

Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό)

Τμήμα Τ2: Κ. Κορδάς & Δ. Σαμψωνίδης

Μάθημα 5

Αυθόρητη διάσπαση και χρόνος ζωής,
Σκεδάσεις και Ενεργός διατομή

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης

Βασικά

- **Μεταβολές στους πυρήνες**
 - Αυθόρμητη διάσπαση, χρόνος ζωής και νόμος ραδιενεργών διασπάσεων
 - Ενεργός διατομή και ρυθμός αλληλεπιδράσεων

Βασικά

Cottingham & Greenwood (“C&G”):

- **Παρ. 1.4, Παρ. 4.4**
 - Μονάδες, amu
- **Παρ. 2.3 και Παράρτημα E.1**
 - μέσος χρόνος ζωής και ενεργότητα (επίσης από **Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 4, παρ. 4.1-4.5**)
- **Πάρτημα A.1-A.3**
 - Ενεργός διατομή και ρυθμός αντιδράσεων

Χ. Ελευθεριάδης (“Χ.Ε”): παρ. 1.1, 1.2, 3.3.3

- **Ιστοσελίδα μαθήματος:**
 - <http://www.physics.auth.gr/course/show/125>

1.

Τι μπορεί να πάθει ένας πυρήνας μόνος;

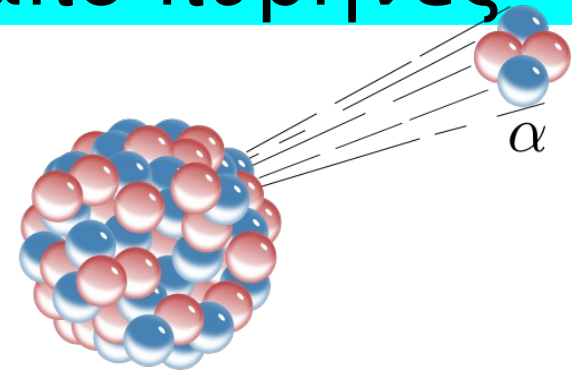
- Ή θα συνεχίσει να υπάρχει για πάντα ως έχει
- Ή κάποια στιγμή θα διασπαστεί

1. Αυθόρμητη διάσπαση και χρόνος ζωής

Αυθόρμητη διάσπαση πυρήνων (ραδιενέργεια) και είδη ακτινοβολίας από πυρήνες

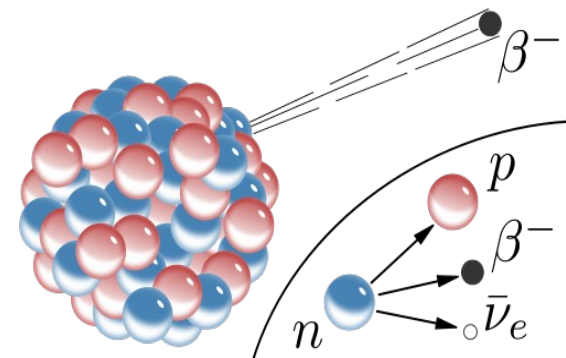
α-διάσπαση:

ο πυρήνας διώχνει ένα συσμάτωμα
από {2 πρωτόνια και δύο νετρόνια}
= διώχνει ένα σωματίδιο άλφα
(δηλαδή έναν πυρήνα ηλίου, He)



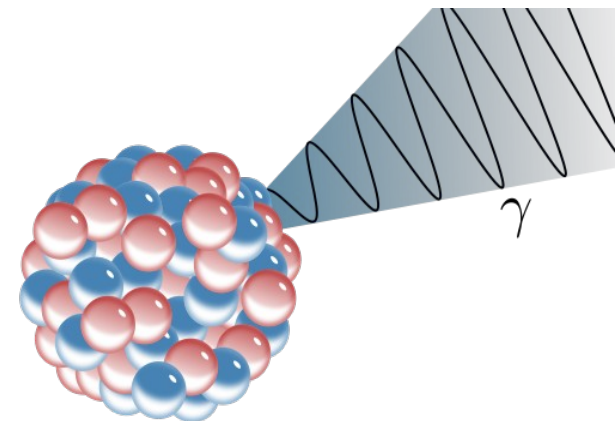
β-διάσπαση:

ο πυρήνας διώχνει ένα ηλεκτρόνιο
(e^-) ή ποζιτρόνιο (e^+)



γ-διάσπαση:

ο πυρήνας διώχνει ένα φωτόνιο (γ)
→ η μόνη περίπτωση που μένει ο ίδιος, απλά
με χαμηλότερη ενέργεια



Αυθόρμητη διάσπαση και είδη ακτινοβολίας από πυρήνες

ακτινοβολία α:

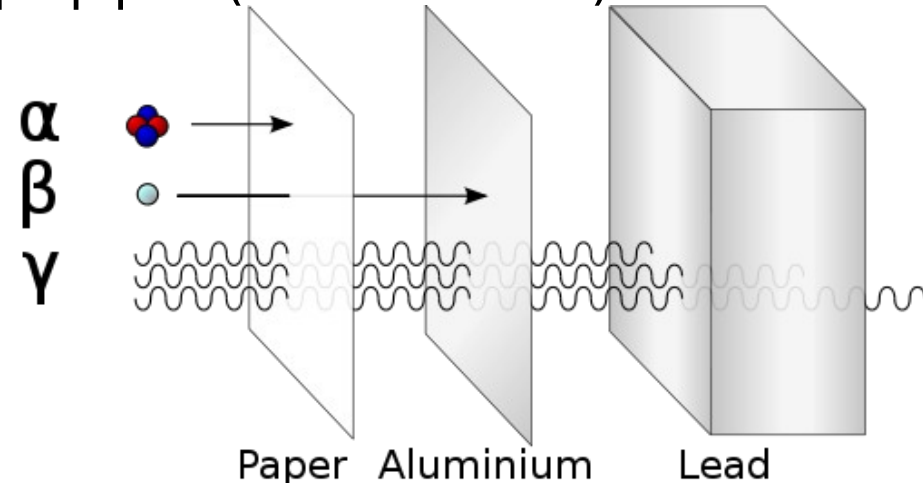
- Θετικά φορτισμένα σωματίδια, ~ 4 φορές βαρύτερα των πρωτονίων, δηλ. με μάζα ~ 4 GeV. (Προσέξατε ότι γράψαμε μάζα=4 GeV αντί για $4 \text{ GeV}/c^2$: εσείς ξέρετε όμως ότι μιλάμε για μάζα, οπότε δεν πειράζει, γιατί έτσι κι αλλιώς, όπου το χρησιμοποιήσουμε με $c=1$, θα βάλουμε μάζα=4 GeV)
- Αλληλεπιδράει με την ύλη μέσω της ισχυρής δύναμης: σταματάει εύκολα ($\sim 0.02 \text{ mm}$ σε Pb)

ακτινοβολία β (β^- ή β^+):

- Φορτισμένα σωματίδια (ηλεκτρόνια ή ποζιτρόνια) και ελαφριά (~ 2000 φορές ελαφρύτερα από τα πρωτόνια)
- Αλληλεπιδράει με την ύλη με την ηλεκτρομαγνητική δύναμη και διασχίζει περισσότερη ύλη μέχρι να απορροφηθεί ($\sim 1 \text{ mm}$ σε Pb)

ακτινοβολία γ:

- Αφόρτιστα “σωματίδια”, χωρίς μάζα
- Πιο διεισδυτική στην ύλη από α και β, απορροφάται σταδιακά



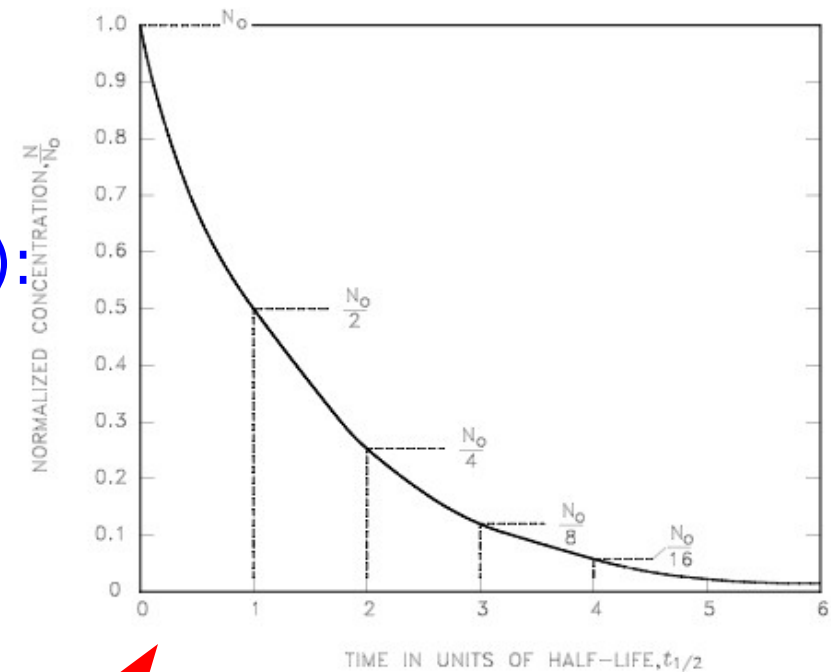
Αυθόρμητη διάσπαση – χρόνος ζωής

- **Πειραματικά ξέρουμε** (θα το δείτε στο εργαστήριο Πυρηνικής στο επόμενο εξάμηνο):
- **Ενεργότητα (δηλ, διασπάσεις ανά μονάδα χρόνου), A:**

