

α - διάσπαση

Δήμος Σαμψωνίδης
(25-11-2020)

Σήμερα

- **α-διάσπαση**

- Βιβλίο C&G, Κεφ. 6, παρ. 6.1 και 6.2
- Βιβλίο Χ. Ελευθεριάση, κεφ. 5, παρ. 5.2 και 5.3
- Σημειώσεις Πυρηνικής, Κεφ. 5, παρ 5.1

- **Ιστοσελίδα:** http://skiathos.physics.auth.gr/atlas/Nuclear_Physics/2020-21/T2/

Έχουμε ήδη δει το πρότυπο της υγρής σταγόνας για την πρόβλεψη της ενέργειας σύνδεσης (και έτσι της μάζας) ενός πυρηνά. Αυτό ήταν πολύ χρήσιμο για να εξηγήσουμε:

α) την **κοιλάδα β-σταθερότητας**

(= ποιό είναι το σταθερότερο Z για κάθε συγκεκριμένο A)

και

β) την **ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο**

(=έχοντας διαλέξει το σταθερότερο Z για κάθε A , ποιό είναι το σταθερότερο A από όλα;)

Κοιλάδα β-σταθερότητας

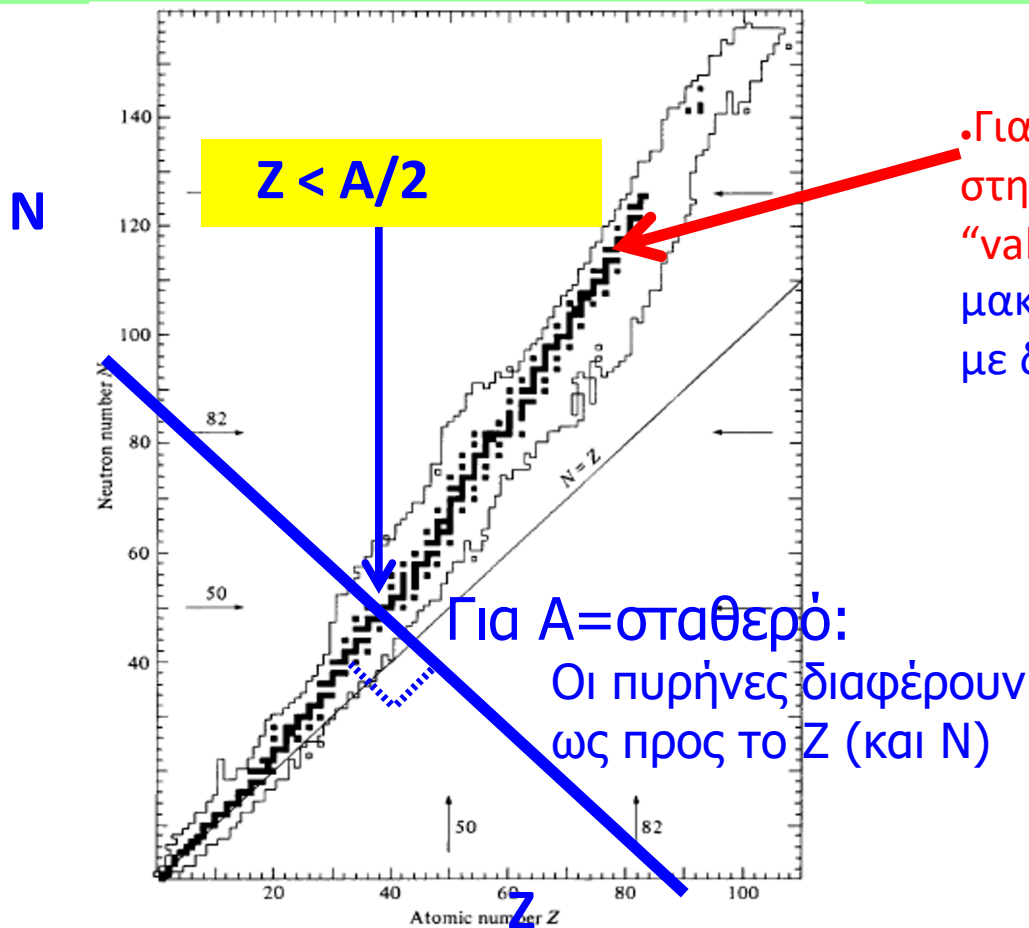
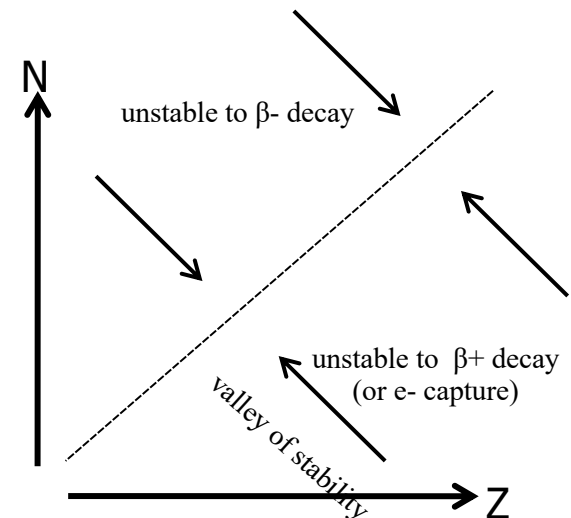
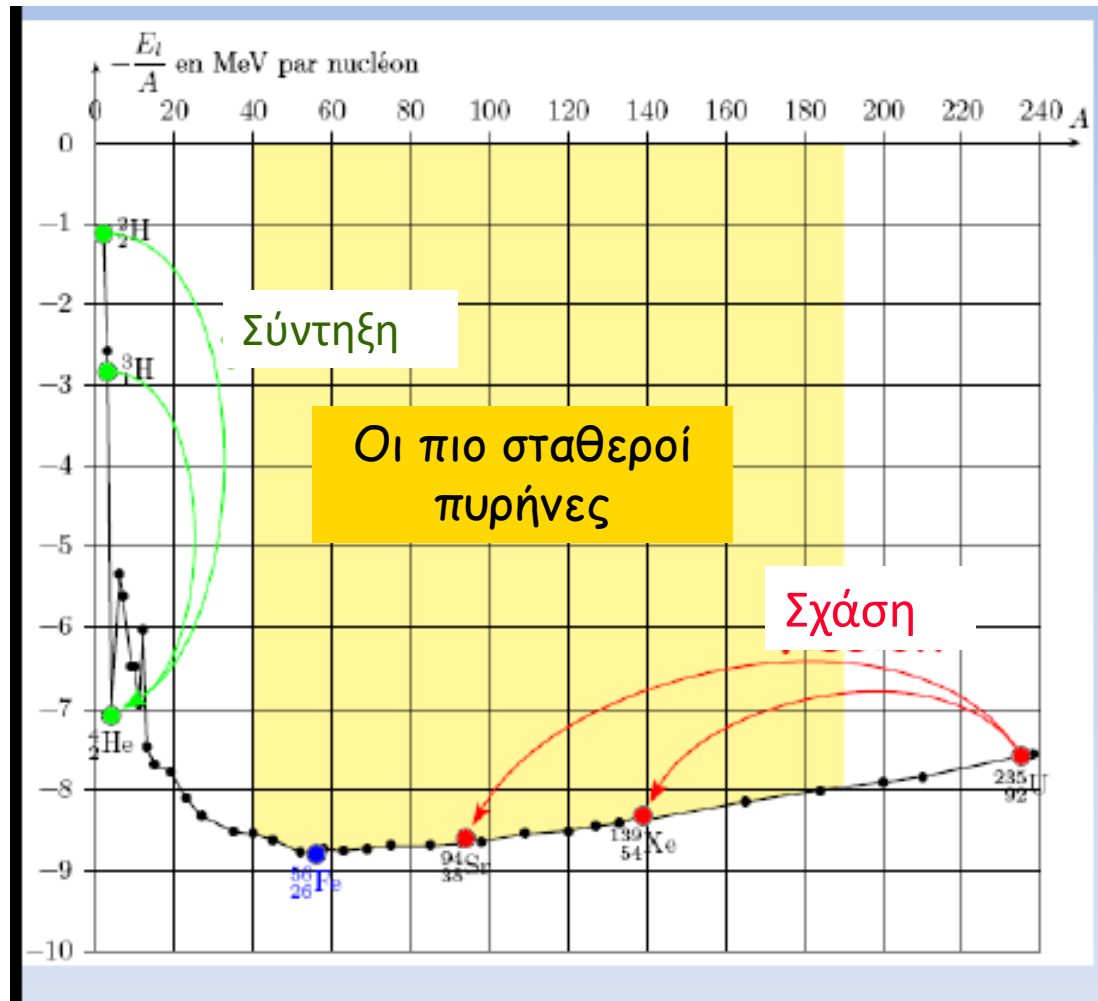


Fig. 4.6 The β -stability valley. Filled squares denote the stable nuclei and long-lived nuclei occurring in nature. Neighbouring nuclei are unstable. Those for which data on masses and mean lives are known fill the area bounded by the lines. For the most part these unstable nuclei have been made artificially. (Data taken from *Chart of the Nuclides* (1977), Schenectady: General Electric Company.)



Ενέργεια σύνδεσης/νουκλεόνιο



Ημ εμπειρικός τύπος μάζας πυρήνων

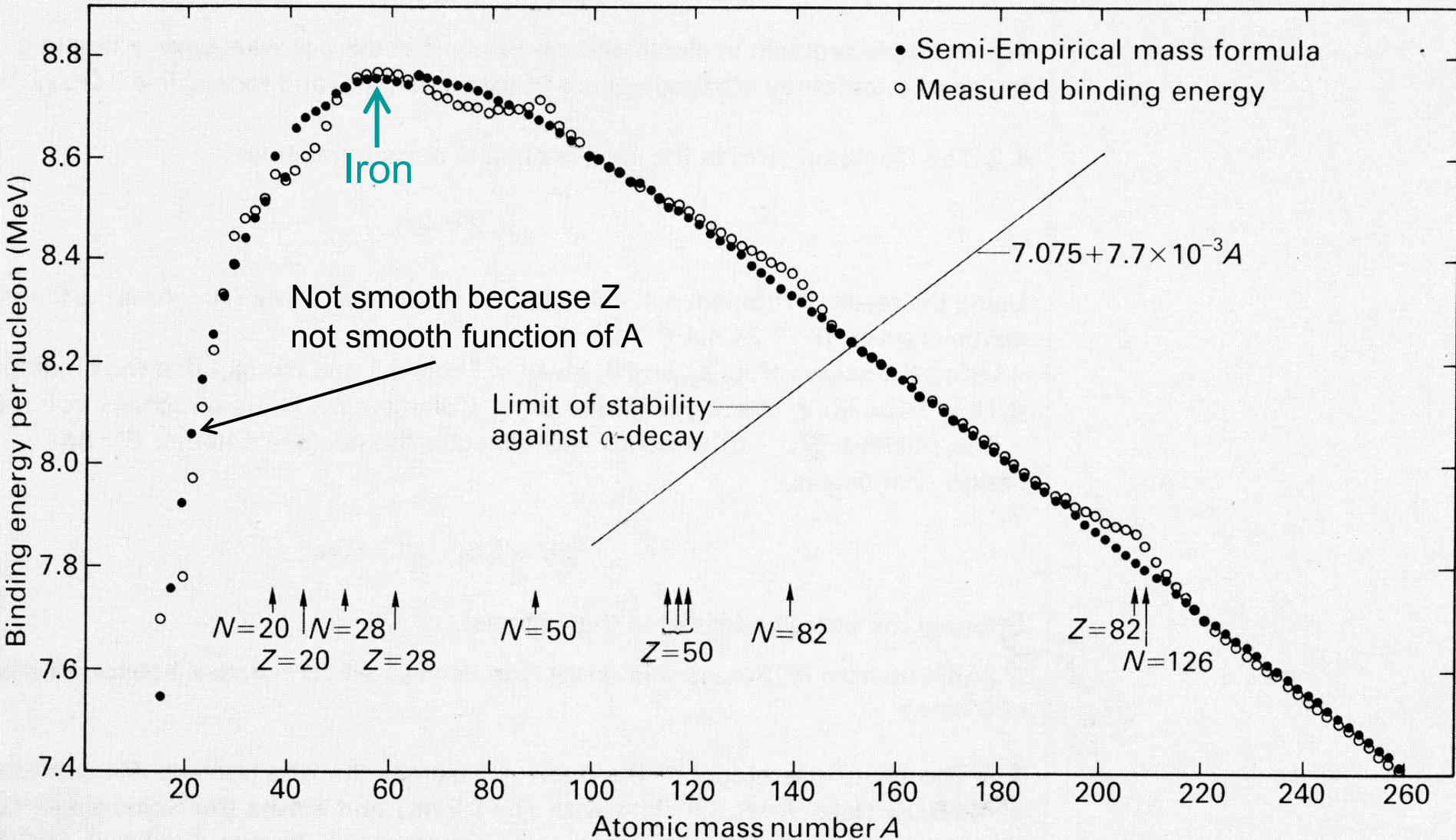
$$B(Z,N) = a A - b A^{2/3} - s (N-Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$



