

Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2017-18)

Τμήμα Τ2: Κ. Κορδάς & Δ. Σαμψωνίδης

Ακήσεις #1

Μήκος κύματος σωματιδίων, χρόνος ζωής και
ραδιοχρονολόγηση, ενεργός διατομή, μέγεθος
πυρήνων

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 11 Οκτωβρίου 2017

Άσκηση 1.1: ενέργεια και μήκος κύματος σωματιδίων

Πόση κινητική ενέργεια πρέπει να έχουν τα σωματίδια:

γ (φωτόνιο),
 e (ηλεκτρόνιο),
 p (πρωτόνιο),
 α (άλφα)

για να έχουν μήκος κύματος

α) $1 \text{ \AA}$ (Angstrom) ;

β) 1 fm (fermi) ;

Άσκηση 1.2: Ραδιοχρονολόγηση πετρωμάτων

Η ηλικία των πετρωμάτων της γης μπορεί να εκτιμηθεί με την παρατήρηση της σχετικής αφθονίας των ισοτόπων στις διάφορες φυσικές ραδιενεργές σειρές. Μιά από αυτές έχει σαν “μητέρα” το $^{238}_{92}\text{U}$ και με διαδοχικές μεταστοιχειώσεις καταλήγει στο σταθερό $^{206}_{82}\text{Pb}$. Αν θεωρήσουμε ότι οι ενδιάμεσοι πυρήνες έχουν αμελητέους χρόνους ζωής σε σχέση με την ηλικία της γής και ότι η ποσότητα $^{206}_{82}\text{Pb}$ που περιέχεται στα πετρώματα προέρχεται αποκλειστικά από την αποδιέγερση πυρήνων $^{238}_{92}\text{U}$, υπολογίστε την ηλικία ενός πετρώματος στο οποίο βρέθηκε ότι η σχετική αφθονία $^{206}_{82}\text{Pb}$ προς $^{238}_{92}\text{U}$ είναι 15% προς 85% (15:85). Σας φαίνεται λογική η ηλικία της γής που βρίσκετε;
Δίνεται ο μέσος χρόνος ζωής του $^{238}_{92}\text{U}$ (6.51 δισεκατομύρια έτη = $6.51 \cdot 10^9$ έτη)

Άσκηση 1.3: Ραδιοχρονολόγηση με ορίζοντα λίγες χιλιάδες χρόνια

Ενας πάπυρος από Αιγυπτιακό τάφο περιέχει 1g άνθρακα με ενεργότητα 4×10^{-12} Ci. Αν ο λόγος των πυρήνων $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ σε ένα ζωντανό δένδρο είναι 1.3×10^{-12} να βρεθεί η ηλικία του παπύρου.
(Χρ. ημιζωής $^{14}\text{C}=5730$ έτη)

Άσκηση 1.4: Ενεργός διατομή αντίδρασης

Σ' ένα πείραμα παράγονται πυρήνες ^{24}Na με βομβαρδισμό ενός στόχου καθαρού νατρίου ^{23}Na πάχους 1mm, με δέσμη δευτερίου ρεύματος 500nA. Ο βομβαρδισμός του στόχου ^{23}Na με τη δέσμη δευτερίου διήρκεσε 2 ώρες και αμέσως μετά η ενεργότητα του στόχου μετρήθηκε σε 56 MBq. Θεωρώντας σε πρώτη προσέγγιση ότι ο χρόνος βομβαρδισμού είναι αμελητέος σε σχέση με το χρόνο ημιζωής του ^{24}Na ($T_{1/2} = 15.02 \text{ h}$) και άρα οι παραγόμενοι πυρήνες ^{24}Na δεν διασπώνται πριν τη μέτρηση της ενεργότητας του στόχου, υπολογίστε την ενεργό διατομή της αντίδρασης.

