

Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου)

Τμήμα Τ2: Κ. Κορδάς & Δ. Σαμψωνίδης

Μάθημα 15 α-διάσπαση

Κ. Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη

Σήμερα

- **α-διάσπαση**

- Βιβλίο C&G, Κεφ. 6, παρ. 6.1 και 6.2
- Βιβλίο Χ. Ελευθεριάση, κεφ. 5, παρ. 5.2 και 5.3
- Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 5, παρ 5.1

- **Ιστοσελίδα:** <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

Έχουμε ήδη δει το πρότυπο της υγρής σταγόνας για την πρόβλεψη της ενέργειας σύνδεσης (και έτσι της μάζας) ενός πυρηνά.

Αυτό ήταν πολύ χρήσιμο για να εξηγήσουμε:

α) την **κοιλάδα β-σταθερότητας**
(= ποιό είναι το σταθερότερο Z για κάθε συγκεκριμένο A)

και

β) την **ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο**
(=έχοντας διαλέξει το σταθερότερο Z για κάθε A , ποιό είναι το σταθερότερο A από όλα;)

Κοιλιάδα β-σταθερότητας

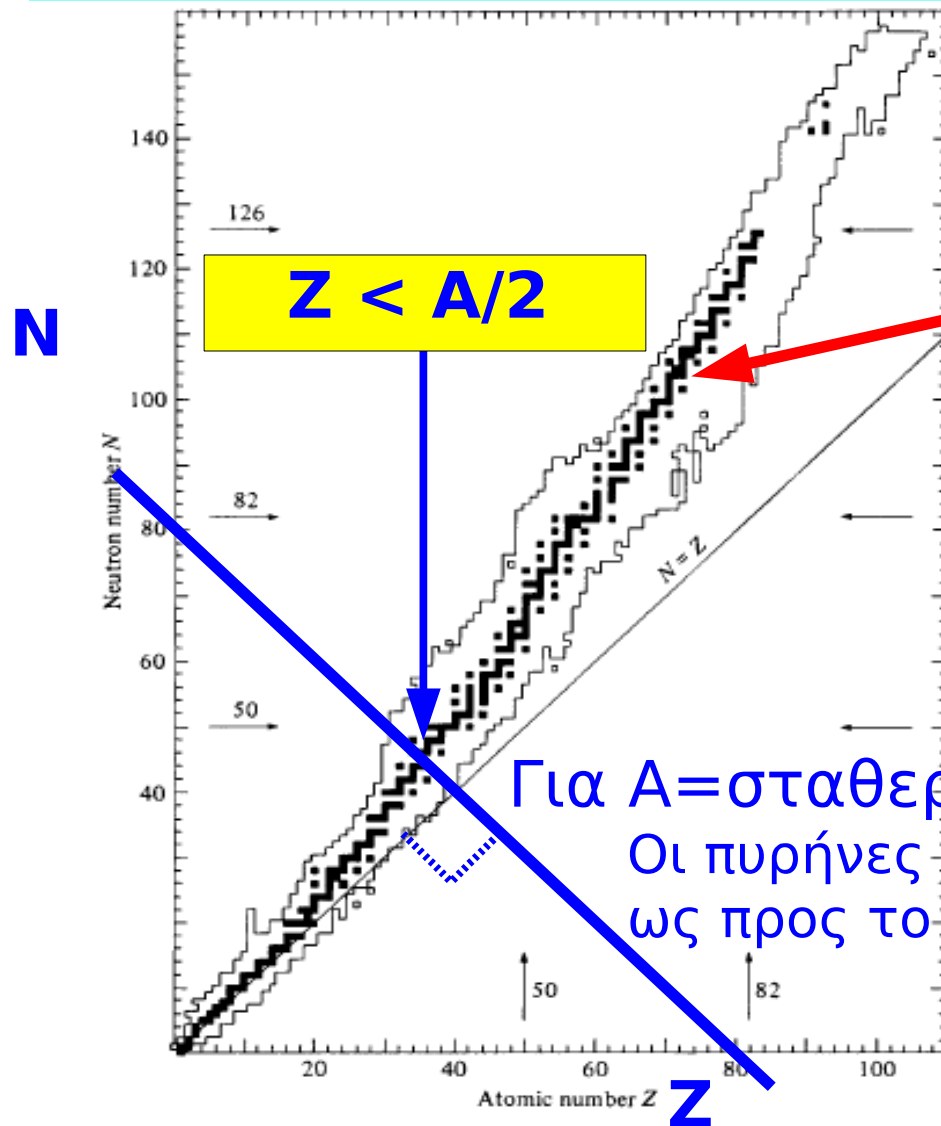
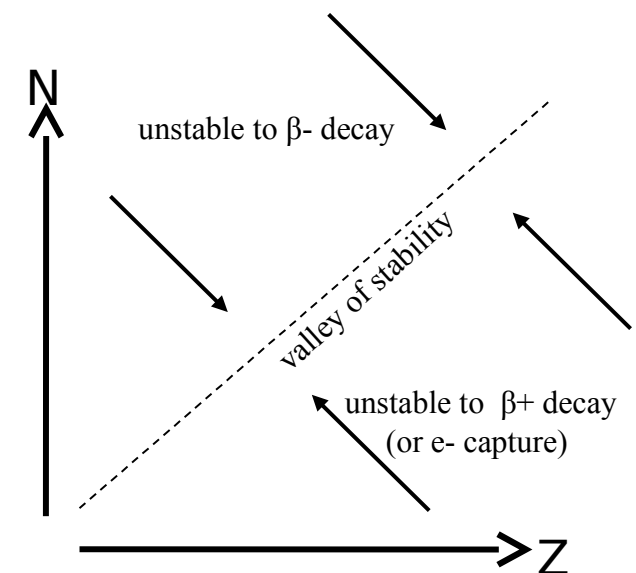


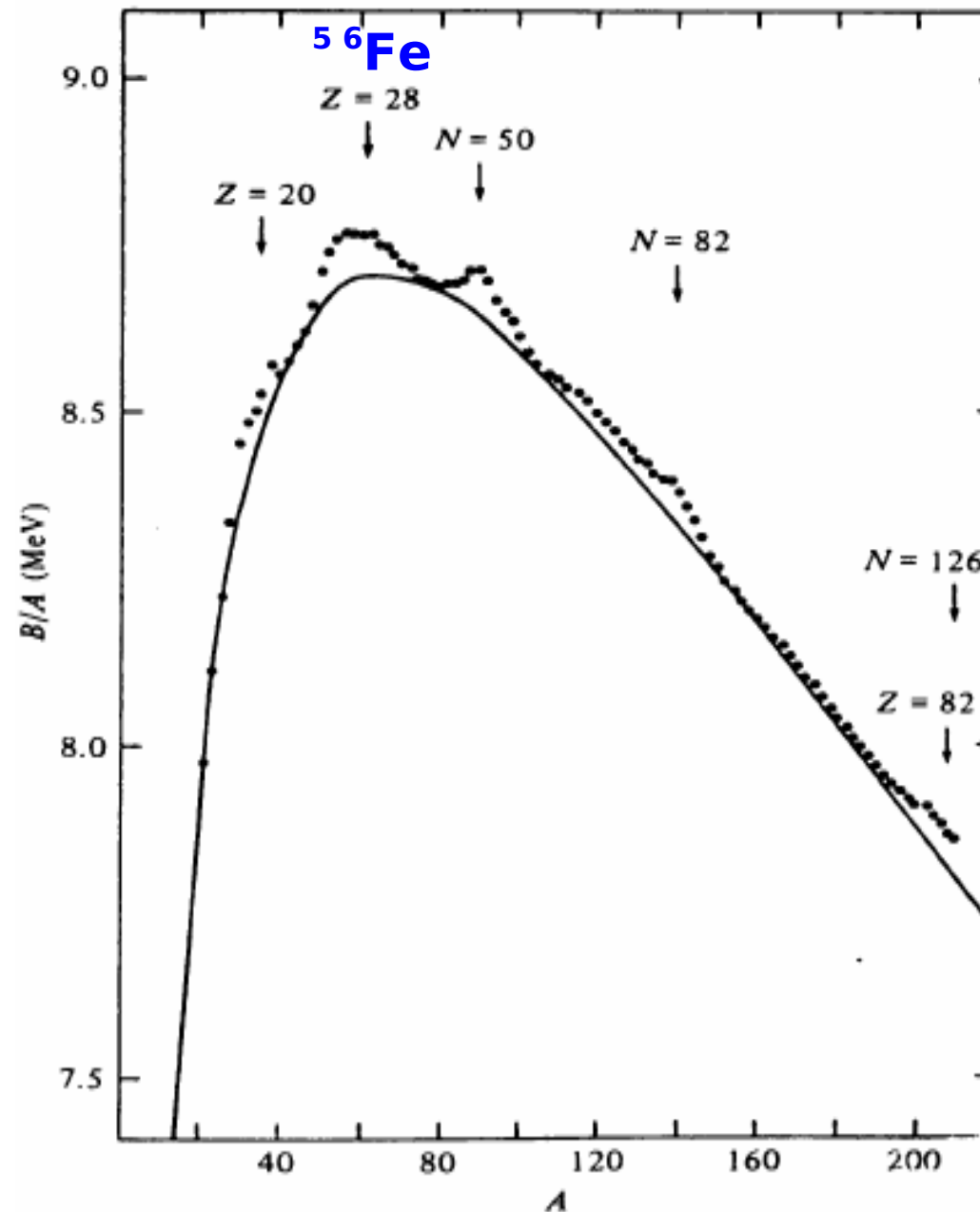
Fig. 4.6 The β -stability valley. Filled squares denote the stable nuclei and long-lived nuclei occurring in nature. Neighbouring nuclei are unstable. Those for which data on masses and mean lives are known fill the area bounded by the lines. For the most part these unstable nuclei have been made artificially. (Data taken from *Chart of the Nuclides* (1977), Schenectady: General Electric Company.)

