

Στοιχεία Πυρηνικής Φυσικής και Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό 2018-19)

Τμήμα Τ2: Κ. Κορδάς & Δ. Σαμψωνίδης

Μάθημα 24

Μποζονικός διαδότης, σταθερά
σύζευξης, υπολογισμός και σύγκριση
ενεργών διατομών και ρυθμών διάσπασης

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης, 9 Ιανουαρίου 2019

1. Υπενθύμιση: Κουάρκ και Λεπτόνια

Σε μια οποιαδήποτε “αντίδραση” μεταξύ σωματιδίων:
εκτός από την ενέργεια, στροφορμή, φορτίο , τη συμμετρία
των κυματοσυναρτήσεων (για ταυτόσημα σωματίδια), και τη
διατήρηση ή την παραβίαση της πάριτυ,
ελέγχουμε και τη διατήρηση νέων κβαντικών αριθμών
(βαρυονικού και λεπτονικών)

Κουάρκ και Λεπτόνια

Κουάρκ

u	c	t
d	s	b

Φορτίο (Q)	Βαρυονικός Αριθμός (B)	Αντίστοιχος Αριθμός “γεύσης”
+2/3	+1/3	+1
-1/3	+1/3	-1

Λεπτονικός Αριθμός = 0 για όλα τα κουάρκ

Λεπτόνια

ν_e	ν_μ	ν_τ
e^-	μ^-	τ^-

Φορτίο (Q)	Βαρυονικός Αριθμός (B)	Αντίστοιχος Λεπτονικός Αριθμός
0	0	+1
-1	0	+1

Κουάρκ

Μπορούν να συμμετέχουν σε όλες τις αλλήλεπιδράσεις
(Ισχυρές, Ασθενείς και ΗλεκτροΜαγνητικές)

Κβαντικοί
Αριθμοί

των κουάρκ

	B	Q	S	C	B	T
u	+1/3	+2/3	0	0	0	0
d	+1/3	-1/3	0	0	0	0
s	+1/3	-1/3	-1	0	0	0
c	+1/3	+2/3	0	+1	0	0
b	+1/3	-1/3	0	0	-1	0
t	+1/3	+2/3	0	0	0	+1

και

των
αντικουάρκ

	B	Q	S	C	B	T
$\bar{u}$	-1/3	-2/3	0	0	0	0
$\bar{d}$	-1/3	+1/3	0	0	0	0
$\bar{s}$	-1/3	+1/3	+1	0	0	0
$\bar{c}$	-1/3	-2/3	0	-1	0	0
$\bar{b}$	-1/3	+1/3	0	0	+1	0
$\bar{t}$	-1/3	-2/3	0	0	0	-1

Λεπτόνια

ΔΕΝ συμμετέχουν στις Ισχυρές αλληλεπιδράσεις
("αισθάνονται" μόνο τις Ασθενείς και ΗλεκτροΜαγνητικές)

Λεπτονικός Αριθμός

	e^-	ν_e	μ^-	ν_μ	τ^-	ν_τ
L_e	+1	+1	0	0	0	0
L_μ	0	0	+1	+1	0	0
L_τ	0	0	0	0	+1	+1

	e^+	$\bar{\nu}_e$	μ^+	$\bar{\nu}_\mu$	τ^+	$\bar{\nu}_\tau$
L_e	-1	-1	0	0	0	0
L_μ	0	0	-1	-1	0	0
L_τ	0	0	0	0	-1	-1

- Κάθε 'οικογένεια' λεπτονίων **ΔΙΑΤΗΡΕΙ** τον αντίστοιχο Λεπτονικό Αριθμό
- Ο Λεπτονικός αριθμός **ΔΙΑΤΗΡΕΙΤΑΙ ΠΑΝΤΑ**

Σωματίδια που παρατηρούμε στη φύση

• Λεπτόνια

- σημειακά – δεν έχουν δομή
 - Κάθε οικογένεια έχει τον δικό της Λεπτονικό αριθμό

• Αδρόνια

- Φτιαγμένα από κουάρκ (τα κουάρκ δεν τα βλέπουμε ελεύθερα – μόνο μέσα σε αδρόνια)
 - Βαρυόνια – συνδυασμοί 3 κουάρκ
 - π.χ, $p=uud$, $n=udd$
 - Έχουν Βαρυονικό αριθμό $B=1$
 - Μεσόνια – συνδυασμοί κουάρκ με αντι-κουάρκ
 - π.χ. $\pi^+=u\bar{d}$, $D^-=cd$, $\pi^0 = u\bar{u}$ και $d\bar{d}$
 - Έχουν Βαρυονικό αριθμό $B=0$

2.

Υπενθύμιση:

κινηματική και μονάδες (τα έχουμε
κάνει εκτενώς στην αρχή του
μαθήματος)

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας



$$E = mc^2$$

E = ενέργεια
 m = μάζα
 c = ταχύτητα του φωτός

= η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m

γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

Όσον αφορά τις μονάδες:

$[E] = \text{MeV}$, και από τους τύπους βλέπουμε ότι για τις μονάδες της ορμής έχουμε: $[pc] = [E]$

$$\rightarrow [pc] = \text{MeV} \rightarrow [p] = \text{MeV}/c$$

* Για τις μονάδες μάζας έχουμε:

$$[E] = [mc^2] \rightarrow [mc^2] = \text{MeV} \rightarrow [m] = \text{MeV}/c^2$$

Σημείωση: με $c=1$, γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

$$\text{Χρήσιμα: } \beta = \frac{pc}{E} \text{ και } \beta\gamma = \frac{p}{mc}$$

Μονάδες (1)

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^9 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης} \times \text{χρόνος} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$\alpha = 1/137$ η σταθερά λεπτής υφής
(αδιάστατο μέγεθος και άρα ίδια τιμή σε όλα τα συστήματα μονάδων)

Προσοχή:

αν γράφουμε στον τύπο της δύναμης Coulomb και της δυναμικής ενέργειας τον παράγοντα $1/4\pi\epsilon_0$, σημαίνει ότι χρησιμοποιούμε το Διεθνές Σύστημα μονάδων

(S.I = mks), οπότε το φορτίο "e" είναι σε Coulomb και: $e^2 = 4 \pi \epsilon_0 \alpha \hbar c$, όπου $\alpha = 1/137$

Αν όμως γράφουμε τον τύπο της δύναμης Coulomb και της αντίστοιχης δυναμικής ενέργειας έχοντας θέσει $1/4\pi\epsilon_0 = 1$, αυτό σημαίνει ότι χρησιμοποιούμε το σύστημα μονάδων cgs, οπότε το φορτίο "e" είναι σε esu και: $e^2 = \alpha \hbar c$, όπου $\alpha = 1/137$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε:

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μονάδες (2)

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μo νά δα ταχύ τη τα} \equiv 1$$

$$\text{μονά δα ενέ ργεια} \equiv eV = 1.6 * 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 * 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV (= 10^9 eV)

$$\text{Σταθερά του Plank} = h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ ό πο } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονά δα δρά σης ενέ ργειας} \times \text{χρο } \omega \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε:

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ ό πο } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c² (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνο σε: 1/MeV (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = 1/MeV (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$1 \text{ amu} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV/c}^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV/c}^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV/c}^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV/c}^2$$

Μονάδες – Παραδείγματα (1)

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μo νά δα ταχύ τη τα} \approx 1$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ό πο } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονά δα δρά σης ενέ ρχειας} \times \text{χρο ών} \equiv 1$$

Παράδειγμα 1 (άσκηση 6 “περίθλαση ηλεκτρονίων”, εργαστήριο Ατομικής)

Ας υποθέσουμε ότι υπολογίζουμε το μήκος κύματος λ που έχει ένα ηλεκτρόνιο (με φορτίο $= e$) που επιταχύνεται σε διαφορά δυναμικού $\Delta V = b \text{ Volts} = b \text{ V}$, και ότι το ηλεκτρόνιο δεν είναι σχετικιστικό, οπότε η κινητική του ενέργεια είναι $p^2 / 2m$, όπου m είναι η μάζα του ηλεκτρονίου, οπότε $m = 511 \text{ keV} / c^2 = 0.511 \text{ MeV}/c^2$

Έχουμε λοιπόν για το μήκος κύματος του ηλεκτρονίου, λ :

$$\lambda = \frac{h}{p}, \text{με } \frac{p^2}{2m} = q * \Delta V = e \Delta V \rightarrow \lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2me\Delta V}} = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{2mc^2 e \Delta V}} \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{2mc^2 e \Delta V}} = \frac{2\pi * 197 \text{ MeV fm}}{\sqrt{2 * 0.511 \text{ MeV} * e * \Delta V}} = \frac{2\pi * 197 * 10^6 \text{ eV fm}}{\sqrt{2 * 0.511 * 10^6 \text{ eV} * e * b \text{ V}}} = \frac{2\pi * 197 * 10^6 \text{ eV fm}}{\sqrt{2 * 0.511 * 10^6 \text{ eV} * e \text{ V} * b}}$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{2\pi * 197 * 10^6 \text{ eV fm}}{\sqrt{2 * 0.511 * 10^6 \text{ eV} * e \text{ V} * b}} = \frac{1.225 * 10^6 \text{ fm}}{\sqrt{b}}, \text{όπου το } b \text{ είναι καθαρός αριθμός}$$

Σημείωση: Για να δηλώσουμε ότι το b είναι ο καθαρός αριθμός που δηλώνει πόσα Volts είναι η διαφορά δυναμικού, ΔV , γράφουμε: (πχ. αν $\Delta V = 1 \text{ kV} \rightarrow \Delta V = 10^3 \text{ Volts} \rightarrow$ στον τύπο βάζουμε $b = 10^3$)

$$\lambda = \frac{1.225 * 10^6 \text{ fm}}{\sqrt{b [\text{Volts}]}}$$

Έτσι έχουμε το μήκος κύματος λ σε μέτρα, αφού $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$

Μονάδες – Παραδείγματα (2)

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μo νά δα ταχύ τη τα} \approx 1$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ ó πο} \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονά δα δρά σης (ενέργειας} \times \text{χρό νω)} \equiv 1$$

Αν σε όλους τους υπολογισμούς βάζουμε ενέργειες σε MeV, και επίσης βάζουμε $\hbar c = 1$ και $c = 1$, τότε ό,τι και να βρούμε (μήκος, χρόνος, ορμή, κλπ.) θα το βρούμε σε MeV. Και μετά πρέπει να το μετατρέψουμε σε χρόνο (sec), μήκος (m), κλπ.

Παράδειγμα 2: Ας υποθέσουμε ότι υπολογίσαμε κάποιο μήκος κύματος λ , και έχοντας βάλει $\hbar c = c = 1$ στους τύπους, βρήκαμε $\lambda = 3 \cdot 10^6 / \text{MeV} \rightarrow \lambda = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1}$ και θέλουμε να δώσουμε το λ σε μέτρα που είναι και οι μονάδες μηκούς στο Διεθνές Σύστημα (S.I) μονάδων.