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = A_0 e^{-\lambda t}$$

Αρχική ενεργότητα

Η ενεργότητα μειώνεται εκθετικά με το χρόνο



Αυθόρμητη διάσπαση – χρόνος ζωής

- **Αν,** το ποσοστό των πυρήνων που διασπώνται ανά μονάδα χρόνου είναι σταθερό:

$$\frac{dN}{N dt} = \text{σταθ. μείωση} = -\lambda$$

λ = “σταθερά διάσπασης”, δηλ. **ανεξάρτητο από την ηλικία των πυρήνων που μελετάμε** (π.χ., $\lambda = 1\%$ ανά λεπτό = $0.01/\text{min}$). [όχι όπως τα βιολογικά συστήματα...]

- **Τότε:** α) ποσοστό πυρήνων που διασπώνται σε διάστημα dt : $\lambda * dt$
β) Αν σε $t=0$ έχουμε N_0 πυρήνες, σε χρόνο t , έχουμε $N(t)$ και στο διάστημα $\{t, t+dt\}$ έχουν **διασπαστεί:** $N(t) * \lambda * dt$ πυρήνες και έχουν **απομείνει:**

$$N(t+dt) = N(t) - N(t) * \lambda * dt \rightarrow$$

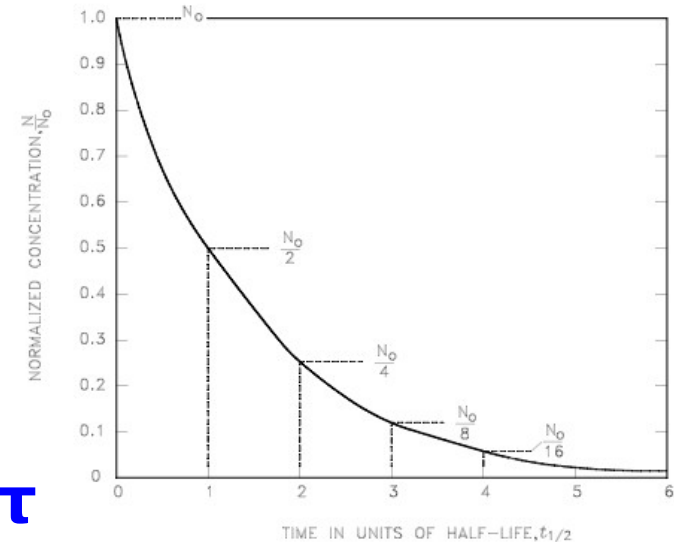
$$N(t+dt) - N(t) = - N(t) * \lambda * dt \rightarrow dN = -N * \lambda * dt \rightarrow \dots$$

$\dots \rightarrow N(t) = N_0 * e^{-\lambda t} \rightarrow$ εκθετική μείωση των “προς διάσπαση” (= “ραδιενεργών”) πυρήνων με το πέρασμα του χρόνου

Αυθόρμητη διάσπαση – χρόνος ζωής

- $N(t) = N_0 * e^{-\lambda t}$ 

Εκθετική μείωση του αδιάσπαστου
(και άρα “ραδιενεργού”) πληθυσμού
με το πέρασμα του χρόνου



- **Μέσος χρόνος ζωής σωματιδίου = τ**
= η μέση “ηλικία” του σωματιδίου όταν διασπάσται

$$\tau = \frac{t_1 N_1 + t_2 N_2 + \dots}{N_1 + N_2 + \dots} = \frac{\int_0^{\infty} t N(t) dt}{\int_0^{\infty} N(t) dt} = \frac{N_0 \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt}{N_0 \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt} = \frac{\lambda^{-2}}{\lambda^{-1}} = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{1}{\tau}$$

- **Χρόνος ημίσειας ζωής: $T_{1/2}$**

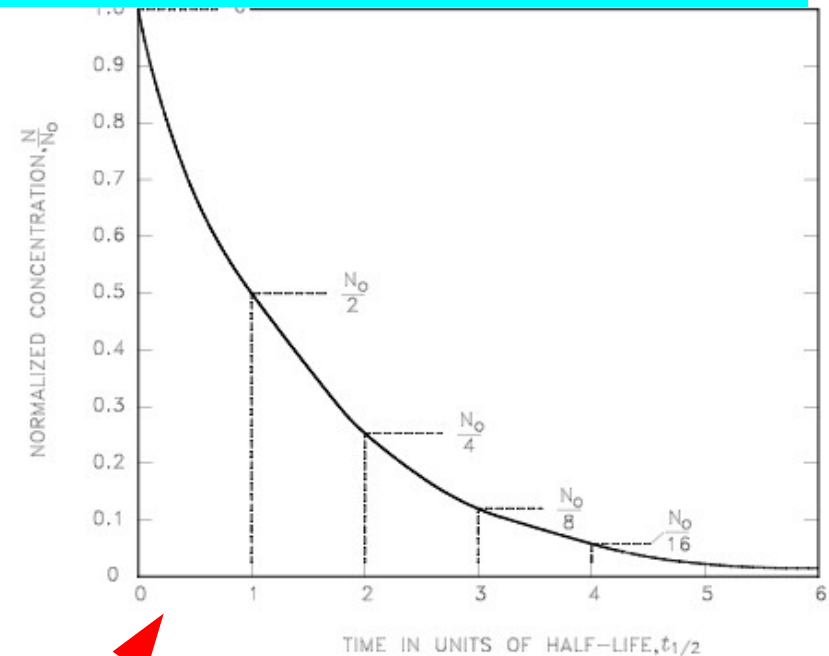
$$N(t=T_{1/2}) = N_0/2 : N_0/2 = N_0 * e^{-\lambda t} \rightarrow t = T_{1/2} = \tau * \ln(2) = 0.693 * \tau$$

Αυθόρμητη διάσπαση - χρόνος ζωής

- $N(t) = N_0 * e^{-\lambda t}$
- Έτσι, ξαναφτάνουμε εδώ:
Ενεργότητα, A =
διασπάσεις/μονάδα χρόνου:

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

Αρχική ενεργότητα



Η ενεργότητα μειώνεται εκθετικά με το χρόνο,
με τον ίδιο τρόπο όπως και ο πληθυσμός των εναπομείναντων
αδιάσπαστων (ραδιενεργών) πυρήνων.

Άσκηση

Άσκηση:

Ποια η ενεργότητα 1g ^{226}Ra ?

Δίνονται:

$$T_{1/2} = 1670\text{y} \approx 1.6 \times 10^3 \times 3.1 \times 10^7 \text{ s} \approx 5 \times 10^{10} \text{ s}$$

Λύση:

$$\lambda = 0.693 / (5 \times 10^{10} \text{ s}) \approx 1.4 \times 10^{-11} / \text{s}$$

1g περιέχει $N_0 \approx 6 \times 10^{23} / 226 \approx 2.7 \times 10^{21}$ πυρήνες

Η ενεργότητα στην αρχή δημιουργίας του δείγματος είναι

$$t=0 \quad A(t=0) = \lambda N_0 \approx 1.4 \times 10^{-11} \times 2.7 \times 10^{21} / \text{s} \approx \mathbf{3.7 \times 10^{10} \text{ διασπ./s}}$$

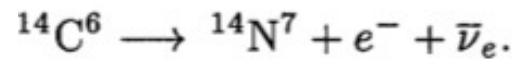
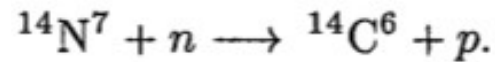
Μονάδες ενεργότητας:

Curie $1\text{Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ διασπ./s}$

Becquerel $1\text{Bq} = 1 \text{ διασπ./s}$

Σημείωση: Ραδιοχρονολόγηση με ^{14}C

Το ισότοπο ^{14}C παράγεται απο την αλληλεπίδραση της κοσμικής με το άζωτο ^{14}N της ατμόσφαιρας



β^- ραδιενεργό

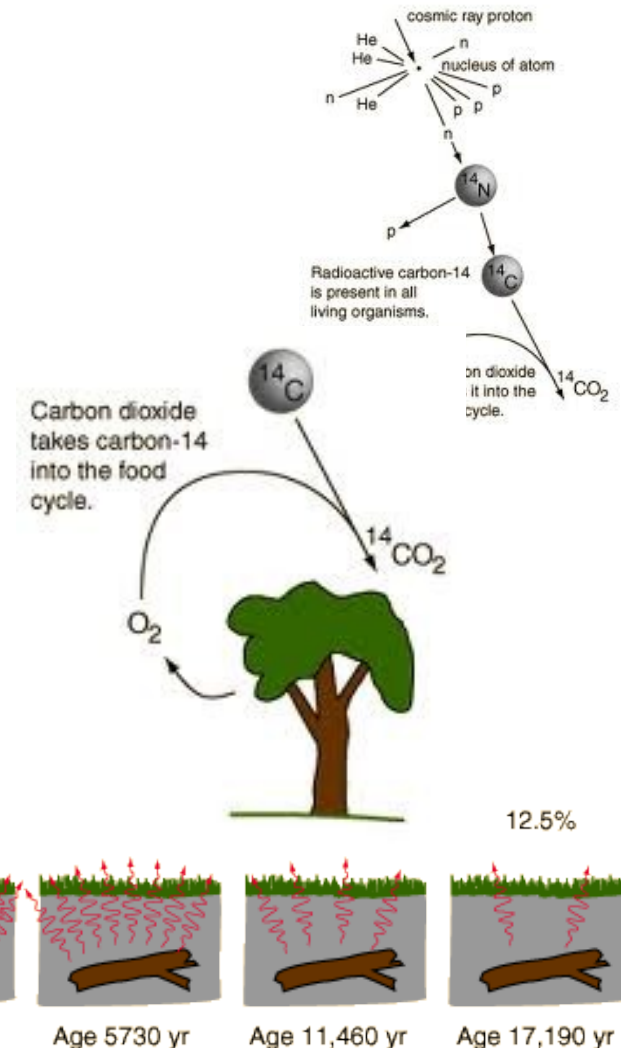
$T_{1/2} = 5730$ χρόνια.

Ζωντανοί οργανισμοί καταναλώνουν CO_2 το οποίο περιέχει τα ισότοπα του ^{12}C και ^{14}C .

Μετά το τέλος της ζωής του οργανισμού παύει η πρόσληψη ^{14}C και συνεχίζεται μόνο η διάσπασή του.

Χρονολόγηση με τη σύγκριση της ενεργότητας του ^{14}C στο δείγμα τώρα, σε σχέση με την ενεργότητα του ^{14}C σε ζωντανό οργανισμό.

--> Ο λόγος των πυρήνων $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ σε ένα ζωντανό δένδρο είναι 1.3×10^{-12} . Μετά το θάνατο του δέντρου, η αναλογία μικραίνει αφού το ^{14}C διασπάται χωρίς να αναπληρώνεται.



2. Σκεδάσεις σωματιδίων και ενεργός διατομή

2.

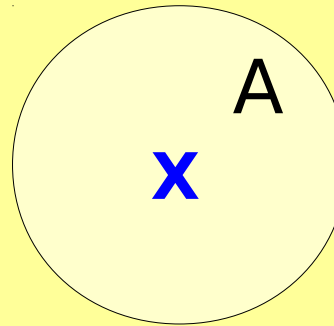
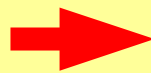
Τι μπορεί να πάθουν δύο σωματίδια που περνά το ένα από τη γειτονιά του άλλου;

- Ή δεν θα “αισθανθεί” κανείς την παρουσία του άλλου
- Ή θα αλληλεπιδράσουν
 - Η “**ενεργός διατομή**” της **αλληλεπίδρασης** είναι ένα μέγεθος (σε μονάδες επιφάνειας) που είναι ανάλογο της πιθανότητας αλληλεπίδρασης
 - Βιβλίο Cottingham & Greenwood (C&G): Παράρτημα A.1-A.3

Αλληλεπιδράσεις και ενεργός διατομή: “1+1”

- Όταν έχουμε σκέδαση δύο σωματιδίων, μιλάμε για την **ενεργό διατομή** της αλληλεπίδρασης
- Έστω ένα σωματίδιο **“βλήμα”** που προσεγγίζει από κάποια απόσταση έναν ακίνητο στόχο **X**, και προσπίπτει τυχαία οπουδήποτε σε μια **επιφάνεια A** που περιέχει το στόχο

Βλήμα
εισερχόμενο τυχαία
μέσα στην επιφάνεια A



Βλήμα
εξερχόμενο
έχοντας υποστεί
(ή όχι) σκέδαση

Πιθανότητα
αλληλεπίδρασης = $\frac{\text{σταθερά}}{A} = \frac{\sigma_{tot}}{A}$

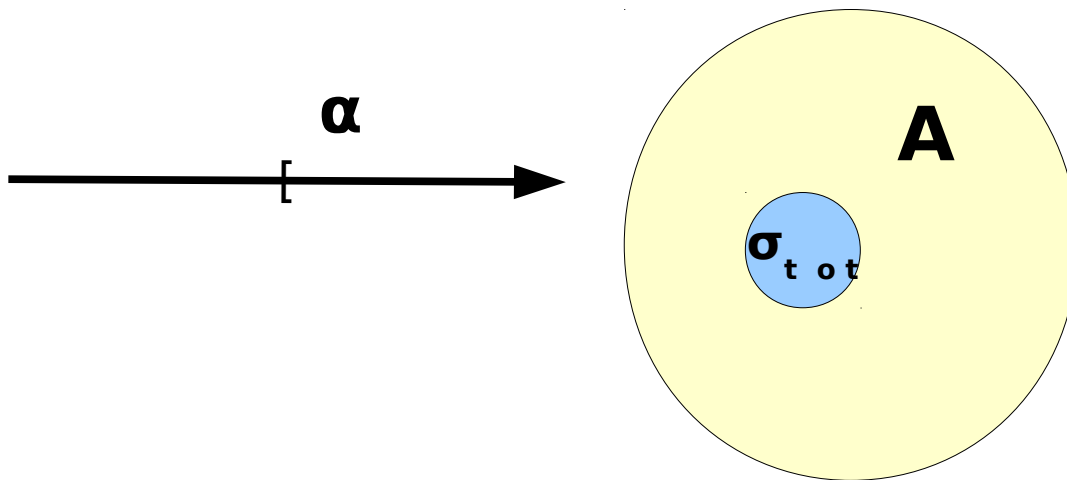
$\sigma = \text{σταθερά.}$

Οπότε λογικά, αν στέλνω βλήματα τυχαία σε **μεγάλη επιφάνεια A**, το **ποσοστό των σκεδαζόμενων βλημάτων** θα είναι μικρό.

σ_{tot} = Ενεργός διατομή της αλληλεπίδρασης
μονάδες επιφανείας, σε barn (“b”). $1b = (10 \text{ fm})^2$

Ενεργός διατομή

- Όταν έχουμε σκέδαση δύο σωματιδίων, μιλάμε για την **ενεργό διατομή** της αλληλεπίδρασης
- Η ενεργός διατομή μπορεί να θεωρηθεί το μηχανικό ανάλογο για την “ενεργό επιφάνεια” που παρουσιάζει ο πυρήνας X σε σημειακό επερχόμενο σωματίδιο βλήμα



→ **Αλλά δεν είναι το ίδιο!**
Δεν έχουμε “το πέτυχα ή όχι”
στην αλληλεπίδραση σωματιδίων.

Η ενεργός διατομή δεν είναι γεωμετρικός παράγοντας, αλλά είναι συλλογική ιδιότητα των δύο σωματιδίων που αλληλεπιδρούν.