Δίνονται:

πυκνότητα νατρίου (Na) $\rho = 0.97 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$

$1\text{A} = 1 \text{ Coulomb} / \text{sec} = 1\text{Cb/s}$

Φορτίο ηλεκτρονίου (e) $= 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$

Άσκηση 1.5: Μέγεθος πυρήνων

α) Πόση είναι η ακτίνα του πυρήνα $^{222}_{84}\text{Po}$ (πολώνιο);

β) Πόση είναι η ταχύτητα ενός σωματιδίου α (άλφα) με κινητική ενέργεια 5.41 MeV; Το θεωρείτε σχετικιστικό ή όχι;

γ) Πόσο χρόνο χρειάζεται ένα σωματίδιο α (άλφα) με κινητική ενέργεια 5.41 MeV ώστε να διασχίσει έναν πυρήνα $^{222}_{84}\text{Po}$ (πολωνίου);

Άσκηση 1.6 - Σκέδαση Rutherford (1)

* Πόση ενέργεια πρέπει να έχει ένα ηλεκτρόνιο ώστε να έχει μήκος κύματος $\lambda=6 \text{ fm}$? Πόση για $\lambda=1 \text{ fm}$?

Άσκηση 1.7 - Σκέδαση Rutherford (2)

Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο
(για ηλεκτρόνιο με $E = 126 \text{ MeV}$)

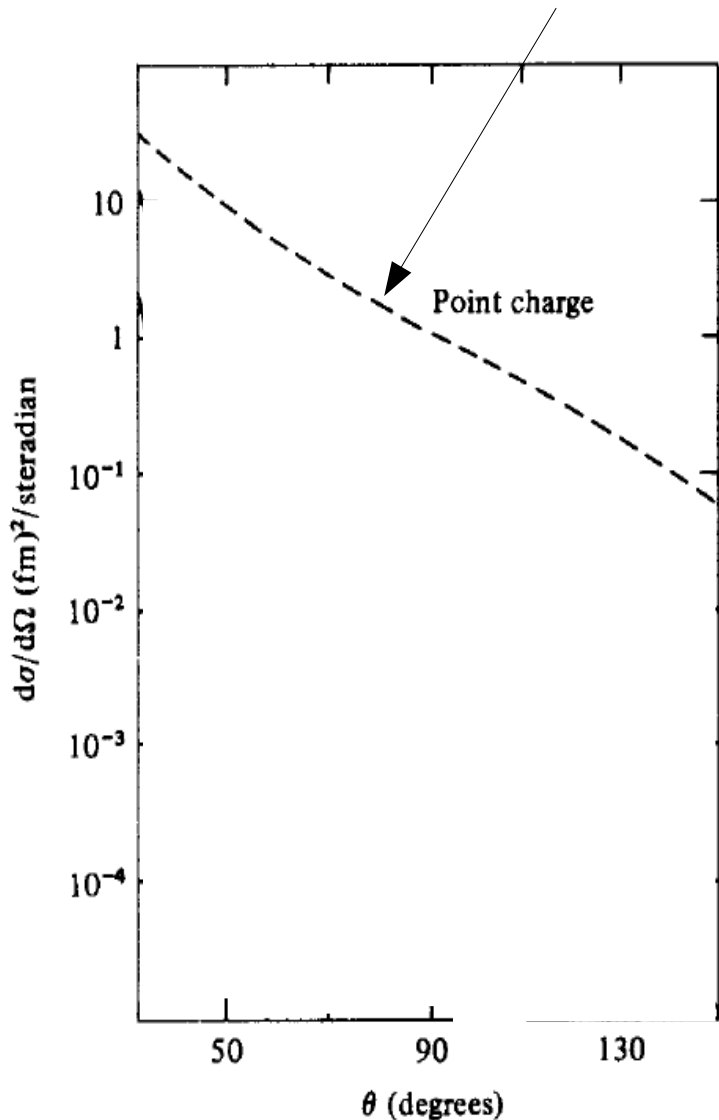
- Ενεργός διατομή σκέδασης ηλεκτρονίων από σημειακό πυρήνα (a la Rutherford):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Z_1 * Z_2 * e^2)^2}{4 E} * \frac{1}{\sin^4(\theta / 2)}$$

- $Z_1 e$ = φορτίο βλήματος
(για ηλεκτρόνια, $e : Z_1 = 1$)
- E = ενέργεια βλήματος
- $Z_2 e$ = φορτίο στόχου (πυρήνα).
(για χρυσό, Au : $Z_2 = 79$)
- θ = γωνία σκέδασης του βλήματος

