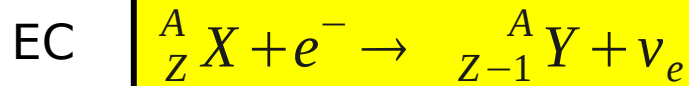
Fig. 4.6 The β -stability valley. Filled squares denote the stable nuclei and long-lived nuclei occurring in nature. Neighbouring nuclei are unstable. Those for which data on masses and mean lives are known fill the area bounded by the lines. For the most part these unstable nuclei have been made artificially. (Data taken from *Chart of the Nuclides* (1977), Schenectady: General Electric Company.)

Σχήμα 4.6 στο βιβλίο σας

- Για κάθε A , τα β -σταθερά νουκλίδια είναι στη μαύρη ζώνη ("κοιλιάδα σταθερότητας" - "valley of stability"). Αυτά που είναι μακριά απ'την κοιλιάδα, πάνε προς αυτήν με διασπάσεις β^+ ($= e^+$) ή β^- ($= e^-$)



β-διασπάσεις: ενεργειακές συνθήκες



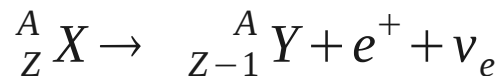
→

1) Ενεργειακή συνθήκη β⁻ : Σημείωση: $M_{\text{ατόμου}}({}^A_Z X) = M(A, Z)$

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e \quad \text{Θα πρέπει } Q > 0 \rightarrow Q = (M(A, Z) - M(A, Z+1) - m_\nu)c^2$$

$$\approx (M(A, Z) - M(A, Z+1))c^2 \geq 0,$$

2) Ενεργειακή συνθήκη β⁺ :

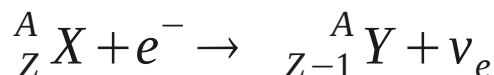


$$Q = (M_P - M_D - m_e - m_\nu)c^2$$

$$= (M(A, Z) - M(A, Z-1) - 2m_e - m_\nu)c^2$$

$$\approx (M(A, Z) - M(A, Z-1) - 2m_e)c^2$$

3) Ενεργειακή συνθήκη σύλληψης ηλεκτρονίου (EC, “Κ-σύλληψη”):



$$Q = (M_P + m_e - M_D - m_\nu)c^2$$

$$= (M(A, Z) - M(A, Z-1) - m_\nu)c^2$$

$$\approx (M(A, Z) - M(A, Z-1))c^2 \geq 0.$$

β-διάσπαση:
εκτός από το να έχουμε
διατήρηση φορτίου και ενέργειας,
έχουμε κι άλλες συνθήκες:
διατήρηση σπιν

Ομοτιμία (parity)

- Κάθε ιδιοκατάσταση της ενέργειας, στροφορμής και σπιν στο άτομο χαρακτηρίζεται από κβαντικούς αριθμούς $\{\mathbf{n}, \ell, \mathbf{s}, m_\ell, m_s\}$. **Ο τρόπος που συμπεριφέρεται η αντίστοιχη κυματοσυνάρτηση σε αναστροφή του χώρου** (που είναι το αποτέλεσμα της εφαρμογής του τελεστή της ομοτιμίας/parity, P , πάνω της) μπορεί να ορίσει κι άλλον έναν κβαντικό αριθμό: την **ομοτιμία ή parity**

$$P(\vec{r}) = -\vec{r} \left\{ \begin{array}{l} P(\psi(\vec{r})) = \psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r}) : \text{άρτια συνάρτηση} \rightarrow \text{Parity} = +1 \\ P(\psi(\vec{r})) = \psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r}) : \text{περιττή συνάρτηση} \rightarrow \text{Parity} = -1 \end{array} \right.$$

- Κι έτσι γράφουμε το σπίν και την ομοτιμία ως $\mathbf{J}^\pi$ π.χ., κατάσταση $\frac{3}{2}^+$

- Σημείωση:** για κεντρικά δυναμικά, όπου $\psi(\vec{r}) = R(r) Y(\theta, \varphi)$, η πάρτυ της ψ οφείλεται μόνο στις σφαιρικές συναρτήσεις $\mathbf{Y}_{\ell m}$: $\vec{r} \rightarrow -\vec{r} : P(Y(\theta, \varphi)) = Y(\pi - \theta, \pi + \varphi) = (-1)^\ell Y(\theta, \varphi)$, οπότε: $\text{Parity} = (-1)^\ell$

Spin και πάριτυ ενός πυρήνα (J και πάριτυ: J^π)

- Σπιν πυρήνα, J = ολικό τροχιακό σπίν των νουκλεονίων + το άθροισμα των σπιν τους.

$$\vec{J}_{\text{πυρήνα}} \equiv \sum_{\text{νουκλεόνια}} \vec{L} + \sum_{\text{νουκλεόνια}} \vec{S} = \sum_{\text{νουκλεόνια}} (\vec{L} + \vec{S})$$

- Parity = +1 ή -1

$Parity \text{ πυρήνα} = (-1)^l$, όπου l = τροχιακή στροφορμή του πυρήνα

- Οπότε για κάθε πυρήνα δίνουμε σπιν (J) και parity (π): **J^π**

π.χ., 2⁺

Σπιν και πάριτυ (J^π) από το μοντέλο των φλοιών

- Σπιν πυρήνα, J = ολικό τροχιακό σπίν των νουκλεονίων + το άθροισμα των σπιν τους.