* Γνωρίζοντας ότι $\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$, και ότι έχουμε βάλει τόση ώρα παντού $\hbar c = 1$ και $c = 1$, οπότε και $\hbar c = 1$, έχουμε ουσιαστικά χρησιμοποιήσει τη σχέση $197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = 1$, οπότε $197 \text{ MeV} = 1 \text{ fm}^{-1}$, και $1 \text{ MeV}^{-1} = 197 \text{ fm}$, οπότε:
 $\lambda = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1} = 3 \cdot 10^6 \cdot 197 \text{ fm} = 591 \cdot 10^6 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 591 \cdot 10^{-9} \text{ m} \rightarrow \lambda = 591 \text{ nm}$

Παράδειγμα 3: Αν είχαμε υπολογίσει κάποιον χρόνο $\tau = 1 \text{ MeV}^{-1}$ και θέλαμε να τον δώσουμε σε seconds, τότε: επειδή ξέρουμε ότι $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, και έχουμε βάλει $c = 1 \rightarrow 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 1 \rightarrow 1 \text{ m} = (1/3) \cdot 10^{-8} \text{ s}$

Οπότε, ξέροντας από το $\hbar c = 1$ ότι: $1 \text{ MeV}^{-1} = 197 \text{ fm} = 197 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, έχουμε επίσης ότι: $1 \text{ MeV}^{-1} = 197 \cdot 10^{-15} \cdot (1/3) \cdot 10^{-8} \text{ s} = 65.7 \cdot 10^{-23} \text{ s}$

** οπότε $\tau = 1 \text{ MeV}^{-1} \rightarrow \tau = 65.7 \cdot 10^{-23} \text{ s}$

Μονάδες – Παραδείγματα (3)

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μ ο ν ά δ α τ α χ ύ τ η τ α} \approx 1$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ ό πο ι} \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μ ο ν ά δ α δ ρ ά σ η ς ε ν έ ρ γ ε ι α ς} \times \text{χ ρ ό ν ο ς} \equiv 1$$

Αν σε όλους τους υπολογισμούς βάζουμε ενέργειες σε MeV, και επίσης βάζουμε $\hbar c = 1$ και $c = 1$, τότε ό,τι και να υπολογίζουμε (μήκος, χρόνος, ορμή, κλπ.) θα είναι σε MeV γιατί θα υπάρχουν “αόρατοι” παράγοντες $\hbar c$ και c τα οποία τα έχουμε βάλει = 1

! Για να το μετρέψουμε στις κανονικές μονάδες μήκους, χρόνου, κλπ απλά πολλαπλασιάζουμε το αποτέλεσμα των MeV που βρήκαμε, με το σωστό συνδυασμό $\hbar c$ και c ώστε να φτιάξουμε τις σωστές μονάδες, και μετά αντικαθιστούμε $\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ και $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

→ Έτσι φτάνουμε πιο γρήγορα στο αποτέλεσμα:

Παράδειγμα 2: Ας υποθέσουμε ότι υπολογίσαμε ένα μήκος κύματος $\lambda = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1}$ και θέλουμε να δώσουμε το λ σε μέτρα, τότε:

$$\lambda = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1} = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1} \cdot \hbar c = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1} \cdot 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = \mathbf{591 \text{ nm}}$$

Παράδειγμα 3: Αν είχαμε υπολογίσει κάποιον χρόνο $\tau = 1 \text{ MeV}^{-1}$ και θέλαμε να τον δώσουμε σε seconds, τότε:

$$\tau = 1 \text{ MeV}^{-1} = 1 \text{ MeV}^{-1} \cdot \hbar c / c = 1 \text{ MeV}^{-1} \cdot 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} / (3 \cdot 10^8 \text{ m/s}) = \mathbf{65.7 \cdot 10^{-23} \text{ s}}$$

Μονάδες

- Οι ταχύτητες που συναντάμε στη φυσική των σωματιδίων είναι κοντά στο c .

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

- Οι στροφορμές, δράσεις, γενικά το γινόμενο $x p \sim \hbar$ ή $E t \sim \hbar$
 $\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$, όπου: $\hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$

- Φυσικές διαστάσεις είναι το c και το $\hbar$.
 - Είναι βολικό ένα σύστημα μονάδων όπου $c = \hbar = 1$

- $M = E/c^2$ $[E]$,
- $L = \hbar c/E$ $[E^{-1}]$
- $T = \hbar/E$ $[E^{-1}]$,

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi \hbar c} = \frac{1}{137}$$

Μονάδες

	Quantity	N.U.	Conv. Factor to SI
E	GeV		$1\text{GeV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{J}$
P	GeV		
M	GeV		$1\text{kg} = 5.61 \cdot 10^{26} \text{GeV}$
length	$1/\text{GeV}$		$1\text{m} = 5.07 \cdot 10^{15} \text{GeV}^{-1}$
time	$1/\text{GeV}$		$1\text{sec} = 1.52 \cdot 10^{24} \text{GeV}^{-1}$
J	dimensionless		
Q	dimensionless		

Μονάδες

Αυτό μας επιτρέπει

- Να εκφράζουμε όλα τα φυσικά μεγέθη σε μονάδες ενέργειας:
απόσταση είναι $[E]^{-1}$. Ορμή είναι $[E]$. Κοκ.

- Τα φυσικά μεγέθη να εκφράζονται σε “λογικές” μονάδες

Φυσική μονάδα μήκους: μήκος κύματος Compton: $\hbar / m_0 c = 1$

Φυσική μονάδα χρόνου: $\tau = \hbar / m_0 c^2 = 1$

Φυσική μονάδα ενέργειας: $E = m_0 c^2 = 1$

Μάζα πρωτονίου: 10^{-24} g $\rightarrow$ Ενέργεια ηρεμίας ≈ 1 GeV.

Άρα, αν πάρουμε ως ενέργεια αναφοράς το 1 GeV, όλα τα φυσικά μεγέθη

είναι ποσότητες κοντά στη μονάδα.

Ηλεκτρόνιο: 2000 φορές πιο ελαφρύ $\rightarrow$ Ενέργεια ηρεμίας ≈ 0.5 MeV

3.

Υπενθύμιση:

Αλληλεπιδράσεις σωματιδίων με
ανταλλαγή “διαμεσολαβητή” : εικόνα
Yukawa και εμβέλεια δύναμης

Διαγράμματα Feynman

Δυναμικό Yukawa

Στις δυνάμεις μεταξύ των νουκλεονίων μέσα στους πυρήνες είχαμε δει ότι ο Yukawa είπε ότι η αλληλεπίδραση μεταξύ των νουκλεονίων γίνεται με την ανταλλαγή ενός **σωματιδίου-διαδότη με σχετικά μεγάλη μάζα, m**

- Ο διαδότης γεννιέται και εξαφανίζεται χωρίς ποτέ να τον δούμε: εμείς βλέπουμε τα αρχικά σωματίδια και τα τελικά σωματίδια, και μεταξύ αρχικών και τελικών μπορούμε να κάνουμε διατήρηση ενέργειας και ορμής.
- Ο ενδιάμεσος διαδότης όμως μπορεί να έχει ενέργεια που παραβιάζει τη διατήρηση της ενέργειας, για λίγο, αλλά αν εξαφανιστεί “πρίν τον δούμε”, δηλαδή υπάρχει για όσο του επιτρέπει η αβεβαιότητα του Heisenberg, τότε ούτε γάτα ούτε ζημιά.
- Εκπομπή και απορρόφηση του σωματιδίου διαδότη μάζας m , με παραβίαση της ενέργειας κατά mc^2 : δεν μπορεί να διαρκέσει πάνω από

$$\Delta E \Delta t \simeq \hbar \rightarrow m c^2 \Delta t \simeq \hbar$$
$$E_{\text{μβέ λει}} R = c \Delta t = \frac{\hbar}{m c}$$

→ Πεπερασμένη ακτίνα δράσης για διαδότες με μάζα

- Χρησιμοποιώντας την **εμβέλεια ($\sim 1.4 \text{ fm}$)**, υπολογίζουμε **$m \sim 140 \text{ MeV}$** ($\sim$ μάζα πιονίου: οπότε αρχικά υποθέσαμε ότι ο διαδότης των πυρηνικών δυνάμεων **μεταξύ νουκλεονίων** είναι το πiónιο)

Περιγραφή σε βασικό επίπεδο - Διαγράμματα Feynman

- Έχουμε μία πιο βασική ερμηνεία του συμβαίνει στις αντιδράσεις και διασπάσεις που βλέπουμε στη φύση
- Αλληλεπιδασίες μέσω μποζονίων διαδοτών των διαφόρων δυνάμεων
 - ΗΜ : γ
 - Ασθενείς : W^+ , W^- , Z^0
 - Ισχυρές: g

και

Αναπαράσταση με διαγράμματα Feynman

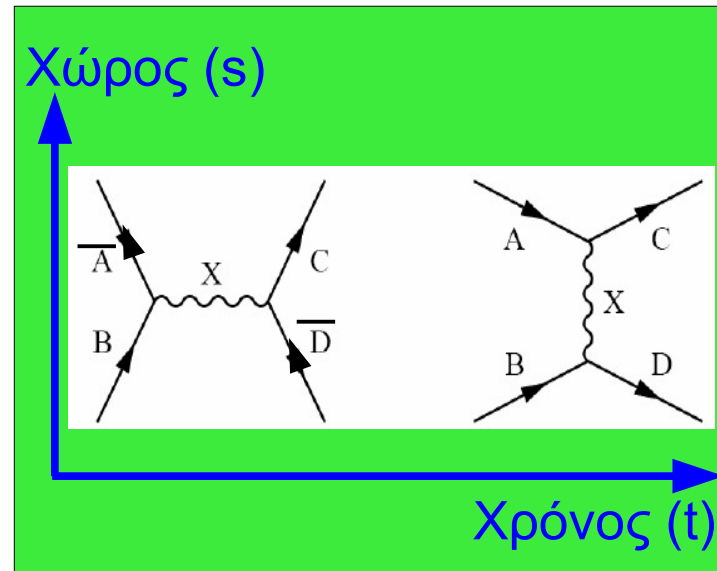
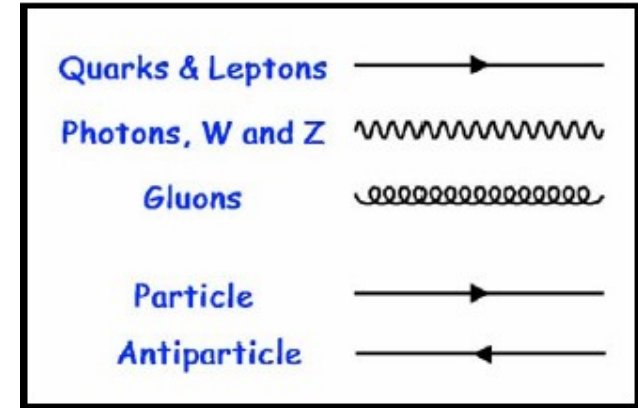
Διαγράμματα Feynman

Βασικοί κανόνες σε κάθε κόμβο:

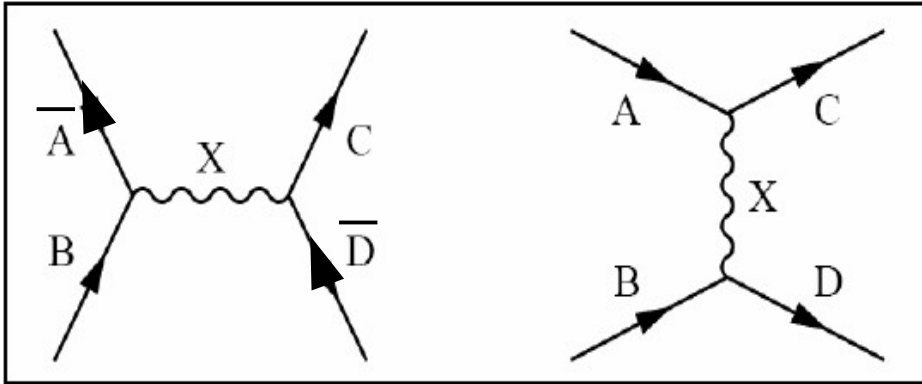
- E, p διατηρείται
- Q διατηρείται
- Σπιν διατηρείται
- Βαρυονικός Αριθμός
- Λεπτονικός Αριθμός

Συμβολισμοί πάνω στο διάγραμμα:

- Φερμιόνια: θετικός χρόνος $\longrightarrow$
- Αντι-φερμιόνια: αρνητικός χρόνος $\longleftarrow$
π.χ., το αντι-A έρχεται από αντίθετη κατεύθυνση και εξαϋλώνεται με το B. Όμως το αντι-A συμβολίζεται να κινείται προς το παρελθόν
- Μποζόνια $\left\{ \begin{array}{l} \text{~~~~~} \\ \text{~~~~~} \end{array} \right.$
- Το σημείο σύζευξης (κόμβος) δηλώνει την ισχύ της σύζευξης



Διαγράμματα Feynman



Όταν ένα φερμιόνιο αναπαριστάται με βελάκι που πάει μπροστά στο χρόνο, είναι σωματίδιο. Ένα βελάκι που πάει προς τα πίσω, δηλώνει αντι-σωματίδιο.