Εξαρτάται και από τον τύπο των σωματιδίων και από την ενέργειά τους

Παράδειγμα: ενεργός διατομή

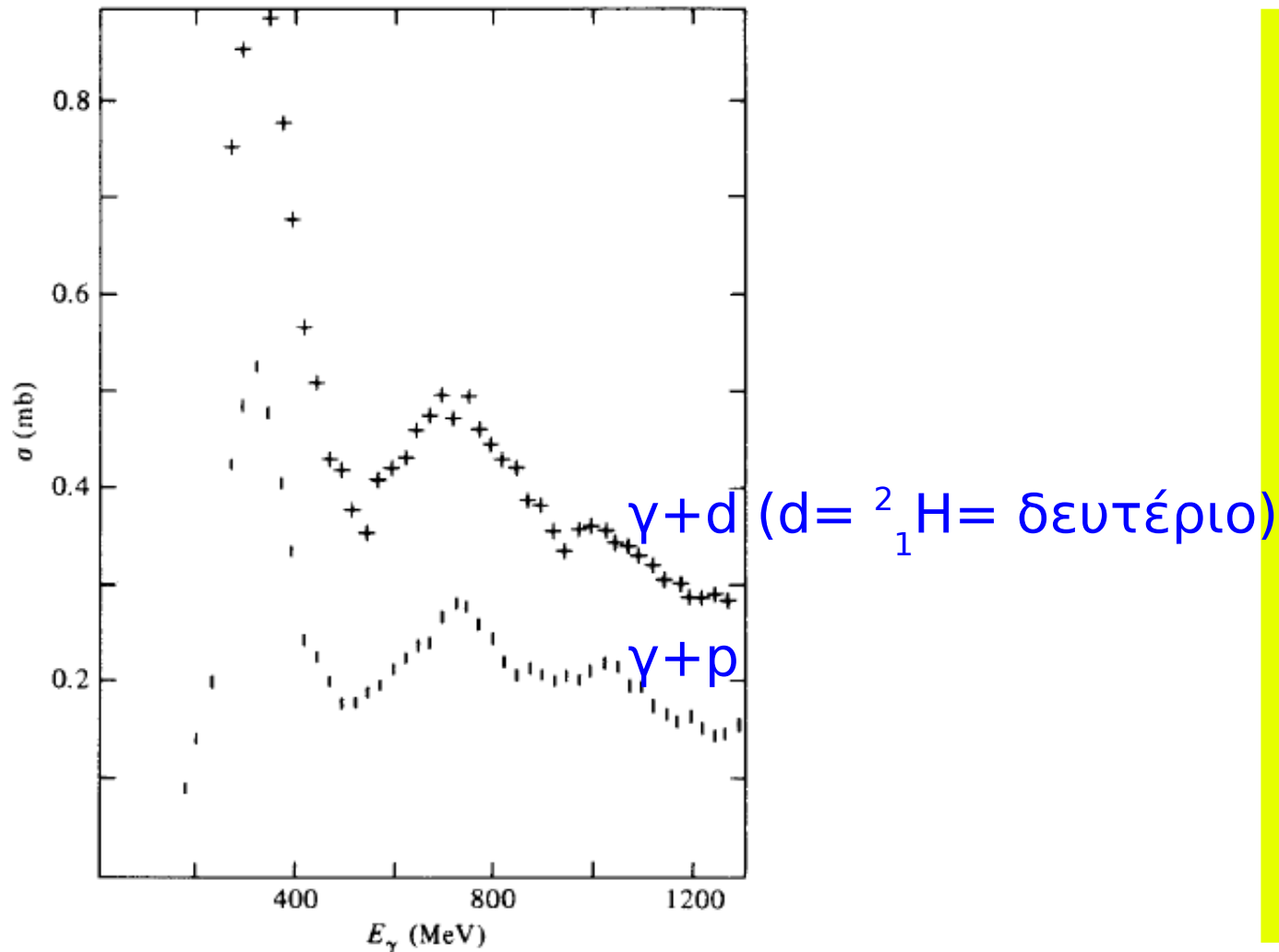


Fig. 3.1 The total photon cross-section for hadron production on protons (dashes) and deuterons (crosses). The difference between these cross-sections is approximately the cross-section on neutrons. (After Armstrong, T. A. *et al.* (1972), *Phys. Rev.* **D5**, 1640; *Nucl. Phys.* **B41**, 445.)

- Η ενεργός διατομή είναι **συλλογική ιδιότητα** των δύο σωματιδίων που αλληλεπιδρούν: εξαρτάται από τον **τύπο των σωματιδίων** και την **ενέργειά τους**

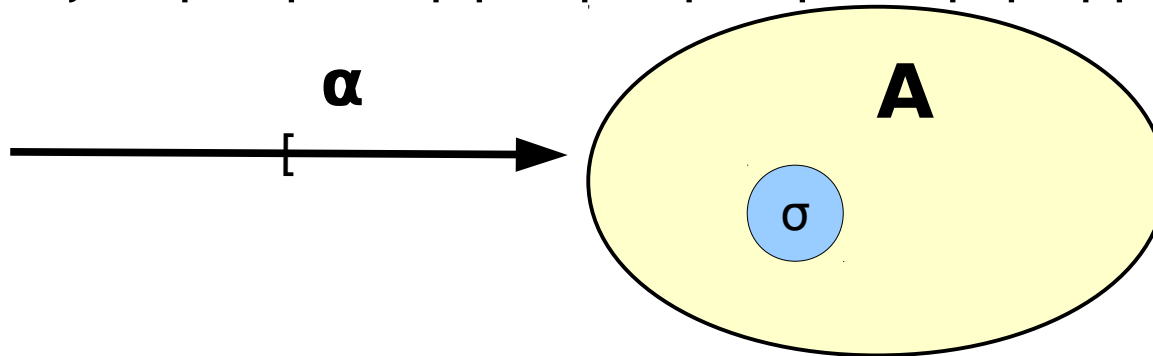
Σχήμα 3.1 στο βιβλίο πυρηνικής C&G (5ου εξαμήνου)

Ενεργός διατομή: επί μέρους και ολική

- **Η ενεργός διατομή δεν είναι γεωμετρικός παράγοντας**
- Εξαρτάται από τα σωματίδια που αλληλεπιδρούν και τις ενέργειές τους
 - π.χ. $\sigma(\pi+p) > \sigma(e+p) > \sigma(\nu+p)$
- Ανάλογα με την ερώτηση που θέλουμε να απαντήσουμε, μπορεί να εξαρτάται επίσης και από τα παραγόμενα σωματίδια και τα χαρακτηριστικά τους
 - Μπορούμε να ορίσουμε τις “επί μέρους ενεργές διατομές” = **“exclusive cross sections”** = σ_i
 - π.χ., $\sigma(pp \rightarrow W)$, $\sigma(pp \rightarrow Z)$
 - “ολική ενεργός διατομή” = **“inclusive cross section”** = $\sigma_{tot} = \sum \sigma_i$
 - π.χ., $\sigma_{tot}(pp \rightarrow \text{o,τιδήποτε}) = \sigma(pp \rightarrow W) + \sigma(pp \rightarrow Z) + \dots$

Μιά αίσθηση του μεγέθους των ενεργών διατομών **στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις**

- Ας πάρουμε τη γεωμετρική θεώρηση μιας σκέδασης

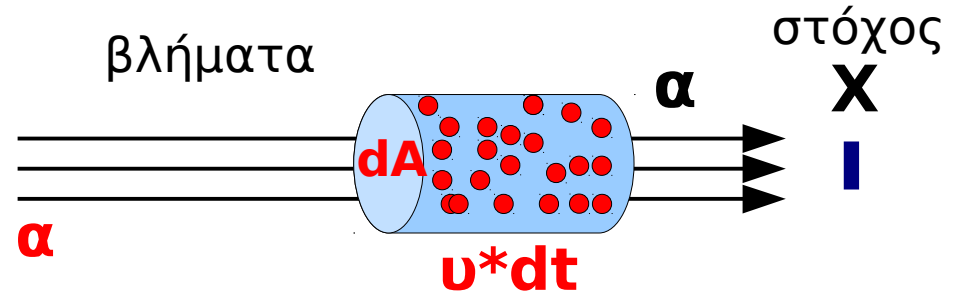


- Σωματίδιο α σκεδάζεται από πυρήνα που έχει ακτίνα $r = 6 \text{ fm}$.
- Αν θεωρήσουμε το α σημειακό που πέφτει τυχαία οπουδήποτε στην επιφάνεια A , και επίσης αν θεωρήσουμε την επιφάνεια σ που παρουσιάζει ο πυρήνας σαν την “ενεργό διατομή” της αλληλεπίδρασης, τότε η ενεργός διατομή αλληλεπίδρασης είναι απλά η επιφάνεια του πυρήνα: $\sigma = \pi * r^2 = 113 \text{ fm}^2 = 1.13 \text{ b}$
- Τότε, η γεωμετρική πιθανότητα το α να πέσει πάνω στον πυρήνα είναι $= \sigma / A$, με $\sigma = 1.13 \text{ b}$, που είναι σωστή τάξη μεγέθους μόνο για τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις :
π.χ., $\sigma(pp \rightarrow \text{ο,τιδήποτε}) \sim 0.1 \text{ b}$!