$$\vec{J}_{\text{πυρήνα}} \equiv \sum_{\text{νουκλεόνια}} \vec{L} + \sum_{\text{νουκλεόνια}} \vec{S} = \sum_{\text{νουκλεόνια}} (\vec{L} + \vec{S})$$

- Το ολικό σπίν (J) **άρτιων-άρτιων** πυρήνων έχει βρεθεί ότι είναι 0 και η πάριτυ + : $J^\pi = 0^+$

→ άρα, υπάρχει ισχυρό ζευγάρωμα των σπιν που δίνει άθροισμα 0

- Για **περιττό αριθμό νουκλεονίων**, το ασύζευκτο νουκλεόνιο καθορίζει σπίν και parity του πυρήνα

π.χ., $^{17}_8\text{O}$: $J^\pi = 5/2^+$, σελ. 87 βιβλίου σας. Parity = $(-1)^l$

- Για **περιττούς-περιττούς** πυρήνες, το κάθε αζευγάρωτο πρωτόνιο και νετρόνιο συνεισφέρουν το δικό τους J^π . Το ολικό σπίν είναι το άθροισμα των επιμέρους σπιν σύμφωνα με τους κανόνες άθροισης σπιν, αλλά αν έχουμε πολλές επιλογές δεν έχουμε κάποιον γενικό κανόνα για το ποιό αποτέλεσμα προτιμάται. Η ολική πάριτυ είναι το γινόμενο των επιμέρους πάριτυ.

ΚΑΝΟΝΑΣ που δουλεύει στα περισσότερα!

Παράδειγμα - Εξηγήστε τα J^π του πίνακα 4.2. με τον πίνακα 5.1 του βιβλίου σας

Table 4.2. *Energies of some light nuclei*

Nucleus	Binding energy (MeV)	Binding energy of last nucleon (MeV)	Binding energy per nucleon (MeV)	Spin and parity
^2_1H	2.22	2.2	1.1	1^+
^3_1H	8.48	6.3	2.8	$\frac{1}{2}^+$
^4_2He	28.30	19.8	7.1	0^+
^5_2He	27.34	-1.0	5.5	$\frac{3}{2}^-$
^6_3Li	31.99	4.7	5.3	1^+
^7_3Li	39.25	7.3	5.6	$\frac{3}{2}^-$
^8_4Be	56.50	17.3	7.1	0^+
^9_4Be	58.16	1.7	6.5	$\frac{3}{2}^-$
$^{10}_5\text{B}$	64.75	6.6	6.5	3^+
$^{11}_5\text{B}$	76.21	11.5	6.9	$\frac{3}{2}^-$
$^{12}_6\text{C}$	92.16	16.0	7.7	0^+
$^{13}_6\text{C}$	97.11	5.0	7.5	$\frac{1}{2}^-$
$^{14}_7\text{N}$	104.66	7.6	7.5	1^+
$^{15}_7\text{N}$	115.49	10.8	7.7	$\frac{1}{2}^-$
$^{16}_8\text{O}$	127.62	12.1	8.0	0^+
$^{17}_8\text{O}$	131.76	4.1	7.8	$\frac{5}{2}^+$

Table 5.1

	N_n	Neutron		Proton	
1s	3.14	$1s_{\frac{1}{2}}$	2	2	$1s_{\frac{1}{2}}$
1p	4.49	$1p_{\frac{1}{2}}$	6	6	$1p_{\frac{1}{2}}$
		$1p_{\frac{3}{2}}$	8	8	$1p_{\frac{3}{2}}$
1d	5.76	$1d_{\frac{3}{2}}$	14	14	$1d_{\frac{3}{2}}$
		$2s_{\frac{1}{2}}$	16	16	$2s_{\frac{1}{2}}$
2s	6.28	$1d_{\frac{5}{2}}$	20	20	$1d_{\frac{5}{2}}$
1f	6.99	$1f_{\frac{7}{2}}$	28		
		$2p_{\frac{3}{2}}$	32	28	$1f_{\frac{7}{2}}$
2p	7.73	$1f_{\frac{5}{2}}$	38		1f
		$2p_{\frac{1}{2}}$	40	32	$2p_{\frac{1}{2}}$
1g	8.18	$1g_{\frac{7}{2}}$	50	38	$1f_{\frac{5}{2}}$
		$2d_{\frac{3}{2}}$	56	40	$2p_{\frac{3}{2}}$
2d	9.10	$1g_{\frac{9}{2}}$	64		
		$1h_{\frac{11}{2}}$	76	50	$1g_{\frac{7}{2}}$
1h	9.36	$3s_{\frac{1}{2}}$	78		1g
		$2d_{\frac{5}{2}}$	82	58	$1g_{\frac{9}{2}}$
3s	9.42	$2f_{\frac{5}{2}}$	90	64	$2d_{\frac{3}{2}}$

- π.χ., $^{17}_8\text{O}$: α) τα 8 πρωτόνια συνεισφέρουν $J^\pi = 0^+$ β) από τα 9 νετρόνια, τα 8 συνεισφέρουν $J^\pi = 0^+$, κι έτσι το ένατο (το αζευγάρωτο) καθορίζει το J^π . Όμως, το ένατο νετρόνιο είναι στον φλοιό $1d_{5/2}$: το d μας λέει ότι $l=2 \rightarrow \text{παριτυ} = (-1)^l = (-1)^2 = +1$ και το 5/2 μας λέει ότι $j=5/2$, οπότε αυτό το ασύζευκτο νετρόνιο δίνει: $J^\pi = 5/2^+$ για το $^{17}_8\text{O}$

Πάριτυ

Είδαμε στο μοντέλο των φλοιών ότι η ενέργεια ενός συστήματος εξαρτάται και από το σπιν του: OK.