Σε κάθε περίπτωση, η διαδικασκία στο διάγραμμα περιγράφει μια “ιστορία” που εξελίσσεται από τα αριστερά προς τα δεξιά:

Αριστερά: το αντισωματίδιο $\bar{A}$ και το σωματίδιο B εξαϋλώνονται και δίνουν το σωματίδιο-διαδότη X , το οποίο εν συνεχεία διασπάται δημιουργώντας το σωματίδιο C και το αντισωματίδιο $\bar{D}$.

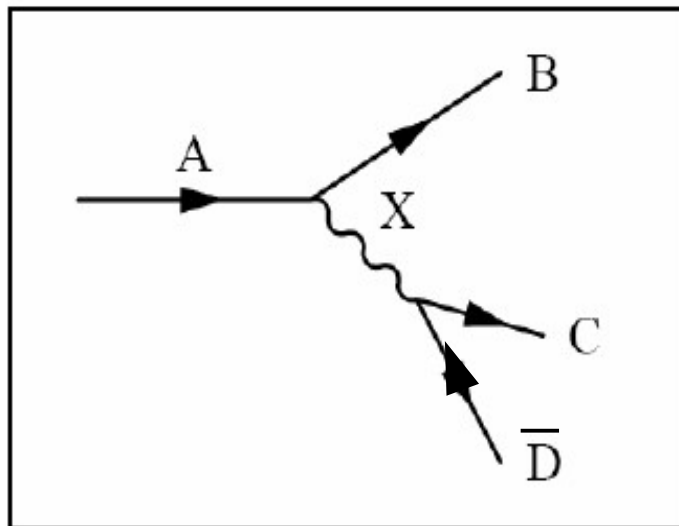
Δεξιά: τα σωματίδια A και B ανταλλάσσουν ένα σωματίδιο-διαδότη X και το μεν A μετατρέπεται στο σωματίδιο C , το δε σωματίδιο B μετατρέπεται στο σωματίδιο D .

Τα βελάκια στα διαγράμματα Feynman είναι βαλμένα έτσι ώστε να διευκολύνουν τους υπολογισμούς της πιθανότητας να γίνει αυτό που δείχνει το διάγραμμα.

Τα βέλη δείχνουν ένα “ρεύμα φερμιονίων”, όπου οι κόμβοι ούτε γεννάνε ούτε απορροφούν το ρεύμα. Στους κόμβους υπάρχει συνέχεια στο ρεύμα.

Διαγράμματα Feynman

$$A \rightarrow B + C + D$$



A, B, C, D

- Κουάρκ
- Λεπτόνια
- Αντικουάρκ
- Αντιλεπτόνια

X

- φωτόνιο (γ)
- γλουόνιο (g)
- $W^+ W^- Z^0$

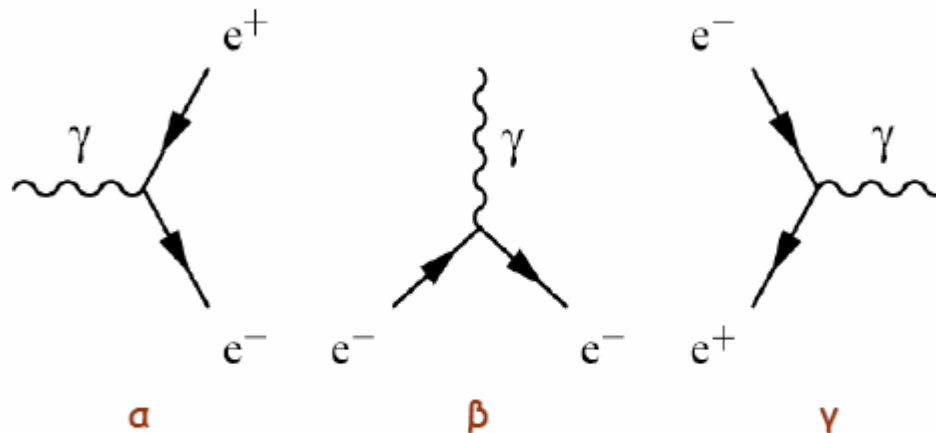
Τα σωματίδιο A μετατρέπεται στο σωματίδιο B εκπέμποντας ένα σωματίδιο-διαδότη X, το οποίο εν συνεχεία μετατρέπεται (“διασπάται”) στο σωματίδιο C και στο αντισωματίδιο $\bar{D}$

Εν συντομία λέμε:

το σωματίδιο A μετατρέπεται (“διασπάται”) στα σωματίδια B, C και $\bar{D}$ με τη μεσολάβηση του σωματιδίου-διαδότη X

Διαγράμματα Feynman

Ηλεκτρομαγνητικές Αλληλεπιδράσεις

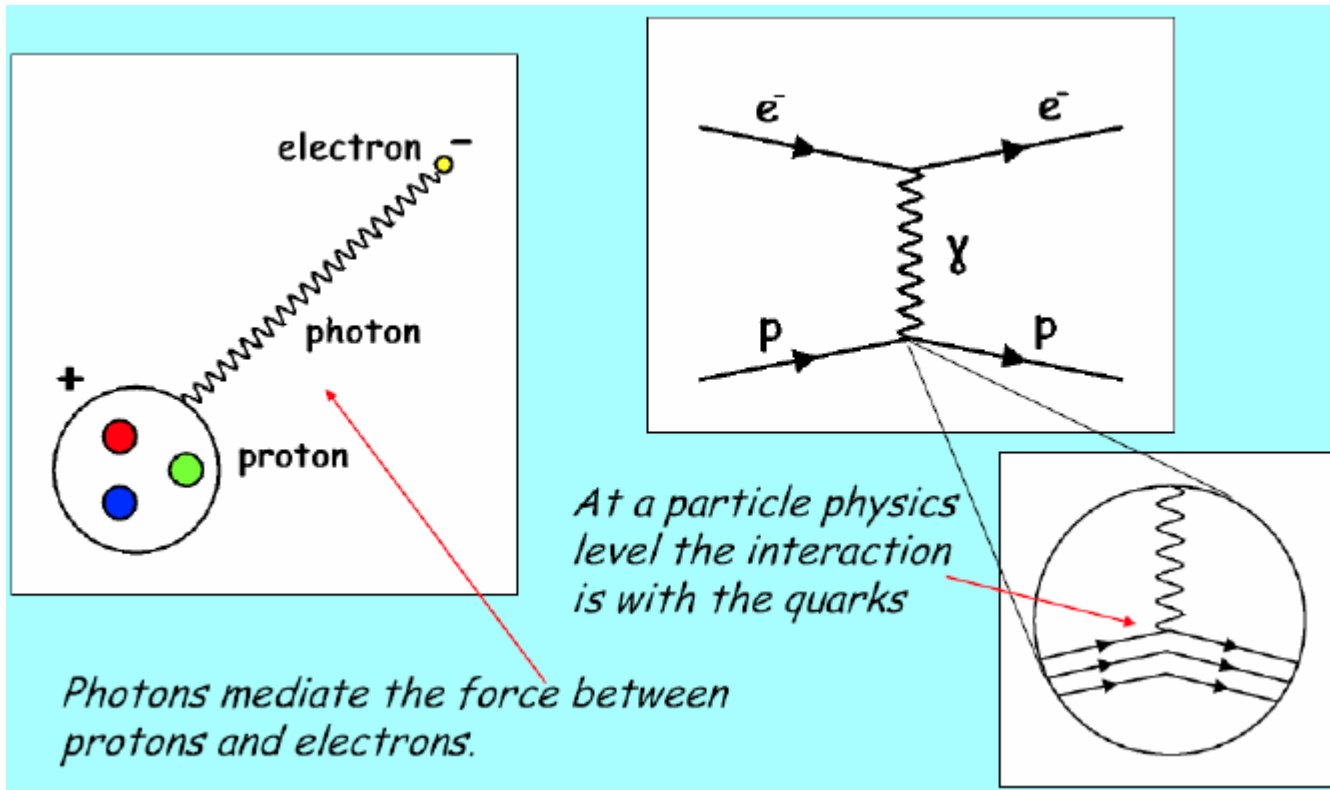


(α) Δίδυμη Γένεση

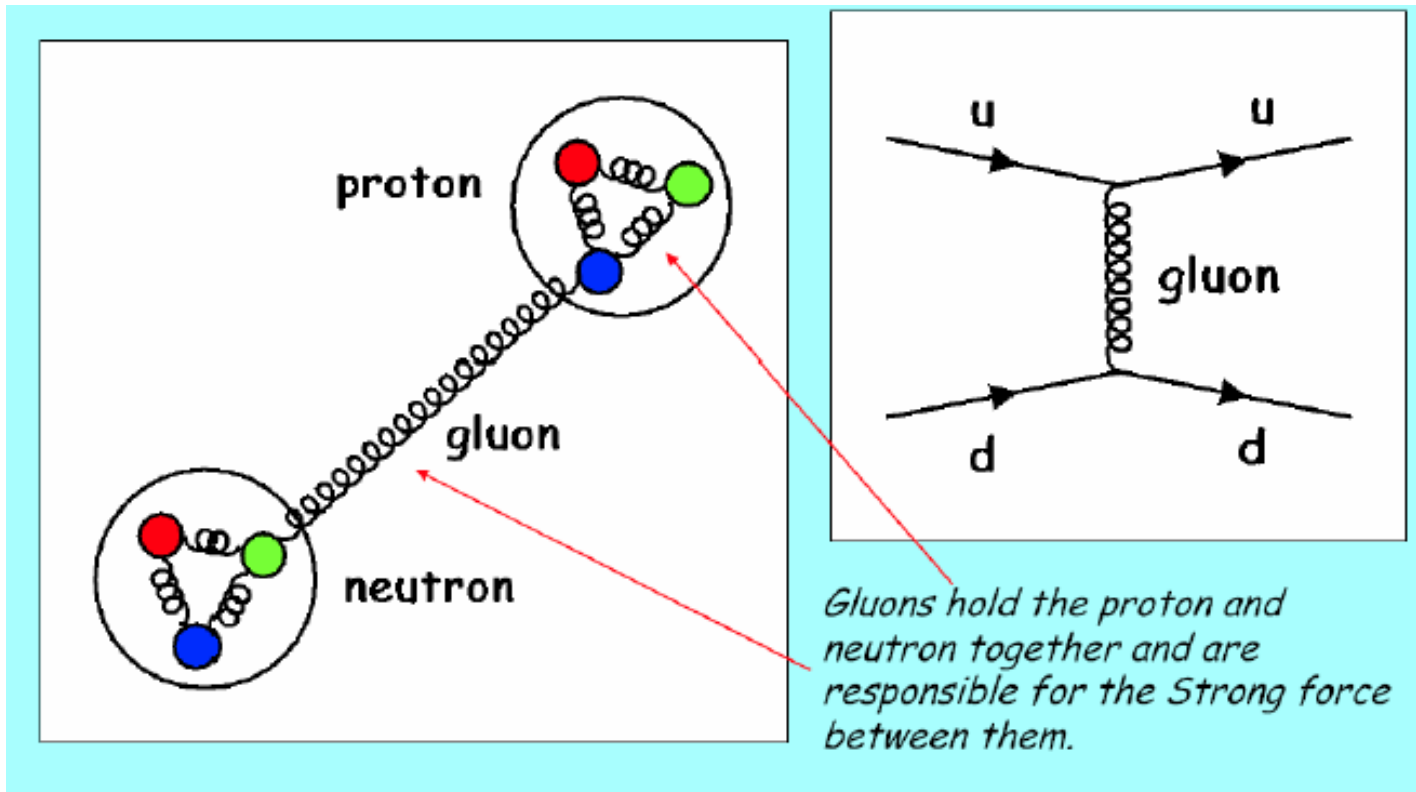
(β) Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο

(γ) Εξαϋλωση ποζιτρονίου

Ηλεκτρομαγνητικές Αλληλεπιδράσεις



Ισχυρές Αλληλεπιδράσεις

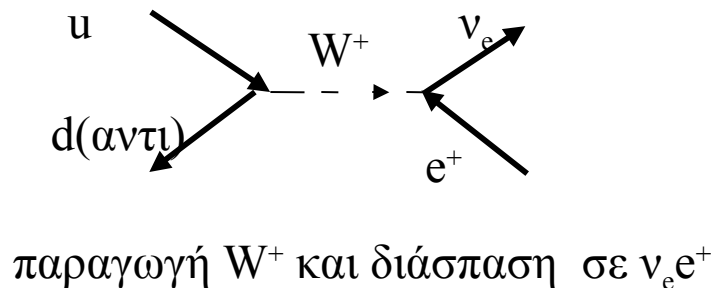
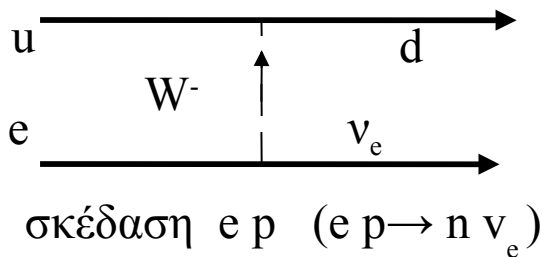


Οι διαδότες των ασθενών δυνάμεων

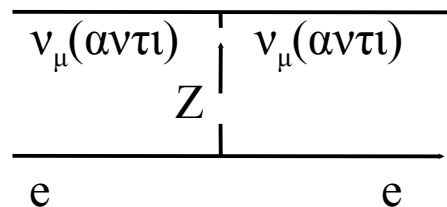
- Ανταλλαγή $W^\pm \Rightarrow$ μεταβολή του φορτίου των κουάρκ ή λεπτονίων που συμμετέχουν :

$$- u \rightarrow d, e^- \rightarrow \nu_e$$

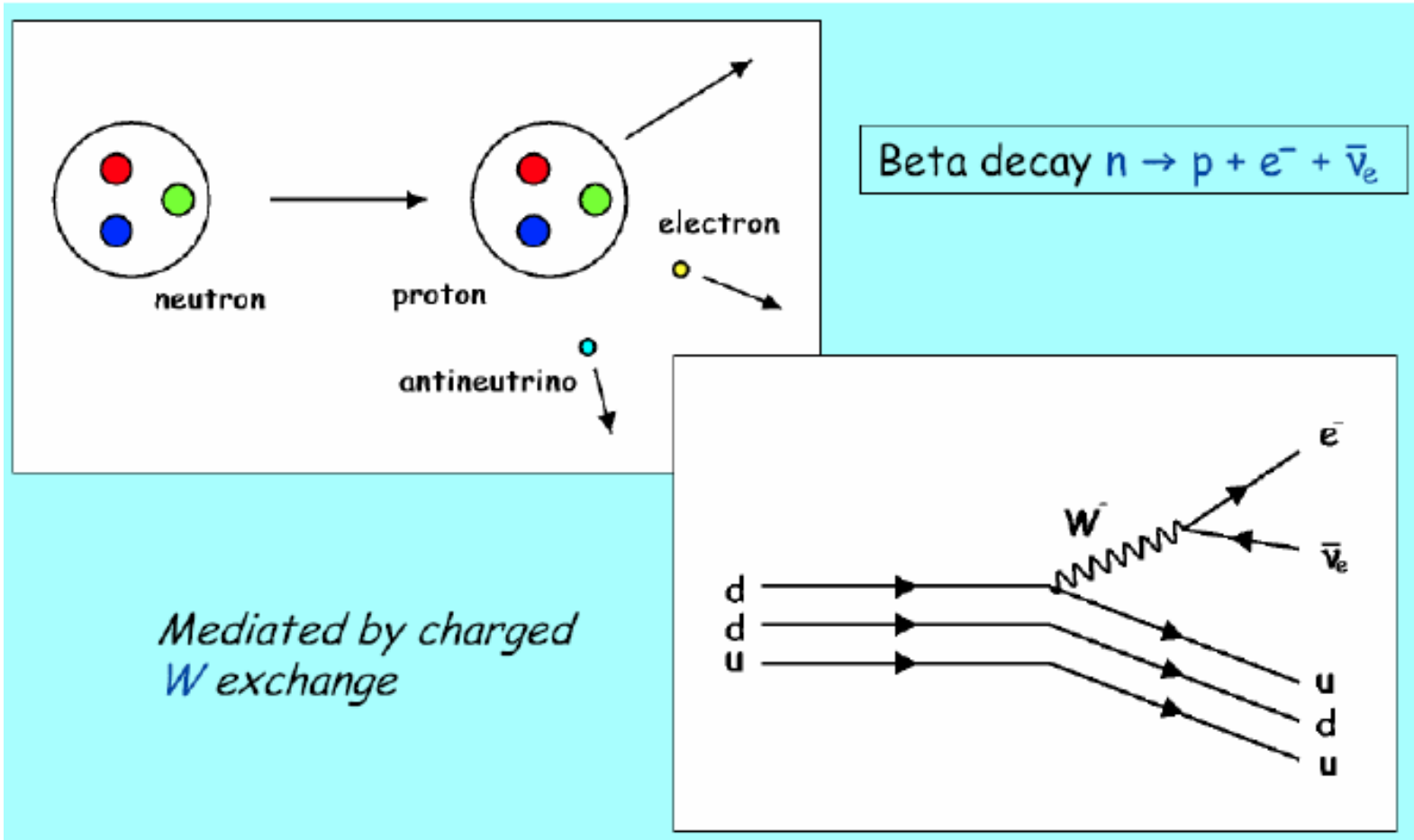
[ανταλλαγή W^- , W^+ αντίστοιχα] $\rightarrow$ φορτισμένα ασθενή ρεύματα



- Ανταλλαγή $Z^0 \rightarrow$ ουδέτερα ασθενή ρεύματα



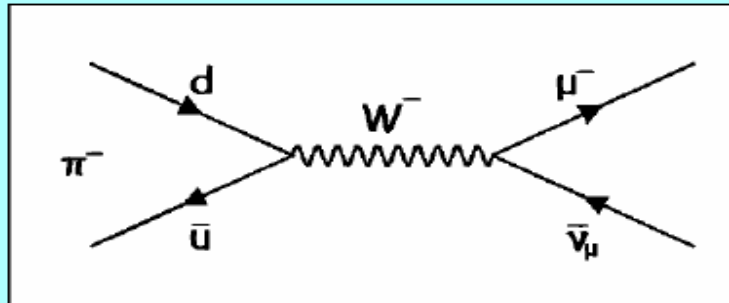
Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις



Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις

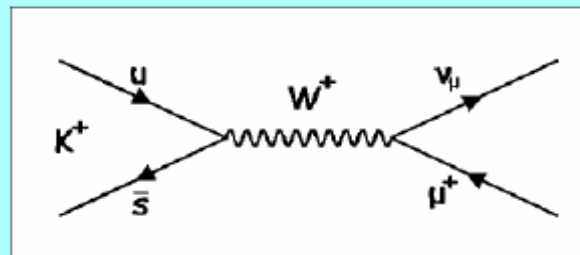
$\Delta S = 0$ (No strangeness change)

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

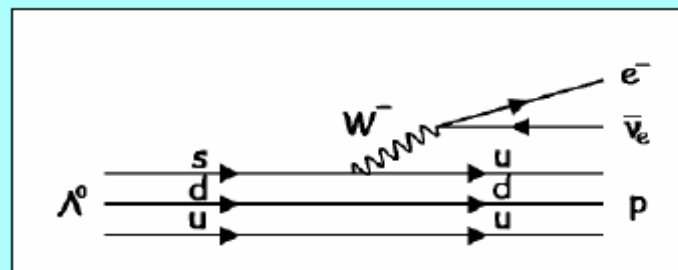


$\Delta S = 1$ (Strangeness changes)

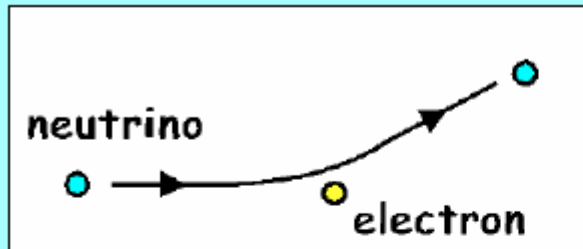
$$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$



$$\Lambda^0 \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

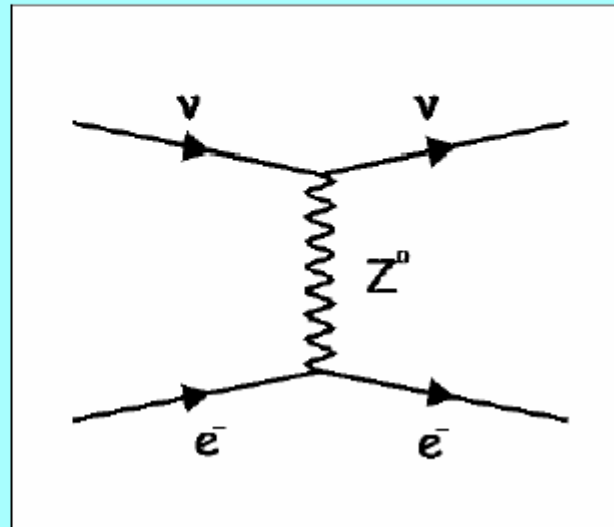


Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις



*Mediated by neutral
 Z exchange*

Neutrino scattering
off an electron



Άσκηση 1

Αυτές οι αντιδράσεις επιτρέπονται: α) Τι είδος είναι τα νετρίνα? β) Ποιά η σύσταση κουάρκ των αδρονίων, γ) Κάνετε τα διαγράμματα Feynman

$$\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu$$

$$\nu p \rightarrow n e^+$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu \nu$$

$$\nu {}^{37}_{17}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}_{18}\text{Ar} e^-$$