- $a A$ (όγκου)
- $b A^{2/3}$ (επιφάνειας)
- $s (N-Z)^2 / A$ (ασυμμετρίας)
- $d Z^2 / A^{1/3}$ (Coulomb)
- $\delta / A^{1/2}$ (ζευγαρώματος)

The Iron Mountain

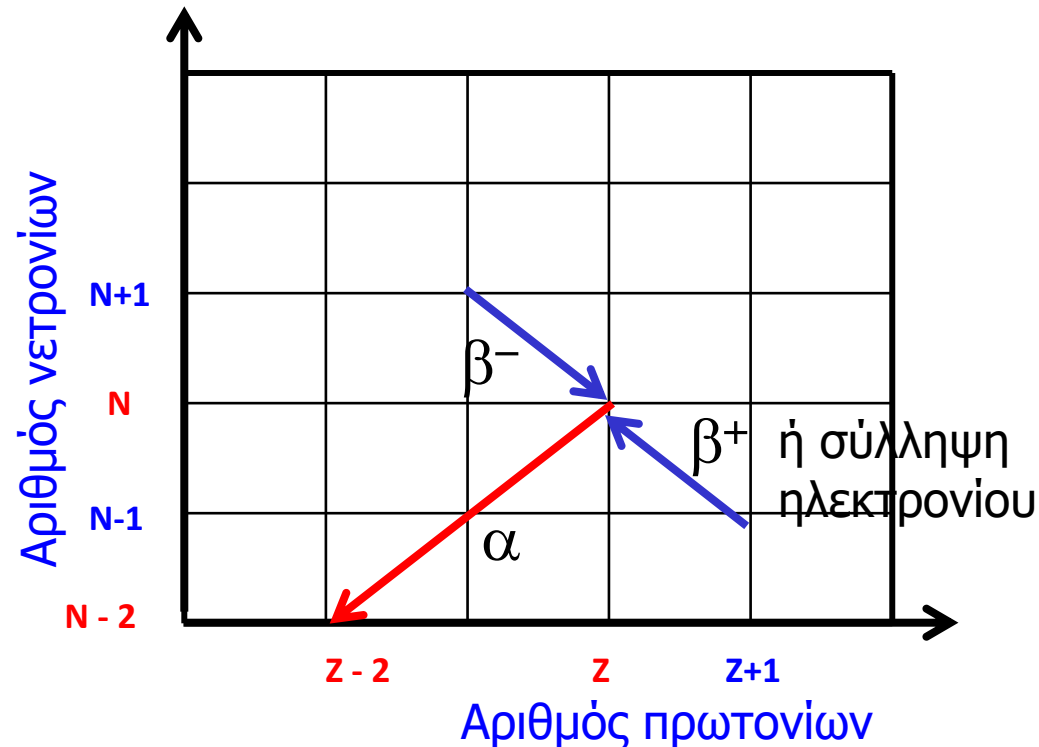
Binding Energy vs. A for odd- A nuclei



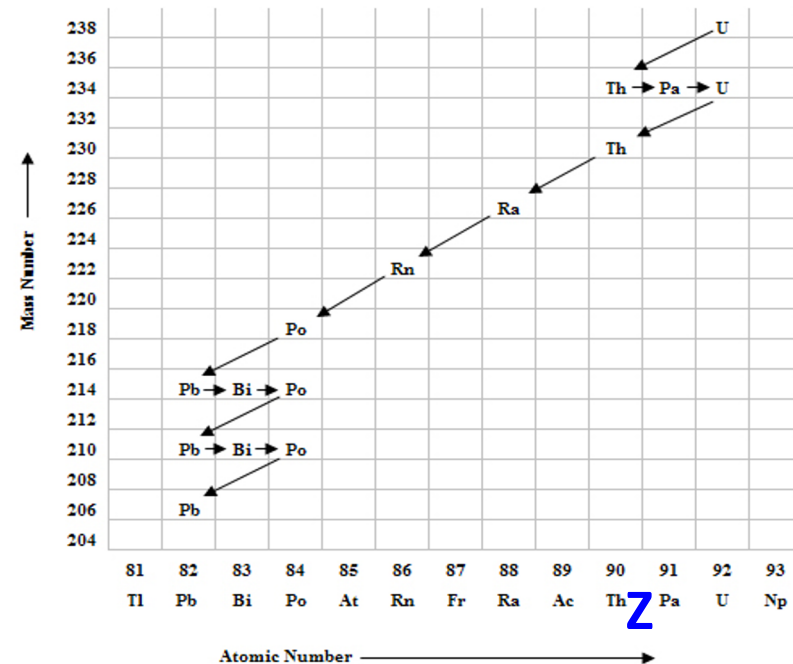
α και β διάσπαση: οι πυρήνες αλλάζουν - Ραδιενεργές σειρές

Η α διάσπαση μας μεταφέρει κάτω στην κοιλάδα σταθερότητας

Η β διάσπαση μας μεταφέρει
προς την κοιλάδα σταθερότητας



Ραδιενεργή σειρά του $^{238}_{92}\text{U}$



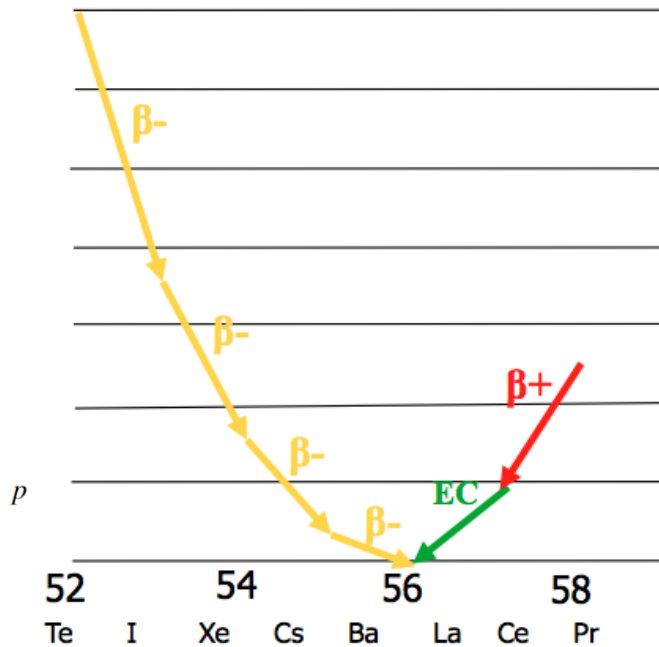
Υπάρχουν επίσης οι σειρές των:
 $^{237}_{93}\text{Np}$, $^{235}_{92}\text{U}$, $^{235}_{90}\text{Th}$

Κοιλάδα β-σταθερότητας

Α περιττός αριθμός

Odd A. A=135

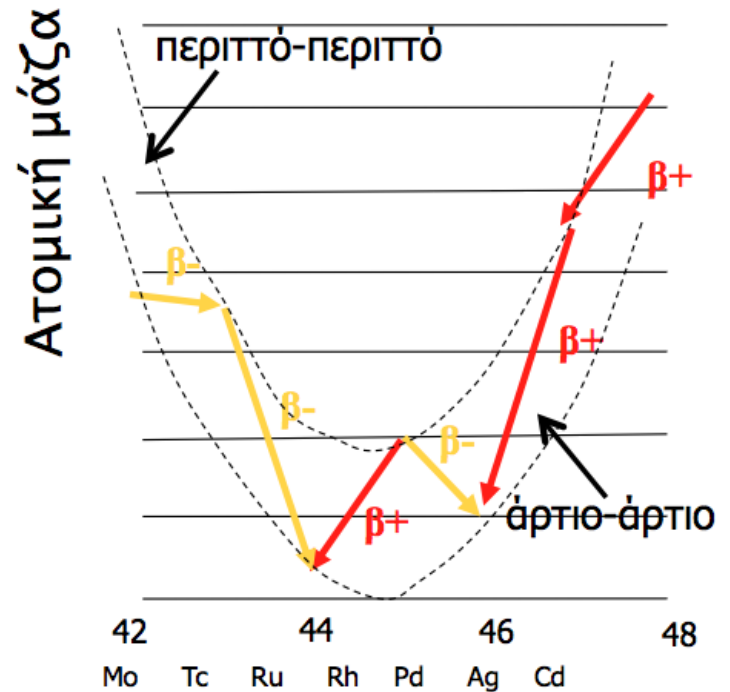
Single parabola
even-odd and odd-even



Α άρτιος αριθμός

Even A. A=102

Two parabolae separated by 2δ ,
odd-odd and even-even



Ραδιενεργές σειρές

~60 ραδιενεργοί πυρήνες στη φύση

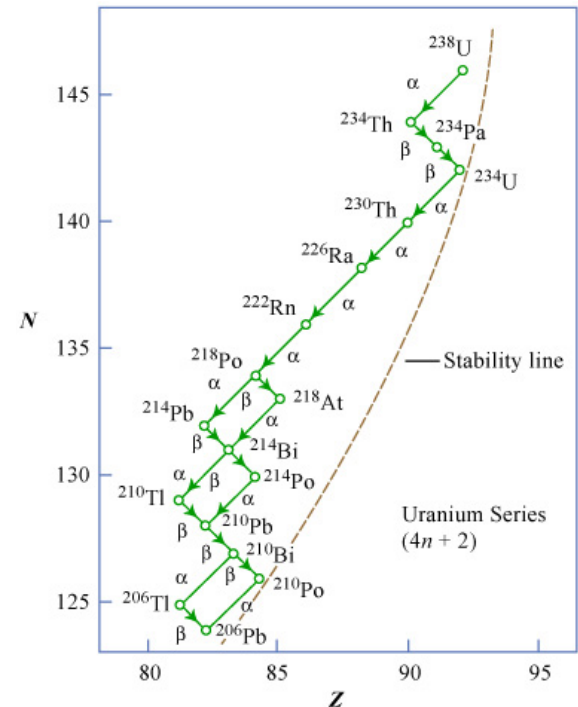
~1000 τεχνητά ραδιενεργά ισότοπα

Φυσικά ραδιενεργά $81 < Z < 92$

(πλούσια σε νετρόνια, α -ραδιεν.)

Θυγατρικά $\rightarrow$ πιο πλούσια σε $n \rightarrow \beta$ -ραδιεν.

Διαδοχικές α & β διασπάσεις σταθερότητα



$\alpha = 4$ νουκλεόνια

α -διασ. $\rightarrow \Delta A = 4$

β -διασ. $\rightarrow \Delta A = 0$



	Σειρά		Μακρόβ.	$T_{1/2}$	τελικός
1	Θορίου	$A=4n$	^{232}Th	$1.41 \cdot 10^{10}$	^{208}Pb
2	Προσειδωνίου	$A=4n+1$	^{237}Np	$2.14 \cdot 10^6$	^{209}Bi
3	Ουρανίου	$A=4n+2$	^{238}U	$4.51 \cdot 10^9$	^{206}Pb
4	Ακτινίου	$A=4n+3$	^{235}U	$7.0 \cdot 10^8$	^{207}Pb

Ραδιενεργές σειρές

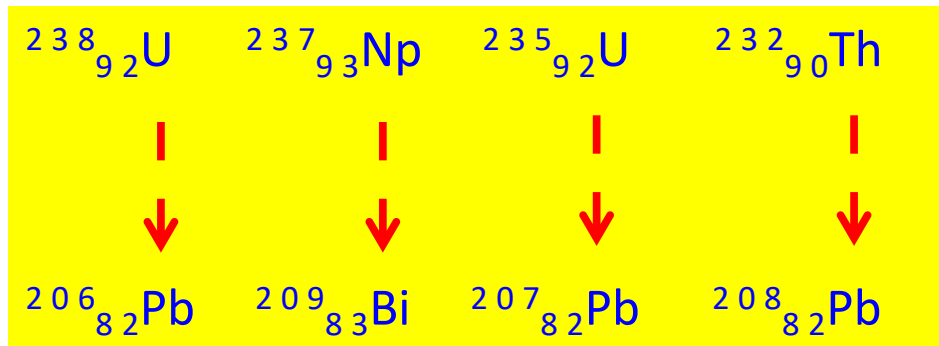
Το βαρύτερο σταθερό πυρηνικό σύστημα είναι ο μόλυβδος-208 ($^{208}_{82}\text{Pb}$)

Τα στοιχεία με $Z > 82$ διασπώνται αυθόρμητα με διαδοχικές διασπάσεις άλφα ή βήτα μέχρι να καταλήξουν σε σταθερούς πυρήνες με $Z \leq 82$.