Σχήμα 4.6 στο βιβλίο σας

- Για κάθε A , τα β -σταθερά νουκλίδια είναι στη μαύρη ζώνη ("κοιλιάδα σταθερότητας" - "valley of stability"). Αυτά που είναι μακριά απ'την κοιλιάδα, πάνε προς αυτήν με διασπάσεις β^+ ($= e^+$) ή β^- ($= e^-$)



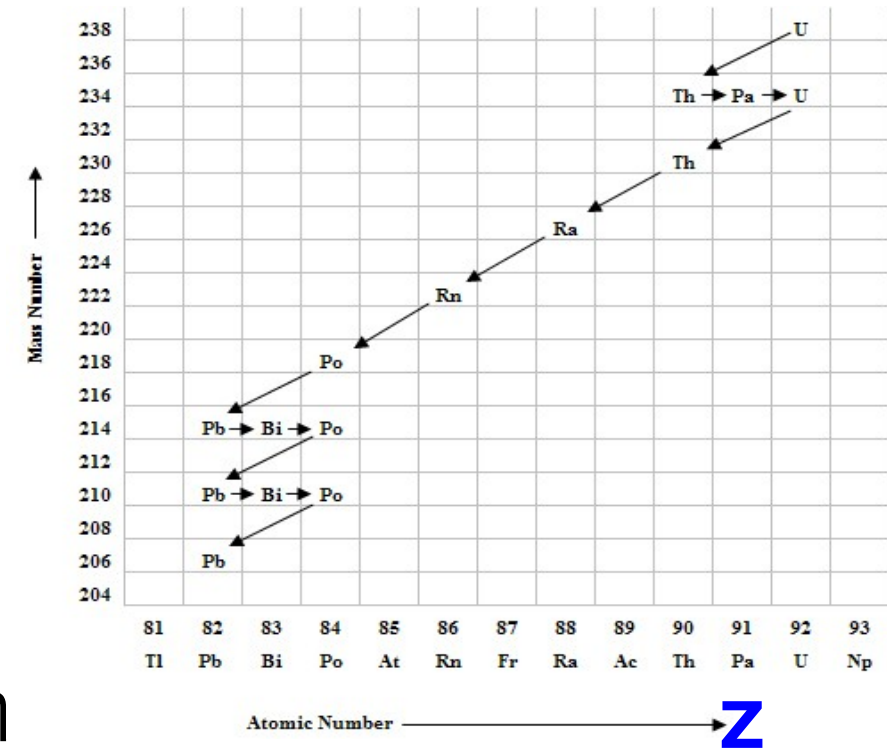
Ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο



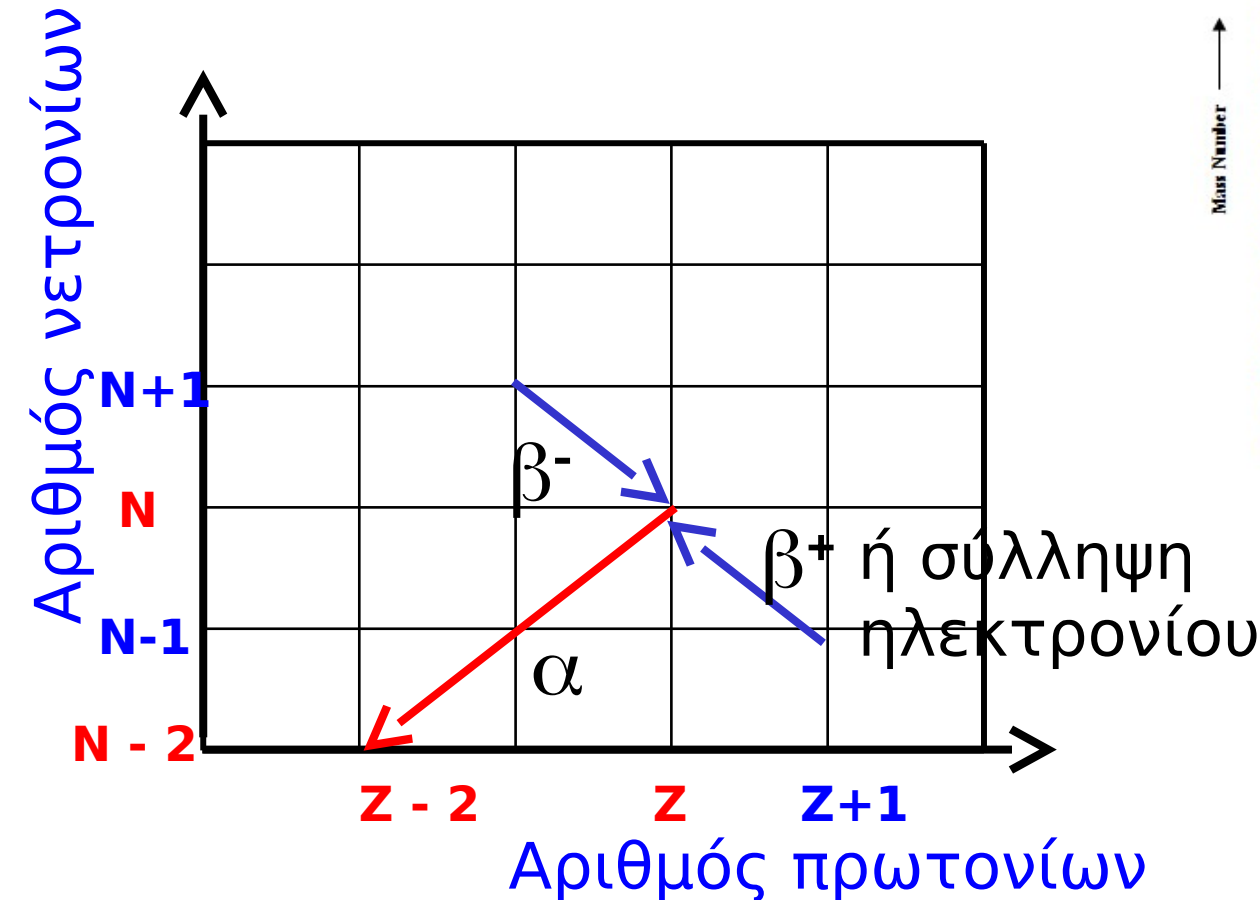
α και β διάσπαση: οι πυρήνες αλλάζουν - Ραδιενεργές σειρές

Η α διάσπαση μας μεταφέρει πάνω-κάτω στην κοιλάδα σταθερότητας
Η β διάσπαση μας μεταφέρει προς την κοιλάδα σταθερότητας

Ραδιενεργή σειρά του $^{238}_{92}\text{U}$



Υπάρχουν επίσης οι σειρές των:
 $^{237}_{93}\text{Np}$, $^{235}_{92}\text{U}$, $^{235}_{90}\text{Th}$



Ραδιενεργές σειρές

Το βαρύτερο σταθερό πυρηνικό σύστημα είναι ο μόλυβδος-208 ($^{208}_{82}\text{Pb}$)

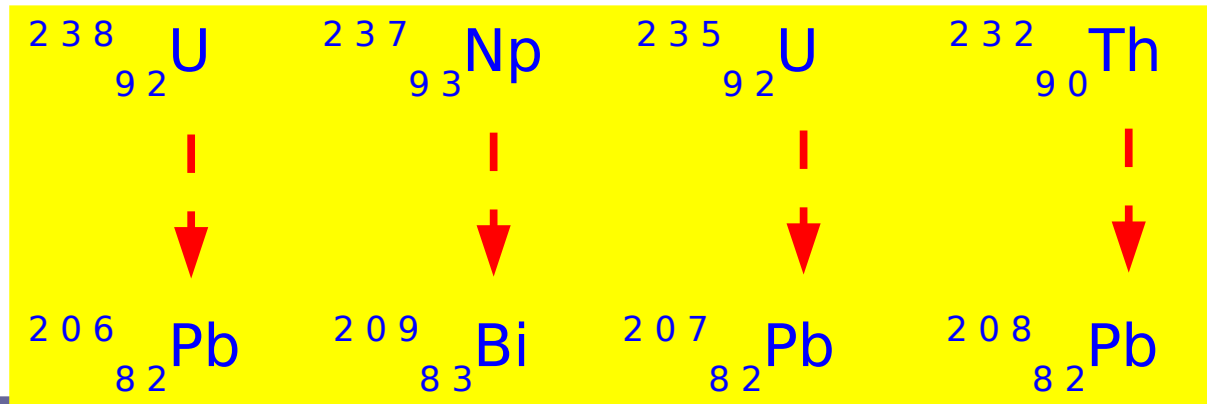
Τα στοιχεία με $Z > 82$ διασπώνται αυθόρμητα με διαδοχικές διασπάσεις άλφα ή βήτα μέχρι να καταλήξουν σε σταθερούς πυρήνες με $Z \leq 82$.

Τα ραδιενεργά ισότοπα με $Z > 82$ κατατάσσονται σε τέσσερις διακριτές κατηγορίες, που ονομάζονται “**ραδιενεργές σειρές**”, καθεμία από τις οποίες αντιπροσωπεύει τη σταδιακή αποδιέγερση του μακροβιότερου πυρήνα της σειράς

($^{232}_{90}\text{Th}$, $^{237}_{93}\text{Np}$, $^{238}_{92}\text{U}$ και του $^{235}_{92}\text{U}$):

“σειρά του Θορίου”, “σειρά του Ποσειδωνίου”, “σειρά του Ουρανίου” και “σειρά του Ακτινίου” (το Ακτίνιο είναι μέλος της σειράς του $^{235}_{92}\text{U}$ και δίνει το όνομά του στη σειρά αυτή ώστε να ξεχωρίζει από τη σειρά του Ουρανίου $^{238}_{92}\text{U}$).

Οι ραδιενεργές σειρές:



Διασπάσεις α – Τι βλέπουμε απ' έξω

- α-διάσπαση:**



- Η ενεργειακή εξίσωση (ενέργεια πριν = ενέργεια μετά) γι' αυτή τη διάσπαση είναι:

$$\begin{aligned} Z M_p + N M_n - B(A,Z) = \\ (Z-2) M_p + (N-2) M_n - B(A-4,Z-2) \\ + 2 M_p + 2 M_n - B(^4\text{He}) \\ + Q \end{aligned}$$

Από τον πίνακα 4.2
του βιβλίου σας C&G

- Κι έτσι:

$$Q = B(A-4,Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A,Z)$$

α-διάσπαση – Πώς συμβαίνει;

- **Θα δούμε πρώτα την περίπτωση ενός σωματιδίου α που κινείται προς έναν πυρήνα**
 - Με τι ενέργεια έρχεται το α ;
 - Τι δυναμικό βλέπει ;
 - Σε τι απόσταση φτάνει ;
- **Μετά:**
 - **α-διάσπαση πυρήνων και χρόνοι ζωής τους**

Άσκηση1: Ποιοί πυρήνες μπορούν να κάνουν α-διάσπαση;

Άσκηση 1

α) Υπολογίστε από τον ημ εμπειρικό τύπο μάζας την κινητική ενέργεια σωματιδίου α που εκπέμπεται από $^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + \alpha$

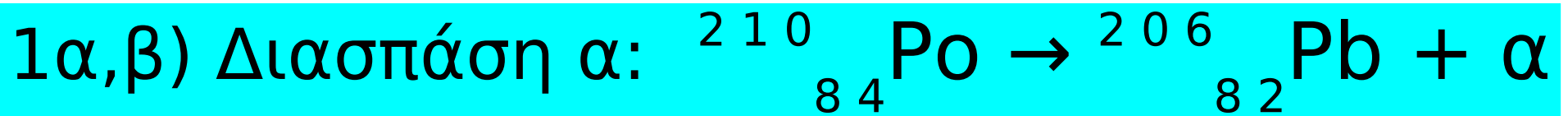
β) Συγκρίνετε με την πειραματική τιμή και χρησιμοποιήστε την πειραματική τιμή εφ' εξής

γ) Παραμετροποιήστε τις κινητικές ενέργειες των α, σαν συνάρτηση του Z των μητρικών πυρήνων.