Ενεργός διατομή και ρυθμός αντίδρασης: "πολλά+1"

- Δέσμη σωματιδίων α , προσπίπτει με ταχύτητα u σε έναν πυρήνα X

ρ_α = αριθμητική
πυκνότητα όγκου
δέσμης σωματιδίων α



- Ροή των σωματιδίων-βλημάτων (α) : Φ = αριθμός σωματιδίων α που περνούν ανά μονάδα επιφάνειας, ανά μονάδα χρόνου.

- Μπορώ να υπολογίσω τη ροή Φ από την αριθμητική πυκνότητα της δέσμης α : ρ_α = αριθμός σωματιδίων α , ανά μονάδα όγκου. Οπότε $\Phi = \rho_\alpha * u$ [γιατί σε χρόνο dt από την επιφάνεια dA περνούν $\rho_\alpha * dA * u * dt$ σωματίδια α]

- Αριθμός βλημάτων α που διέρχεται από επιφάνεια A γύρω έναν πυρήνα X , στη μονάδα χρόνου ($dt=1$) : $\Phi * A$

- Θυμάστε: πιθανότητα αλληλεπίδρασης ενός α με έναν $X =$

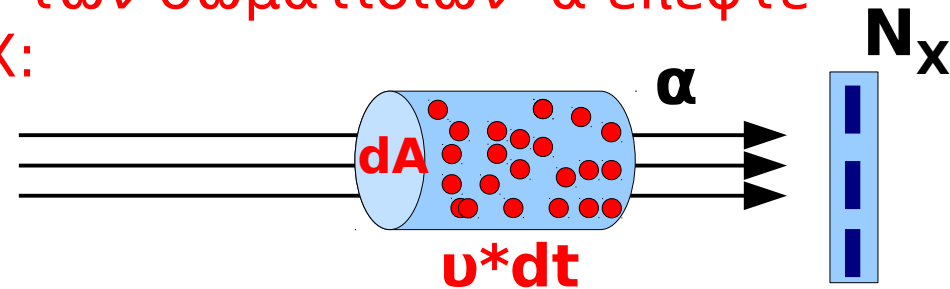
$$\left. \begin{array}{l} \Phi * A \\ \frac{\sigma_{tot}}{A} \end{array} \right\} \rightarrow$$

- Ρυθμός (dN/dt) αλληλεπίδρασης σωματιδίων α με έναν πυρήνα $X =$
 $= (\Phi * A) * (\sigma_{tot} / A) = \Phi * \sigma_{tot} \Rightarrow dN/dt = \Phi * \sigma_{tot}$
 $=$ ροή προσπίπτοντων σωματιδίων * ενεργός διατομή αλληλεπίδρασης

Πέρασμα δέσμης μέσα από υλικό με πολλούς πυρήνες: “πολλά + πολλά”

- Όταν μια δέσμη πολλών σωματιδίων α , πέφτει πάνω σε N_x πυρήνες, τότε ο ρυθμός αλληλεπιδράσεων είναι N_x φορές μεγαλύτερος απ' ότι αν η δέσμη των σωματιδίων α έπεφτε σε στόχο με έναν μόνο πυρήνα X :

$$dN/dt = N_x * (\Phi * \sigma)$$



- Ο αριθμός στόχων N_x μπορεί να βρεθεί ως εξής:

Αν η δέσμη των σωματιδίων α έχει **επιφάνεια A** (αλληλεπικάλυψης με το στόχο), και πέφτει στο στόχο που έχει πάχος dx ,

Αν οι πυρήνες X έχουν αριθμητική πυκνότητα όγκου: ρ_x (=αριθμός πυρήνων / cm^3),

τότε: $N_x = \rho_x * \text{όγκος} = \rho_x * A * dx$

Οπότε:

$$dN/dt = (\rho_x * A * dx * \Phi) * \sigma$$

Χρηστικός ορισμός ενεργού διατομής, σ

- Αν έχουμε την αντίδραση $\alpha + X \rightarrow \text{οτιδήποτε}$

Πιθανότητα αλληλεπίδρασης ανά βλήμα ανά μονάδα χρόνου $\sigma = \frac{\text{αριθμός αλληλεπιδράσεων}}{\text{επιφάνεια} \cdot \text{χρόνος} \cdot \text{αριθμός α}} = \frac{R}{\Phi N_x}$

Αν μια δέσμη σωματιδίων α , με ταχύτητα v και **ροή** Φ σωματίδια ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα χρόνου, αλληλεπιδρά με **ΕΝΑ** σωματίδιο τύπου X , τότε:

$$R \equiv \frac{dN}{dt} = \Phi \sigma, \text{ όπου } \Phi = \rho_\alpha * v, \text{ με } \rho_\alpha = \text{αριθμητική πυκνότητα των } \alpha$$

- Ο ρυθμός αλληλεπιδράσεων ($R = dN/dt$)

είναι:

$$R = dN/dt = \Phi * \sigma \rightarrow$$

$$\sigma = \frac{R}{\Phi}$$

→ μπορούμε χρηστικά να ορίσουμε την ενεργό διατομή, σ , ως τη σταθερά αναλογίας (με μονάδες επιφάνειας) μεταξύ του ρυθμού αλληλεπιδράσεων dN/dt ενός στόχου με μια ροή βλημάτων Φ .

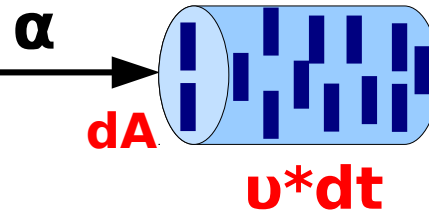
Γενικά: $R = N_x * \Phi * \sigma \rightarrow$ η ενεργός διατομή, σ , ισούται με το ρυθμό αλληλεπιδράσεων ανά μονάδα ροής των προσπιπτόντων σωματιδίων και ανά σωματίδιο του στόχου

$$\sigma = \frac{R}{\Phi N_x}$$

Ενεργός διατομή και μέση ελεύθερη διαδρομή: “1+πολλά”

- Αν έχω ένα βλήμα α που έρχεται με ταχύτητα u και προσπαθεί να διαπεράσει ένα υλικό με πολλούς στόχους X

Το ένα α θεωρεί τον εαυτό του ακίνητο και βλέπει μια ροή Φ_x από πολλά σωματίδια X να έρχονται καταπάνω του!



$\rho_x = \text{αριθμητική πυκνότητα όγκου πυρήνων } X$

- Έτσι, κατ' αντίστοιχα με την ανάλυση “πολλά + 1”, έχουμε:
- Ρυθμός αντιδράσεων ($R=dN/dt$) ενός σωματιδίου α με τους πυρήνες X του στόχου: $dN/dt = \Phi_x * \sigma_{tot} = \rho_x * u * \sigma_{tot}$

(σαν να είμαι πάνω στο α και να βλέπω τους πυρήνες X να έρχονται με ταχύτητα u ,
οπότε έχω: ρυθμός αλληλεπιδράσεων = ροή των σωματιδίων X * ενεργός διατομή αλληλεπίδρασης)

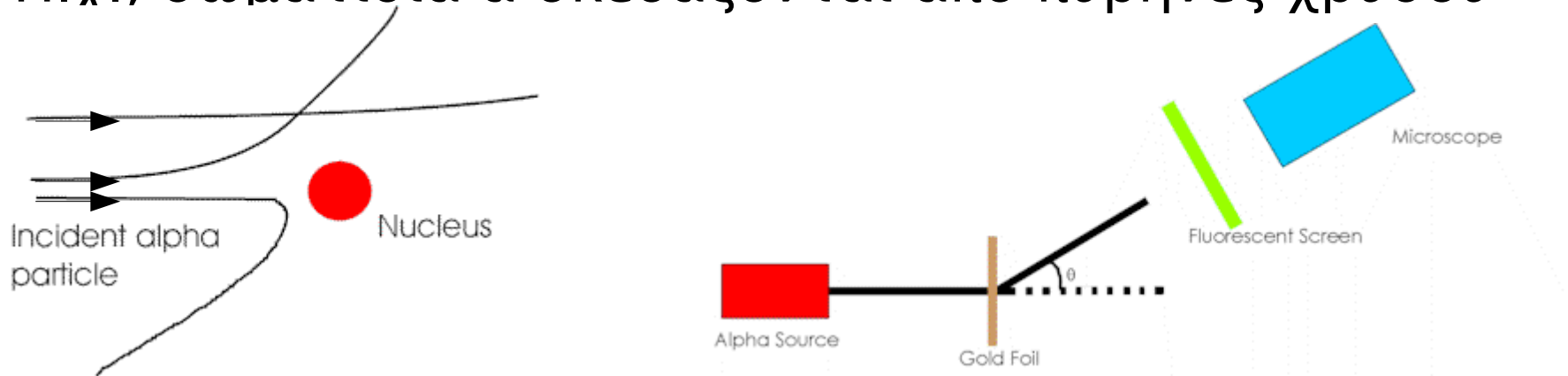
- Για **μία** αλληλεπίδραση κατά μέσο όρο ($dN/dt=1/dt$) απαιτείται κατά μέσο όρο χρόνος $\tau = 1/(dN/dt)$
 $\rightarrow \tau = 1/(\rho_x * u * \sigma_{tot})$