Ερώτηση:

Η ομοτιμία / πάριτυ / parity επηρεάζει κάτι μετρήσιμο/παρατηρήσιμο;

→ Βεβαίως και ναι.

Parity: η αναστροφή του χώρου και η Αρχή του Pauli

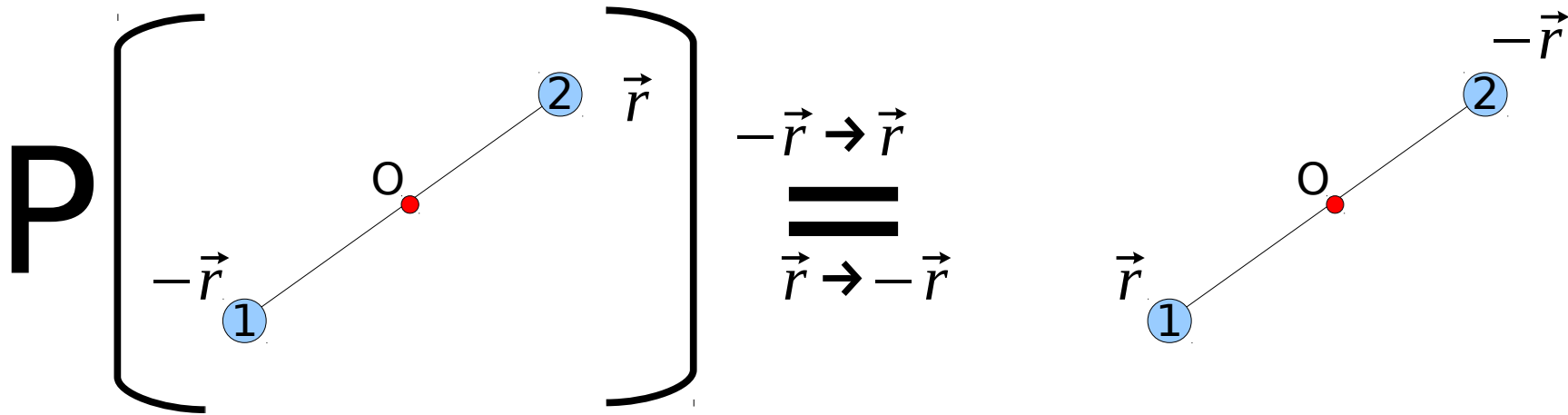
Η απαγορευτική αρχή του Pauli
και η μη διακρισιμότητα των ταυτόσημων σωματιδίων στην Κβαντομηχανική

Στην «ρίζα» της γενικευμένης αρχής του Pauli βρίσκεται το θεμελιώδες γεγονός ότι στην Κβαντομηχανική τα ταυτόσημα σωματίδια που ανήκουν στο ίδιο φυσικό σύστημα (π.χ. ένα άτομο) είναι μη διακρίσιμα διότι περιγράφονται από αλληλοεπικαλυπτόμενες κυματοσυναρτήσεις, κι επομένως είναι αδύνατον να πούμε ποιο είναι το #1 ποιο είναι το #2 κ.ο.κ. Αυτή η αδυναμία διάκρισης διασφαλίζεται κβαντομηχανικά μόνο με κύματοσυναρτήσεις $\psi(x_1, x_2)$ που είναι συμμετρικές [$\psi(x_2, x_1) = \psi(x_1, x_2)$] ή αντισυμμετρικές [$\psi(x_2, x_1) = -\psi(x_1, x_2)$] κι επομένως οδηγούν σε πιθανότητα $|\psi(x_1, x_2)|^2$ που είναι συμμετρική στην εναλλαγή $x_1 \leftrightarrow x_2$ κι άρα δεν επιτρέπει τη διάκριση των δύο σωματιδίων.

ΜΕΛΕΤΗ: Σ. Τραχανά, Κβαντομηχανική I, σελ. 468 – 480.

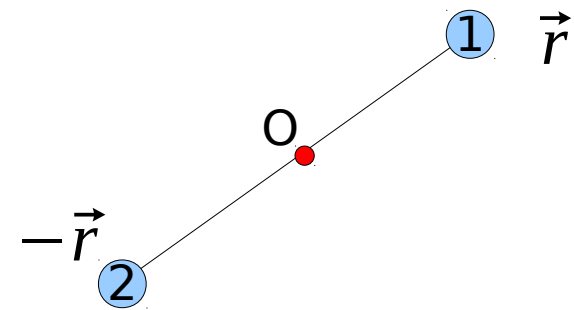
- Όλα τα σωματίδια με ακέραιο σπιν ($s=0, 1, 2, \dots$) - τα αποκαλούμενα **μποζόνια** - περιγράφονται από **συμμετρικές κυματοσυναρτήσεις (Parity = +1)**, ενώ όλα τα σωματίδια με ημι-ακέραιο σπιν ($s=1/2, 3/2, \dots$) - τα αποκαλούμενα **φερμιόνια** - περιγράφονται από **αντισυμμετρικές κυματοσυναρτήσεις (Parity = -1)**
ως προς την εναλλαγή των μεταβλητών τους (=αναστροφή του χώρου)