$$\mu^- \rightarrow e^- \nu \nu$$

$$\nu p \rightarrow \mu^- n$$

$$K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu$$

$$\nu n \rightarrow e^- p$$

$$\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ e^- \nu$$

$${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} e^- \nu$$

$$\Sigma^- \rightarrow n \mu^- \nu$$

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu$$

$$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda^0 e^+ \nu$$

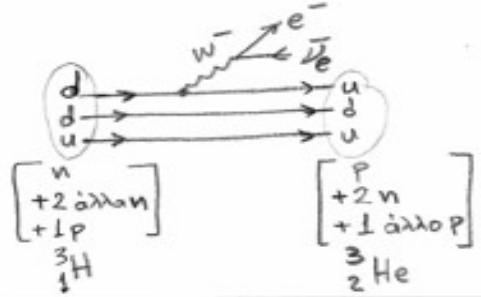
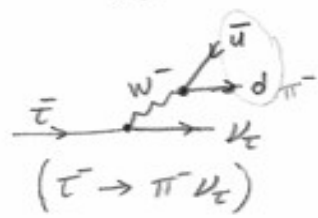
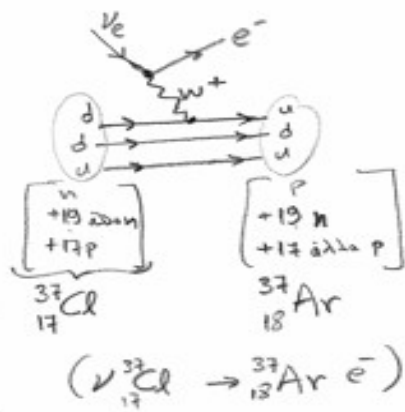
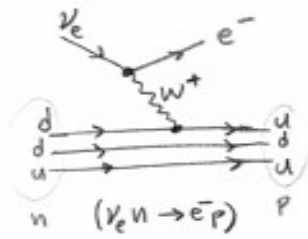
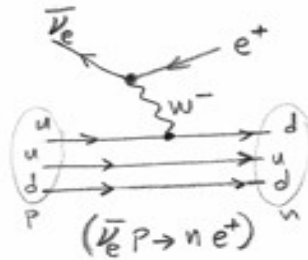
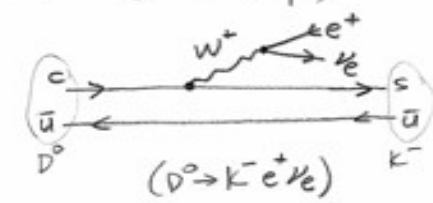
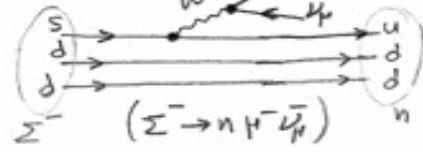
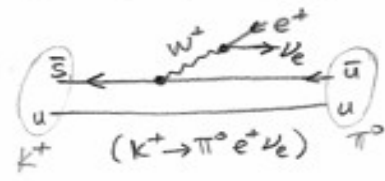
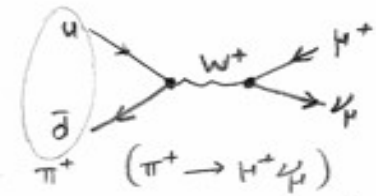
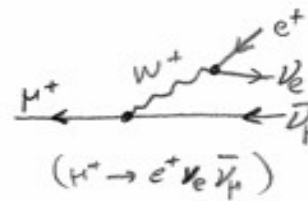
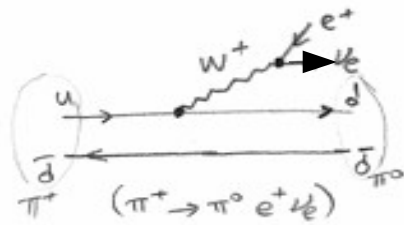
$$\pi^- \rightarrow e^- \nu$$

$$D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu$$

$$\tau^- \rightarrow \pi^- \nu$$

Άσκηση 1 - Λύση

Αυτές οι αντιδράσεις επιτρέπονται: α) Τι είδος είναι τα νετρίνα? β) Ποιά η σύσταση κουάρκ των αδρονίων, γ) Κάνετε τα διαγράμματα Feynman



ΣΗΜΕΡΙΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:

**η ύλη από αυτή τη διαφάνεια και
πέρα**

4.

Τα διαγράμματα Feynman ως
εργαλεία για τον υπολογισμό του
χρόνου ζωής ενός σωματιδίου και
της **ενεργού διατομής** μιας
αλληλεπίδρασης σωματιδίων

4α.

Ενεργός διατομή, χρόνος ζωής,
ρυθμός αντίδρασης από χρυσό
κανόνα Fermi

Χρηστικός ορισμός ενεργού διατομής, σ

1) Αν έχουμε την αντίδραση ενός βλήματος με έναν στόχο: $\alpha + X \rightarrow \text{οτιδήποτε}$, τότε:

Πιθανότητα αλληλεπίδρασης ενός βλήματος με ένα στόχο $\sigma = \frac{\sigma}{\text{επιφάνεια νεύρου φωτί ζουντα βλήματα}}$

2) Αν μια **δέσμη σωματιδίων/βλημάτων α** , που έχει **ροή Φ** σωματίδια ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα χρόνου, συγκρούεται με **ΕΝΑ** σωματίδιο τύπου X , τότε:

αν τα εισερχόμενα φωτίζουν μια επιφάνεια A γύρω από το στόχο, σε χρόνο dt θα έχουν περάσει $\Phi * A * dt$ σωματίδια γύρω από το στόχο.

και επειδή το καθένα από αυτά τα N βλήματα έχει πιθανότητα σ/A να αλληλεπιδράσει με το στόχο, τότε σε χρόνο dt ο αριθμός βλημάτων που θα αλληλεπιδράσουν με το στόχο, dN , είναι: $dN = \Phi * A * dt * (\sigma/A) = \Phi * \sigma * dt \rightarrow dN/dt = \sigma * \Phi$

$\rightarrow$ Αριθμός αλληλεπιδράσεων ανά μονάδα χρόνου = ρυθμός αλληλεπιδράσεων (R) = $\sigma * \Phi$

Οπότε μπορούμε χρηστικά να ορίσουμε την ενεργό διατομή, σ , ως τη σταθερά αναλογίας (με μονάδες επιφάνειας) μεταξύ του ρυθμού αλληλεπιδράσεων dN/dt και της ροής βλημάτων Φ .

Έτσι, η ενεργός διατομή, σ , ισούται με το ρυθμό αλληλεπιδράσεων ανά μονάδα ροής των προσπίπτων σωματιδίων και ανά σωματίδιο του στόχου

$\rightarrow$ φυσικά η ενεργός διατομή έχει μονάδες επιφάνειας

(και μπορούμε να το κάνουμε αληθινές μονάδες επιφάνειας, ακόμα κι αν μας το δίνουν σε GeV^{-2} , χρησιμοποιώντας ότι $c=30\text{cm/ns}$, και $\hbar * c = 197 \text{ MeV} * \text{fm}$)

Χρόνος ζωής (τ) και πλάτος (Γ) σωματίου

Πεπερασμένος χρόνος ζωής σημαίνει αβεβαιότητα στην τιμή της ενέργειας (μάζας) ενός σωματιδίου

- αρχής της αβεβαιότητας $\Delta E \Delta t = \hbar$,
όπου $\Delta E = (\Delta m)c^2$, και $\Delta t = \tau \rightarrow \tau = \frac{\hbar}{(\Delta m)c^2} = \frac{\hbar}{\Gamma}$
- Η διασπορά στην κατανομή της μάζας είναι το πλάτος Γ του σωματιδίου και είναι μέτρηση του χρόνου ζωής τ

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}$$

Αν βάλουμε $\hbar = 1$ στον αριθμητή, τότε ο τύπος $\tau = \hbar / \Gamma$, δίνει $\tau = 1 / \Gamma$, οπότε ο χρόνος ζωής τ θα βγεί σε μονάδες $1/\text{GeV}$. Μετά, χρησιμοποιώντας ότι $c = 30\text{cm/ns}$, και $\hbar * c = 197 \text{ MeV} * \text{fm}$ θα μπορώ εύκολα να δώσω το χρόνο σε σωστές μονάδες (sec, λεπτά, ώρες, κλπ).

- Για σωματίδια που διασπώνται με τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις, $\tau \sim 10^{-23} \text{ s}$ είναι περίπου όσο χρόνο χρειάζεται το φως για να διαπεράσει ένα αδρόνιο (διάμετρος $\sim 1\text{fm} \sim 10^{-15} \text{ m}$). Δεν μπορεί όμως να μετρηθεί μια τροχιά ενός σωματίου με χρόνο ζωής 10^{-23} s , γιατί διασπάται πριν διασχίσει κάποια παρατηρίσιμη απόσταση. Οπότε, μετρώντας τα προϊόντα της διάσπασης και χρησιμοποιώντας τις αρχές διατήρησης ενέργειας και ορμής, κατασκευάζουμε τη **μάζα (ενέργεια) του διασπώμενου σωματιδίου, η οποία έχει μια κατανομή: από το εύρος της κατανομής αυτής μπορούμε να βρούμε το Γ**

Ρυθμός διασπάσεων ή αλληλεπιδράσεων και σχέση με εύρος (Γ) σωματίου ή την ενεργό διατομή αλληλεπίδρασης (σ)

Διασπάσεις: $1/\tau =$ “1 διάσπαση ανά έναν χρόνο ζωής” =
αριθμός διασπάσεων ανά μονάδα χρόνου =
ρυθμός διασπάσεων .

Επειδή με $\hbar=1$ γράφω $1/\tau = \Gamma$, λέω ότι ο ρυθμός διάσπασης είναι ανάλογος του Γ .

Σκεδάσεις: **Ρυθμός αλληλεπιδράσεων** = $\sigma * \Phi$,
όπου Φ η ροή των βλημάτων (αριθμός βλημάτων ανά μονάδα χρόνου
και επιφάνειας)

Έτσι:

α) Στις συγκρούσεις έχουμε ότι ο **ρυθμός αλληλεπιδράσεων**
είναι ανάλογος της **ενεργού διατομής**, σ . Οπότε αν ξέρουμε το σ ,
βρίσκουμε το ρυθμό αλληλεπιδράσεων.

β) Στις διασπάσεις έχουμε ότι ο **ρυθμός αλληλεπιδράσεων** είναι
ανάλογος του **εύρους**, Γ . Οπότε αν ξέρουμε το Γ μπορούμε να
βρούμε το ρυθμό διασπάσεων, δηλαδή το χρόνο ζωής, τ .

Υπολογισμός τάξης μεγέθους ενεργών διατομών (σ) και χρόνων ζωής (τ) με χρήση στοιχείων από το “χρυσό κανόνα του Fermi”

Χρυσός Κανόνας του Fermi:

Ρυθμός αντίδρασης (δηλ. διάσπασης ή σύγκρουσης) =
|“Στοιχείο Πίνακα”|² * (πυκνότητα καταστάσεων στο “χώρο των φάσεων”)

= |“Matrix Element”|² * (συνάρτηση της διαθέσιμης ενέργειας, E , για τα προϊόντα της αντίδρασης)

=> **Ρυθμός αντίδρασης $\sim |M|^2 * \rho(E)$**

Διασπάσεις: Ρυθμός διασπάσεων = 1 σωματίδιο ανά χρόνο $\tau = 1/\tau = \Gamma$, όταν έχουμε ένα σωματίδιο.

Σκεδάσεις: Ρυθμός αντιδράσεων με έναν στόχο = ροή βλημάτων * $\sigma = \sigma$, όταν ροή βλημάτων = 1 και προσπίπτουν σε έναν στόχο. Άρα:

Διασπάσεις: $\Gamma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

Σκεδάσεις: $\sigma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

Υπολογισμός τάξης μεγέθους ενεργών διατομών (σ) και χρόνων ζωής (τ) με χρήση στοιχείων από το “χρυσό κανόνα του Fermi”

Χρυσός Κανόνας του Fermi:

Ρυθμός αντίδρασης (δηλ.διάσπασης ή σύγκρουσης) =
 $|\text{Στοιχείο Πίνακα}|^2 * (\text{πυκνότητα καταστάσεων στο χώρο των φάσεων})$
 $= |\text{Matrix Element}|^2 * (\text{συνάρτηση της διαθέσιμης ενέργειας, } E, \text{ για τα προϊόντα της αντίδρασης})$

=> **Ρυθμός αντίδρασης $\sim |M|^2 * \rho(E)$**

Διασπάσεις: $\Gamma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

Σκεδάσεις: $\sigma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

Περιγράφει πώς η αλληλεπίδραση φέρνει σύστημα από την αρχική στην τελική κατάσταση: ποιός είναι ο διαδότης, πόση τετραορμή έχει, με πόση “ισχύ” συζεύγνεται με τα αντιδρώντα και προϊόντα σωματίδια

Περιγράφει τον αριθμό διαθέσιμων καταστάσεων για τα προϊόντα, συναρτήσει της ενέργειας που έχουν διαθέσιμη τα προϊόντα

Υπολογισμός τάξης μεγέθους ενεργών διατομών (σ) και χρόνων ζωής (τ) με χρήση στοιχείων από το “χρυσό κανόνα του Fermi”

Χρυσός Κανόνας του Fermi:

Ρυθμός αντίδρασης (δηλ. διάσπασης ή σύγκρουσης) =
 $|\text{Στοιχείο Πίνακα}|^2 * (\text{πυκνότητα καταστάσεων στο χώρο των φάσεων})$
 $= |\text{Matrix Element}|^2 * (\text{συνάρτηση της διαθέσιμης ενέργειας, } E, \text{ για τα προϊόντα της αντίδρασης})$
 $\Rightarrow \text{Ρυθμός αντίδρασης} \sim |M|^2 * \rho(E)$

Διασπάσεις: $\Gamma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

Σκεδάσεις: $\sigma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

*** Όταν υπάρχει διαθέσιμη ενέργεια, δηλ. το Q της αντίδρασης είναι >0 , τότε η αντίδραση γίνεται, και μάλιστα ο παράγοντας του χώρου των φάσεων, $\rho(E)$, μεγαλώνει με το Q

*** Αν $Q < 0$, τότε $\rho(E) = 0$ και έτσι Ρυθμός $= 0$, δηλ. ΔΕΝ γίνεται η αντίδραση, όπως λέμε και από απλή διατήρηση ενέργειας!