Τα ραδιενεργά ισότοπα με $Z > 82$ κατατάσσονται σε τέσσερις διακριτές κατηγορίες, που ονομάζονται “**ραδιενεργές σειρές**”, καθεμία από τις οποίες αντιπροσωπεύει τη σταδιακή αποδιέγερση του μακροβιότερου πυρήνα της σειράς ($^{232}_{90}\text{Th}$, $^{237}_{93}\text{Np}$, $^{238}_{92}\text{U}$ και του $^{235}_{92}\text{U}$):

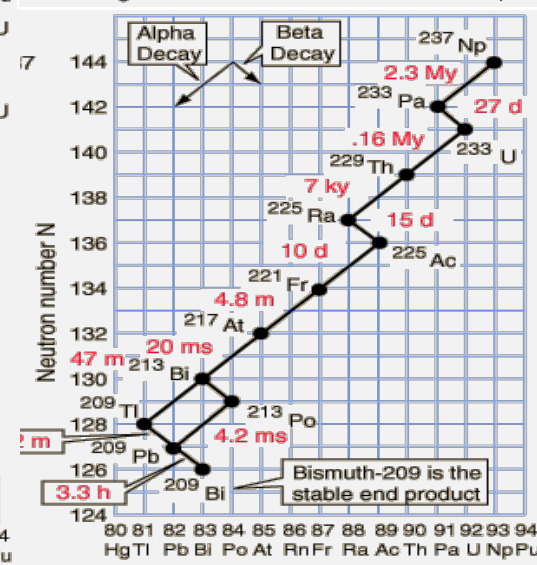
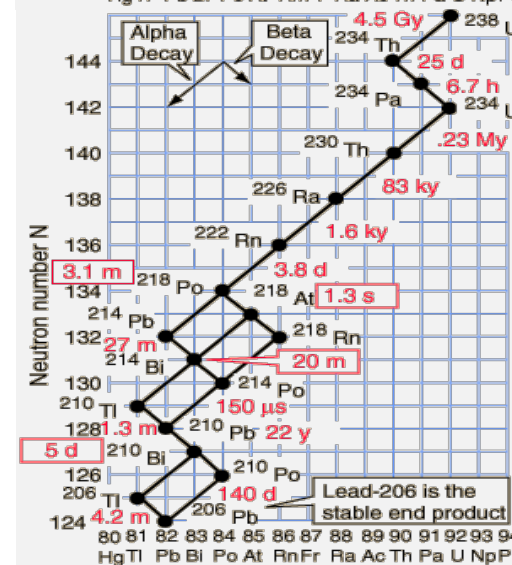
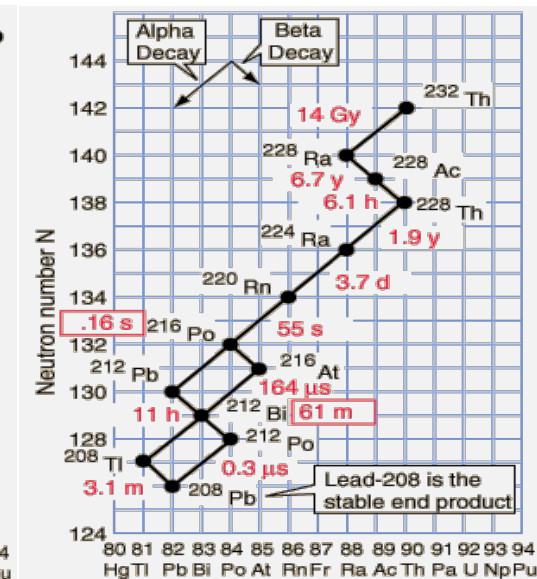
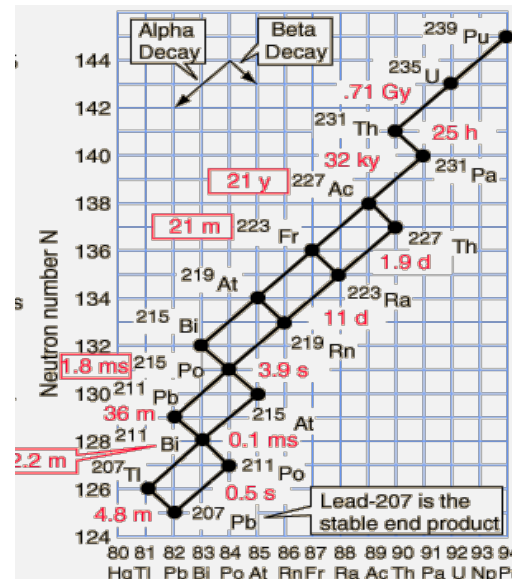
“σειρά του Θορίου”, “σειρά του Ποσειδωνίου”, “σειρά του Ουρανίου” και “σειρά του Ακτινίου” (το Ακτίνιο είναι μέλος της σειράς του $^{235}_{92}\text{U}$ και δίνει το όνομά του στη σειρά αυτή ώστε να ξεχωρίζει από τη σειρά του Ουρανίου $^{238}_{92}\text{U}$).

Οι ραδιενεργές σειρές:



Ραδιενεργές σειρές

- Καταλήγουν σε Pb (ή Bi) μακροβιώτατο (σταθερό)
- όλες οι σειρές έχουν ένα ραδιενεργό αέριο ($Z=86$)
- Έχουν ένα ισότοπο που διασπάται με διακλάδωση



α - διάσπαση

- α -διάσπαση:

$$\begin{array}{lcl} M(A,Z) & \rightarrow & M(A-4, Z-2) + \alpha + Q \\ (\text{Μητρικός}) & \rightarrow & \text{Θυγατρικός} + \alpha + Q \end{array}$$

- Οπότε:

$$\begin{aligned} Z M_p + N M_n - B(A,Z) = \\ (Z-2) M_p + (N-2) M_n - B(A-4, Z-2) \\ + 2 M_p + 2 M_n - B(^4\text{He}) \\ + Q \end{aligned}$$

- Κι έτσι:

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

άσκηση

Άσκηση

- α) Υπολογίστε από τον ημειμπειρικό τύπο μάζας την κινητική ενέργεια σωματιδίου α που εκπέμπεται από $^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + \alpha$
- β) Συγκρίνετε με την πειραματική τιμή και χρησιμοποιήστε την πειραματική τιμή $\epsilon\phi'$ εξής
- γ) Παραμετροποιήστε την κινητική ενέργεια των α , σαν συνάρτηση του Z των μητρικών πυρήνων.
- δ) Ποιά είναι η πλησιέστερη απόσταση που μπορεί να φτάσει ένα τέτοιο σωματίο α σε πυρήνες μολύβδου $^{206}_{82}\text{Pb}$?
- ε) Πόσο μεγάλο είναι το φράγμα Coulomb που συναντά το σωματίο α πλησιάζοντας τον πυρήνα μολύβδου?

Δίνονται: το βιβλίο σας

- Παρ. 4.4, 4.5, 4.6, 6.1, 6.2

- $m(n) = 939.57 \text{ MeV}$, $m(p) = 938.27 \text{ MeV}$

α) Υπολογίστε από τον ημιαμπειρικό τύπο μάζας την κινητική ενέργεια σωματιδίου α που εκπέμπεται από $^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb} + \alpha$

Υπολογισμός από ημιαμπειρικό τύπο:

Πειραματική τιμή (πίνακας 4.2)

- | | |
|--|--------------|
| • $B(^4_2\text{He}) = B(Z=2, N=2) = 20.95 \text{ MeV}$ | (28.30 MeV) |
| • $B(^8_4\text{Be}) = B(Z=4, N=4) = 51.6 \text{ MeV}$ | (56.5 MeV) |
| • $B(^{12}_6\text{O}) = B(Z=6, N=6) = 121.64 \text{ MeV}$ | (127.62 MeV) |
| • $B(^{206}_{82}\text{Pb}) = B(Z=82, N= 124) = 1611.874 \text{ MeV}$ | |
| • $B(^{210}_{84}\text{Po}) = B(Z=84, N= 126) = 1636.054 \text{ MeV}$ | |

Υπολογισμός από ημιαμπειρικό τύπο

ΠΡΟΣΟΧΗ: Η περιγραφή είναι γενικά καλή αλλά όχι τέλεια!

Δεν φτάνει μόνο ο ημιαμπειρικός τύπος.

Ο πυρήνας δέν είναι μια υγρή σταγόνα. Υπάρχουν κι άλλα πράγματα που πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν μας (είδατε το μοντέλο των φλοιών και τους “μαγικούς αριθμούς”)

κινητική ενέργεια σωματιδίου α

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

- Από προηγούμενη σελίδα:

$$B({}^{206}_{82}\text{Pb}) = B(Z=82, N=124) = 1611.874 \text{ MeV}$$

$$B({}^{210}_{84}\text{Po}) = B(Z=84, N=126) = 1636.054 \text{ MeV}$$

- $Q = 1611.874 + 28.3 - 1636.054 = 4.12 \text{ MeV}$

(πειραματικά είναι 5.41 MeV)

Table 6.1. The α -decay series from ${}^{238}_{92}\text{U}$

	Q (MeV)	r_s (fm)	r_c (fm)	$\mathcal{G}$	τ_{exp} (s)	τ_{theory} (s)
${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th}$	4.27	8.52	60.7	0.53	2.0×10^{17}	3.3×10^{17}
$({}^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow {}^{234}_{92}\text{U})$						
${}^{234}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{230}_{90}\text{Th}$	4.86	8.49	53.3	0.51	1.1×10^{13}	1.1×10^{13}
${}^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{226}_{88}\text{Ra}$	4.77	8.45	53.1	0.51	3.5×10^{12}	3.9×10^{12}
${}^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn}$	4.87	8.41	50.9	0.50	7.3×10^{10}	7.4×10^{10}
${}^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow {}^{218}_{84}\text{Po}$	5.59	8.37	43.3	0.46	4.8×10^5	4.2×10^5
${}^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{214}_{82}\text{Pb}$	6.11	8.33	38.7	0.43	2.6×10^2	1.6×10^2
$({}^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}^{214}_{83}\text{Bi} \rightarrow {}^{214}_{84}\text{Po})$						
${}^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{210}_{82}\text{Pb}$	7.84	8.28	30.1	0.36	2.3×10^{-4}	1.1×10^{-4}
$({}^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow {}^{210}_{84}\text{Po})$						
${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb}$	5.41	8.24	43.7	0.47	1.7×10^7	5.8×10^5

The values of Q are from experiment. The intervening β -decays, which reduce the neutron-to-proton ratio as the nuclei become lighter, are given in parentheses.

γ) Παραμετροποιήστε την κινητική ενέργεια των α, σαν συνάρτηση του Z των μητρικών πυρήνων.

- Ενέργεια σύνδεσης πυρήνα:

$$B(Z,N) = a A - b A^{2/3} - s (N-Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

Αντικαθιστώντας $N=A-Z$, έχουμε $B(A,Z)$ αντί για $B(Z,N)$:

$$B(A,Z) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

$$\rightarrow B(A,Z) = c_1 + c_2 * Z + c_3 * Z^2 = \text{παραβολή (για } A=\text{σταθ.)}$$

α-διάσπαση: παραμετροποίηση των Q-values

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

$$B(Z, N) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

- Για πυρήνες στην κοιλάδα β-σταθερότητας:

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

$$Q = f(A)$$

δηλ. συνάρτηση μόνο του A

(ή μόνο του Z, αφού τα A και Z
συνδέονται)

Αγνοώντας τον όρο
ζευγαρώματος,
παίρνουμε τη
συνάρτηση που
παραμετροποιεί τις Q-
values σαν συνάρτηση
του A ή του Z των
μητρικών πυρήνων που
βρίσκονται στην κοιλάδα
β-σταθερότητας

α-διάσπαση: παραμετροποίηση των Q-values

$$Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$$

$$B(Z, N) = a A - b A^{2/3} - s (A-2Z)^2 / A - d Z^2 / A^{1/3} - \delta / A^{1/2}$$

- Για πυρήνες στην κοιλάδα β-σταθερότητας:

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153 A^{2/3}}$$

Σύμφωνα με την προσέγγιση που κάναμε: στοιχεία με $Z < 63$ ($A < 151$) δίνουν $Q < 0$ και δεν κάνουν α-διάσπαση