Parity: για την κυματοσυνάρτηση δύο ταυτόσημων σωματιδίων, η αναστροφή του χώρου είναι ίδια με την ανταλλαγή τους



Με την εφαρμογή της πάριτυ πάνω στην αριστερή κατάσταση (το #1 στη θέση $-r$, και το #2 στη θέση r) έχουμε το #1 στη θέση r , και το #2 στη θέση $-r$:

→ ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα έχουμε και με την ανταλλαγή των σωματιδίων #1 και #2



Ταυτόσημα φερμιόνια: ποτέ με ίδιους κβαντικούς αριθμούς

Η ολική κυματοσυνάρτηση $\Psi_{1,2}$ δύο ταυτόσημων φερμιονίων (του #1 και του #2) είναι γινόμενο των κυματοσυνρτήσεων της θέσης για τα #1 και #2, ψ_1 και ψ_2 , και του ολικού τους σπίν, $X_{1,2}$

Αυτή η ολική κυματοσυνάρτηση είναι αντισυμμετρική, σύμφωνα με την αρχή του Pauli: $\Psi_{2,1} = -\Psi_{1,2}$, αφού έχουμε φερμιόνια

Όπου: $\Psi_{1,2} = \psi_1(\vec{r}_1)\psi_2(\vec{r}_2)X_{1,2}(\sigma_{\text{spin}})$ $\Psi_{2,1} = \psi_2(\vec{r}_1)\psi_1(\vec{r}_2)X_{2,1}(\sigma_{\text{spin}})$

Αν τα 2 φερμιόνια είναι με ίδιο προσανατολισμό σπίν (πχ., $+\frac{1}{2}$) τότε, αφού τα δυο φερμιόνια είναι ταυτόσημα και δεν μπορώ να διακρίνω ποιός είναι ο #1 και ποιός ο #2, έχω:

$$X_{1,2}(\sigma_{\text{spin}}) = X_1(\sigma_{\text{spin}} \text{ πάνω}) X_2(\sigma_{\text{spin}} \text{ πάνω}) = X_2(\sigma_{\text{spin}} \text{ πάνω}) X_1(\sigma_{\text{spin}} \text{ πάνω}) = X_{2,1}(\sigma_{\text{spin}})$$

Οπότε: $\psi_1(\vec{r}_1)\psi_2(\vec{r}_2) = -\psi_2(\vec{r}_1)\psi_1(\vec{r}_2)$

Θυμηθείτε ότι η $\psi(r, \theta, \phi)$ καθορίζει τους κβαντικούς αριθμούς της ενέργειας και της τροχιακής στροφορμής (n, l, m_l).

Οπότε, αν εκτός από το σπιν έχουν την ίδια "θέση" ($\vec{r}_1 = \vec{r}_2 = \vec{r}$), δηλαδή του ίδιους άλλους κβαντικούς αριθμούς (n, l, m_l) τότε:

$$\psi_1(\vec{r})\psi_2(\vec{r}) = -\psi_2(\vec{r})\psi_1(\vec{r}) \rightarrow \psi_1(\vec{r})\psi_2(\vec{r}) = 0$$

Και αφού η κυματοσυνάρτησή τους είναι μηδέν, η πιθανότητα να τα βρούμε έτσι είναι μηδέν! → ΔΗΛΑΔΗ: ποτέ δεν τα βρίσκεις με ολόιδιους κβαντικούς αριθμούς

α) Parity #1: η αναστροφή του χώρου και η Αρχή του Pauli

Το σπιν και η γενικευμένη αρχή του Pauli

Φερμιόνια και Μποζόνια:

Οι δύο θεμελιώδεις κατηγορίες σωματιδίων και ο ρόλος τους στη φύση

	Σπιν	Είδος συμπεριφοράς	Ποια είναι ποια	...και γιατί
Φερμιόνια	Ημιακέραιο $s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$	«Ατομικιστική» Υπόκεινται στην αρχή του Pauli (είναι αδύνατη η συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση). Περιγράφονται από <u>αντισυμμετρικές κυμ/σεις</u> .	Όλα τα σωματίδια <u>δομικοί λίθοι</u> της ύλης. (e, p, n, ν κουάρκς). Όλα έχουν $s = \frac{1}{2}$	Διαφορετικά θα ήταν δυνατή η απεριόριστη συσσώρευσή τους στην ίδια περιοχή του χώρου υπό την επίδραση των αμοιβαίων έλξεων, με αποτέλεσμα την πλήρη κατάρρευση της ύλης σε μια «σταγόνα» άπειρης πυκνότητας.
Μποζόνια	Ακέραιο $s = 0, 1, 2, \dots$	«Κολλεκτιβιστική» Δεν υπόκεινται στην αρχή του Pauli (Είναι δυνατή η απεριόριστη συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση) περιγράφονται από <u>συμμετρικές κυμ/σεις</u> .	Όλα τα σωματίδια <u>φορείς δυνάμεων</u> της φύσης (γ , $w^\pm$, z, γλοιόνια, βαρυτόνιο). Όλα έχουν $s = 1$ πλήν του βαρυτονίου που (εικάζεται ότι) έχει $s = 2$.	Έτσι είναι δυνατή η απεριόριστη συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση και η δημιουργία μ' αυτό τον τρόπο ενός μακροσκοπικού πεδίου δυνάμεων (ΗΜ πεδίο, πεδίο βαρύτητας, πυρηνικά πεδία).