- Τρέχοντας με ταχύτητα u , η μέση ελεύθερη διαδρομή είναι:

$$\lambda = \tau * u = 1/(\rho_x * \sigma_{tot})$$

Ενεργός διατομή, $d\sigma$, για σκέδαση σε συγκεκριμένη κατεύθυνση (1)

- Π.χ., σωματίδια α σκεδάζονται από πυρήνες χρυσού



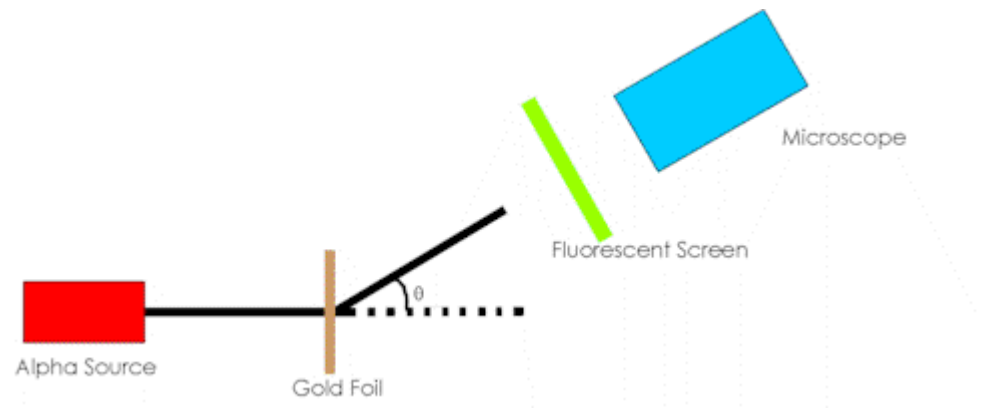
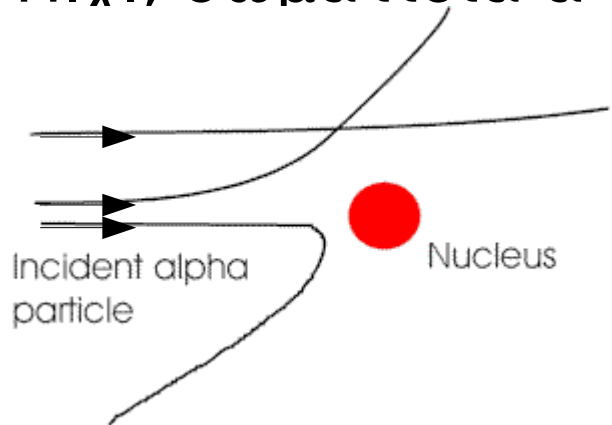
- Μετρώ σε κάθε κατεύθυνση (θ, ϕ) πόσα σκεδαζόμενα σωματίδια (dN) “βλέπω” μέσα σε χρόνο dt :
Επειδή $dN/dt = \text{ροή βλημάτων} * d\sigma$, έχω $dN = \text{ροή} * dt * d\sigma$
- Ο αριθμός των σκεδαζόμενων σωματιδίων dN είναι συνάρτηση της κατεύθυνσης (θ, ϕ).

σ = “ολική” ενεργός διατομή της αλληλεπίδρασης,
όπου τα σκεδαζόμενα σωματίδια πάνε **οπουδήποτε**

$d\sigma(\theta, \phi)$ = “μερική” ενεργός διατομή για τις αλληλεπιδράσεις όπου τα σκεδαζόμενα σωματίδια καταλήγουν να σκεδαστούν **σε γωνία $(\theta, \theta + d\theta)$ και $(\phi, \phi + d\phi)$**

Ενεργός διατομή, $d\sigma$, για σκέδαση σε συγκεκριμένη κατεύθυνση (2)

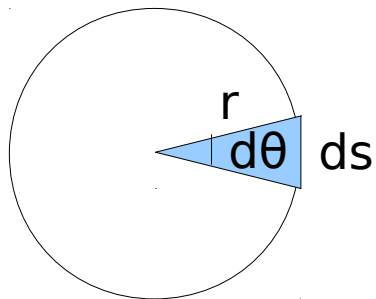
- Π.χ., σωματίδια α σκεδάζονται από πυρήνες χρυσού



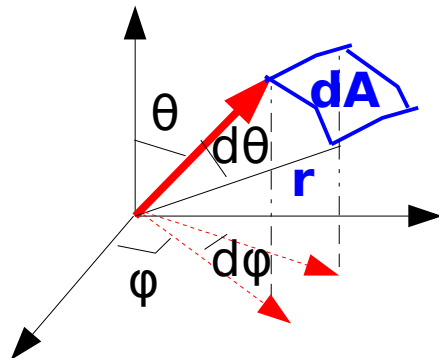
Ο αριθμός των σκεδαζόμενων σωματιδίων dN είναι συνάρτηση της κατεύθυνσης (θ, ϕ) . **Ανά μονάδα στερεάς γωνίας $d\Omega$ έχω : $dN/d\Omega$**

Σε 2 διαστάσεις
μιλάμε για
γωνία: θ

$$d\theta = ds/r$$



Σε 3 διαστάσεις
μιλάμε για
στερεά γωνία: Ω



$$d\Omega = dA/r^2 = (r \cdot d\theta \cdot r \cdot \sin\theta \cdot d\phi) / r^2 = d\phi \cdot \sin\theta \cdot d\theta$$

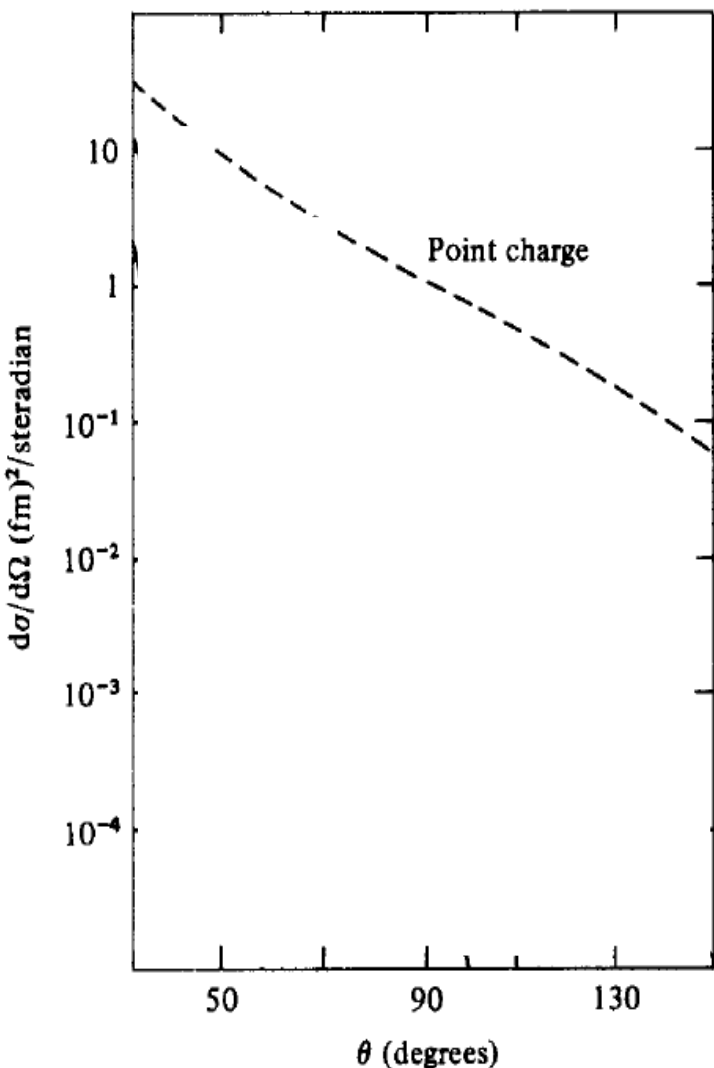
→ αν δεν με ενδιαφέρει το ϕ ,
ολοκληρώνω και παίρνω 2π απ'αυτό:
 $d\Omega = 2\pi \cdot \sin\theta \cdot d\theta = 2\pi \cdot d(\cos\theta)$