Θα δούμε τώρα κάποια συστατικά του Matrix Element, και μετά για $\rho(E)$ θα βάζουμε τη σωστή δύναμη του E ώστε διαστατικά να βρίσκουμε σωστά τις διστάσεις του σ ή του Γ

4β.
Ρυθμός αντίδρασης,
Στοιχείο Πίνακα,
σταθερές σύζευξης στα διαγράμματα
Feynman,
και σύγκριση ενεργών διατομών και
χρόνων ζωής για διάφορες
αντιδράσεις

Δύο βασικά στοιχεία στο Στοιχείο Πίνακα, M: η ισχύς σύζευξης και ο μποζονικός διαδότης

- Μεταφορά Ενέργειας & ορμής (τετρα-ορμής): $\mathbf{q} = \mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2$ όπου P_1 = τετρα-ορμή = $\{E, p_x, p_y, p_z\}$ του σωματιδίου #1, κλπ.

$$q^2 = E^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) = E^2 - p^2$$

“Στοιχείο Πίνακα” M ή “πλάτος σκέδασης” $f(q)$:

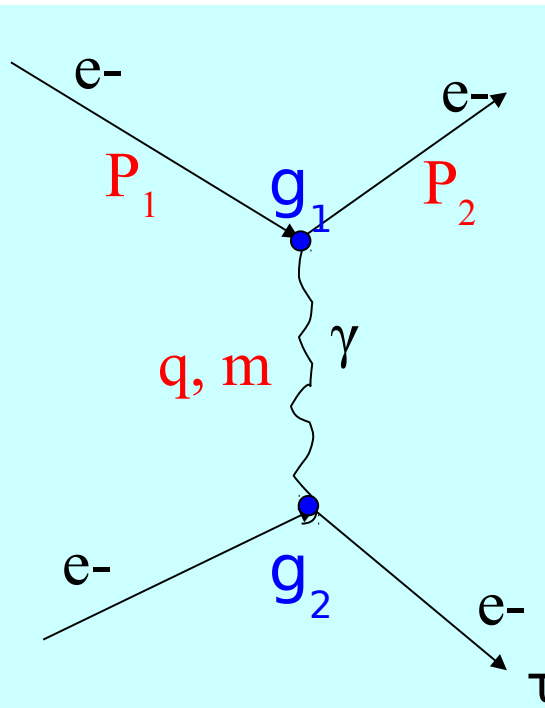
περιγράφει τη μετάβαση

από την αρχική στην τελική κατάσταση

$$M = f(q) = \frac{g_1 g_2}{q^2 - m^2}$$

-> $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2$ η ισχύς της σύζευξης του διαδότη με τα σκεδαζόμενα σωματρία. Εδώ: $\mathbf{g}_1 = \mathbf{g}_2 = \mathbf{g}$

-> $q^2 - m^2$ = πόσο διαφορά έχει η μάζα² του διαδότη στην αλληλεπίδραση αυτή (q^2), από τη φυσιολογική τιμή της μάζας² του διαδότη (m^2).
($\mathbf{q}$ =τετρα-ορμή και $\mathbf{m}$ =μάζα του διαδότη)



Ρυθμός αλληλεπιδράσεων, στοιχείο πίνακα M , και σταθερά σύζευξης g

- Ρυθμός αλληλεπιδράσεων: αριθμός μεταβάσεων από την αρχική στην τελική κατάσταση ανά μονάδα χρόνου.
- Ο ρυθμός εξαρτάται από το τετράγωνο του μέτρου του στοιχείου πίνακα M της μετάβασης: $|M|^2$

$$M = f(q) = \frac{g_1 g_2}{q^2 - m^2} = \frac{g^2}{q^2 - m^2} \quad \longrightarrow \quad |M|^2 \sim \left| \frac{g^2}{q^2 - m^2} \right|^2$$

- Σκεδάσεις σωματιδίων: ο ρυθμός αλληλεπιδράσεων είναι ανάλογος της ενεργού διατομής (σ) της αλληλεπίδρασης
- Διασπάσεις σωματιδίου με μέσο χρόνο ζωής τ πλάτος Γ :
ρυθμός διασπάσεων = $1/\tau = \Gamma / \hbar = \Gamma$ (για $\hbar = 1$)

$$\text{θυμηθήτε : } \Gamma \tau = \hbar \rightarrow \tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$$

• Οπότε: $\sigma \sim |M|^2 \sim g^4$ και $\Gamma \sim |M|^2 \sim g^4$

Ηλεκτρομαγνητικές Αλληλεπιδράσεις

Η σταθερά σύζευξης σε κάθε κόμβο των Feynman είναι $\sqrt{\alpha}$

Σταθερά λεπτής υφής: α

Μια αδιάστατη ποσότητα που μετράει την ένταση της ζεύξης.

Ο λόγος της ηλεκτροστατικής ενέργεια απώθησης δύο e σε απόσταση ίση με το ισοδύναμο μήκος Compton προς την ενέργεια που αντιστοιχεί στην μάζα ηρεμίας του e .

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{\hbar}{mc}\right)} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:

MeV για ενέργεια,

$1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$
$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Η ποσότητα $\alpha^{1/2} \sim e$ εκφράζει την πιθανότητα για την εκπομπή ή απορρόφηση ενός φωτονίου.

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = (\mu\epsilon \ 4\pi\epsilon_0 = 1 \text{ και } \hbar c = 1) \rightarrow \sqrt{\alpha} = e$$

Ηλεκτρομαγνητικές Αλληλεπιδράσεις

Η ισχύς της αλληλεπίδρασης μεταξύ φορτισμένων σωματίων και φωτονίων είναι όσο το φορτίο του ηλεκτρονίου: $g = e \sim \sqrt{\alpha}$:
(η σταθερά της λεπτής υφής α)

Σε κάθε κόμβο, ισχύς σύζευξης $\sim \sqrt{\alpha}$

Πιθανότητα σύζευξης $\sim \alpha$

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο :

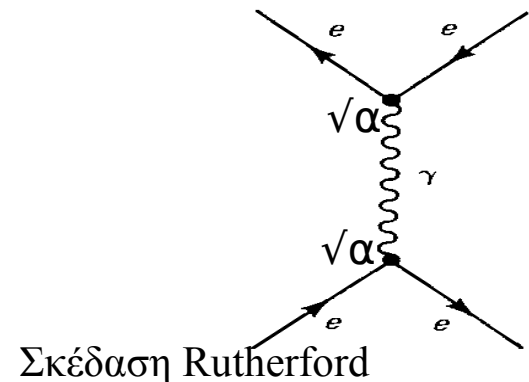
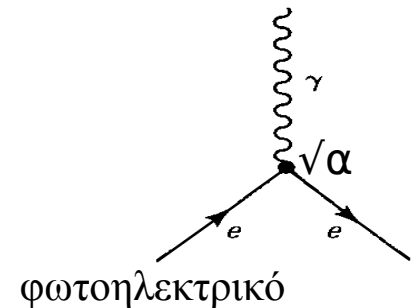
πλάτος της αλληλεπίδρασης $\sim \sqrt{\alpha}$

=> ενεργός διατομή: $\sim \alpha$ (1ης τάξης)

Σκέδαση Coulomb:

πλάτος της αλληλεπίδρασης $\sim \alpha$

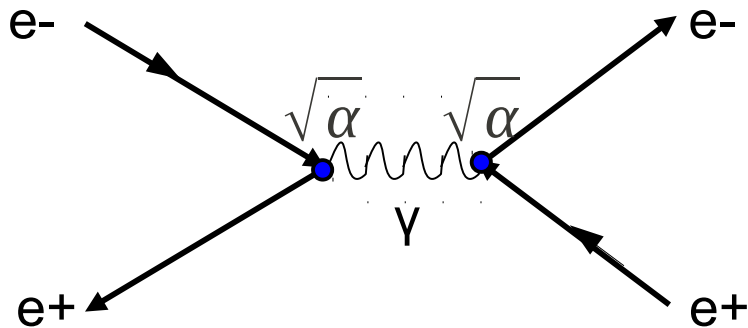
=> ενεργός διατομή: $\sim \alpha^2$ (2ης τάξης)



Άσκηση 2

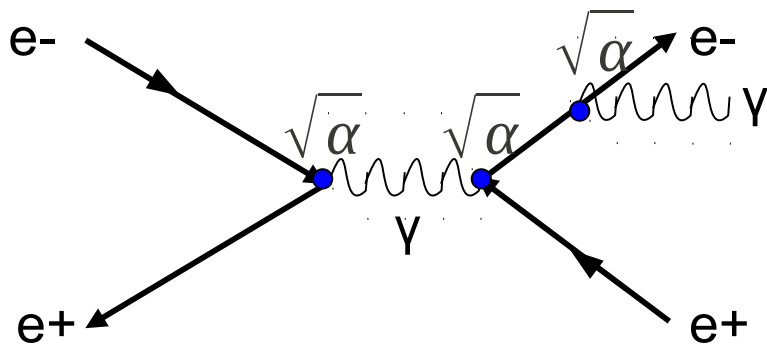
Ποιά απ'τις 2 εκδοχές είναι η πιθανότερη να γίνει; Κατά πόσο σε σχέση με την άλλη;

Διαφορά στην πιθανότητα να συμβούν οι δύο αυτές εκδοχές:



ενεργός διατομή $\sigma \sim \alpha^2$
 $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^-$

Το πάνω είναι πιθανότερο
(κατά $1/\alpha = 137$ πιθανότερο:
κάθε εκπομπή φωτονίου
κοστίζει έναν παράγοντα
 $1/\alpha=137$ μείωση στην
πιθανότητα)



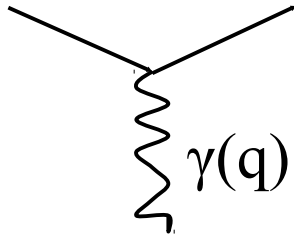
ενεργός διατομή $\sigma \sim \alpha^3$
 $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \gamma$

Οι διαδότες των ασθενών δυνάμεων

- Τα μποζόνια βαθμίδας (gauge bosons): W^+ , W^- , Z^0
- Με μάζες : W^+ , W^- : $80 \text{ GeV}/c^2$,
 Z^0 : $90 \text{ GeV}/c^2$

Ηλεκτρομαγνητικές Δυνάμεις

- κόμβος (διάγραμμα Feynman)