Ερώτηση: Υπολογίστε από τον τύπο του Rutherford την ενεργό διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας ($d\sigma/d\Omega$) για σκέδαση σε $\theta=90^\circ$, ενός ηλεκτρονίου σε χρυσό, με ενέργεια ηλεκτρονίου 126 MeV

Ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας



Γωνία σκέδασης

Άσκηση 1.8: Σκέδαση ηλεκτρονίου από τον πυρήνα ή από τα ατομικά ηλεκτρόνια ;

* Άσκηση 4.1 του βιβλίου C&G, σελ. 74

4.1 Ένα σχετικιστικό ηλεκτρόνιο, του οποίου η μάζα ηρεμίας μπορεί να παραληφθεί, έχει ενέργεια E . Το ηλεκτρόνιο σκεδάζεται ελαστικά από σωματίο μάζας M που ηρεμεί, σε γωνία θ με ενέργεια E' .

(α) Δείξτε ότι η ολική ενέργεια του σωματίου μάζας M μετά τη σκέδαση είναι

$$E_M = E - E' + Mc^2.$$

(β) Δείξτε ότι η ορμή του είναι

$$P_M = [E^2 + E'^2 - 2EE' \cos\theta]^{1/2} / c.$$

(γ) Χρησιμοποιώντας ότι $E_M^2 = P_M^2 c^2 + M^2 c^4$ δείξτε ότι το κλάσμα της ενέργειας που χάνει το ηλεκτρόνιο είναι

$$\frac{E - E'}{E} = \frac{1}{1 + Mc^2 / [E(1 - \cos\theta)]}$$

Για $E \sim$ μερικών εκατοντάδων MeV, δείξτε ότι το κλάσμα αυτό είναι μικρό αν το ακίνητο σωματίο είναι βαρύς πυρήνας, ενώ είναι μεγάλο (εκτός αν $\theta \approx 0$) αν το ακίνητο σωματίο είναι ηλεκτρόνιο.

Άσκηση 1.9: Νόμοι διατήρησης στοιχειωδών σωματιδίων

* Άσκηση 3.2 του βιβλίου C&G, και 1.2 του βιβλίου Χ.Ε

Ποιες από τις ακόλουθες διαδικασίες επιτρέπονται από τους νόμους διατήρησης;

- 1.9A**
- (α) $n \rightarrow p + \gamma$,
 - (β) $p \rightarrow e^+ + \gamma$,
 - (γ) $p \rightarrow \pi^+ + \gamma$,
 - (δ) $\bar{p} + n \rightarrow \pi^- + \pi^0$;

- 1.9B**
- α) $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$
 - β) $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$
 - γ) $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$
 - ι) $\tau^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \bar{\nu}_\tau$

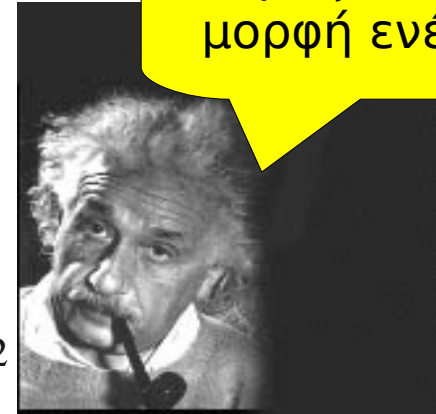
Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια E
μάζα m

Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας



γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: με $c = 1$, γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

μονάδα ενέργειας $\equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$
Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^9 \text{ eV}$)

Σταθερά του Planck = $\mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

α = η σταθερά λεπής υφής = $1/137$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε $e^2 = \alpha \hbar c$, όπου $\alpha = 1/137$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

1 amu = 1/12 μάζας ουδέτρου ατόμου $^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$

Μάζα ηλεκτρονίου = $0.511 \text{ MeV}/c^2$

Μάζα πρωτονίου = $938.3 \text{ MeV}/c^2$, Μάζα νετρονίου = $939.6 \text{ MeV}/c^2$