Σκέδαση Rutherford (C&G παράρτημα A.4)

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{(\rho\phi * dt) * d\sigma}{d\Omega} = \sigma\alpha\theta * \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

1. Μετράμε το $dN/d\Omega$,
και άρα το $d\sigma/d\Omega$

Διαφορική ενεργός διατομή



$$d\Omega = dA/r^2$$

$= (r * d\theta * r * \sin\theta * d\phi) / r^2 = d\phi * \sin\theta * d\theta$
→ αν δεν με ενδιαφέρει το ϕ , ολοκληρώνω και παίρνω 2π απ'αυτό:

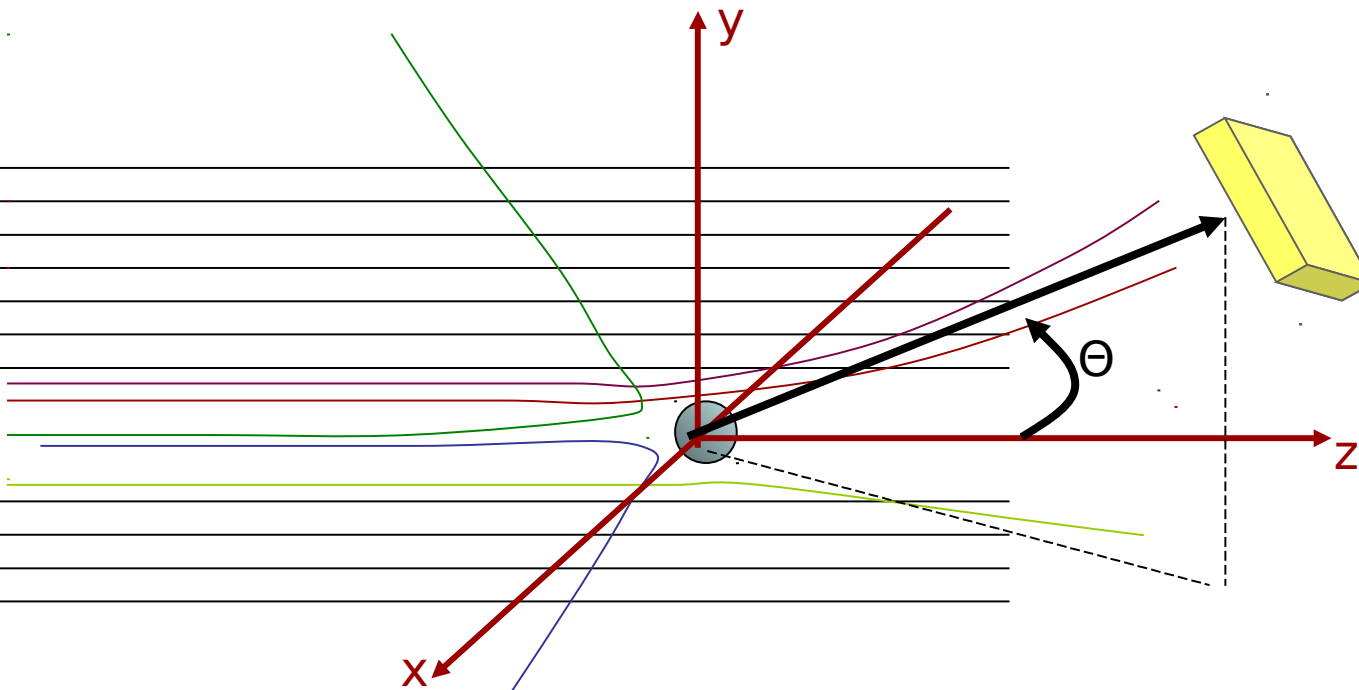
$$d\Omega = 2\pi * \sin\theta * d\theta = 2\pi * d(\cos\theta)$$

2. Όταν έχουμε ολοκληρώσει τις παρατηρήσεις σε όλα τα ϕ , το $d\sigma$ περιγράφει αλληλεπίδραση συναρτήσει της γωνίας θ μόνο.
→ Αν οι πυρήνες είναι σημειακοί, περιμένουμε από τη σκέδαση Rutherford (επόμενο μάθημα):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \sim \frac{1}{\theta^4}, \text{ για μικρά } \theta$$

3. Αν δεν μετράμε αυτό, τότε οι μετρήσεις μάς λένε ότι οι πυρήνες δεν είναι σημειακοί*

Διαφορική Ενεργός Διατομή (1)



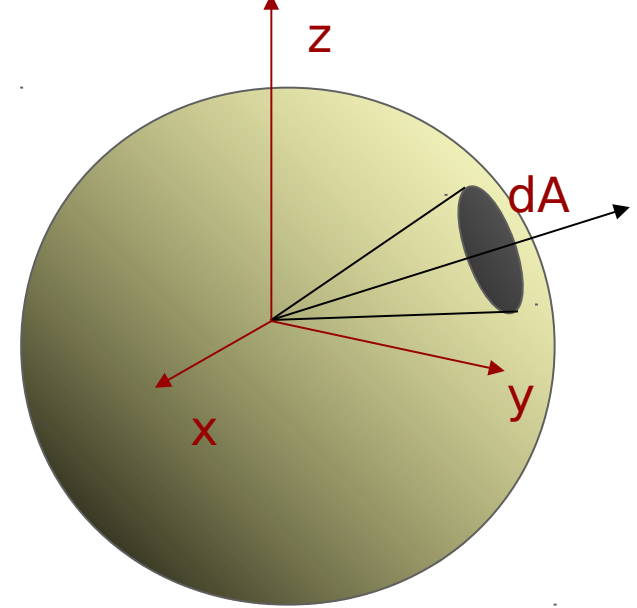
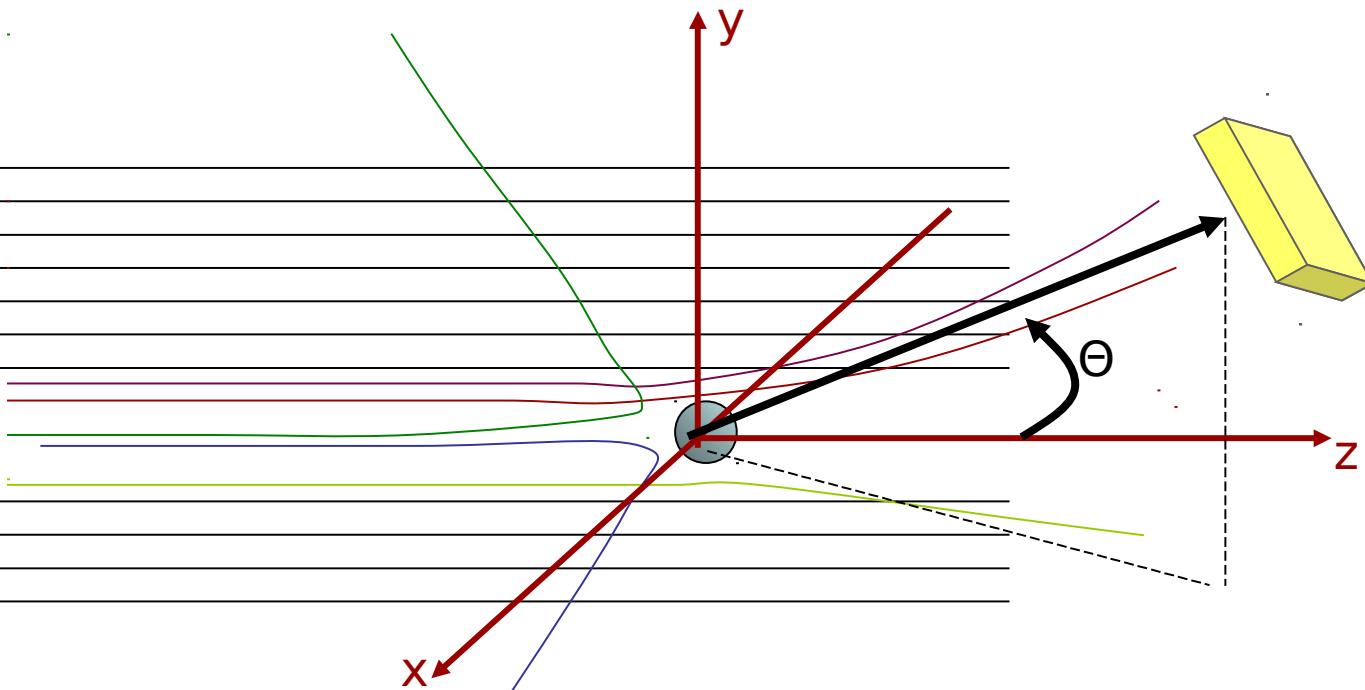
$$\frac{dN(\Theta, \varphi)}{dt} = d\sigma(\Theta, \varphi) I_0$$