Δίνονται: το βιβλίο σας

- Παρ. 4.4, 4.5, 4.6, 6.1, 6.2

- $m(n) = 939.57 \text{ MeV}$, $m(p) = 938.27 \text{ MeV}$



$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

Από τον ημ εμπειρικό τύπο μάζας (δηλ., ενέργειας σύνδεσης):

$$B(^{206}_{82}\text{Pb}) = B(Z=82, A=206) = 1611.874 \text{ MeV}$$

$$B(^{210}_{84}\text{Po}) = B(Z=84, A=210) = 1636.054 \text{ MeV}$$

$$Q = 1611.874 + 28.3 - 1636.054 = 4.12 \text{ MeV}$$

- Πώς συγκρίνεται αυτός ο υπολογισμός με την πειραματική τιμή; **5.41 MeV**

- Από φασματογράφους μάζας και την απόσταση που διανύουν τα α μέχρι να χάσουν όλη τους την ενέργεια με ιονισμούς ατόμων στο διάβα τους (dE/dx)

1γ) α-διάσπαση: παραμετροποίηση των Q-values

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z) \\ B(A, Z) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2} \\ \rightarrow Q = f(A, Z) \text{ , δηλ. συνάρτηση των } A \text{ και } Z \end{array} \right.$$

1γ) α-διάσπαση: παραμετροποίηση των Q-values

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

$$B(Z, N) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

Για πυρήνες στην κοιλάδα β-σταθερότητας:

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

$$Q = f(A)$$

δηλ. συνάρτηση μόνο του A

Αγνοώντας τον όρο ζευγαρώματος, παίρνουμε τη συνάρτηση που παραμετροποιεί τα Q-values σαν συνάρτηση του A

1γ) α-διάσπαση: παραμετροποίηση των Q-values

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

$$B(Z, N) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

Για πυρήνες στην κοιλάδα β-σταθερότητας:

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

$$Q = f(A)$$

δηλ. συνάρτηση μόνο του A

- (ή $Q = f(Z)$, δηλ. συνάρτηση μόνο του Z, αφού τα A και Z συνδέονται)

Αγνοώντας τον όρο ζευγαρώματος, παίρνουμε τη συνάρτηση που παραμετροποιεί τα Q-values σαν συνάρτηση του A ή του Z των μητρικών πυρήνων που βρίσκονται στην κοιλάδα β-σταθερότητας

1γ) α-διάσπαση: παραμετροποίηση των Q-values

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

$$B(A, Z) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

Για πυρήνες στην κοιλάδα β-σταθερότητας:

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

Σύμφωνα με την προσέγγιση που κάναμε:

στοιχεία με $Z < 63$ ($A < 151$) δίνουν $Q < 0$ και δεν κάνουν α-διάσπαση

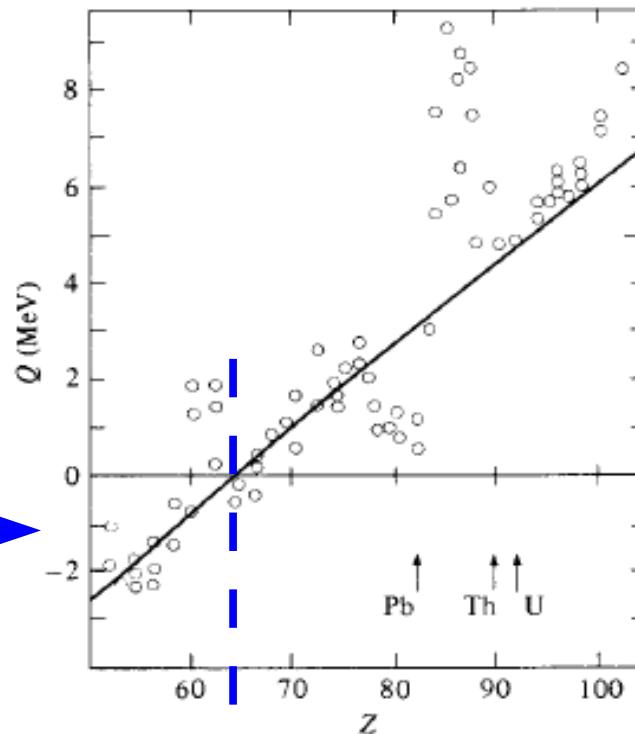
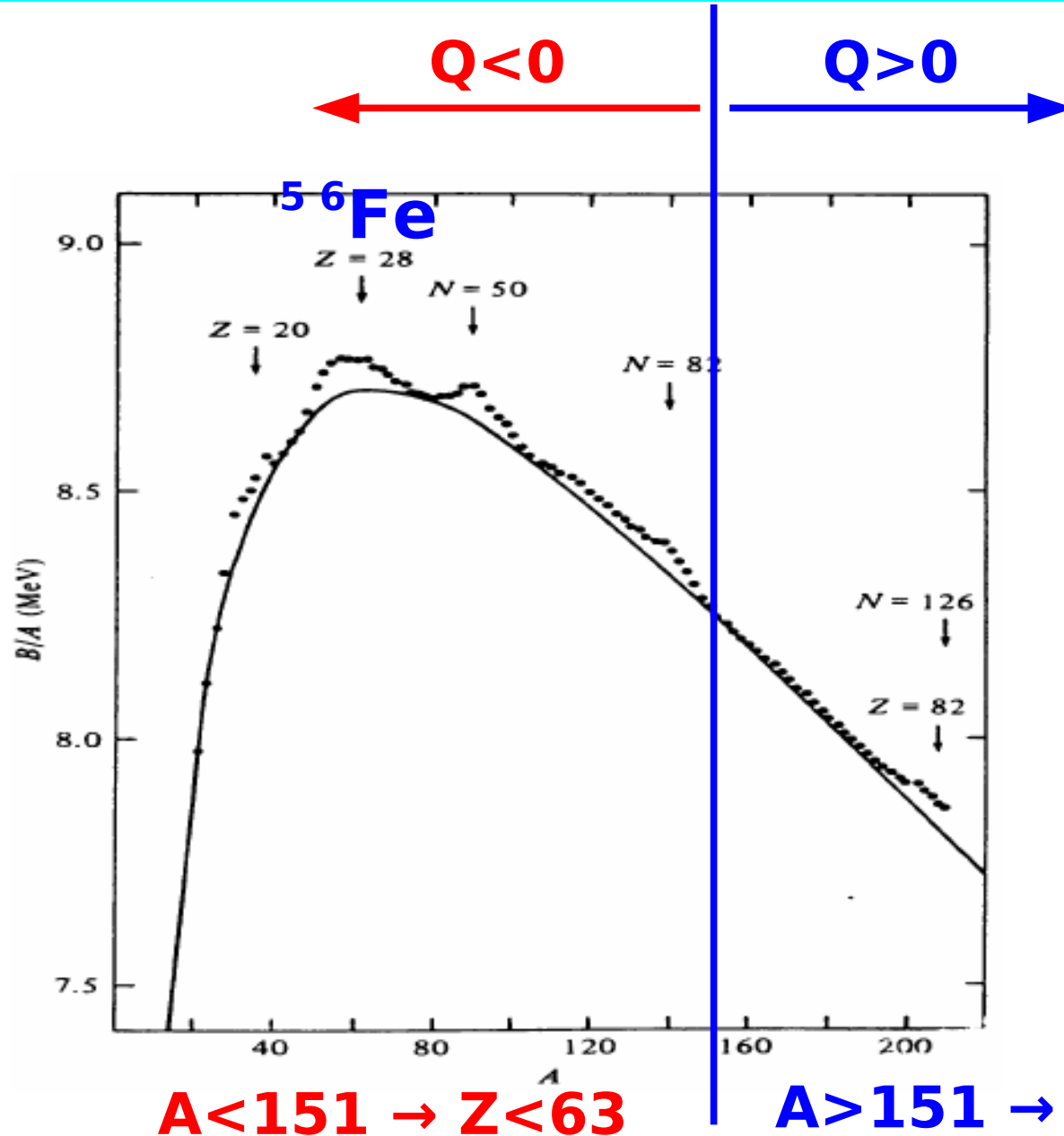


Fig. 6.1 Experimental and theoretical α -decay energies $Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$, as a function of the atomic number Z of the parent nucleus. The experimental points are from cases where both parent nucleus and daughter nuclei are β -stable. The theoretical curve is from equation (4.5) (neglecting the pairing energies) together with equation (4.14).

Αγνοώντας τον όρο ζευγαρώματος, παίρνουμε τη γραμμή που παραμετροποιεί τα Q-values σαν συνάρτηση του Z των μητρικών πυρήνων.

Σχήμα 6.1 στο βιβλίο σας

1γ) Ποιοί πυρήνες μπορούν (κατ' αρχήν) να κάνουν α-διάσπαση ;

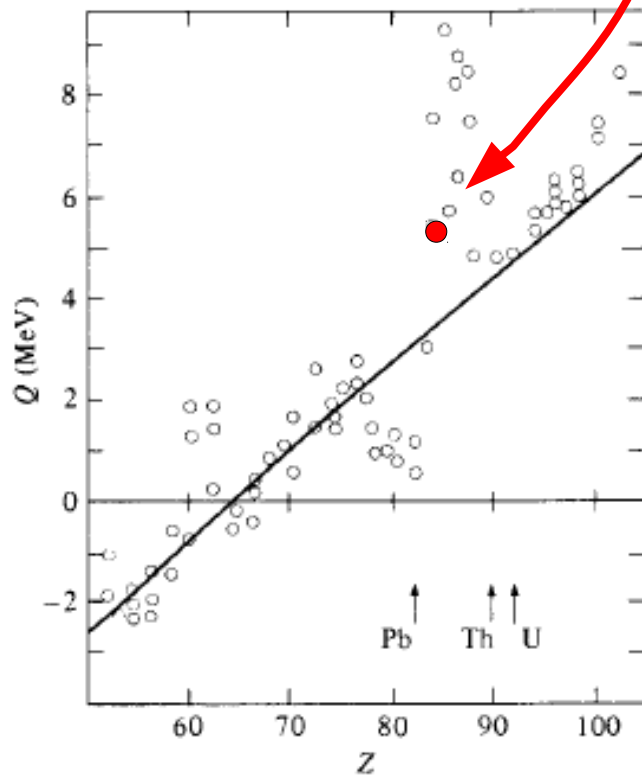


$$Q = f(A)$$

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

Άσκηση 1α,β: α-διάσπαση (Po), κινητική ενέργεια του α

- Τα σωμάτια α από την πηγή Πολωνίου (Po: $Z=84$, $A=210$) έχουν **κινητική ενέργεια $T \sim 4.1$ MeV** (πειραματικά είναι 5.41 MeV) (σχήμα 6.1 για $Z=84$, και πίνακας 6.1, υποθέτοντας $Q=T$ του α)