α) Parity #1: η αναστροφή του χώρου και η Απαγορευτική Αρχή του Pauli

Η απαγορευτική αρχή του Pauli για τα ατομικά ηλεκτρόνια:
Μια ειδική συνέπεια της γενικευμένης αρχής

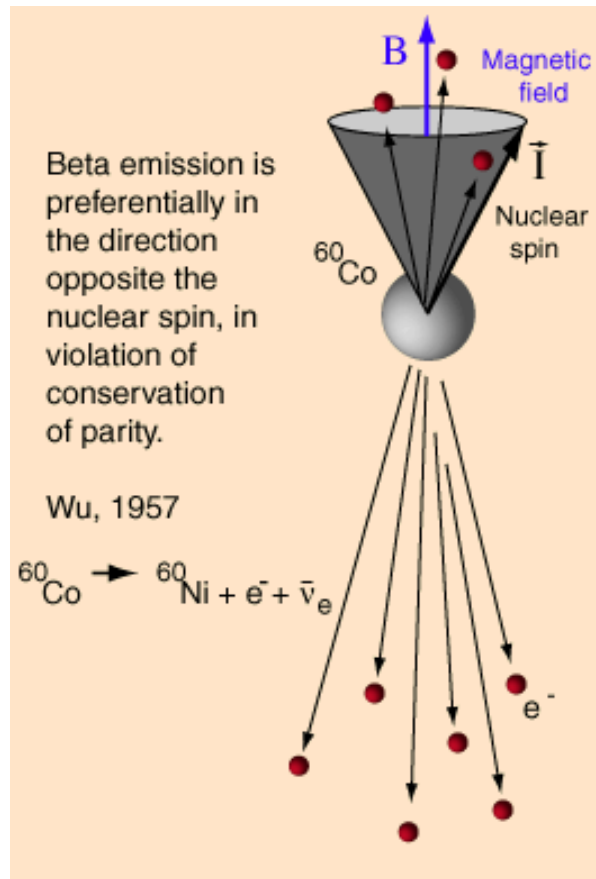
Έχοντας σπιν $s = \frac{1}{2}$ τα ηλεκτρόνια είναι φερμιόνια και επομένως η συνύπαρξή τους στην ίδια κβαντική κατάσταση ενός ατόμου θα είναι αδύνατη. Και δεδομένου ότι μια κβαντική κατάσταση σ' ένα άτομο καθορίζεται μονοσήμαντα από την τετράδα κβαντικών αριθμών n, ℓ, m_ℓ, m_s , η εφαρμογή της γενικής αρχής του Pauli στα άτομα οδηγεί στην:

ΑΠΑΓΟΡΕΥΤΙΚΗ ΑΡΧΗ ΤΟΥ PAULI: Δύο ηλεκτρόνια σ' ένα άτομο είναι αδύνατον να έχουν την ίδια τετράδα κβαντικών αριθμών n, ℓ, m_ℓ, m_s . Θα διαφέρουν τουλάχιστον σε ένα κβαντικό αριθμό.

Και είναι σημαντικό το ότι κάποια σωματίδια είναι φερμιόνια και κάποια μποζόνια;

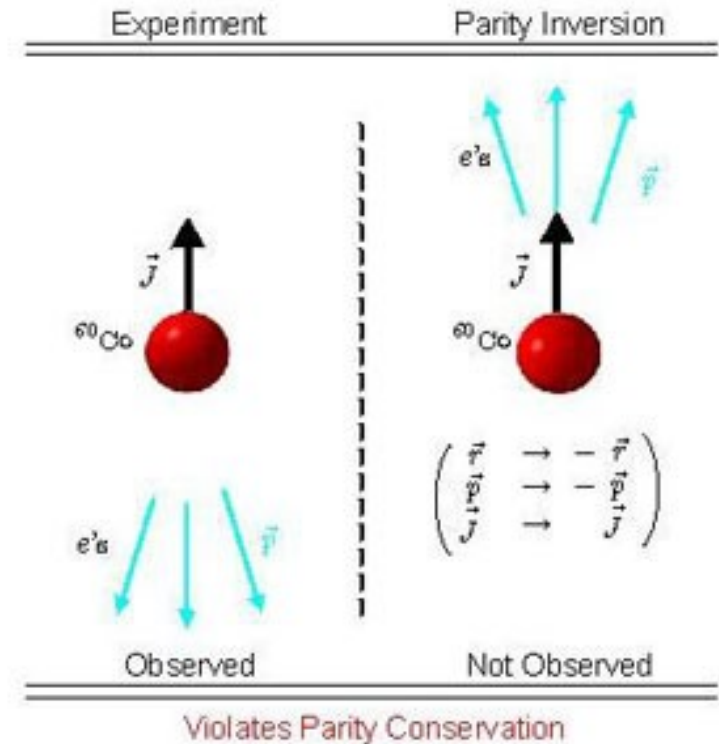
Μα, έτσι ακριβώς, με τα ηλεκτρόνια που είναι φερμιόνια, εξηγούμε τη δομή των ατόμων!!!