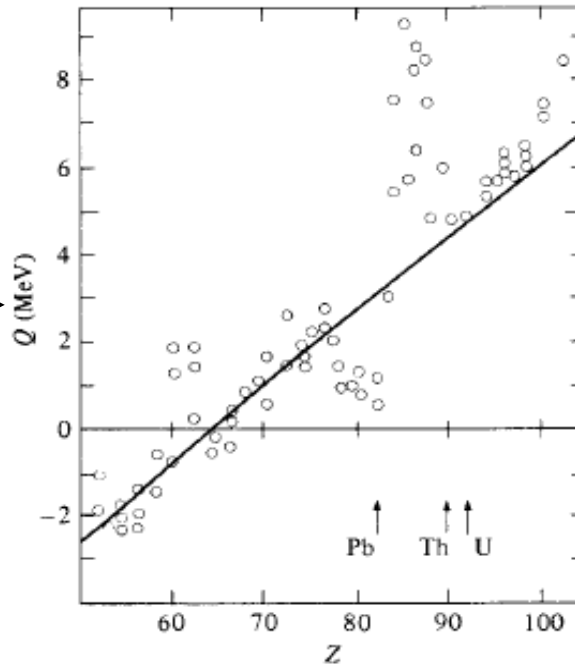
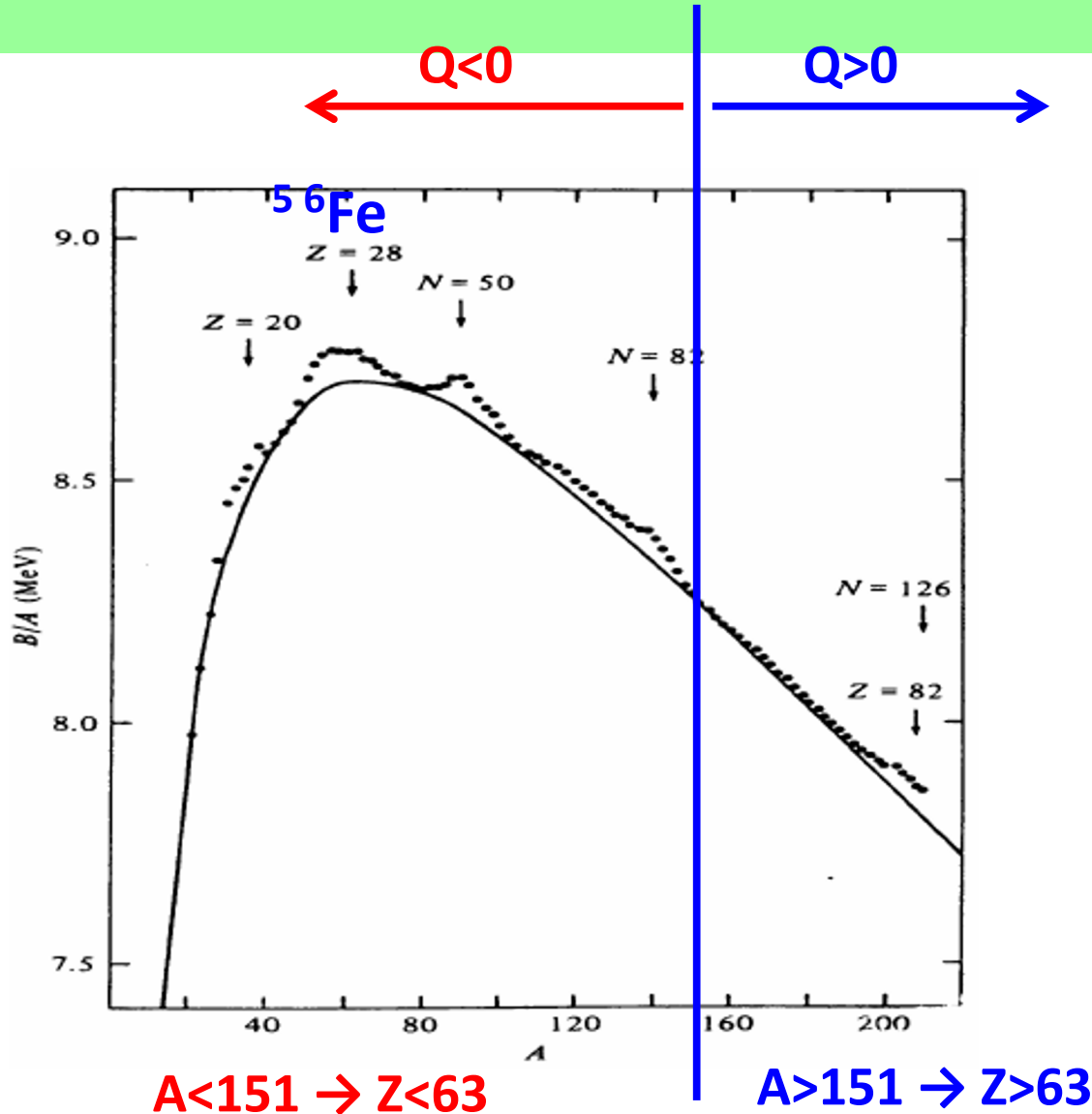


Fig. 6.1 Experimental and theoretical α -decay energies $Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$, as a function of the atomic number Z of the parent nucleus. The experimental points are from cases where both parent nucleus and daughter nuclei are β -stable. The theoretical curve is from equation (4.5) (neglecting the pairing energies) together with equation (4.14).

Αγνοώντας τον όρο ζευγαρώματος, παίρνουμε τη συνάρτηση που παραμετροποιεί τις Q-values σαν συνάρτηση του A ή του Z των μητρικών πυρήνων που βρίσκονται στην κοιλάδα β-σταθερότητας

1γ) Ποιοί πυρήνες μπορούν (κατ' αρχήν) να κάνουν α-διάσπαση ;

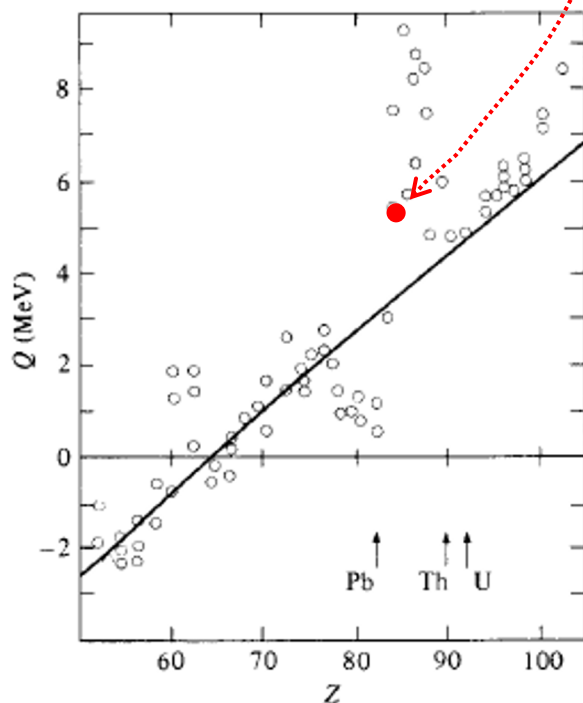


$$Q = f(A)$$

$$Z = \frac{A}{1.983 + 0.0153A^{2/3}}$$

Άσκηση 1α,β: α-διάσπαση (Po), κινητική ενέργεια του α

- Τα σωμάτια α από την πηγή Πολωνίου (Po: $Z=84$, $A=210$) έχουν **κινητική ενέργεια $T \sim 4.1$ MeV** (πειραματικά είναι 5.41 MeV)
- (σχήμα 6.1 για $Z=84$, και πίνακας 6.1, υποθέτοντας $Q=T$ του α)



Πίνακας 6.1 στο βιβλίο σας

Table 6.1. The α -decay series from $^{238}_{92}\text{U}$

	Q (MeV)	r_s (fm)	r_c (fm)	$\mathcal{G}$	τ_{exp} (s)	τ_{theory} (s)
$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{234}_{90}\text{Th}$	4.27	8.52	60.7	0.53	2.0×10^{17}	3.3×10^{17}
$(^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow ^{234}_{92}\text{U})$						
$^{234}_{92}\text{U} \rightarrow ^{230}_{90}\text{Th}$	4.86	8.49	53.3	0.51	1.1×10^{13}	1.1×10^{13}
$^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{226}_{88}\text{Ra}$	4.77	8.45	53.1	0.51	3.5×10^{12}	3.9×10^{12}
$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn}$	4.87	8.41	50.9	0.50	7.3×10^{10}	7.4×10^{10}
$^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow ^{218}_{84}\text{Po}$	5.59	8.37	43.3	0.46	4.8×10^5	4.2×10^5
$^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{214}_{82}\text{Pb}$	6.11	8.33	38.7	0.43	2.6×10^2	1.6×10^2
$(^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{214}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{214}_{84}\text{Po})$						
$^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb}$	7.84	8.28	30.1	0.36	2.3×10^{-4}	1.1×10^{-4}
$(^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\text{Po})$						
$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb}$	5.41	8.24	43.7	0.47	1.7×10^7	5.8×10^5

The values of Q are from experiment. The intervening β -decays, which reduce the neutron-to-proton ratio as the nuclei become lighter, are given in parentheses.

Fig. 6.1 Experimental and theoretical α -decay energies $Q = B(A-4, Z-2) + 28.3 \text{ MeV} - B(A, Z)$, as a function of the atomic number Z of the parent nucleus. The experimental points are from cases where both parent nucleus and daughter nuclei are β -stable. The theoretical curve is from equation (4.5) (neglecting the pairing energies) together with equation (4.14).

α – διάσπαση (διασπαση 2 σωμάτων)

Η ενέργεια μοιράζεται στα προϊόντα της διάσπασης (D,α)

$$T_D + T_\alpha = (M(A,Z) - M(A-4,Z-2) - M(4,2))c^2 \equiv Q$$

(θεωρώντας μή σχετικιστικές ενέργειες)

διατήρηση ενέργειας -

$$T_D = \frac{1}{2} M_D v_D^2 \quad T_\alpha = \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2$$

διατήρηση ορμής

$$M_D v_D = M_\alpha v_\alpha \Rightarrow v_D = \frac{M_\alpha}{M_D} v_\alpha$$

$$\begin{aligned} T_D + T_\alpha &= \frac{1}{2} M_D v_D^2 + \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \\ &= \frac{1}{2} M_D \left(\frac{M_\alpha}{M_D} v_\alpha \right)^2 + \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \\ &= \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \left(\frac{M_\alpha}{M_D} + 1 \right), \\ \text{or } T_D + T_\alpha &= T_\alpha \frac{M_\alpha + M_D}{M_D}. \end{aligned}$$

$$T_\alpha = \frac{M_D}{M_\alpha + M_D} Q = \frac{1}{1 + \frac{M_\alpha}{M_D}} Q.$$

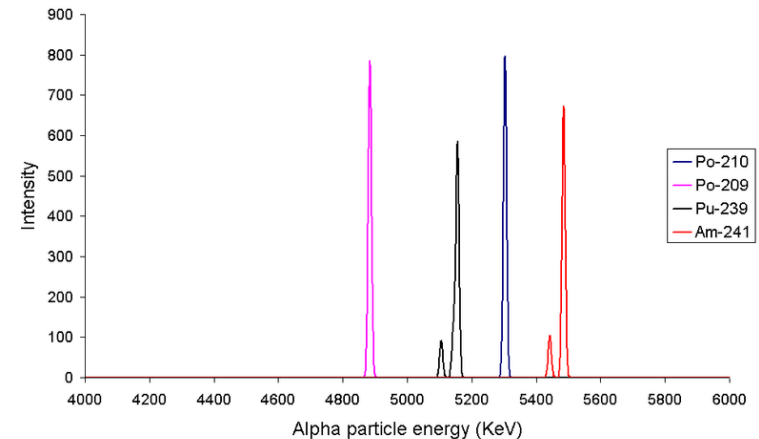
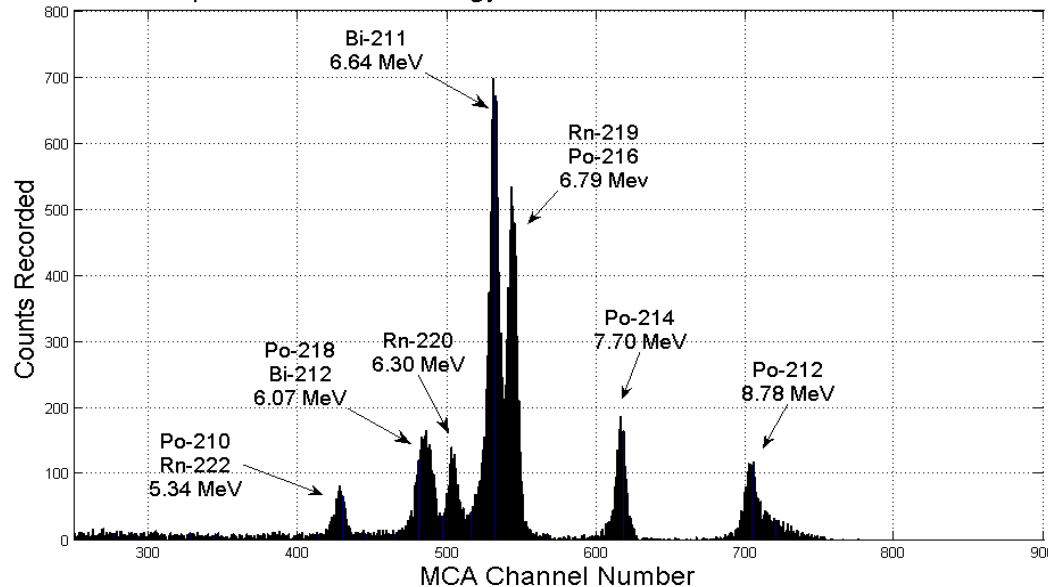
$$\begin{aligned} T_\alpha &\approx \frac{A-4}{A} Q \\ T_D &\approx \frac{4}{A} Q \end{aligned}$$

$$T_\alpha \gg T_D$$

α-διάσπαση: γραμμικό φάσμα

- $M(A,Z) \rightarrow M(A-4, Z-2) + \alpha + Q$
- “Φάσμα α = γραμμικό” (σε αντίθεση με “συνεχές”) → τιμές του Q = συγκεκριμένες
*Μονοενεργειακές, αν οι πυρήνες ήταν πάντα στη βασική κατάσταση:
αλλά δεν είναι πάντα έτσι*

Spectrum Used for Energy Determination- Calibrated to Po-212



α-διάσπαση: γραμμικό φάσμα-λεπτή υφή

μπορείς να έχεις μια ομάδα σωματίων α με διακριτές τιμές ενεργειών:

Αν το α εκπέμπεται από διεγερμένη κατάσταση του μητρικού (ή προς διεγερμένη κατάσταση του θυγατρικού), τότε το Q είναι λίγο μεγαλύτερο (ή μικρότερο), κατά συγκεκριμένη ποσότητα όμως

→ Αναλογία με τα φωτόνια που εκπέμπονται από τις κβαντισμένες ενεργειακές στάθμες των ατόμων, κι έτσι έχουν συγκεκριμένες ενέργειες.