Πίνακας 6.1 στο βιβλίο σας

Table 6.1. The α -decay series from $^{238}_{92}\text{U}$

	Q (MeV)	r_s (fm)	r_c (fm)	$\mathcal{G}$	τ_{exp} (s)	τ_{theory} (s)
$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{234}_{90}\text{Th}$	4.27	8.52	60.7	0.53	2.0×10^{17}	3.3×10^{17}
$(^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow ^{234}_{92}\text{U})$						
$^{234}_{92}\text{U} \rightarrow ^{230}_{90}\text{Th}$	4.86	8.49	53.3	0.51	1.1×10^{13}	1.1×10^{13}
$^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{226}_{88}\text{Ra}$	4.77	8.45	53.1	0.51	3.5×10^{12}	3.9×10^{12}
$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn}$	4.87	8.41	50.9	0.50	7.3×10^{10}	7.4×10^{10}
$^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow ^{218}_{84}\text{Po}$	5.59	8.37	43.3	0.46	4.8×10^5	4.2×10^5
$^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{214}_{82}\text{Pb}$	6.11	8.33	38.7	0.43	2.6×10^2	1.6×10^2
$(^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{214}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{214}_{84}\text{Po})$						
$^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb}$	7.84	8.28	30.1	0.36	2.3×10^{-4}	1.1×10^{-4}
$(^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\text{Po})$						
$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb}$	5.41	8.24	43.7	0.47	1.7×10^7	5.8×10^5

The values of Q are from experiment. The intervening β -decays, which reduce the neutron-to-proton ratio as the nuclei become lighter, are given in parentheses.

Fig. 6.1 Experimental and theoretical α -decay energies $Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$, as a function of the atomic number Z of the parent nucleus. The experimental points are from cases where both parent nucleus and daughter nuclei are β -stable. The theoretical curve is from equation (4.5) (neglecting the pairing energies) together with equation (4.14).

Σημαντικό: γιατί λέμε ότι το α παίρνει περίπου όλο το Q-value της αντίδρασης;

Η ενέργεια Q μοιράζεται στα προϊόντα της διάσπασης (D,α)

$$T_D + T_\alpha = (M(A, Z) - M(A-4, Z-2) - M(4, 2))c^2 = Q$$

(θεωρώντας μή σχετικιστικές ενέργειες)

διατήρηση ενέργειας:

$$T_D = \frac{1}{2} M_D u_D^2 \quad T_\alpha = \frac{1}{2} M_\alpha u_\alpha^2$$

διατήρηση ορμής:

$$M_D u_D = M_\alpha u_\alpha \rightarrow u_D = \frac{M_\alpha}{M_D} u_\alpha$$

$$\begin{aligned} T_D + T_\alpha &= \frac{1}{2} M_D v_D^2 + \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \\ &= \frac{1}{2} M_D \left(\frac{M_\alpha}{M_D} v_\alpha \right)^2 + \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \\ &= \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \left(\frac{M_\alpha}{M_D} + 1 \right), \\ \text{or } T_D + T_\alpha &= T_\alpha \frac{M_\alpha + M_D}{M_D}. \end{aligned}$$

$$T_\alpha = \frac{M_D}{M_\alpha + M_D} Q = \frac{1}{1 + \frac{M_\alpha}{M_D}} Q.$$

$$T_\alpha = \frac{A-4}{A} Q$$

$$T_D = \frac{4}{A} Q$$

$$T_\alpha \gg T_D$$

Για $A \sim 200$: $T_\alpha = 98\% Q$, $T_D = 2\% Q$

Άσκηση2: Ύψους φράγματος Coulomb ενός πυρήνα και απόσταση εγγύτερης προσέγγισης ενός σωματιδίου α

Άσκηση 2

Έχουμε ένα σωματίο α κινητικής ενέργειας 5.41 MeV, που έρχεται από μακριά ως βλήμα και πέφτει πάνω σε στόχο που είναι ένας πυρήνας μολύβδου $^{206}_{82}\text{Pb}$. Θεωρείστε την περίπτωση που η κρούση είναι “κεντρική”, δηλ. το βλήμα κινείται πάνω στη γραμμή που συνδέει τα κέντρα του βλήματος και του στόχου.

α) Ποιά είναι η πλησιέστερη απόσταση από το κέντρο του στόχου που μπορεί να φτάσει το βλήμα (σωμάτιο α);

β) Πόσο μεγάλο είναι το φράγμα Coulomb που συναντά το σωματίο α πλησιάζοντας τον πυρήνα μολύβδου;

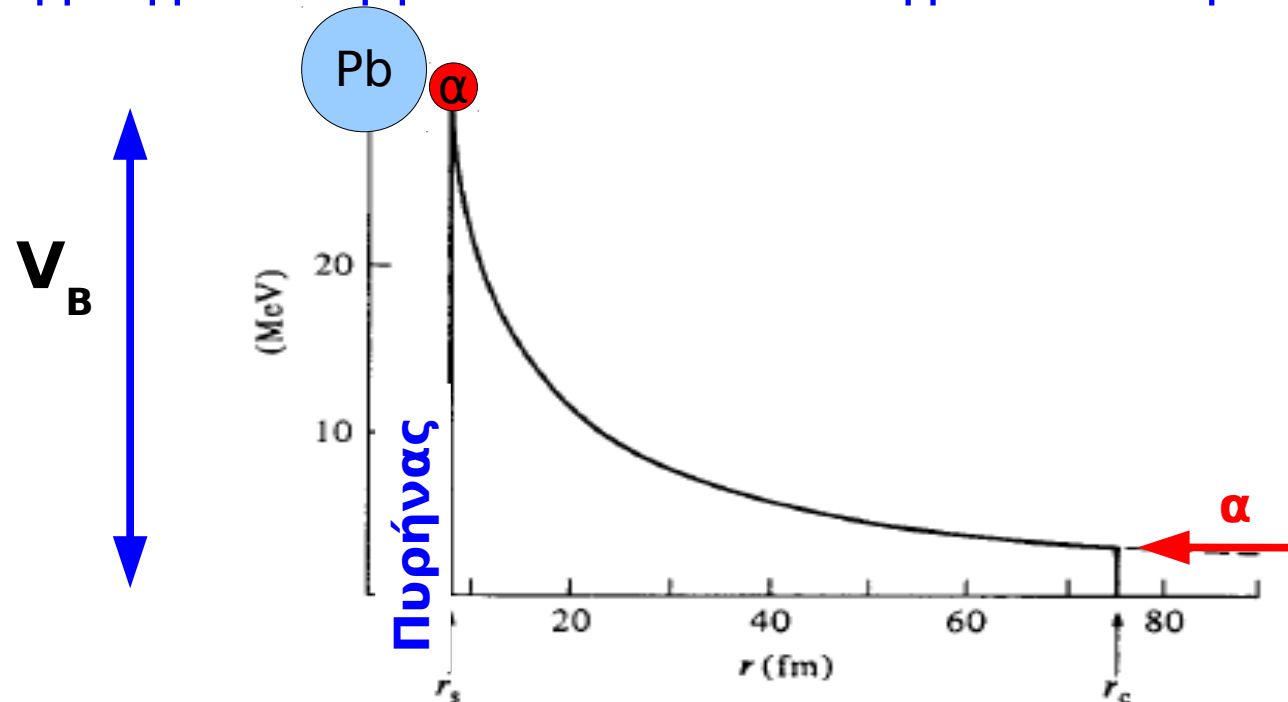
Δίνονται: το βιβλίο σας

- Παρ. 4.4, 4.5, 4.6, 6.1, 6.2

- $m(n) = 939.57 \text{ MeV}$, $m(p) = 938.27 \text{ MeV}$

Άσκηση 2: “Δυναμικό” που έχει το α καθώς πλησιάζει το Pb

- Το α έρχεται από δεξιά με κινητική ενέργεια $T \sim Q$, συναντά την ηλεκρομαγνητική άπωση του πυρήνα και σταματά σε απόσταση r_c μη μπορώντας να “σκαρφαλώσει” το “φράγμα Coulomb”
- Η δυναμική ενέργεια Coulomb γίνεται μέγιστη, με τιμή V_B , όταν οι δύο πυρήνες (Pb και α) “εφάπτονται” σε απόσταση r_s : από εκεί και μετά η ισχυρή αλληλεπίδραση γίνεται σημαντική και αν το α περνούσε το φράγμα θα βρισκόνταν στο πηγάδι δυναμικού του πυρήνα



Διευκρίνηση1: “Δυναμικό” = Δυναμική ενέργεια που έχει το α

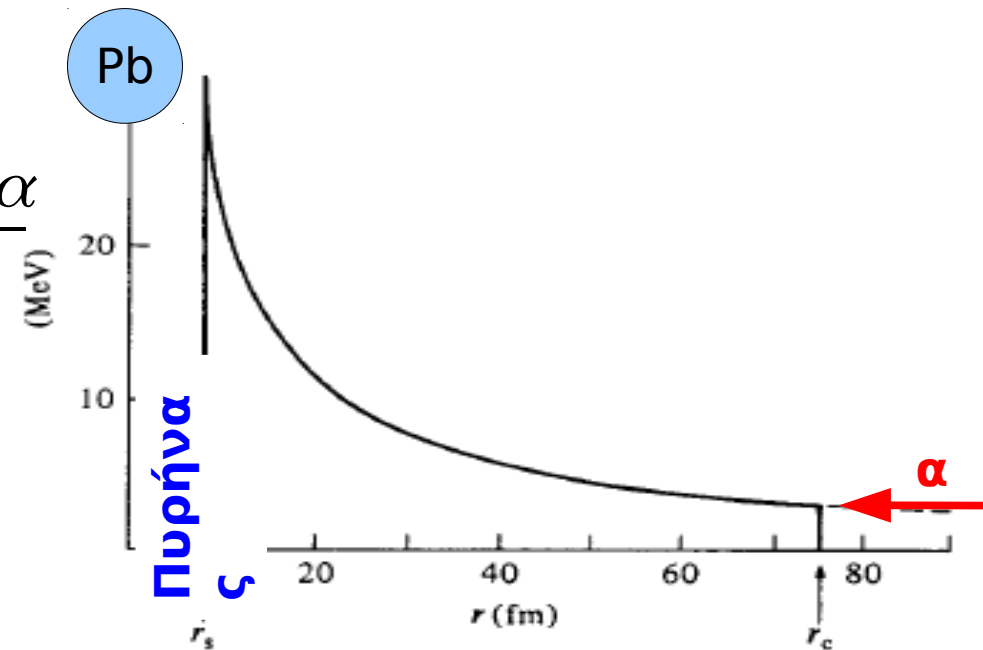
- Το α έρχεται από δεξιά με κινητική ενέργεια $T \sim Q$, συναντά την ηλερομαγνητική άπωση του πυρήνα και σταματά σε απόσταση r_c μη μπορώντας να “σκαρφαλώσει” το “φράγμα Coulomb”
- Η “δυναμική ενέργεια” που έχει το α σε κάθε θέση, r , ονομάζεται πάρα πολλές φορές, σκέτα: “δυναμικό”.
- Πόση είναι; Coulomb:

$$V_{Coulomb} = \frac{\text{Φορτίο Πυρήνα} \times \text{Φορτίο } \alpha}{r}$$

$$V_{Coulomb} = \frac{Ze * 2e}{r} = \frac{2Ze^2}{r}$$

- Προσέξτε: έτσι όπως γράφω

το δυναμικό, έχω απορροφήσει τη σταθερά Coulomb κλπ. μέσα στις τιμές των φορτίων, οπότε μέσα στην τιμή του φορτίου του $e \rightarrow$ **οπότε το “e” δεν είναι πια σκέτο Coulomb...**