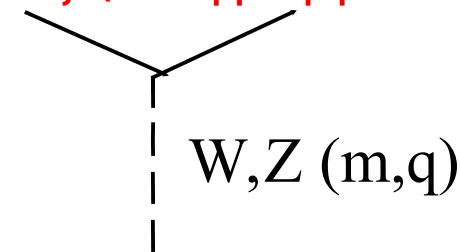
- Σταθερά Σύζευξης

$$\alpha = e^2,$$

$$\text{Στοιχείο Πίνακα, } M = f(q) = \frac{\sqrt{\alpha} \sqrt{\alpha}}{q^2}$$

Ασθενείς Δυνάμεις

- κόμβος (διάγραμμα Feynman)



- Σταθερά Σύζευξης

$$a_w = g^2,$$

$$\text{Στοιχείο Πίνακα, } M = f(q) = \frac{g^2}{q^2 - m^2}$$

Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις

Η σταθερά σύζευξης σε κάθε κόμβο είναι παρόμοια με του φωτονίου, αλλά ο όρος του διαδότη δίνει έναν τεράστιο παρονομαστή στο Matrix Element

$$f(q) = \frac{g^2}{q^2 - M_{W,Z}^2} \quad \text{Για } q^2 \rightarrow 0: |f(q)| = \left| \frac{g^2}{M_{W,Z}^2} \right| = G \simeq 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$$

Στην ενοποιημένη θεωρία των ηλεκτρομαγνητικών και των ασθενών δυνάμεων (την “ηλεκτρασθενή θεωρία” των Weinberg, Salam και Glasgow, 1968) προτάθηκε η σταθερά της σύζευξης (**g**) των W και Z με τα λεπτόνια και τα κουάρκ, να είναι σχεδόν ίση με την ηλεκτρομαγνητική σύζευξη του φωτονίου με ηλεκτρόνια (**e**). Οπότε **g = sqrt(α_{weak}) ~ sqrt($\alpha_{\text{H/M}}$) = sqrt(α) = e**

Η ασθενής σύζευξη εμφανίζεται με σταθερά **G** (τη σταθερά Fermi) που έχει μέσα και τη σύζευξη στους κόμβους και τον διαδότη: οπότε η σταθερά **G** είναι μικρότερη από την **e²** του ηλεκτρομαγνητισμού κατά $M_{W,Z}^2$ λόγω της μάζας των διαδοτών W και Z

Γνωρίζοντας τη σταθερά του Fermi, **G** (από διάφορες μετρήσεις χρόνων ζωής με χρήση του χρυσού κανόνα του Fermi, π.χ., στο χρόνο ζωής του μιονίου), Περιμένουμε:

$$M_{W,Z} = \frac{g}{\sqrt{G}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{G}} = \sqrt{\frac{\alpha}{G}} \simeq 90 \text{ GeV}$$

όπως και βρέθηκε στο CERN το 1983!

Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις

- Κουάρκς και λεπτόνια φέρουν 'ασθενές' φορτίο .
- Τα νετρίνο έχουν μόνο ασθενές: ΔΕΝ έχουν ούτε ισχυρό, ούτε ηλεκτρομαγνητικό φορτίο
- Οι ασθενείς δυνάμεις είναι 10^3 - 10^5 φορές ασθενέστερες από τις ηλεκτρομαγνητικές → μικρότερη πιθανότητα σύζευξης
- Οι μόνες που μπορούν να παραβιάζουν τις γεύσεις $\Delta C, \Delta S \neq 0$ (αλλά μέχρι $\Delta C, \Delta S = \pm 1$. Μεγαλύτερη μεταβολή είναι απίθανη)
- Περιλαμβάνουν είτε μόνο κουάρκς ή κουάρκς και λεπτόνια
- Παραδείγματα: διάσπαση νετρονίου, σκέδαση αντνετρίνο-πρωτονίου

$\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$ ($\tau \approx 10^{-10}$ sec) → ασθενής ($\Delta S=1$)

$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ ($\tau \approx 10^{-19}$ sec) → ηλεκτρομαγνητική

Βλέπω καθαρή δημιουργία νέας "γεύσης" κουάρκ: μόνο η ασθενής το κάνει αυτό.

Βλέπω γ, οπότε H/M

Χρόνος ζωής (τ), εύρος (Γ) σωματίου και σταθερές σύζευξης των διαφόρων αλληλεπιδράσεων

$\Gamma = 1/\tau = 1$ διάσπαση ανά έναν χρόνο ζωής =
αριθμός διασπάσεων ανά μονάδα χρόνου =
ρυθμός διασπάσεων:

$$\frac{1}{\tau} = \Gamma \sim a^2$$

Άρα, όπως και η ενεργός διατομή (που είναι μέτρο της πιθανότητας να γίνει μιά σκέδαση ή εξαύλωση), έτσι και το Γ είναι ανάλογο του “ a ”² (όπου η σταθερά σύζευξης “ a ” είναι = a ή a_w ή a_s , ανάλογα αν η αλληλεπίδραση είναι ηλεκτρομαγνητική, ασθενής ή ισχυρή, αντίστοιχα)

Για τις διασπάσεις που γίνονται με την ασθενή αλληλεπίδραση, μπορούμε να βάζουμε κατ’ ευθείαν $\Gamma \sim G^2$

→ το G είναι μια σταθερά με μονάδες $[E]^{-2}$ γιατί περιέχει και τη σύζευξη στους κόμβους του διαγράμματος Feynman (που είναι αδιάστατη) και τον παρονομαστή M_w^2 από τον διαδότη W :

$$G = a_w^2 / M_w^2$$

Άσκηση 3

Συγκρίνετε τις σταθερές σύζευξης για τις εξής διασπάσεις

- $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$ $\tau = 10^{-23} \text{ sec}$
- $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ $\tau = 10^{-19} \text{ sec}$
- $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$ $(\tau \approx 10^{-10} \text{ sec})$

=> σημειώσεις στοιχειωδών, παράγραφος 1.8.

Άσκηση 3 – λύση

και Ισχυρές Αλληλεπιδράσεις

- Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις συμβαίνουν μεταξύ κουάρκ

1. $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$ $\tau = \hbar/\Gamma \rightarrow 10^{-23}$ sec

2. $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$, $\tau = 10^{-19}$ sec

$$\Rightarrow \hbar/\tau = \Gamma \sim \alpha^2 \quad \rightarrow \quad \Gamma_1/\Gamma_2 = (\alpha_1/\alpha_2)^2 \quad \rightarrow \quad \tau_2/\tau_1 = (\alpha_1/\alpha_2)^2$$

$\Rightarrow$ Από τους χρόνους ζωής καταλαβαίνω ότι $\alpha_1 = \alpha_{\text{strong}} = \alpha_s$, και $\alpha_2 = \alpha_{\text{ηλεκτρομαγνητικό}} = \alpha$

$$\Rightarrow (\alpha_s/\alpha) = (10^{-19}/10^{-23})^{1/2} \approx 100$$

Όπου : $\alpha_s = g_s^2/4\pi\hbar c$, g_s είναι το αντίστοιχο φορτίο για τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις: **χρώμα** $\Leftrightarrow$ ισχυρό φορτίο

$\Rightarrow$ Κουάρκ : **Red**, **Green**, **Blue** (R, G, B)

$\Rightarrow$ Αντικουάρκ: anti-**Red**, anti-**Green**, anti-**Blue** : R(bar), G(bar), B(bar)

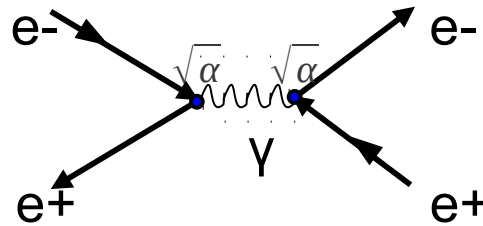
Βασικά χαρακτηριστικά των δυνάμεων

	Ισχυρή	Ασθενής	Ηλεκτρο- μαγνητική	Βαρυτική
Σταθερά σύζευξης	$a_s = 0.1-1$	$G = G_F = 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$	$a = 1/137$	$KM^2/\hbar c = 0.5 \times 10^{-38}$
Τυπική ενεργός διατομή	10 mb	10 pb	10^{-2} mb	
Τυπικός χρόνος ζωής (sec)	10^{-23}	$10^{-10} - 10^{-8}$ (στις ασθενείς υπάρχουν μεγάλες διαφοροποιήσεις στους χρόνους ζωής)	10^{-20}	

Ο χρόνος ζωής είναι ένδειξη για το ποιά αλληλεπίδραση είναι υπεύθυνη για τη διάσπαση, και τι “α” (σταθερά σύζευξης) έχει αυτή η αλληλεπίδραση. Να έχετε υπ’ όψιν σας αυτές τις τάξεις μεγέθους.

Άσκηση 4: $\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)$

Γράψτε την εξάρτηση της ενεργού διατομής από τη σταθερά σύζευξης και τη ενέργεια της σύγκρουσης στο κέντρο μάζας για την αλληλεπίδραση εξαύλωσης $e^+ e^-$ και δημιουργίας $\mu^+ \mu^-$: $e^+ e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$



$$\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-) \sim |M|^2 * \rho(E) = (\alpha/q^2)^2 * E_{cm}^k = (\alpha/E_{cm}^2)^2 * E_{cm}^k = \alpha^2 * E_{cm}^{-2}$$

Το α είναι αδιάστατο και το α^2 είναι από τους 2 κόμβους στο διάγραμμα Feynman.

Το $q^2 = (P_{e^-} + P_{e^+})^2 = (\text{Ολική ενέργεια})^2 - (\text{Ολική ορμή})^2 = E_{cm}^2$, γιατί η ολική ορμή είναι μηδέν στο σύστημα του κέντρου μάζας.

Η **δύναμη** στην ενέργεια σύγκρουσης στο κέντρο μάζας, E_{cm} (που είναι η ενέργεια που είναι διαθέσιμη στα προϊόντα όταν θεωρούμε τις μάζες πολύ μικρές) είναι **"-2"**, γιατί:

$$[\text{Ενεργός Διατομή}] = [\text{Επιφάνεια}] = [E]^{-2}$$

$$\text{Αφού } E * t = \hbar = 1, \text{ έχουμε ότι: } [t] = 1 / [E]$$

$$\text{και αφού } c = 1, \text{ έχουμε ότι: } [\text{Μήκος}] = [\text{Χρόνος}] = 1 / [E]$$

Άσκηση 5: $\Gamma (\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \nu)$

Γράψτε το είδος των νετρίνων, φτιάξτε το διάγραμμα Feynman, και βρείτε την εξάρτηση του ρυθμού διάσπασης Γ από τη σταθερά σύζευξης και τη διάσπαση του ταυ σε μίονο, αν θεωρήσετε τις μάζες των προϊόντων αμελητέες

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \nu) \sim |M|^2 * \rho(E) \sim (\alpha_w / M_w^2)^2 * m_\tau^5 \sim G^2 * m_\tau^5$$

Το α_w είναι αδιάστατο, αλλά στις ασθενείς έρχεται μαζί με το M_w^2 στον παρονομαστή στον όρο του διαδότη. Είναι α_w^2 από τους 2 κόμβους στο διάγραμμα Feynman.

Το $G = \alpha_w / M_w^2$ είναι η σταθερά Fermi που έχει διαστάσεις $[E]^{-2}$. Οποτε η δύναμη στη μάζα του ταυ (που είναι η ενέργεια που είναι διαθέσιμη στα προϊόντα όταν θεωρούμε τις μάζες τους πολύ μικρές) είναι "5",

γιατί:

$$[\text{Εύρος σωματιδίου}, \Gamma] = [E]$$

5.