Ένταση (I_0) ή Ροή (Φ) της προσπίπτουσας δέσμης: Αριθμός «βλημάτων» που προσπίπτουν, στην μονάδα του χρόνου, κάθετα σε μοναδιαία επιφάνεια του στόχου

$dN(\Theta, \varphi)/dt$ = αριθμός βλημάτων που σκεδάζονται προς την κατεύθυνση (Θ, φ) στη μονάδα του χρόνου

Διαφορική ενεργός διατομή, $d\sigma(\Theta, \varphi)$: Η σταθερά αναλογίας μεταξύ dN/dt και I_0 . Έχει μονάδες επιφάνειας και αντιστοιχεί στο τμήμα της επιφάνειας της δέσμης που σκεδάζεται υπό γωνίες Θ και φ

Διαφορική Ενεργός Διατομή (2)



$$\frac{dN(\Theta, \varphi)}{dt} = d\sigma(\Theta, \varphi) I_0$$

Ένταση (I_0) ή Ροή (Φ) της προσπίπτουσας δέσμης: Αριθμός «βλημάτων» που προσπίπτουν, στην μονάδα του χρόνου, κάθετα σε μοναδιαία επιφάνεια του στόχου

$dN(\Theta, \varphi)/dt$ = αριθμός βλημάτων που σκεδάζονται προς την κατεύθυνση (Θ, φ) στη μονάδα του χρόνου

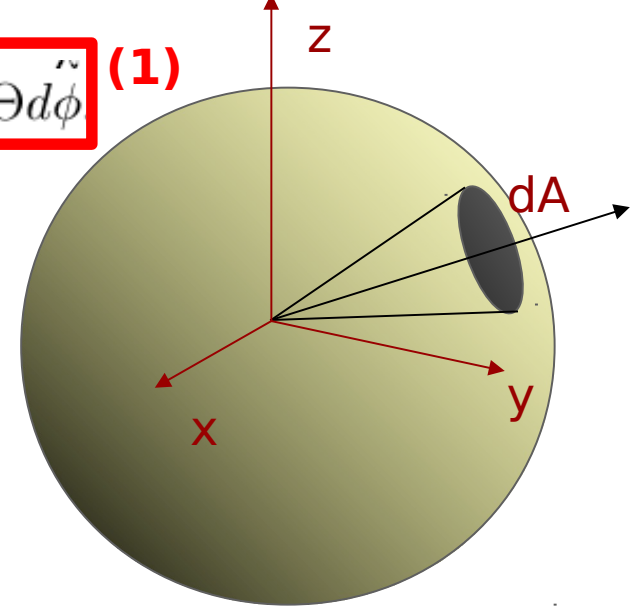
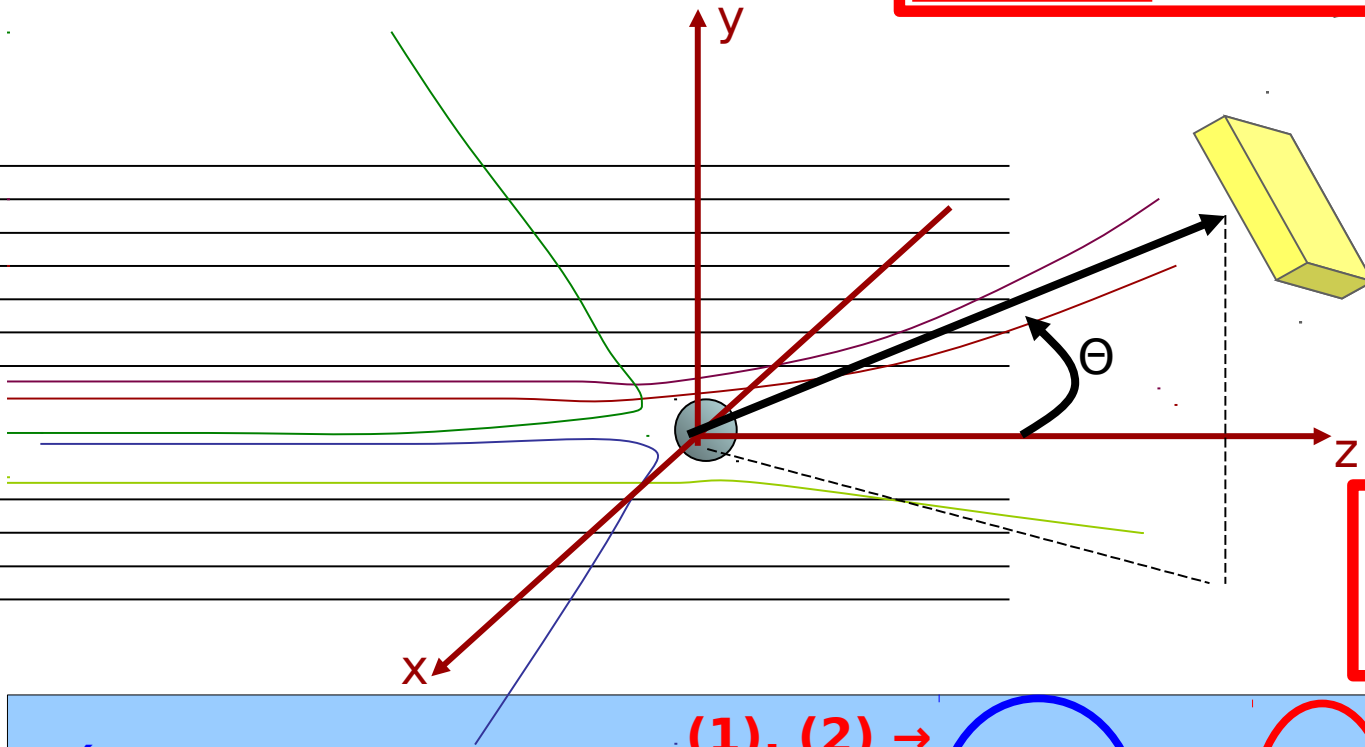
Διαφορική ενεργός διατομή, $d\sigma(\Theta, \varphi)$: Η σταθερά αναλογίας μεταξύ dN/dt και I_0 . Έχει μονάδες επιφάνειας και αντιστοιχεί στο τμήμα της επιφάνειας της δέσμης που σκεδάζεται υπό γωνίες Θ και φ

Στερεά Γωνία $d\Omega$: Ο λόγος της επιφάνειας dA του ανιχνευτή (που καλύπτει τμήμα σφαιρικής επιφάνειας με κέντρο τον στόχο) προς το τετράγωνο της απόστασης r ανιχνευτή-στόχου.

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2}$$

Διαφορική Ενεργός Διατομή (3)

$$dA = r^2 d\Omega : r^2 \sin \Theta d\Theta d\phi \quad (1)$$



$$\frac{dN(\Theta, \varphi)}{dt} = d\sigma(\Theta, \varphi) I_0 \quad (2)$$

Μέτρηση:

εξαρτάται και από τη ροή βλημάτων και τη γεωμετρία του ανιχνευτή μου

(1), (2) →

$$\frac{dN/dt}{dA} = \frac{I_0}{r^2} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)$$

$d\sigma/d\Omega$:

περιγράφει τη φυσική της αλληλεπίδρασης :
ΔΕΝ εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της πειραματικής διάταξης (γεωμετρία , ροή βλημάτων, απόδοση ανίχνευσης, κλπ)

Το $d\sigma/d\Omega$ είναι χαρακτηριστικό της φύσης και άρα αυτή την ποσότητα δημοσιεύουν όλα τα πειράματα ως **αποτέλεσμα φυσικής** (δηλ. αν έχω την τιμή του $d\sigma/d\Omega$ τότε τα έχω όλα: δεν χρειάζεται να ξέρω τα χαρακτηριστικά του πειράματος που το μέτρησε, παρά μόνο για να αποφασίσω αν εμπιστεύομαι τη μέτρηση! :)

Μερικοί σχετικοί ιστότοποι

- **Rutherford scattering:**

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/rutsca.html#c2>

- **Ενεργός διατομή σκέδασης:**

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/nuclear/crosec.html#c5>

- **Great experiments in Physics**

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/Hbase/grexp.html#c1>