Διευκρίνηση2: Πώς ξαναορίζω το “e” ώστε να έχει μέσα όλες τις σταθερές (θυμηθείτε ότι χρησιμοποιούμε παντού $4\pi\epsilon_0 = 1$)

- Χρησιμοποιώντας τη σταθερά λεπτής υφής, $\alpha = 1/137$
- Την οποία γράφω σαν τον λόγο:

$\alpha =$ (ενέργεια μιας ομοιόρφα φορτισμένης σφαίρας με ολικό φορτίο e και ακτίνα όση το μήκος Compton του ηλεκτρονίου) / (ενέργεια ηρεμίας του ηλεκτρονίου)

→ Στην ενέργεια της φορτισμένης σφαίρας, θα απορροφηθούν οι σταθερές Coulomb (δηλ. το $4\pi\epsilon_0$) το μέσα στο φορτίο “e”

→ Μήκος κύματος Compton: $\lambda_c = \hbar / m c$. Ενέργεια ηρεμίας $\alpha = m c^2$

$$\rightarrow \text{Σταθερά λεπτής υφής } \alpha = \frac{e^2}{m c^2} = \frac{\hbar / m c}{m c^2} = \frac{1}{137} \rightarrow e^2 = \alpha * \hbar c$$

→ Γνωρίζοντας τι $\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$, έχουμε $e^2 = (197/137) \text{ MeV fm}$

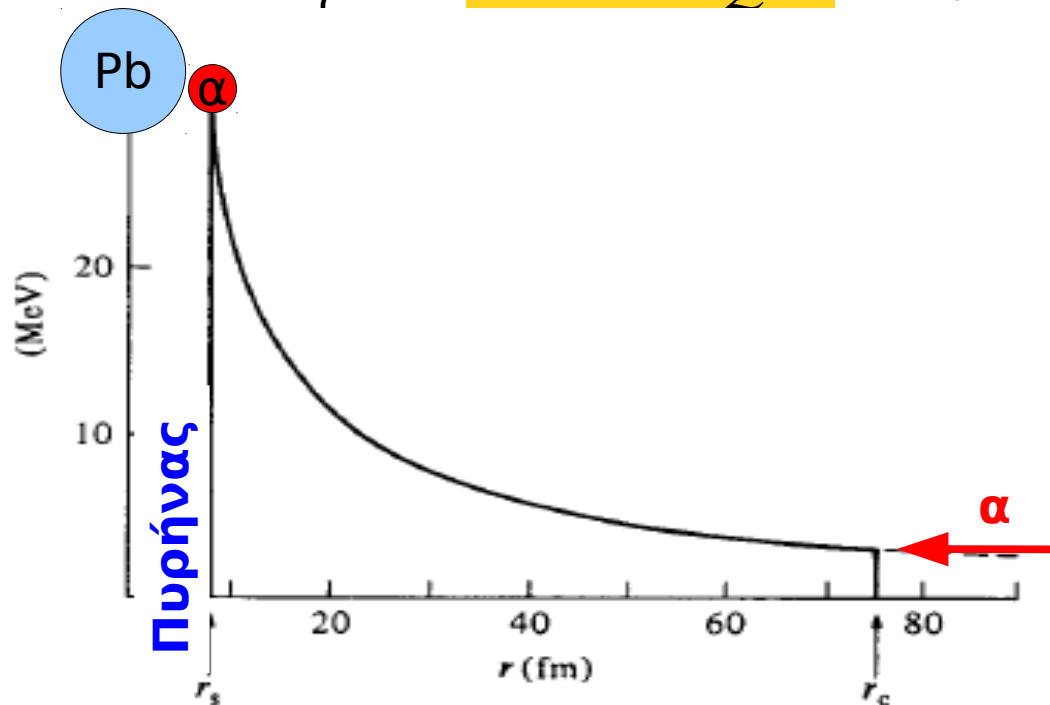
Άσκηση 2α: Απόσταση εγγύτερης προσέγγισης στο Pb

- Το α προχωράει μέχρι το r_c όπου σταματάει. Εκεί, όλη η αρχική κινητική του ενέργεια ($T \sim Q$) να γίνει δυναμική ενέργεια Coulomb

$$\left. \begin{aligned} E_{\infty}^{\text{ολική}} &= E_{r_c}^{\text{ολική}} \\ E_{\infty}^{\text{κινητική}} + E_{\infty}^{\text{δυναμική}} &= E_{r_c}^{\text{κινητική}} + E_{r_c}^{\text{δυναμική}} \\ E_{\infty}^{\text{κινητική}} &= E_{r_c}^{\text{δυναμική}} \end{aligned} \right\} Q = \frac{(2e)(Ze)}{r_c} \rightarrow Q = \frac{e^2}{\hbar c} \frac{2Z\hbar c}{r_c} = a \frac{2Z\hbar c}{r_c}$$

$\alpha = 1/137$

$$\rightarrow Q = a \frac{2Z\hbar c}{r_c} \rightarrow r_c = a \frac{2Z\hbar c}{Q} = \frac{1}{137} \frac{2 \cdot 82 \cdot 197 \text{ MeV fm}}{5.41 \text{ MeV}} \rightarrow r_c = 43.6 \text{ fm}$$



Το σωματίο α προσεγγίζει πολύ πιο κοντά από την ακτίνα του ατόμου ($R=10000 \text{ fm}$), αλλά δεν "ακουμπάει" τον πυρήνα (που έχει ακτίνα $R=6.5 \text{ fm}$)

Άσκηση 2β: Φράγμα Coulomb Pb και α

- Πόσο μεγάλο είναι το φράγμα (V_B) σε ενέργεια; Μπορεί το α να το “σκαρφαλώσει” και να περάσει μέσα στον πυρήνα;
- Το δυναμικό Coulomb είναι μέγιστο (“φράγμα” V_B) όταν το α “εφάπτεται” στον πυρήνα. Δηλαδή όταν η απόσταση από το κέντρο του α μέχρι το κέντρο του πυρήνα είναι $R_a + R_{Pb}$, όπου R_a και R_{Pb} είναι οι ακτίνες των πυρήνων α και Pb, αντίστοιχα.

$$R = 1.1 * A^{1/3} \text{ fm} \begin{cases} R_{Pb} = 1.1 * 206^{1/3} \text{ fm} = 6.5 \text{ fm} \\ R_{\alpha} = 1.1 * 4^{1/3} \text{ fm} = 1.7 \text{ fm} \end{cases} \rightarrow r_s = R_{Pb} + R_{\alpha} = 8.2 \text{ fm}$$

$$V_B = \frac{(2e)(Ze)}{r_s} = a \frac{2Z\hbar c}{r_s} = \frac{1}{137} \frac{2 * 82 * 197 \text{ MeV fm}}{8.2 \text{ fm}} = 28.8 \text{ MeV}$$

Κλασσικά:

όταν ένα σωματίδιο α έχει ενέργεια $E < V_B \rightarrow E < 28.8 \text{ MeV}$,
τότε δεν μπορεί να μπει στον πυρήνα (ή να βγεί από αυτόν, αν είναι ήδη μέσα)

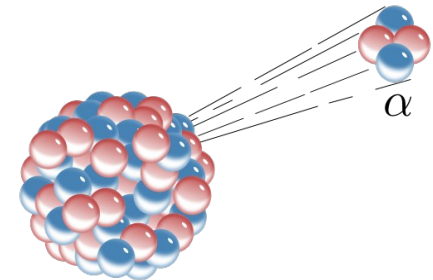
α-διάσπαση: σχηματισμός και εκπομπή

- Δύο νετρόνια και δύο πρωτόνια “συσσωματώνονται” σε ένα α
 - Άρα, το σωματίδιο “αλφα”(α) είναι ο πυρήνας του ^4He
 - Τα νετρόνια φεύγουν από το δικό τους πηγάδι δυναμικού και τα πρωτόνια από το δικό τους
- Σχηματισμός του α: ενεργειακά προτιμητέος σχηματισμός
- Έτσι μπορούμε να σκεφτούμε τον αρχικό πυρήνα (A,Z) να έχει ήδη γίνει δύο αντικείμενα:



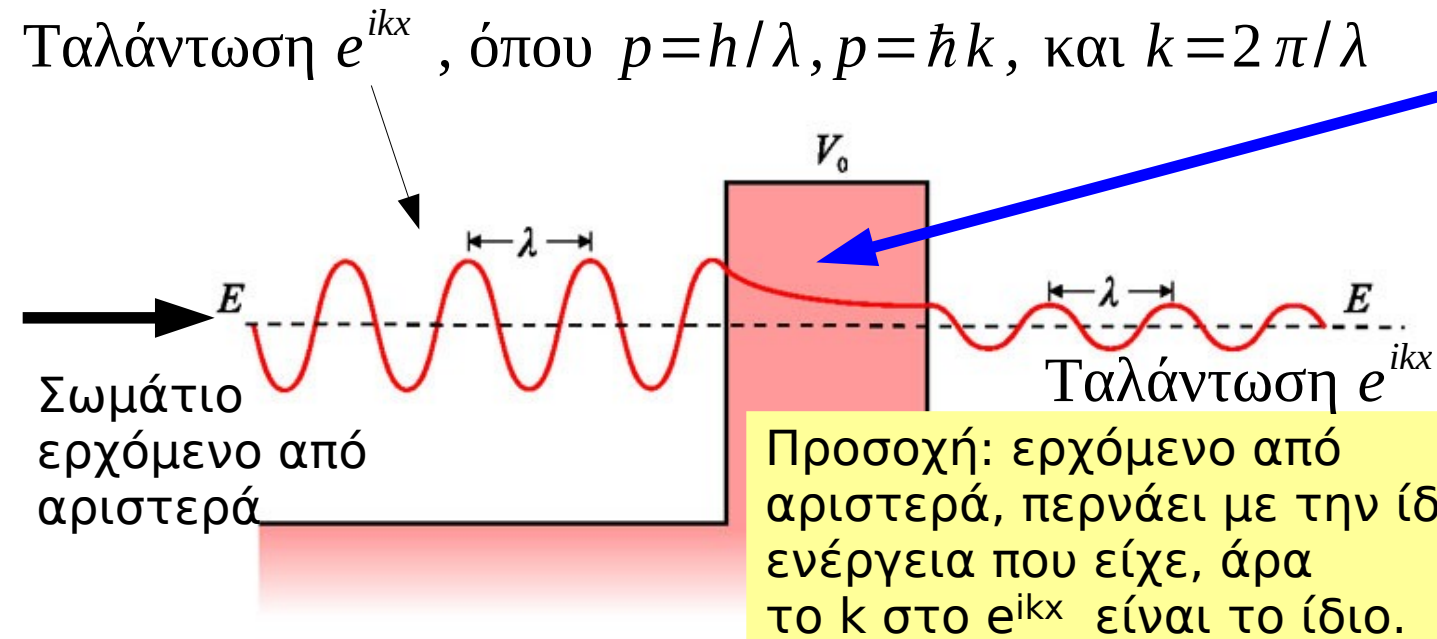
α-διάσπαση: σχηματισμός και εκπομπή

- Δύο νετρόνια και δύο πρωτόνια “συσωματώνονται” σε ένα α
 - Τα νετρόνια φεύγουν από το δικό τους πηγάδι δυναμικού και τα πρωτόνια από το δικό τους
- Σχηματισμός του α: ενεργειακά προτιμότεος σχηματισμός
- Έτσι μπορούμε να σκεφτούμε τον αρχικό πυρήνα (A,Z) να έχει γίνει δύο αντικείμενα:



- Το α όμως έχει ενέργεια λίγη ενέργεια ($Q \sim 5\text{MeV}$) σε σχέση με το φράγμα Coulomb ($V_B \sim 30\text{ MeV}$) – βλέπε άσκηση πριν.
 - Άρα, μόνο με το κβαντομηχανικό φαινόμενο σύραγγας μπορεί να βγεί, και από την απόσταση r_s να βρεθεί ελεύθερο στην επιτρεπτή περιοχή $r > r_c$

Κβαντομηχανικό φαινόμενο σήραγγας: ο μόνος τρόπος να περάσει το σωματίδιο την κλασικά “απαγορευμένη” περιοχή



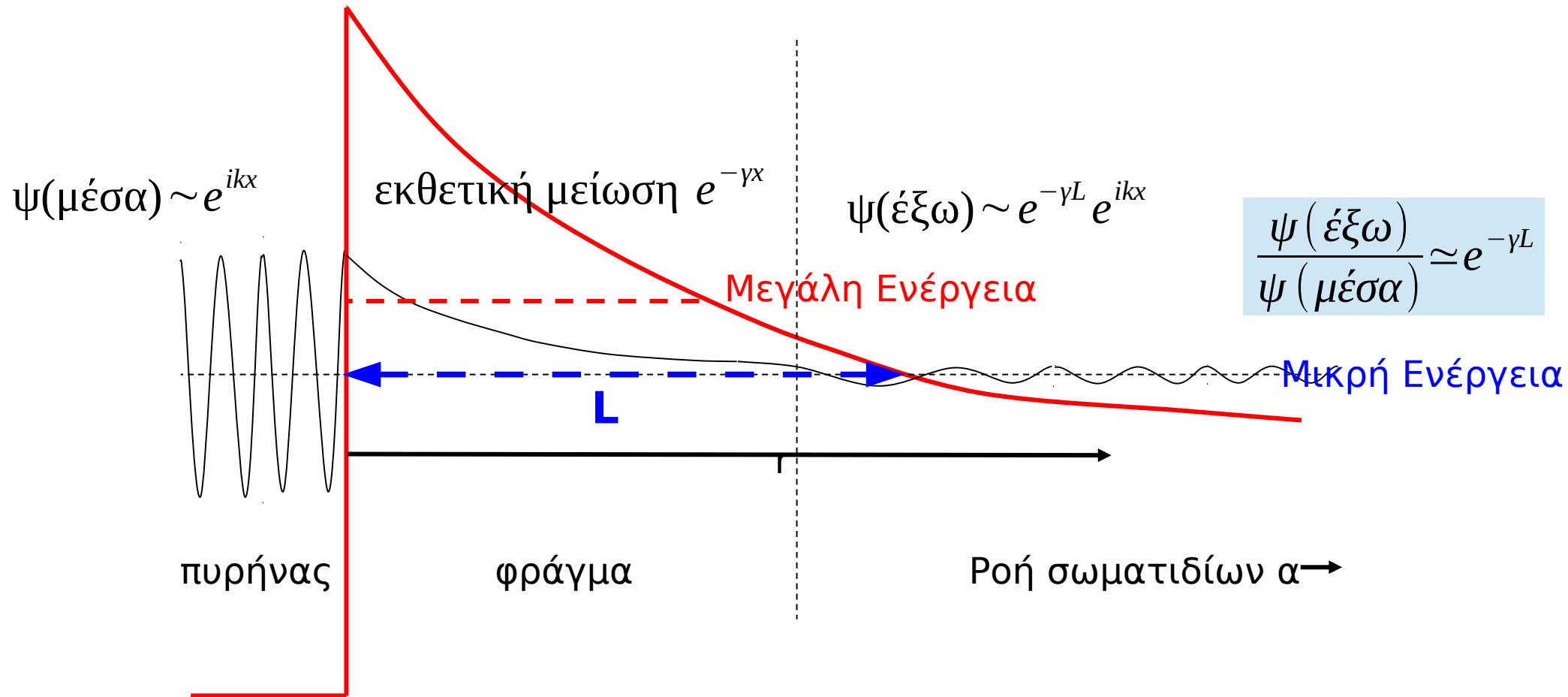
Όταν $p^2/2m < 0$
 $\rightarrow p^2 < 0$
 $\rightarrow p = \text{φανταστικός}$
 τότε: $p \equiv \hbar k = \hbar(i\gamma)$
 όπου $k = i\gamma$, κι έτσι,
μέσα στο φράγμα
 αντί για ταλάντωση,
 έχουμε
 εκθετική μείωση $e^{-\gamma x}$

ΣΧΗΜΑ 6.6: Η γενική μορφή της κυματοσυνάρτησης ενός σωματιδίου που διασχίζει μια κλασικά απαγορευμένη περιοχή. Στην περιοχή του φράγματος η κυματοσυνάρτηση υφίσταται μια εκθετική μείωση του πλάτους της που αφήνει όμως μια μικρή πιθανότητα στο σωματίδιο να φτάσει ως την άλλη πλευρά και να συνεχίσει την κίνησή του ως ένα κύμα με αισθητά μειωμένο πλάτος.

Η περιοχή μέσα στο φράγμα λέγεται “απαγορευμένη περιοχή” όσον αφορά την κλασική μηχανική, γιατί εκεί μέσα η κινητική ενέργεια του σωματιδίου είναι αρνητική, αφού:

$E_{\text{ολική}} = E_{\text{κινητική}} + E_{\text{δυναμική}} \rightarrow E_{\text{κινητική}} = E_{\text{ολική}} - E_{\text{δυναμική}}$,
 αλλά εκεί μέσα $E_{\text{ολική}} < E_{\text{δυναμική}}$ ($E < V_0$ στο παραπάνω σχήμα)

α-διάσπαση: κβαντομηχανικό φαινόμενο σήραγγας

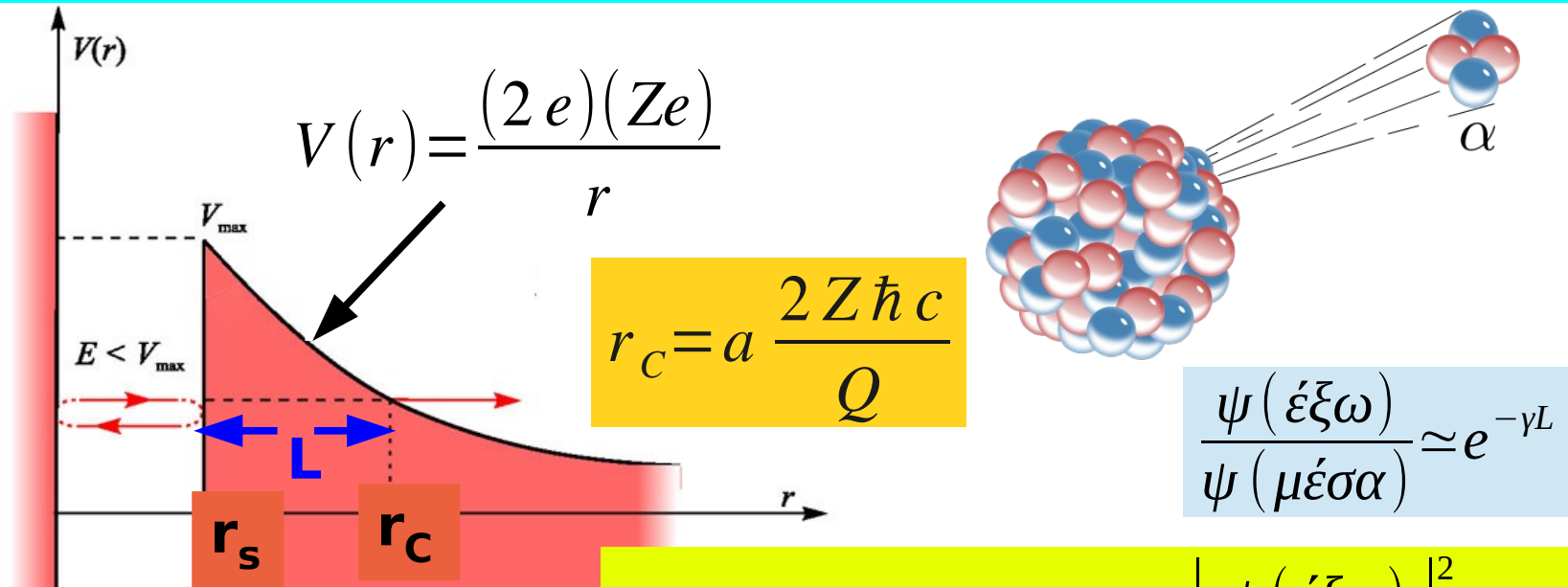


$$\frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 \rightarrow k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E_{\text{κινητική}}} \rightarrow k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(r))}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V(r) - E)}$$

Το L το ξέρουμε αν ξέρουμε την ενέργεια E
 Η διαφορά $V(r) - E$ αλλάζει μέσα στο φράγμα.