β) Parity #2: Πείραμα της Wu: 1957



Αν υπάρχει προτίμηση στην κατεύθυνση των ηλεκτρονίων, τότε η πάριτυ δεν είναι καλή συμμετρία (δηλ. παραβιάζεται)

Γιατί η προτιμητέα κατεύθυνση έχει σχέση με την πάριτυ;



Πείραμα: Τα εκπεμπόμενα ηλεκτρόνια πήγαιναν κατά κύριο λόγο αντίθετα από το σπίν του πυρήνα. → Παρατηρήθηκε πολύ μεγάλη **ασυμμετρία ως προς τον προσανατολισμό των σπιν των ηλεκτρονίων σε σχέση με την ορμή τους!**

γ) Parity #3: Σε τί διαφέρουν τα νετρίνα (ν) από τα αντνετρίνα ($\bar{\nu}$) που είδαμε στις β-διασπάσεις;

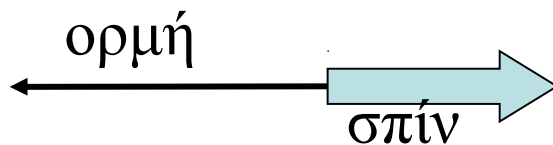
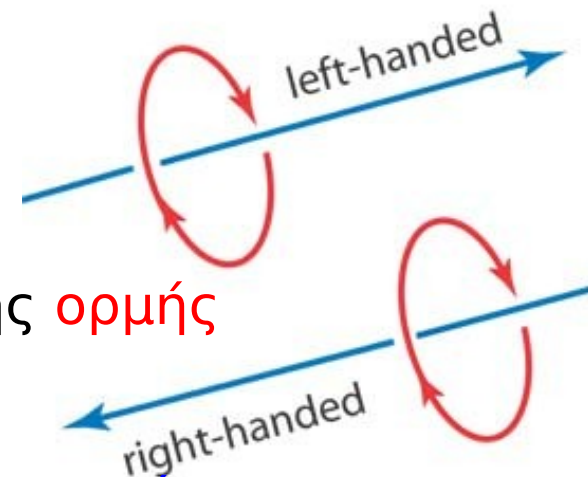
Δεν έχουν φορτίο $\Rightarrow$ Δεν έχουν ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις

Τα νετρίνα είναι 'αριστερόστροφα' $\Rightarrow$

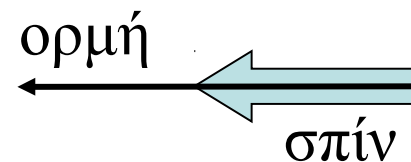
Το **σπίν** έχει διεύθυνση **αντίθετη** από το διάνυσμα της **ορμής**

Τα **αντι**-νετρίνα είναι 'δεξιόστροφα' $\Rightarrow$

το **σπιν** έχει διεύθυνση **ομόρροπη** με το διάνυσμα της **ορμής**



νεutrino

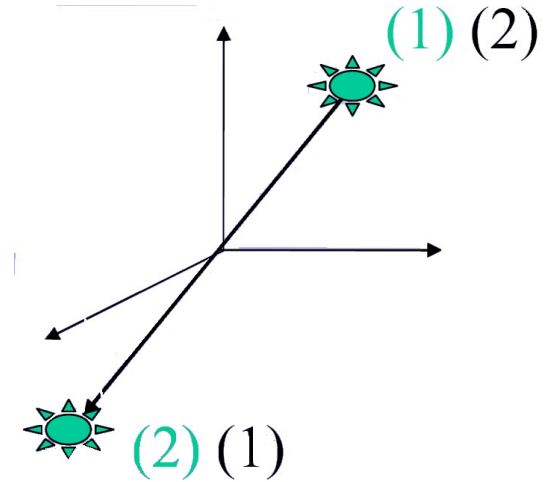


αντι-νεutrino

γ) Parity #3: νεutrino (ν) και αντινεutrino ($\bar{\nu}$)

**Μετασχηματισμός Parity (P):
αντιστροφή του χώρου**

$$P : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{pmatrix}$$



Η **β-διάσπαση**, έχοντας είτε μόνο νεutrina (στις διασπάσεις β^+), είτε μόνο αντινεutrina (στις β^-), **παραβιάζει τη συμμετρία της Parity**, αφού υπάρχει διαφορετική συμπεριφορά του νεutrino και αντινεutrino:

Σε αντιστροφή του χώρου, το νεutrino γίνεται αντινεutrino, αλλά το spin δεν αλλάζει φορά.



Έτσι, η αντιστροφή του χώρου δημιουργεί δεξιόστροφα νεutrina και αριστερόστροφα αντινεutrina. Κάτι που όμως **ΔΕΝ** παρατηρείται, οπότε **η φύση** (όσον αφορά τις β-διασπάσεις) **δεν θεωρεί την Parity “καλή συμμετρία”, οπότε λέμε ότι “παραβιάζει την Parity”**

β-διασπάσεις Κανόνες επιλογής για Σπιν και Πάριτυ

Τα προηγούμενα ήταν μια εισαγωγή για τους επιπλέον κανόνες για τη β-διάσπαση που αφορούν το spin και την ομοτιμία (πάριτυ) των πυρήνων.