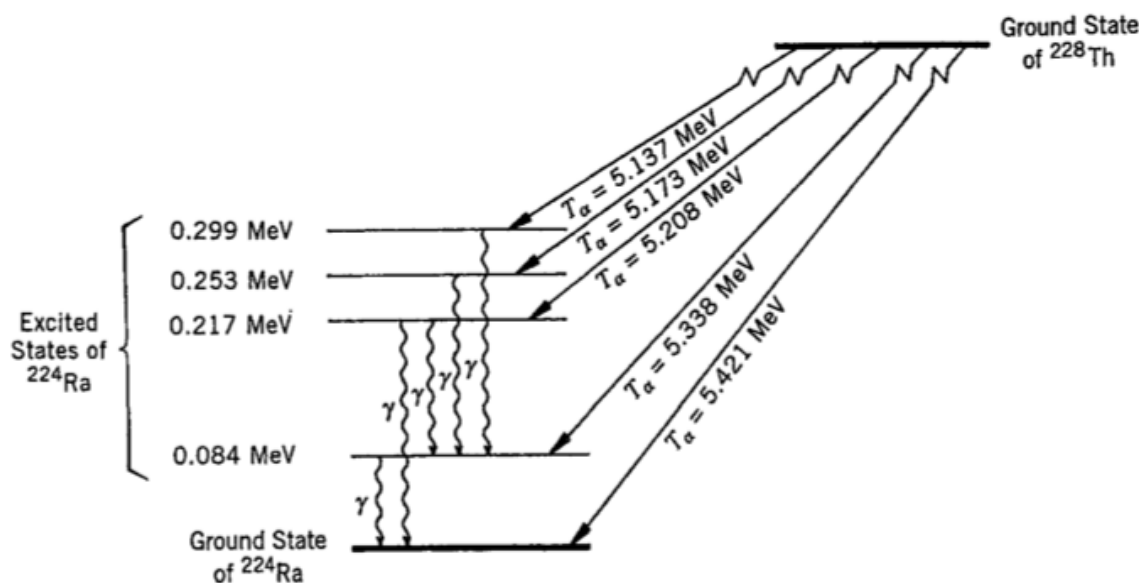
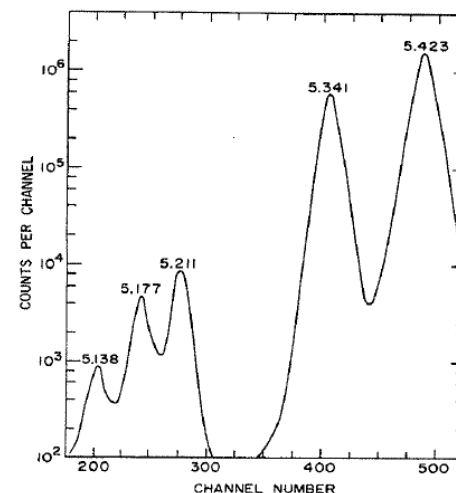


Fig. 4.1 α -particle transitions observed in the decay of ^{228}Th .



Άσκηση2: Ύψους φράγματος Coulomb ενός πυρήνα και απόσταση εγγύτερης προσέγγισης ενός σωματιδίου α

Άσκηση 2

Έχουμε ένα σωματίο α κινητικής ενέργειας 5.41 MeV, που έρχεται από μακριά ως βλήμα και πέφτει πάνω σε στόχο που είναι ένας πυρήνας μολύβδου $^{206}_{82}\text{Pb}$. Θεωρείστε την περίπτωση που η κρούση είναι “κεντρική”, δηλ. το βλήμα κινείται πάνω στη γραμμή που συνδέει τα κέντρα του βλήματος και του στόχου.

α) Ποιά είναι η πλησιέστερη απόσταση από το κέντρο του στόχου που μπορεί να φτάσει το βλήμα (σωμάτιο α);

β) Πόσο μεγάλο είναι το φράγμα Coulomb που συναντά το σωματίο α πλησιάζοντας τον πυρήνα μολύβδου;

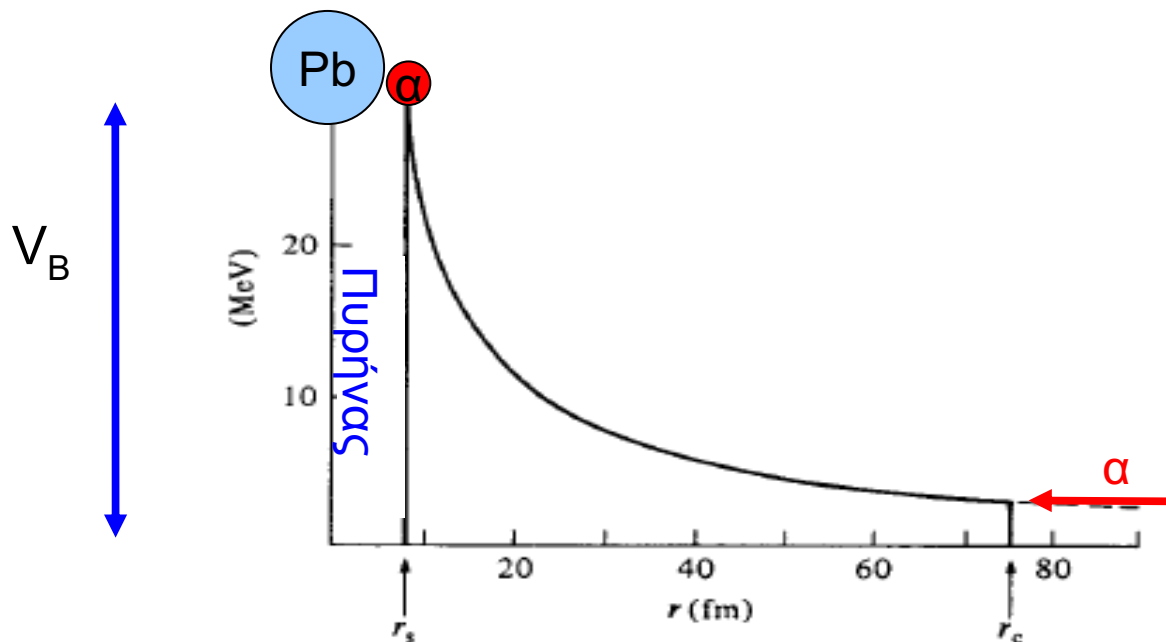
Δίνονται: το βιβλίο σας

- Παρ. 4.4, 4.5, 4.6, 6.1, 6.2

- $m(n) = 939.57 \text{ MeV}$, $m(p) = 938.27 \text{ MeV}$

Δυναμικό που βλέπει το α καθώς πλησιάζει το Pb

- Το α έρχεται από δεξιά με κινητική ενέργεια $T \sim Q$, συναντά την ηλεκρομαγνητική άπωση του πυρήνα και σταματά σε απόσταση r_c μη μπορώντας να “σκαρφαλώσει” το “φράγμα Coulomb”
- Η δυναμική ενέργεια Coulomb γίνεται μέγιστη, με τιμή V_B , όταν οι δύο πυρήνες (Pb και α) “εφάπτονται” σε απόσταση r_s : από εκεί και μετά η ισχυρή αλληλεπίδραση γίνεται σημαντική και αν το α περνούσε θα βρισκόταν στο πηγάδι δυναμικού του πυρήνα



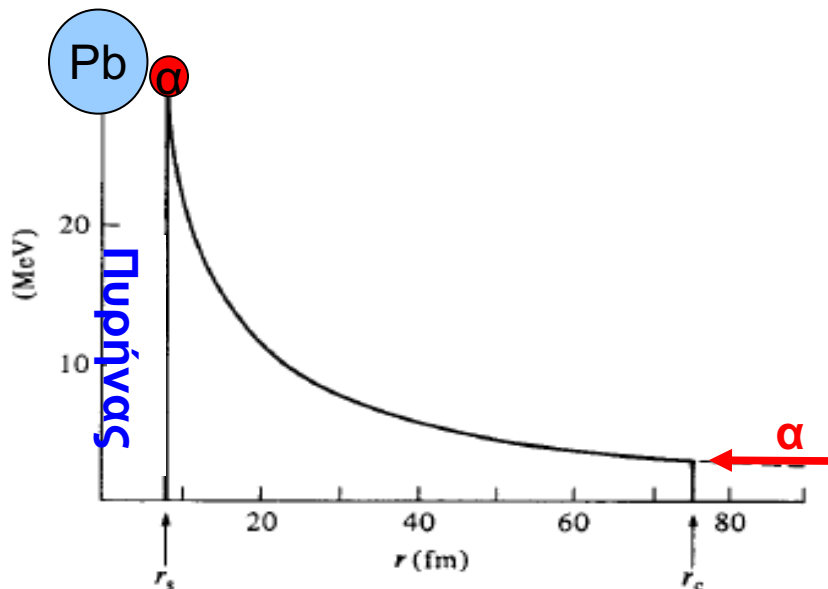
απόσταση εγγύτερης προσέγγισης στο Pb

- Το α προχωράει μέχρι που όλη η κινητική του ενέργεια ($T \sim Q$) να γίνει δυναμική ενέργεια Coulomb

$$\alpha = 1/137$$

$$Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2e)(Ze)}{r_c} \rightarrow Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{2Z\hbar c}{r_c} = a \frac{2Z\hbar c}{r_c}$$

$$\rightarrow Q = a \frac{2Z\hbar c}{r_c} \rightarrow r_c = a \frac{2Z\hbar c}{Q} = \frac{1}{137} \frac{2 * 82 * 197 \text{ MeV fm}}{5.41 \text{ MeV}} \rightarrow r_c = 43.6 \text{ fm}$$



Το σωματίο α προσεγγίζει πολύ πιο κοντά από την ακτίνα του ατόμου ($R=10000 \text{ fm}$), αλλά δεν "ακουμπάει" τον πυρήνα ($R=6.5 \text{ fm}$)

Φράγμα Coulomb Pb και α

- Πόσο μεγάλο είναι το φράγμα (V_B) σε ενέργεια? Μπορεί το α να το “σκαρφαλώσει” και να περάσει μέσα στον πυρήνα?
- Το δυναμικό Coulomb είναι μέγιστο (“φράγμα” V_B) όταν το α “εφάπτεται” στον πυρήνα. Δηλαδή όταν η απόσταση από το κέντρο του α μέχρι το κέντρο του πυρήνα είναι $R_a + R_{Pb}$, όπου R_a και R_{Pb} είναι οι ακτίνες των πυρήνων α και Pb, αντίστοιχα.

$$R = 1.1 * A^{1/3} fm \quad \left\{ \begin{array}{l} R_{Pb} = 1.1 * 206^{1/3} fm = 6.5 fm \\ R_a = 1.1 * 4^{1/3} fm = 1.7 fm \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad r_s = R_a + R_{Pb} = 8.2 fm$$

$$V_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2e)(Ze)}{r_s} = a \frac{2Z\hbar c}{r_s} = \frac{1}{137} \frac{2 * 82 * 197 MeV fm}{8.2 fm} = 28.8 MeV$$

Κλασσικά:

όταν ένα σωματίδιο α έχει κινητική ενέργεια $T < V_B \rightarrow T < 28.8 MeV$, τότε δεν μπορεί να μπει στον πυρήνα (ή να βγεί από αυτόν, αν είναι ήδη μέσα)

α – διάσπαση

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- Πως μπορεί ένα α-σωματίδιο ενέργειας $\sim 4\text{MeV}$ να διαφεύγει από τον πυρήνα ενώ ένα εισερχόμενο α-σωματίδιο ενέργειας $\sim 10\text{ MeV}$ σκεδάζεται;
- Η περιοχή ενεργειών των α είναι $\sim 4 - 9\text{ MeV}$, ($1.8\text{ MeV } ^{144}\text{Nd}$, $11.7\text{ MeV } ^{212}\text{Po}$), ενώ οι χρόνοι ημιζωής μεταβάλλονται 24 τάξεις μεγέθους ($10^{-7}\text{s} \dots 10^{16}\text{y}$).