α-διάσπαση: κβαντομηχανικό φαινόμενο σήραγγας



$$L = r_c - r_s, \text{ όπου } r_s = R_{\text{πυρήνα}} + R_{\alpha}$$

$$\text{Πιθανότητα διέλευσης} = \left| \frac{\psi(\text{έξω})}{\psi(\text{μέσα})} \right|^2 \simeq e^{-2\gamma L}$$

ΣΧΗΜΑ 6.7: Το δυναμικό στο οποίο υπόκειται το σωματίδιο άλφα ενός ραδιενεργού πυρήνα. Λόγω των ισχυρών πυρηνικών δυνάμεων, το δυναμικό έχει τη μορφή ενός ελκτικού πηγαδιού στην περιοχή του πυρήνα ($r < R$) και τη μορφή ενός απωστικού δυναμικού Coulomb έξω από αυτόν, αφού εκεί δρα μόνο η ηλεκτρική άπωση μεταξύ του σωματιδίου άλφα και του υπόλοιπου πυρήνα. Για να παραμένει το σωματίδιο άλφα επί μεγάλα χρονικά διαστήματα μέσα στον πυρήνα σημαίνει ότι $E < V_{\max}$ οπότε ο μόνος τρόπος να διαφύγει από το εσωτερικό του είναι με το φαινόμενο της σήραγγας.

$$\gamma = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V(r) - E)}$$

Για μια τιμή E της ενέργειας, το L το ξέρουμε. Η διαφορά $V(r) - E$ αλλάζει μέσα στο φράγμα, οπότε χρειαζόμαστε μια μέση τιμή για το γ .

α-διάσπαση: εκπομπή

- Πιθανότητα να περάσει την κλασικά απαγορευμένη περιοχή =
(πιθανότητα να βρεθεί σε r_c) / (πιθανότητα να βρεθεί σε r_s) =

$$\left| \frac{\psi(r_c)}{\psi(r_s)} \right|^2 \simeq e^{-2\gamma L}$$

$$L = r_c - r_s, \text{ όπου } r_s = R_{\text{πυρήνα}} + R_{\alpha} \simeq 8 \text{ fm}$$

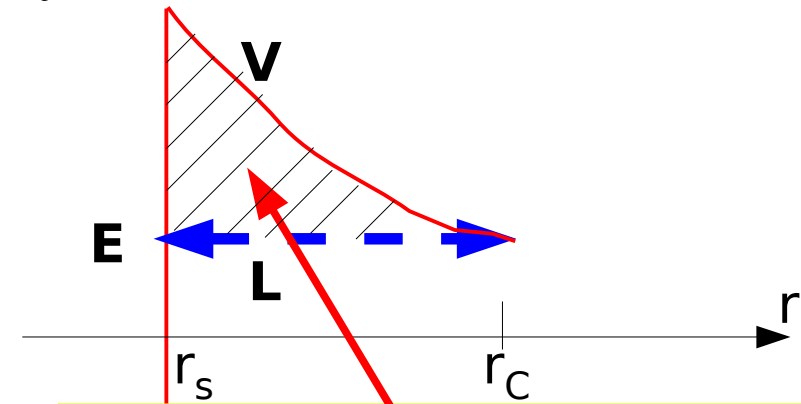
$$r_c = a \frac{2Z\hbar c}{E} \simeq 40 \text{ fm}$$

Για εκπομπή από το Pb με $E \sim Q = 5.4 \text{ MeV}$

$$\gamma = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V(r) - E)}$$

Επειδή το $V(r)$ αλλάζει μέσα στο φράγμα, χρειαζόμαστε μια μέση τιμή για το γ .

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{L} \int_{r_s}^{r_c} \gamma(r) dr = \frac{1}{L} \int_{r_s}^{r_c} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V - E)} dr$$



Το G συμπεριφέρεται περίπου σαν το εμβαδόν: μικραίνει όσο η ενέργεια μεγαλώνει

Άρα:

$$\text{πιθανότητα διέλευσης} = e^{-2\bar{\gamma}L} = e^{-2L \frac{1}{L} \int_{r_s}^{r_c} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V - E)} dr} = e^{-2 \int_{r_s}^{r_c} \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V - E)} dr} = e^{-G}$$

α-διάσπαση: χρόνοι ζωής μητρικών

Πιθανότητα **α-διάσπασης** ανά μονάδα χρόνου ($1/\tau$) =

Πιθανότητα **σχηματισμού του σωματιδίου α** ανά μονάδα χρόνου ($1/\tau_0$)

* πιθανότητα **διέλευσης** από μέσα από το φράγμα Coulomb (e^{-G})

G ~ εμβαδόν στο σχήμα πρίν: G μικραίνει όσο η ενέργεια μεγαλώνει

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} * e^{-G} \rightarrow \tau = \tau_0 * e^G$$

Μέσος χρόνος
ζωής (παρ. 2.3)
μητρικού πυρήνα

Πειραματικά, από προσαρμογή στις
μετρήσεις:

$$\tau_0 = 7 * 10^{-23} \text{ s}$$

Η πιθανότητα να διαπεράσει το φράγμα μειώνεται (=η διέλευση γίνεται “πιο δύσκολη”) όσο πιο μεγάλη απαγορευμένη περιοχή έχει “να διασχίσει” το σωματίδιο

! Ο κανόνας να θυμάστε!

“εύκολο” = μεγάλη πιθανότητα → θα περάσει από το φράγμα σχετικά γρήγορα → θα έχει μικρό χρόνο ζωής
Άρα: μεγάλη ενέργεια → μικρή απόσταση μέσα στο φράγμα → πιο εύκολο → μικρότερος χρόνος ζωής

α-διάσπαση: χρόνοι ζωής μητρικών

Πίνακας 6.1 στο βιβλίο σας

Μετρήσεις

Θεωρία

$$\tau = \tau_0 * e^G$$

Table 6.1. The α -decay series from $^{238}_{92}\text{U}$

	Q (MeV)	r_s (fm)	r_c (fm)	$\mathcal{G}$	τ_{exp} (s)	τ_{theory} (s)
$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{234}_{90}\text{Th}$	4.27	8.52	60.7	0.53	2.0×10^{17}	3.3×10^{17}
$(^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow ^{234}_{92}\text{U})$						
$^{234}_{92}\text{U} \rightarrow ^{230}_{90}\text{Th}$	4.86	8.49	53.3	0.51	1.1×10^{13}	1.1×10^{13}
$^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{226}_{88}\text{Ra}$	4.77	8.45	53.1	0.51	3.5×10^{12}	3.9×10^{12}
$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn}$	4.87	8.41	50.9	0.50	7.3×10^{10}	7.4×10^{10}
$^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow ^{218}_{84}\text{Po}$	5.59	8.37	43.3	0.46	4.8×10^5	4.2×10^5
$^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{214}_{82}\text{Pb}$	6.11	8.33	38.7	0.43	2.6×10^2	1.6×10^2
$(^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{214}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{214}_{84}\text{Po})$						
$^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb}$	7.84	8.28	30.1	0.36	2.3×10^{-4}	1.1×10^{-4}
$(^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\text{Po})$						
$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb}$	5.41	8.24	43.7	0.47	1.7×10^7	5.8×10^5

The values of Q are from experiment. The intervening β -decays, which reduce the neutron-to-proton ratio as the nuclei become lighter, are given in parentheses.

Σημείωση:
 γενικά πολύ καλή περιγραφή!

Μεγάλη επιτυχία με την
 Εξήγηση της άλφα διάσπασης
 Ως κβαντομηχανικό
 Φαινόμενο σήραγγας.

Όμως,
 συνεισφορές από φαινόμενα
 σχετικά με τους πυρηνικούς
 φλοιούς $O(1 \text{ MeV})$
 μπορούν να αλλάξουν αρκετά
 τα Q -values ή τη σταθερότητα
 ώστε οι χρόνοι ζωής να είναι
 σε μερικές περιπτώσεις
 πολύ διαφορετικοί από την
 πρόβλεψη...

α-διάσπαση: χρόνοι ζωής μητρικών

Πιθανότητα α-διασπασης ανά μονάδα χρόνου ($1/\tau$) =

Πιθανότητα σχηματισμού του σωματιδίου α ανά μονάδα χρόνου ($1/\tau_0$)

* πιθανότητα διέλευσης από φράγμα Coulomb με φαινόμενο σύραγγας (e^{-G})