Κανόνας:

Διατήρηση του ολικού σπίν μεταξύ αρχικής και τελικής κατάστασης. Όσο μικρότερη η **τροχιακή στροφορμή του συστήματος ηλεκτρόνιο-νεutrino**, τόσο πιο εύκολα γίνεται η διάσπαση

β-διάσπαση:

“Επιτρεπτές” & “απαγορευμένες” διασπάσεις

Επιτρεπτές: **Fermi** ή **Gamow-Teller**

β-διασπάσεις: “Επιτρεπτές” και “απαγορευμένες” ως προς τη διατήρηση της στροφορμής

Οι αποδιεγέρσεις β κατηγοριοποιούνται σε
“επιτρεπτές” ή “απαγορευμένες” όσον αφορά τη
διατήρηση του σπίν κατά τη διάσπαση:

- “**Επιτρεπτές**” σημαίνει ότι έχουν πολύ μεγαλύτερη πιθανότητα να γίνουν, σε σχέση με άλλες που είναι πιο σπάνιες και λέγονται “**απαγορευμένες**”.
- Όσο μεγαλύτερου βαθμού “απαγόρευση” έχει μια διάσπαση, τόσο πιο σπάνιο είναι να γίνει.

Διατήρηση στροφορμής (σπιν)

Γενικά, με διατήρηση του σπιν, γράφουμε για τη β-διάσπαση: $i \rightarrow f + e + \nu \Rightarrow \vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{S}_{ev} + \vec{L}_{ev}$

Όπου:

$\vec{J}_i$ και $\vec{J}_f$ είναι το ολικό σπιν του αρχικού και του τελικού πυρήνα, αντίστοιχα,

$\vec{S}_{ev}$ είναι το ολικό σπιν του συστήματος ηλεκτρονίου-αντινετρίνο που μπορεί να είναι **0** ή **1**

(αφού συνδυάζω το ηλεκτρόνιο και το αντινετρίνο που έχουν σπιν 1/2 το καθένα), και

$\vec{L}_{ev}$ είναι η σχετική στροφορμή ηλεκτρονίου-αντινετρίνο.

Μεταβολή σπιν μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα και σχετική τροχιακή στροφορμή ηλεκτρονίου-νετρίνο

Οπότε γράφουμε: $\vec{J}_i - \vec{J}_f = \vec{S}_{ev} + \vec{l}_{ev} \rightarrow \vec{\Delta J} = \vec{S}_{ev} + \vec{l}_{ev}$

όπου η μεταβολή $\vec{\Delta J}$ του σπιν (αρχικού πυρήνα - τελικού) μπορεί να έχει μέτρο οποιαδήποτε τιμή μέσα στα όρια:

$$|J_i - J_f| \leq \Delta J \leq |J_i + J_f|$$

και το ολικό σπιν ηλεκτρονίου-νετρίνο (καθένα με σπιν 1/2):

$$|1/2 - 1/2| \leq S_{ev} \leq |1/2 + 1/2| \rightarrow S_{ev} = 0 \text{ ή } 1$$

Όσο μικρότερο το $\vec{l}_{ev}$ τόσο πιο εύκολα γίνεται η μετάβαση (δηλ. τόσο πιο “επιτρεπτή” είναι).

Οπότε, από όλα τα ΔJ , το πιο πιθανό είναι αυτό με τη μικρότερη τιμή, δηλαδή το $|J_i - J_f|$

Επιτρεπτές μεταπτώσεις: Fermi ή Gamow-Teller ανάλογα με $S_{ev} = 0$ ή 1

ΚΑΝΟΝΑΣ #1:

Επιτρεπτές ονομάζονται μεταπτώσεις που έχουν $\vec{l}_{ev} = 0$

Άν:

- $S_{ev} = 0$ (που έχει μόνο έναν τρόπο να γίνει, $S_z = 0$), τότε η β -διάσπαση/μετάπτωση λέγεται **μετάπτωση Fermi**.
- $S_{ev} = 1$ (που έχει τρεις τρόπους να γίνει, έναν με $S_z = +1$, έναν με $S_z = 0$, έναν με $S_z = -1$),
τότε η β -διάσπαση/μετάπτωση λέγεται **μετάπτωση Gamow-Teller**.

Οπότε αφού το σπίν διατηρείται, σύμφωνα με τα παραπάνω, **το ΔJ στις επιτρεπτές β -διασπάσεις είναι 0 ή 1, όσο και το S_{ev} .**

Επιτρεπτές μεταπτώσεις: μεταβολή της parity

$$i \rightarrow f + e + \nu$$

Εκτός από το spin, έχουμε να σκεφτούμε και την πάριτυ.

Η πάριτυ του συστήματος ηλεκτρονίου-αντινετρίνο είναι:

$$\text{Εσωτερική Πάριτυ} * \text{Πάριτυ Λόγω Τροχικής Στροφορμής} = (-1) * (-1)^{l_{ev}}$$

που για τις επιτρεπτές μεταπτώσεις ($l_{ev} = 0$) δίνει:

$$-(-1)^{l_{ev}} = -(-1)^0 = -1$$

Στις β-διασπάσεις η πάριτυ αρχικής και τελικής κατάστασης είναι αντίθετες, οπότε:

$$\text{Parity}(i) = -\text{Parity}(f) * \text{Parity}(e\nu) = \text{Parity}(f) * (-1)^{l_{ev}}$$

Έχουμε τον ΚΑΝΟΝΑ #2:

οι επιτρεπτές μεταπτώσεις, [που έχουν $l_{ev} = 0$] δεν έχουν μεταβολή της πάριτυ μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα, και άρα έχουν: $\text{Parity}(i) = \text{Parity}(f)$

“Απαγορευμένες” β-διασπάσεις

Όταν **δεν έχουμε** $\Delta J = 0$ ή 1 **και** $\Delta \text{πάριτυ} = \Delta \pi = +1$, τότε η β-διάσπαση ονομάζεται **απαγορευμένη**.