1911: Οι Geiger&Nuttall παρατήρησαν ότι μεγάλα $Q \leftrightarrow$ μικροί $t_{1/2}$
(εμπειρική σχέση)

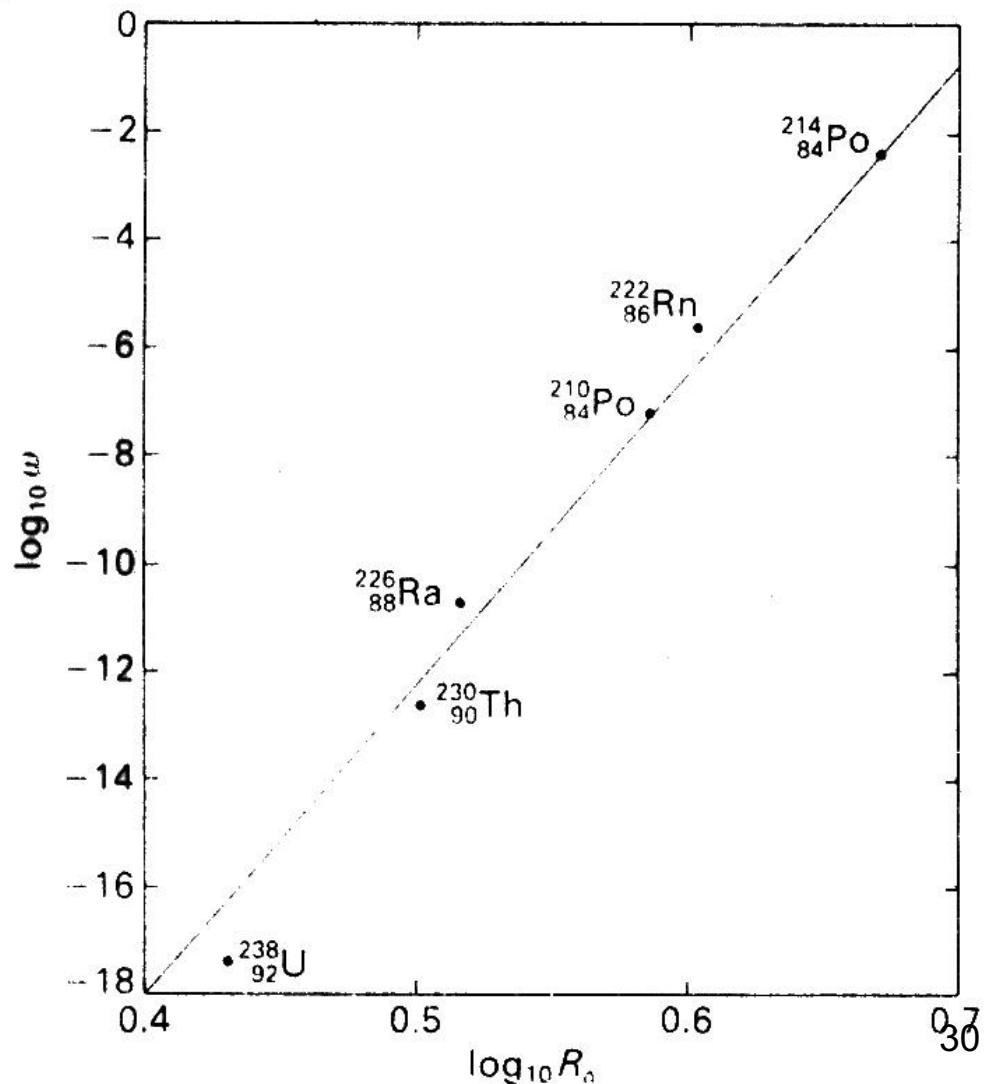
1928: Gamow, Gurney, Condon et al. Πρότειναν το κβαντομηχανικό φαινόμενο σύραγγος για τη διέλευση του α δια του πυρηνικού δυναμικού.

Ο νόμος Geiger-Nuttal

Ήδη από το 1907, ο Rutherford και οι συνεργάτες του ανακάλυψαν ότι τα α-σωματίδια που εκπέμπονται από βραχύβια ισότοπα ήταν πιο διεισδυτικά (δηλαδή είχαν περισσότερη ενέργεια).

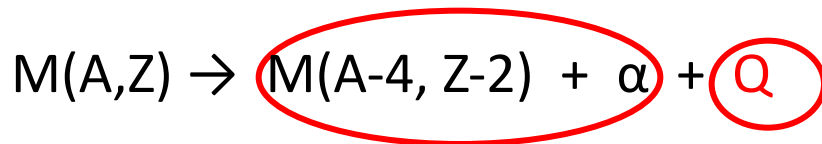
Μέχρι το 1912 οι συνεργάτες του Geiger και Nuttal πρότειναν τη σχέση ανάμεσα στην εμβέλεια των σωματιδίων R_α και το χρόνο ημίσειας ζωής του θυγατρικού. Ήταν της μορφής:

$$\log_{10} t_{1/2} = -57.5 \log_{10} R_\alpha + C$$



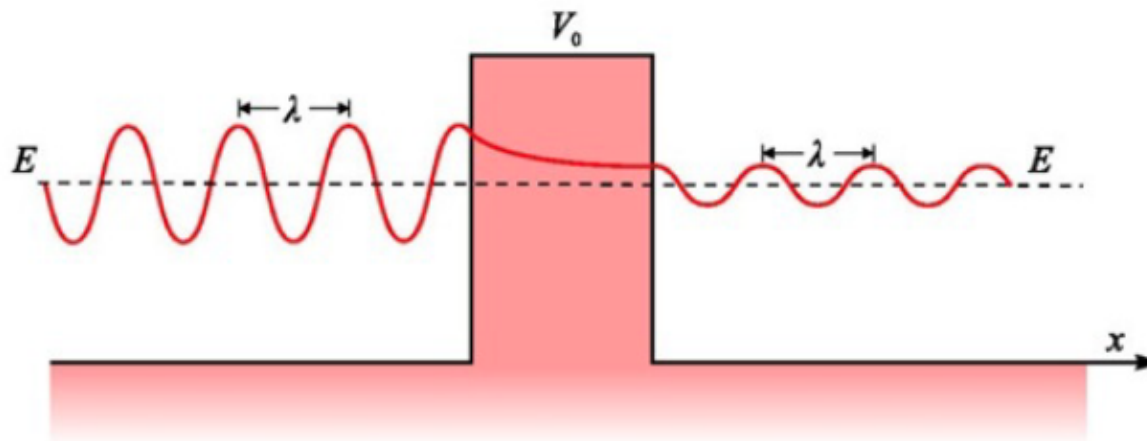
α-διάσπαση: σχηματισμός και εκπομπή

- Δύο νετρόνια και δύο πρωτόνια “συσσωματώνονται” σε ένα α
 - Τα νετρόνια φεύγουν από το δικό τους πηγάδι δυναμικού και τα πρωτόνια από το δικό τους
- Σχηματισμός του α: ενεργειακά προτιμότεος σχηματισμός
- Έτσι μπορούμε να σκεφτούμε τον αρχικό πυρήνα (A,Z) να έχει γίνει δύο αντικείμενα:



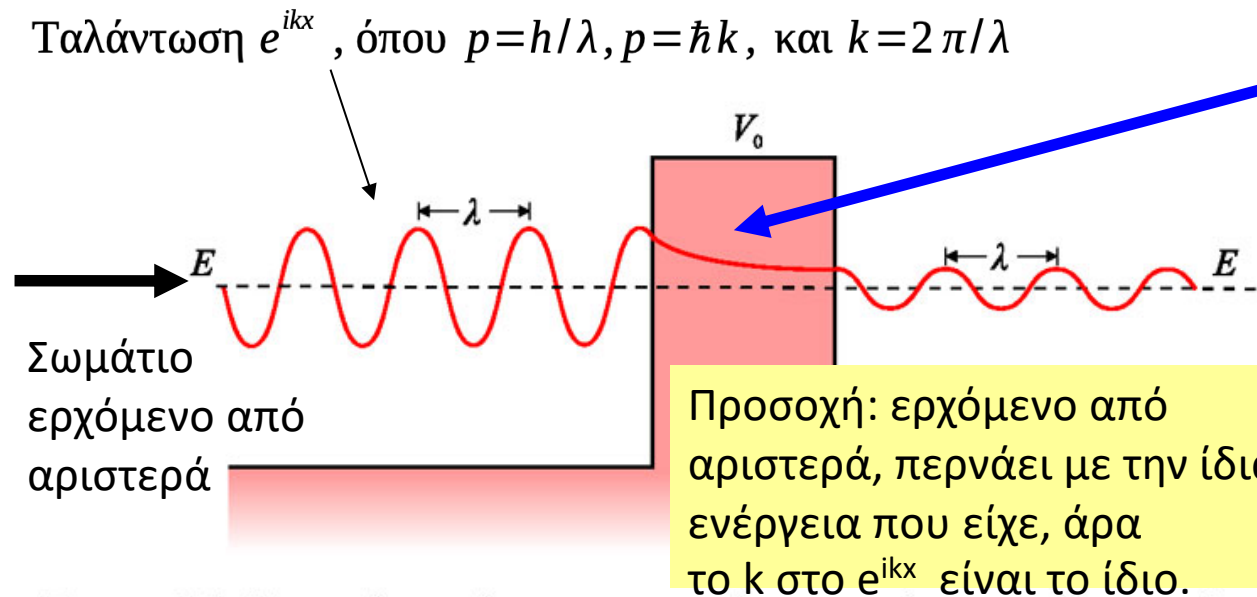
- Το α όμως έχει λίγη ενέργεια ($Q \sim 5\text{MeV}$) σε σχέση με το φράγμα Coulomb ($V_B \sim 30\text{ MeV}$).
 - Άρα, μόνο με το κβατομηχανικό φαινόμενο σύραγγας μπορεί να βγεί, και από την απόσταση r_s να βρεθεί ελεύθερο στην επιτρεπτή περιοχή $r > r_c$

Φαινόμενο σύραγγος (Tunneling)



ΣΧΗΜΑ 6.6: Η γενική μορφή της κυματοσυνάρτησης ενός σωματιδίου που διασχίζει μια κλασικά απαγορευμένη περιοχή. Στην περιοχή του φράγματος η κυματοσυνάρτηση υφίσταται μια εκθετική μείωση του πλάτους της που αφήνει όμως μια μικρή πιθανότητα στο σωματίδιο να φτάσει ως την άλλη πλευρά και να συνεχίσει την κίνησή του ως ένα κύμα με αισθητά μειωμένο πλάτος.