$G \sim$ εμβαδόν στο σχήμα πρίν: Μικραίνει όσο η ενέργεια μεγαλώνει

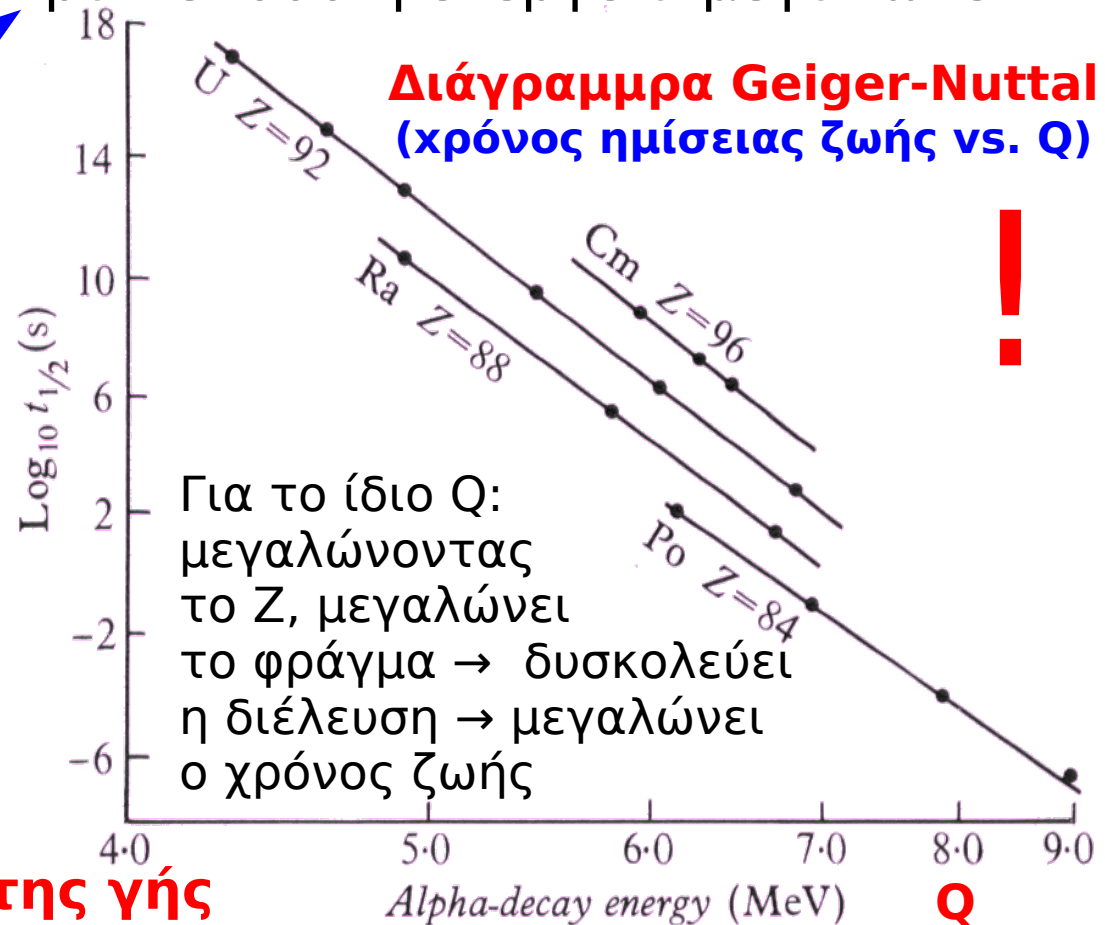
$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} * e^{-G} \rightarrow \tau = \tau_0 * e^G$$

Μέσος χρόνος
ζωής (παρ. 2.3)
μητρικού πυρήνα

Πειραματικά, από προσαρμογή στις
μετρήσεις:

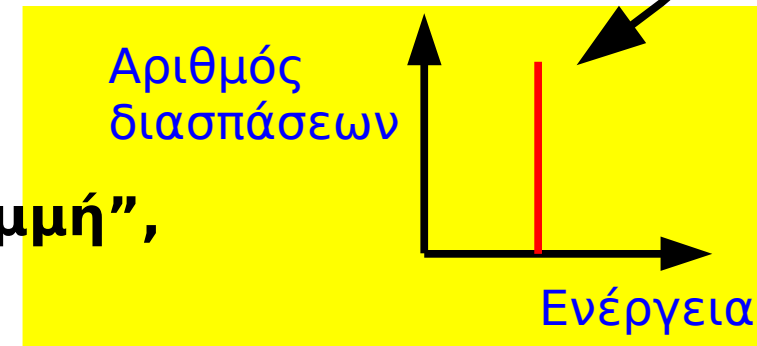
$$\tau_0 = 7 * 10^{-23} \text{ s}$$

**Για $Q < 4 \text{ MeV}$, μέχρι και το
 Bi ($Z=83$), οι χρόνοι ζωής είναι
πολύ μεγαλύτεροι της ηλικίας της γής**



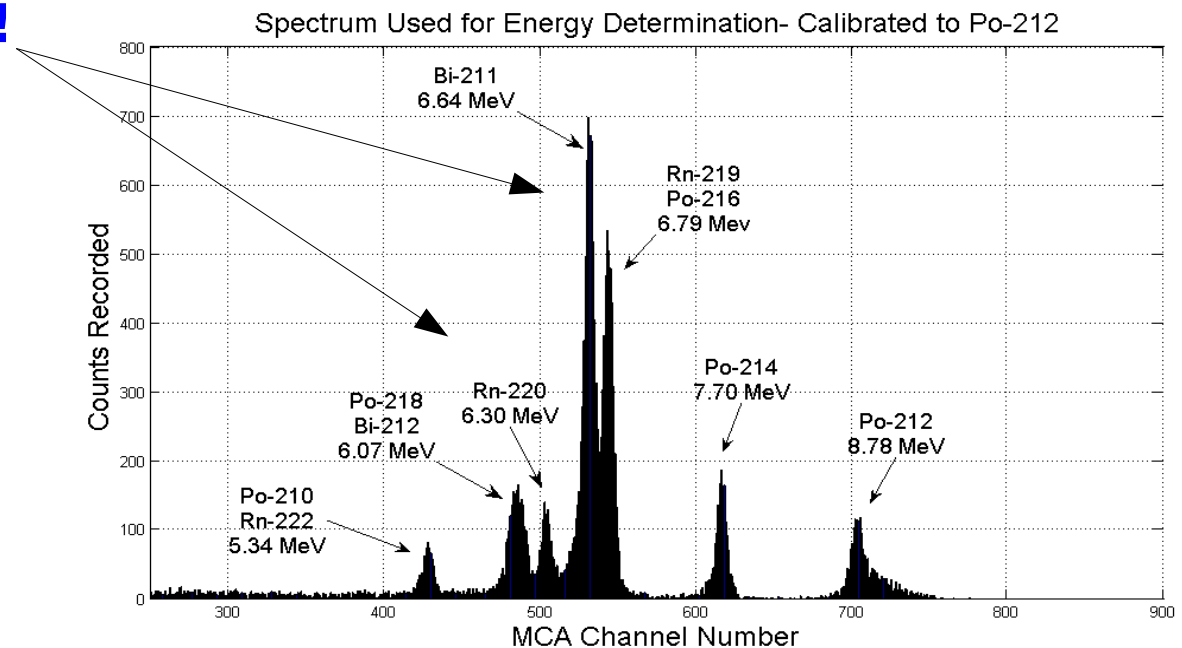
α-διάσπαση: “γραμμικό” φάσμα → σημαίνει:
“συγκεκριμένες τιμές ενέργειας” (σαν γραμμές)

- $M(A,Z) \rightarrow M(A-4, Z-2) + \alpha + Q$
- “Φάσμα α = γραμμικό” (= για κάθε διάσπαση μία τιμή ενέργειας = “μία γραμμή”, σε αντίθεση με ένα “συνεχές” τιμών)



→ τιμές του Q = συγκεκριμένες = “μονοενεργειακά” άλφα

- Κάθε γραμμή στο φάσμα, αντιστοιχεί σε μία τιμή ενέργειας για το εκπεμπόμενο άλφα. Η ενέργεια του α, μας “λέει” από ποιά διάσπαση προήλθε!



α-διάσπαση: πάντα γραμμικό φάσμα

- Όταν λέμε ότι γνωρίζουμε τη μάζα ενός πυρήνα, τη δίνουμε για την περίπτωση που αυτός είναι στη βασική του κατάσταση. Ας πούμε Q την ενέργεια που δίνεται στον θυγατρικό πυρήνα και στο εκπεμπόμενο αλφα όταν πάμε από τη βασική του πατρικού στη βασική του θυγατρικού. **Τα εκπεμπόμενα α είναι μονοενεργειακά**, με κινητική ενέργεια T_α που είναι συγκεκριμένο ποσοστό του Q , οριζόμενο από διατήρηση ενέργειας-ορμής.
- Μπορεί όμως να έχουμε διασπάσεις άλφα όπου ο πατρικός πυρήνας είναι στη βασική και ο θυγατρικός σε διεγερμένη στάθμη του.
- Τότε το α που εκπέμπεται παίρνει μεν πάντα το συγκεκριμένο ποσοστό του Q' που του αναλογεί, αλλά τώρα το Q' είναι μικρότερο από το Q :

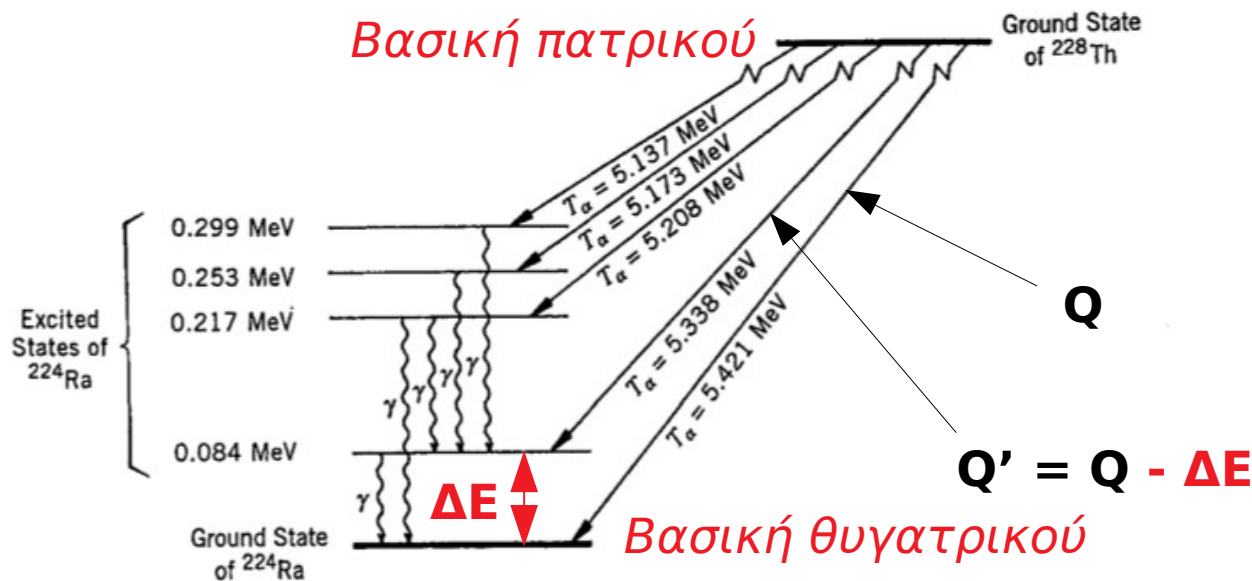


Fig. 4.1 α -particle transitions observed in the decay of ^{228}Th .

- Κατόπιν, ο θυγατρικός που είναι σε διεγερμένη κατάσταση, θα πάει προς τη βασική του με εκπομπή φωτονίου (“γάμμα διάσπαση” του θυγατρικού πυρήνα).

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια μάζα

Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας



γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: με $c=1$, γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μ ο ν ά δ α τ α χ ύ τ η τ α} \equiv 1$$

$$\text{μ ο ν ά δ α ε ν έ ρ γ ε ι α} \equiv eV = 1.6 * 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 * 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^6 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ ό π ο υ } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μ ο ν ά δ α δ ρ ά σ η ε ν έ ρ γ ε ι α s} \times \text{χ ρ ό ν ο s} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [\text{mks}] = \frac{e^2}{\hbar c} [\text{cgs}] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:

eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ ό π ο υ } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$\mathbf{1 \text{ amu}} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$