Ακόμα κι αν επιτρέπεται μια
αντίδραση,
έχοντας ελέγξει φορτίο, ενέργεια,
λεπτονικούς και βαρυονικούς
αριθμούς,
ελέγχοντας τη διατήρηση της
στροφορμής μπορεί να δούμε ότι δεν
επιτρέπεται λόγω της απαγορευτικής
αρχής του Pauli

Κβαντικός αριθμός της “ομοτιμίας” (=“parity”)

Ο τρόπος που συμπεριφέρεται η κυματοσυνάρτηση ενός συστήματος (ένα ή περισσότερα σωματίδια) σε αναστροφή του χώρου (που είναι το αποτέλεσμα της εφαρμογής του τελεστή της ομοτιμίας/parity, P , πάνω της) μπορεί να ορίσει κι άλλον έναν κβαντικό αριθμό: την **ομοτιμία ή parity**

Αν η δράση της πάριτυ κάνει την κυματοσυνάρτηση $+1$ ή -1 φορές, ό,τι ήταν, λέμε ότι η κυματοσυνάρτηση έχει “καθορισμένη πάριτυ”:

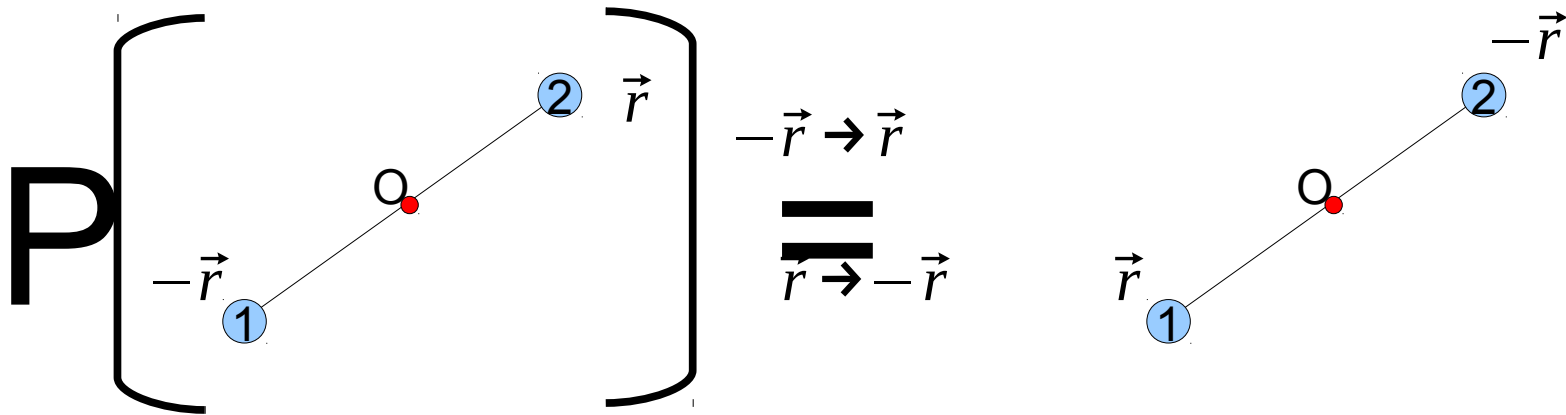
$$P(\vec{r}) = -\vec{r} \left\{ \begin{array}{l} P(\psi(\vec{r})) = \psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r}) : \text{άρτια συνάρτηση} \rightarrow \text{Parity} = +1 \\ P(\psi(\vec{r})) = \psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r}) : \text{περιττή συνάρτηση} \rightarrow \text{Parity} = -1 \end{array} \right.$$

Για κεντρικά δυναμικά, **το κομμάτι της κυματοσυνάρτησης που περιγράφει το χώρο ($\psi_{\text{χώρου}}$) γράφεται** $\psi(\vec{r}) = R(r) Y(\theta, \varphi)$

Αφού η $R(r)$ δεν αλλάζει, και η τιμή της πάριτυ της $\psi_{\text{χώρου}}$ βρίσκεται από τις σφαιρικές συναρτήσεις Y_{lm} :

$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r} : P(Y(\theta, \varphi)) = Y(\pi - \theta, \pi + \varphi) = (-1)^l Y(\theta, \varphi), \text{ οπότε: } \text{Parity} = (-1)^l$$

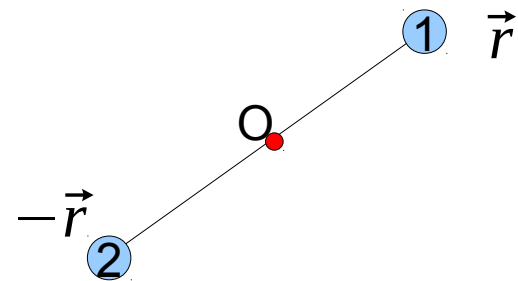
Parity: για την κυματοσυνάρτηση δύο ταυτόσημων σωματιδίων, η αναστροφή του χώρου είναι ίδια με την ανταλλαγή τους



Με την εφαρμογή της πάριτυ πάνω στην αριστερή κατάσταση

(το #1 στη θέση $-r$, και το #2 στη θέση r)
έχουμε το #1 στη θέση r , και το #2 στη θέση $-r$:

→ ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα έχουμε και με την ανταλλαγή των σωματιδίων #1 και #2



Αν ένα σύστημα έχει καθορισμένη ισοτιμία, ομοτιμία (parity), αυτή είναι είτε είναι +1 είτε -1, οπότε το $|\psi|^2$ μένει αμετάβλητο στη δράση της ομοτιμίας (δηλ. της αντιστροφής του χώρου), οπότε η πιθανότητα ανά μονάδα όγκου μένει αμετάβλητη.

Ερώτηση:
επηρεάζει η ομοτιμία κάτι
μετρήσιμο/παρατηρίσιμο;

→ Βεβαίως και ναι.

Parity: η αναστροφή του χώρου και η γενικευμένη Αρχή του Pauli

Η απαγορευτική αρχή του Pauli

και η μη διακρισιμότητα των ταυτόσημων σωματιδίων στην Κβαντομηχανική

Στην «ρίζα» της γενικευμένης αρχής του Pauli βρίσκεται το θεμελιώδες γεγονός ότι στην Κβαντομηχανική τα ταυτόσημα σωματίδια που ανήκουν στο ίδιο φυσικό σύστημα (π.χ. ένα άτομο) είναι μη διακρίσιμα διότι περιγράφονται από αλληλοεπικαλυπτόμενες κυματοσυναρτήσεις, κι επομένως είναι αδύνατον να πούμε ποιο είναι το #1 ποιο είναι το #2 κ.ο.κ. Αυτή η αδυναμία διάκρισης διασφαλίζεται κβαντομηχανικά μόνο με κύματοσυναρτήσεις $\psi(x_1, x_2)$ που είναι συμμετρικές [$\psi(x_2, x_1) = \psi(x_1, x_2)$] ή αντισυμμετρικές [$\psi(x_2, x_1) = -\psi(x_1, x_2)$] κι επομένως οδηγούν σε πιθανότητα $|\psi(x_1, x_2)|^2$ που είναι συμμετρική στην εναλλαγή $x_1 \leftrightarrow x_2$ κι άρα δεν επιτρέπει τη διάκριση των δύο σωματιδίων.

ΜΕΛΕΤΗ: Σ. Τραχανά, Κβαντομηχανική I, σελ. 468 – 480.

Όλα τα σωματίδια με ακέραιο σπιν ($s=0, 1, 2, \dots$) - τα αποκαλούμενα **μποζόνια** - περιγράφονται από **συμμετρικές κυματοσυναρτήσεις** (**Parity = +1**), ενώ

όλα τα σωματίδια με ημι-ακέραιο σπιν ($s=1/2, 3/2, \dots$) - τα αποκαλούμενα **φερμιόνια** - περιγράφονται από **αντισυμμετρικές κυματοσυναρτήσεις** (**Parity = -1**)

(είδαμε σε παλαιότερο μάθημα, πώς αυτή η αρχή δεν αφήνει ταυτόσημα φερμιόνια με σπίν=1/2 να έχουν όλους τους κβαντικούς αριθμούς ίδιους → εξήγηση της κατανομής των ηλεκτρονίων των ατόμων και των νουκελονίων των πυτήνων σε διάφορες “στάθμες”)

Parity και η Αρχή του Pauli : ο κόσμος των μποζονίων και των φερμιονίων

Το σπιν και η γενικευμένη αρχή του Pauli

Φερμιόνια και Μποζόνια:

Οι δύο θεμελιώδεις κατηγορίες σωματιδίων και ο ρόλος τους στη φύση

	Σπιν	Είδος συμπεριφοράς	Ποια είναι ποια	...και γιατί
→ Φερμιόνια	Ημιακέραιο $s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$	«Ατομικιστική» Υπόκειται στην αρχή του Pauli (είναι αδύνατη η συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση). Περιγράφονται από <u>αντισυμμετρικές κυμ/σεις</u> .	Όλα τα σωματίδια <u>δομικοί λίθοι</u> της ύλης. (e, p, n, ν κουάρκς). Όλα έχουν $s = \frac{1}{2}$	Διαφορετικά θα ήταν δυνατή η απεριόριστη συσσώρευσή τους στην ίδια περιοχή του χώρου υπό την επίδραση των αμοιβαίων έλξεων, με αποτέλεσμα την πλήρη κατάρρευση της ύλης σε μια «σταγόνα» άπειρης πυκνότητας.
→ Μποζόνια	Ακέραιο $s = 0, 1, 2, \dots$	«Κολλεκτιβιστική» Δεν υπόκειται στην αρχή του Pauli (Είναι δυνατή η απεριόριστη συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση) περιγράφονται από <u>συμμετρικές κυμ/σεις</u> .	Όλα τα σωματίδια <u>φορείς δυνάμεων</u> της φύσης (γ , $w^\pm$, z , γλοιόνια, βαρυτόνιο). Όλα έχουν $s = 1$ πλὴν του βαρυτονίου που (εικάζεται ότι) έχει $s = 2$.	Έτσι είναι δυνατή η απεριόριστη συνύπαρξη τους στην ίδια κβαντική κατάσταση και η δημιουργία μ' αυτό τον τρόπο ενός μακροσκοπικού πεδίου δυνάμεων (ΗΜ πεδίο, πεδίο βαρύτητας, πυρηνικά πεδία).

Εφαρμογή της ιδιότητας της **συμμετρίας** της κυματοσυνάρτησης **δύο ταυτόσημων**

μποζονίων $\rightarrow \psi(1,2) = \psi(2,1)$ συμμετρική

$$\Psi = \Psi_{\alpha}(\text{χώρου}) * \Psi_{\beta}(\text{σπιν})$$

ως προς την εναλλαγή τους.

- Παράδειγμα : η διάσπαση του μεσονίου $\rho^0 \rightarrow 2\pi^0$

$$\rho^0 : \text{σπιν} = 1, l=0 \Rightarrow J=1$$

$$\pi^0 : \text{σπιν} = 0, l=0 \Rightarrow J=0 \Rightarrow \text{ταυτόσημα μποζόνια}$$

$$J \text{ διατηρείται} \Rightarrow l_{\text{σχετ}} [(\pi^0_1) + (\pi^0_2)] = 1 = J(\rho^0) = 1$$

Το σπιν των π^0 είναι μηδέν, οπότε:

$$\text{Η } \Psi_{\beta(\text{σπιν})}(1,2) \text{ συμμετρική} \Rightarrow \Psi_{\alpha(\text{χώρου})}(1,2) \text{ πρέπει να}$$

είναι **συμμετρική** $\Rightarrow l$ άρτιο $\Rightarrow J \neq 1 \Rightarrow$ **Μη διατήρηση της ολικής στροφορμής**

$\Rightarrow$ Η διάσπαση $\rho^0 \rightarrow 2\pi^0$ **απαγορεύεται**

Ενώ η διάσπαση $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \rightarrow$ **μη ταυτόσημα σωματία επιτρέπεται**