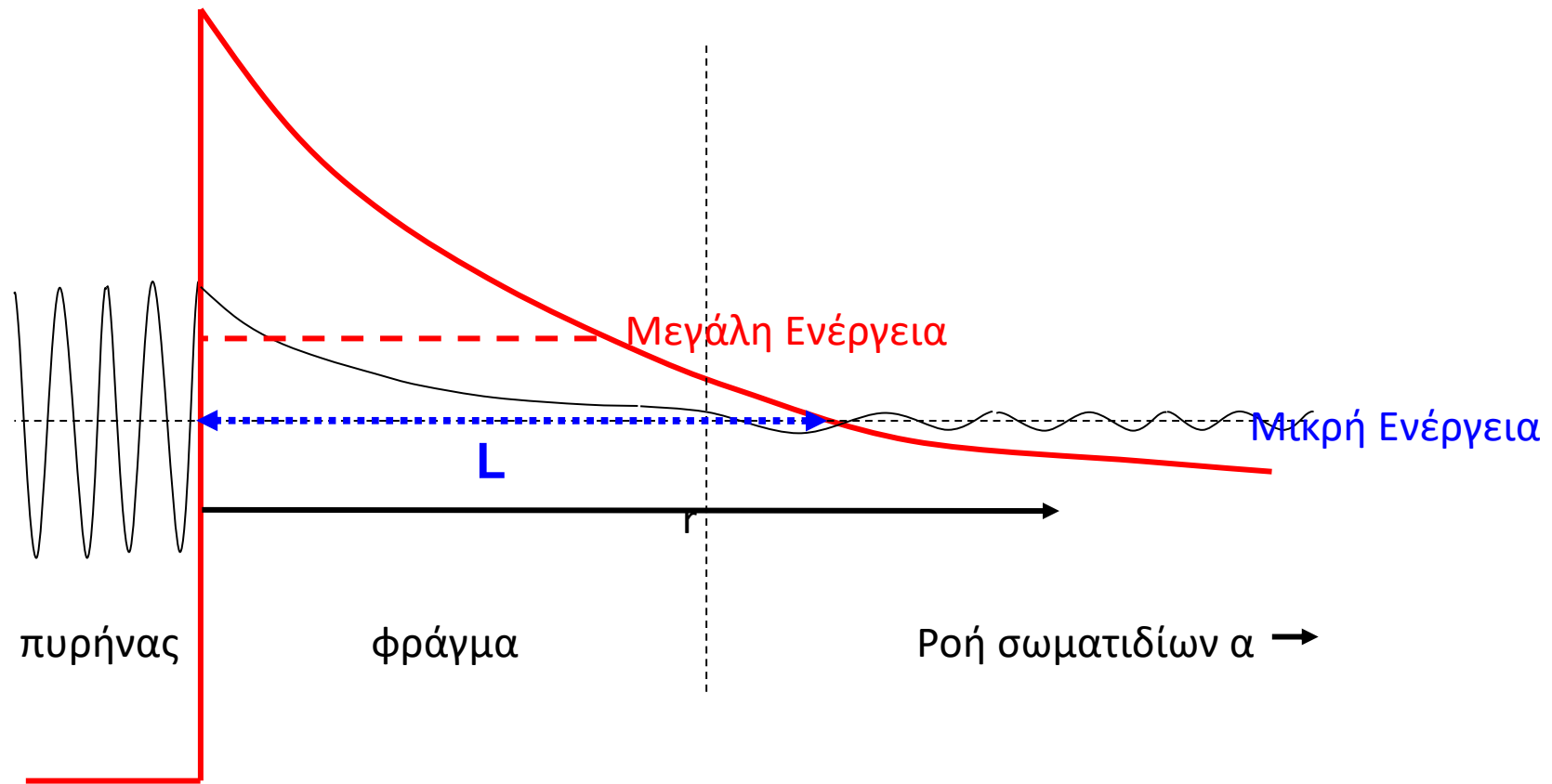
Κβαντομηχανικό φαινόμενο σήραγγας: ο μόνος τρόπος να περάσει το σωματίδιο την κλασικά “απαγορευμένη” περιοχή



Όταν $p^2/2m < 0$
 $\rightarrow p^2 < 0$
 $\rightarrow p = \text{φανταστικός}$
τότε: $p \equiv \hbar k = \hbar(i\gamma)$
όπου $k = i\gamma$, κι έτσι,
μέσα στο φράγμα
αντί για ταλάντωση,
έχουμε
εκθετική μείωση $e^{-\gamma x}$

ΣΧΗΜΑ 6.6: Η γενική μορφή της κυματοσυνάρτησης ενός σωματιδίου που διασχίζει μια κλασικά απαγορευμένη περιοχή. Στην περιοχή του φράγματος η κυματοσυνάρτηση υφίσταται μια εκθετική μείωση του πλάτους της που αφήνει όμως μια μικρή πιθανότητα στο σωματίδιο να φτάσει ως την άλλη πλευρά και να συνεχίσει την κίνησή του ως ένα κύμα με αισθητά μειωμένο πλάτος.

α-διάσπαση: κβαντομηχανικό φαινόμενο σήραγγας



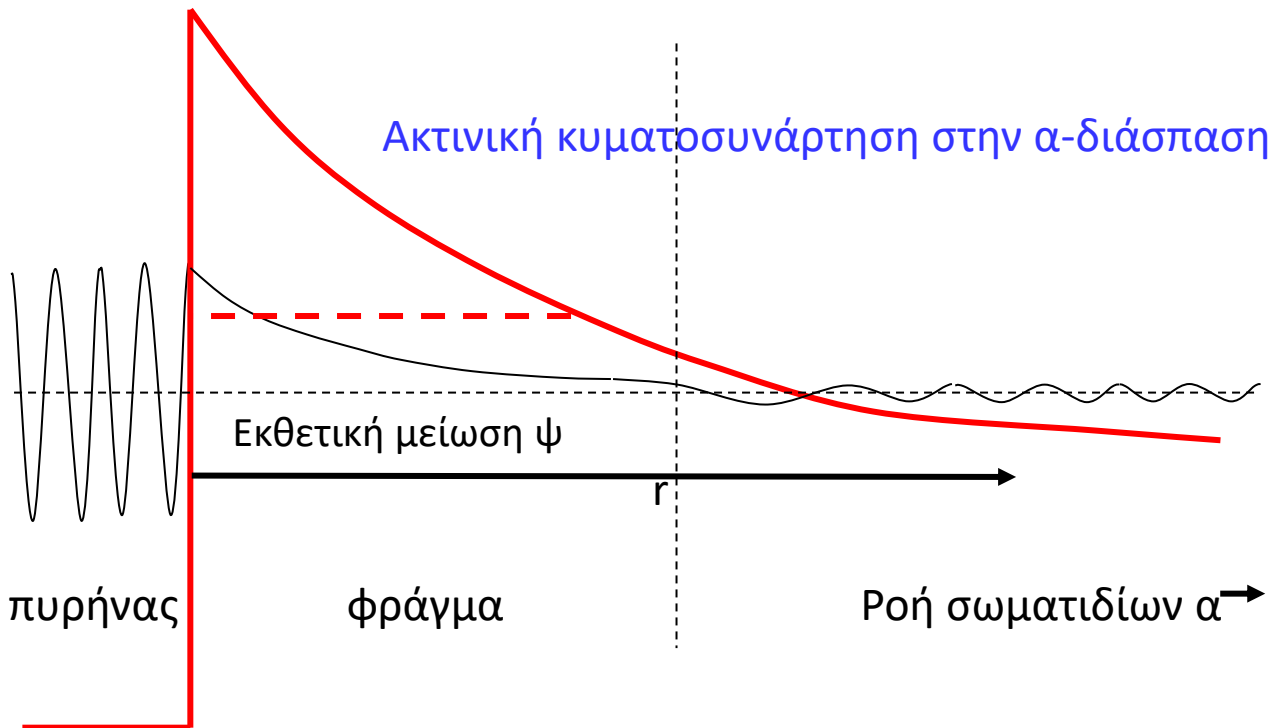
Το L το ξέρουμε αν ξέρουμε την ενέργεια E
Η διαφορά $V(r) - E$ αλλάζει μέσα στο φράγμα.

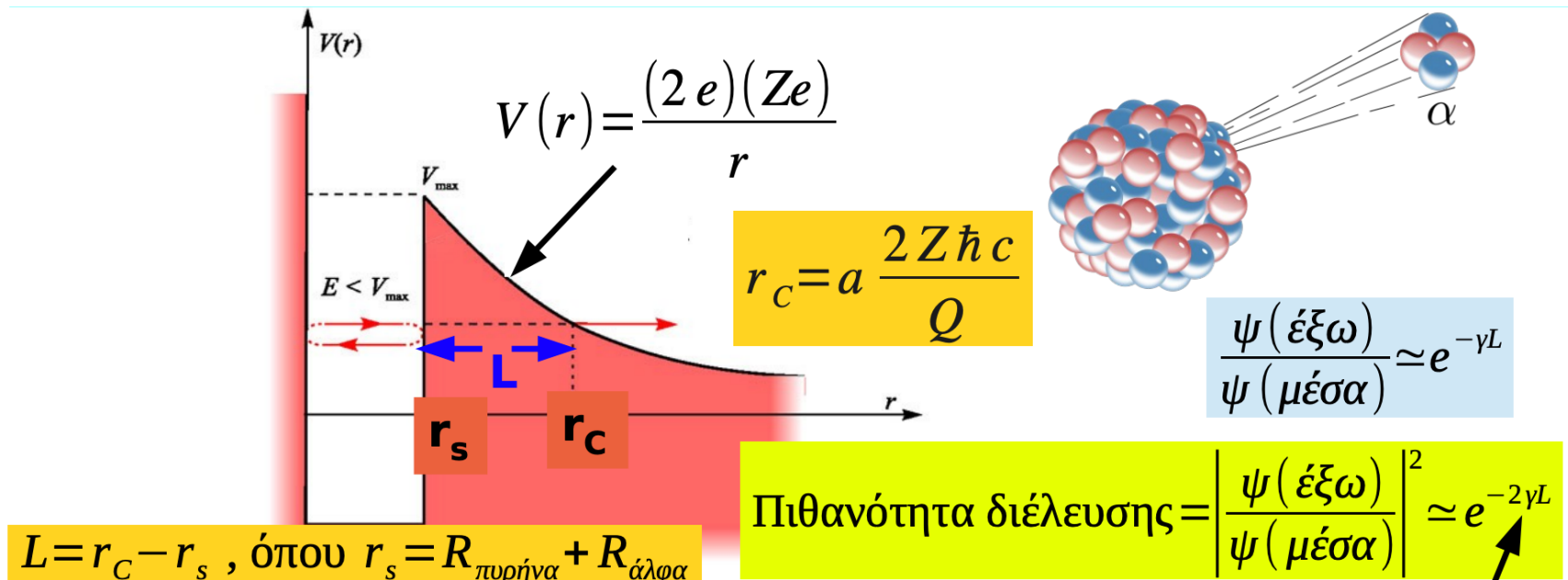
α-διάσπαση: κβαντομηχανικό φαινόμενο σήραγγας

Κβαντομηχανική
(Τραχανά) 271

Συντελεστής διέλευσης του φράγματος
(πιθανότητα διέλευσης)

$$T(Z,A,\varepsilon) \cong \exp\left(-1,63 \int_{A^{1/3}+4^{1/3}}^{Z/\varepsilon} \sqrt{\frac{Z}{r} - \varepsilon} dr\right) \ll 1$$



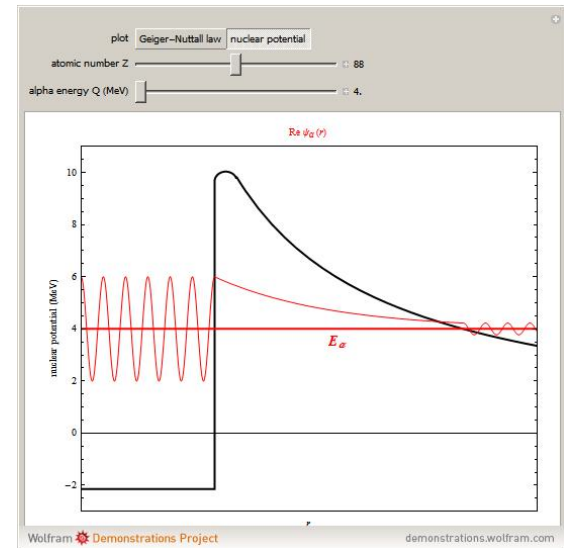
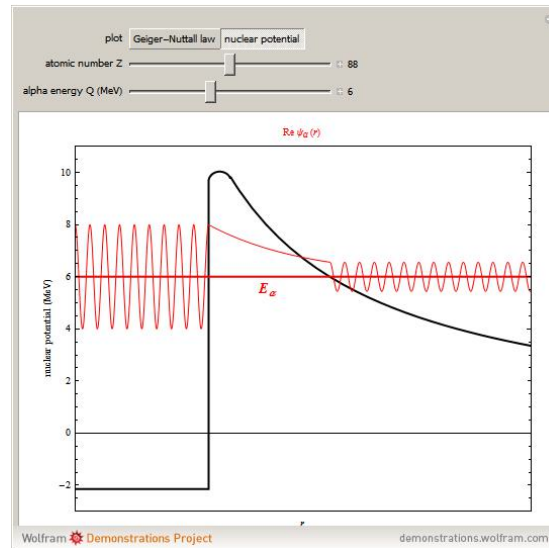
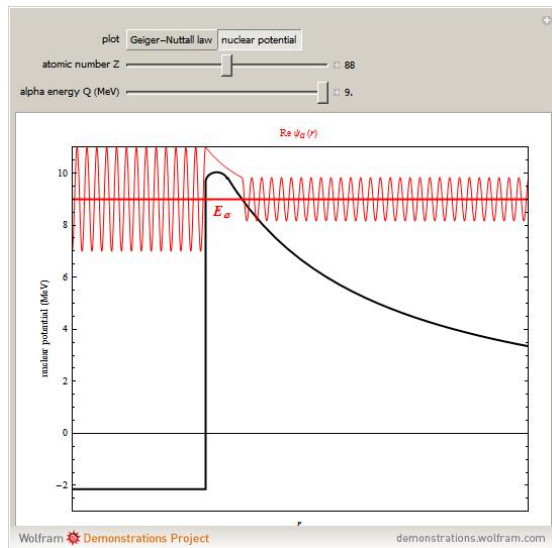


ΣΧΗΜΑ 6.7: Το δυναμικό στο οποίο υπόκειται το σωματίδιο άλφα ενός ραδιενεργού πυρήνα. Λόγω των ισχυρών πυρηνικών δυνάμεων, το δυναμικό έχει τη μορφή ενός ελκτικού πηγαδιού στην περιοχή του πυρήνα ($r < R$) και τη μορφή ενός απωστικού δυναμικού Coulomb έξω από αυτόν, αφού εκεί δρα μόνο η ηλεκτρική άπωση μεταξύ του σωματιδίου άλφα και του υπόλοιπου πυρήνα. Για να παραμένει το σωματίδιο άλφα επί μεγάλα χρονικά διαστήματα μέσα στον πυρήνα σημαίνει ότι $E < V_{\max}$ οπότε ο μόνος τρόπος να διαφύγει από το εσωτερικό του είναι με το φαινόμενο της σήραγγας.