[Όπου: $\Delta \pi = \text{Πάριτυ Αρχικού Πυρήνα} * \text{Πάριτυ Τελικού Πυρήνα}$]

Ερώτηση: **Μια απαγορευμένη μετάπτωση**

(δηλαδή που δεν είναι $\Delta J \Delta \pi = 1^+$ ή $\Delta J \Delta \pi = 0^+$),

τι τάξης απαγορευμένη είναι;

Απάντηση:

όση η **ελάχιστη τιμή της** l_{ev} που μας χρειάζεται για να εξηγήσουμε τη μετάπτωση που μας δίνεται.

Βρίσκουμε την τιμή αυτή δοκιμάζοντας:

- 1) ποιά l_{ev} (άρτια/περιττά) μπορούν να εξηγήσουν την $\Delta \text{πάριτυ}$, και
- 2) Ποιό απ' αυτά τα l_{ev} μπορεί να μας δώσει το ΔJ (σε συνδυασμό με το $S_{ev} = 0$ ή 1)

Τάξη β-διάσπασης

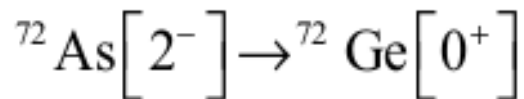
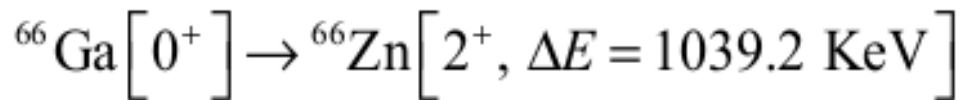
Οπότε:

ΚΑΝΟΝΑΣ #3:

- η τάξη της β-διασπασης είναι το μικρότερο ℓ_{ev} που εξηγεί **και** την μεταβολή της παριτυ [Δπάριτυ = $(-1)^\ell$] **και** τη μεταβολή του σπιν ΔJ μεταξύ αρχικού και τελικού πυρήνα.
- Αν αυτό το ℓ είναι το $\ell=0$, τότε η β-διάσπαση ονομάζεται **επιτρεπτή**,
- **αλλιώς** ονομάζεται **απαγορευμένη τάξης ℓ** .
(“απαγορευμένη” λέγεται γιατί έχει πολύ μικρότερη πιθανότητα να γίνει, σε σχέση με την “επιτρεπτή”)

Άσκηση: αντιδράσεις β-διάσπασης: Q-values, επιτρεπτές, τάξη απαγόρευσης

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω διασπάσεις β (π.χ. απαγορευμένες ή όχι, β^+ ή ϵ , κλπ.) και υπολογίστε τις τιμές Q



Για να βρίσκετε τις ατομικές μάζες των στοιχείων που σας χρειάζονται, χρησιμοποιείτε:

$$M(A,Z) = 931.478 * A + \Delta \text{ (MeV)},$$

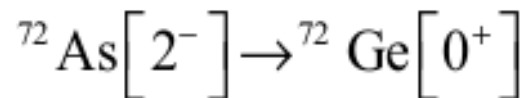
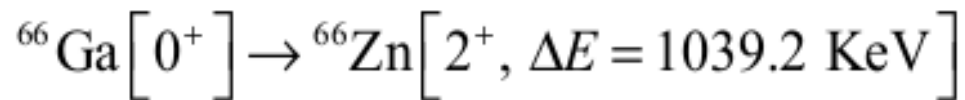
Όπου το Δ το βρίσκεται για κάθε στοιχείο και τα ισότοπά του στο:

http://skiathos.physics.auth.gr/atlas/Nuclear_Physics/wallarge.pdf

- $\Delta(^{66}\text{Ga}) = -63.724 \text{ MeV}$, $\Delta(^{66}\text{Zn}) = -68.899 \text{ MeV}$
- $\Delta(^{72}\text{As}) = -68.230 \text{ MeV}$, $\Delta(^{72}\text{Ge}) = -72.586 \text{ MeV}$
- $m(e) = 0.511 \text{ MeV}$, $m(\nu) = 0$

Άσκηση – σημείωση για επιτρεπτή ή όχι

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω διασπάσεις β (π.χ. απαγορευμένες ή όχι, β^+ ή ϵ , κλπ.) και υπολογίστε τις τιμές Q



α) με $\Delta J^{\Delta\pi} = 2+$

έχουμε αναγκαστικά $\ell=\text{άρτιο}$ γιατί $(-1)^\ell = +1$.

* Αφού το S_{en} γίνεται το πολύ $S_{\text{en}}=1$, δεν μπορεί να γίνει η μετάβαση με $\ell=0$.

→ Άρα **δεν είναι επιτρεπτή η μετάβαση**.

* Η επόμενη άρτια τιμή είναι $\ell=2$. Με $S=0$, δίνουν $\Delta J=2$.

Με $S=1$, δίνουν από $\Delta J = 2-1 = 1$ μέχρι και $2+1=3$,

→ οπότε όντως το $\ell=2$ (και με $S=0$ και με $S=1$) μπορεί να εξηγήσει το $\Delta J=2+$ → **“απαγορευμένη” 2ης τάξης**