Για μια τιμή E της ενέργειας, το L το ξέρουμε. Η διαφορά $V(r) - E$ αλλάζει μέσα στο φράγμα, οπότε χρειαζόμαστε μια μέση τιμή για το γ .

$$\gamma = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (V(r) - E)}$$

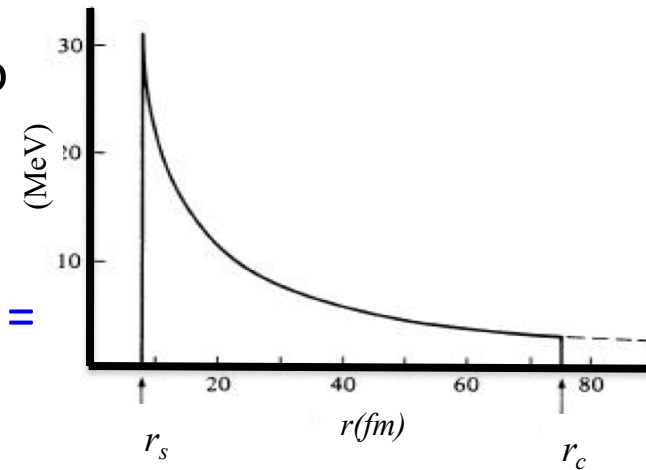
Φαινόμενο σύραγγος (Tunneling)



Το πυρηνικό δυναμικό και η κυματοσυνάρτηση του α για τρεις τιμές ενέργειας.

Κβαντομηχανική εξήγηση

- Το α μπορεί να ελευθερωθεί μόνο με το κβαντομηχανικό φαινόμενο σύραγγας, και από την απόσταση r_s να βρεθεί ελεύθερο στην επιτρεπτή περιοχή $r > r_c$
- Πιθανότητα να περάσει το φράγμα δυναμικού = (πιθανότητα να βρεθεί σε r_c) / (πιθανότητα να βρεθεί σε r_s) =



$$\left| \frac{f(r_c)}{f(r_s)} \right|^2 = e^{-G} \quad f(r) = \text{πλάτος κυματοσυνάρτησης στη θέση } r_c$$

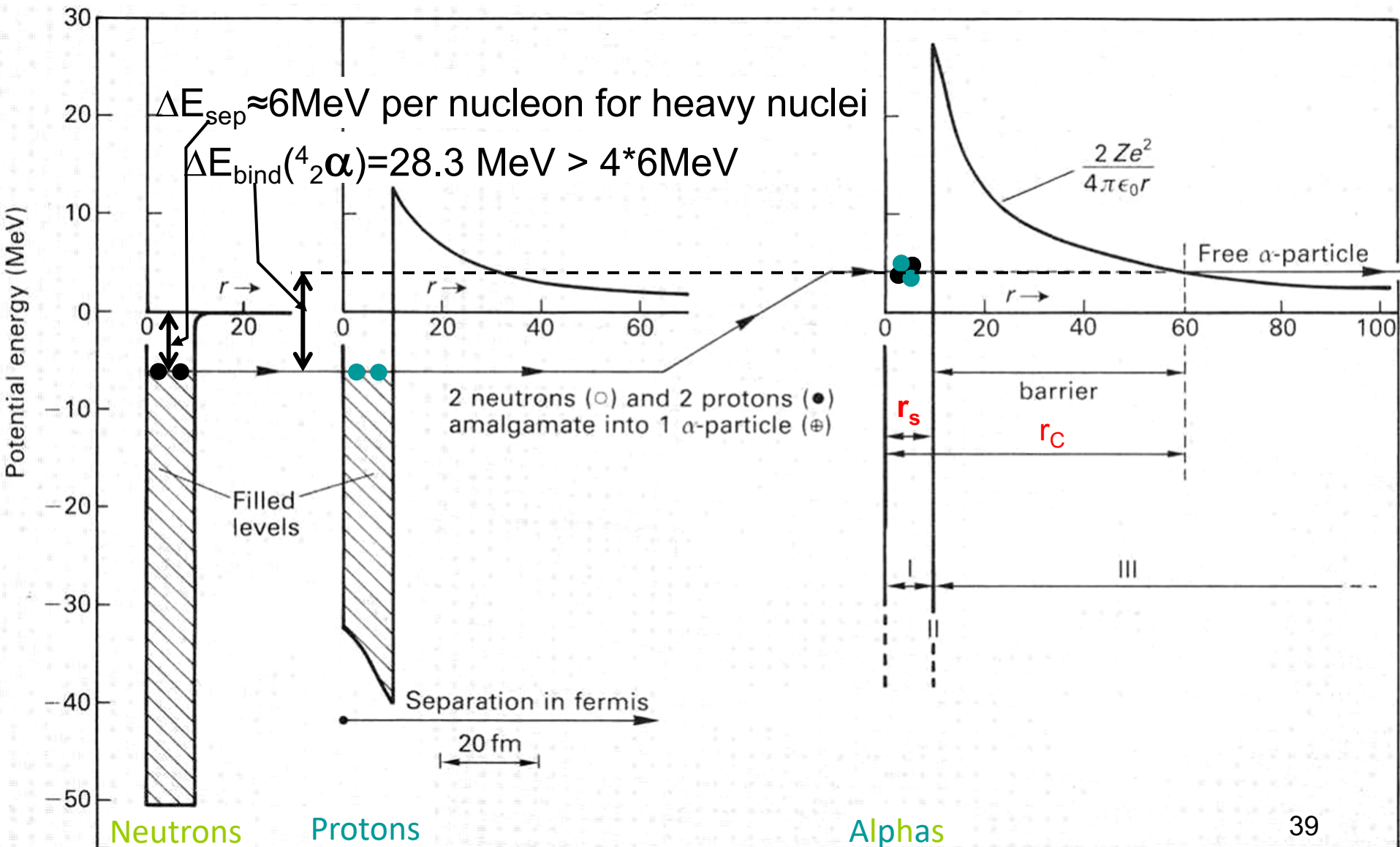
$$G = \frac{\pi}{\hbar c} \left(\frac{2Z_d e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \sqrt{\frac{2mc^2}{Q}} \mathcal{G}(r_s/r_c),$$

$$\mathcal{G}(r_s/r_c) = \frac{2}{\pi} \left[\cos^{-1} \left[\sqrt{\frac{r_s}{r_c}} \right] - \sqrt{\left[\frac{r_s}{r_c} \left(1 - \frac{r_s}{r_c} \right) \right]} \right]$$

Το G εξαρτάται από

- ενέργεια Q του α
- το φορτίο Z_d
- την ανηγμένη μάζα
- τη συνάρτηση $\mathcal{G}$

α-διάσπαση



χρόνος ζωής (α-ραδιενεργού)

Έστω συντελεστής διέλευσης $T \approx 10^{-30}$,
Θα περάσει το φράγμα μετά από $\approx 10^{30}$ προσπάθειες
(διαδοχικές προσκρούσεις στο φράγμα) .

Αν τ ο χρόνος μεταξύ διαδοχικών προσκρούσεων,
ο χρόνος μέχρι να διαφύγει είναι $t = 10^{30} \tau$.

$$t = N\tau = N/T$$

τ ο χρόνος για να διασχίσει τον πυρήνα
για $A \approx 220$,
για ενέργειες 4-9 MeV

$$\tau = 2R/u$$

$$R = 1.2A^{1/3} \approx 7 \text{ fm}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mc^2\left(\frac{v}{c}\right)^2 = E \Rightarrow \left(\frac{v}{c}\right) = \sqrt{\frac{2E}{mc^2}}$$

$$u \approx 10^9 \text{ cm/s}$$

Μια τυπική τιμή

$$\tau \approx 10^{-21} \text{ s}$$

Οπότε

$$t = 10^{-21} / T(Z, A, \epsilon)$$

(ο χρόνος που θα χρειαστεί για να διαφύγει)

χρόνος ζωής (α-ραδιενεργού)

Χρησιμοποιώντας τον προσεγγιστικό τύπο $t = 10^{-21} / T(Z, A, \epsilon)$ υπολογίζουμε τους χρόνους ζωής μερικών ραδιενεργών

Πυρήνας	E (MeV)	t_{exp}	t_{theor}
${}_{90}\text{Th}^{232}$	4,007	$1,39 \times 10^{10} \text{ yr} = 4,3 \times 10^{17} \text{ s}$	$9,21 \times 10^{17} \text{ s}$
${}_{84}\text{Po}^{212}$	8,780	$3,0 \times 10^{-7} \text{ s}$	$1,44 \times 10^{-7} \text{ s}$
${}_{92}\text{U}^{238}$	4,2	$4,5 \times 10^9 \text{ yr} = 1,4 \times 10^{17} \text{ s}$	$2,67 \times 10^{17} \text{ s}$
${}_{92}\text{U}^{235}$	4,559	$7,1 \times 10^8 \text{ yr} = 2,23 \times 10^{16} \text{ s}$	$0,43 \times 10^{15} \text{ s}$
${}_{88}\text{Ra}^{224}$	5,681	$3,64 \text{ d} = 0,31 \times 10^6 \text{ s}$	$0,56 \times 10^6 \text{ s}$

α-διάσπαση: μέσος χρόνος ζωής

Πιθανότητα α-διασπασης ανά μονάδα χρόνου ($1/\tau$) =

Πιθανότητα σχηματισμού του σωματιδίου α ανά μονάδα χρόνου ($1/\tau_0$)

* πιθανότητα διέλευσης από φράγμα Coulomb με φαινόμενο σύραγγας (e^{-G})

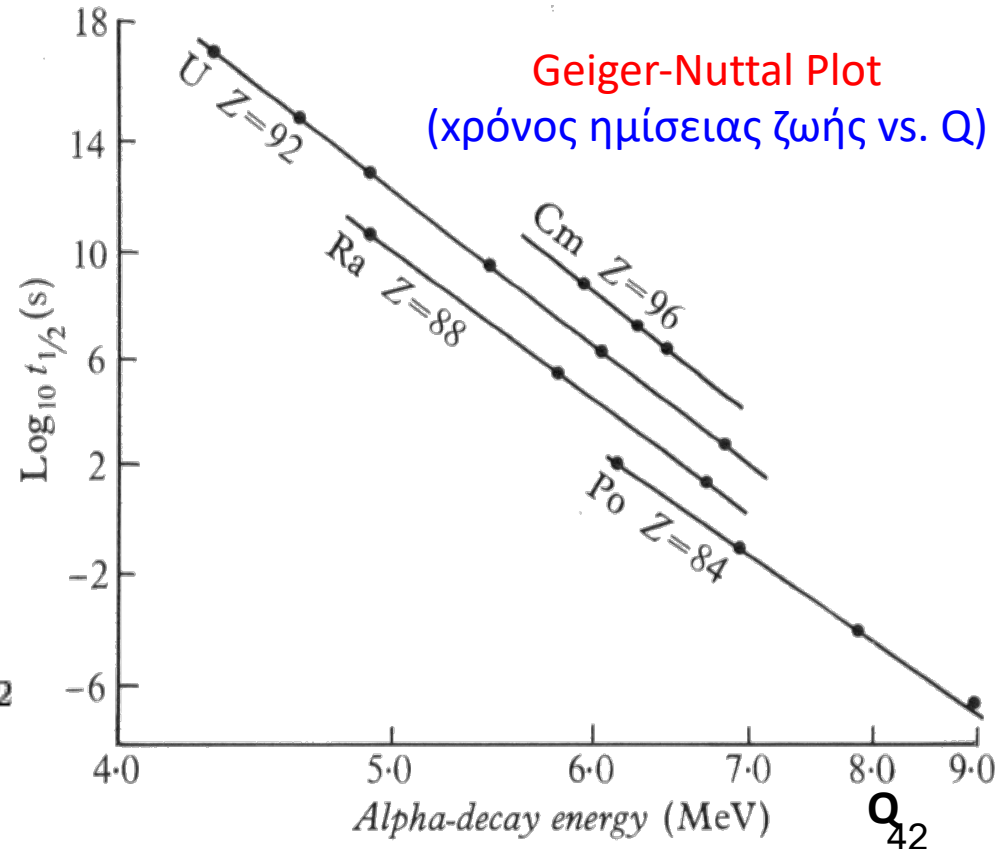
Μεγάλη εξάρτηση από ενέργεια (Q) του α

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} * e^{-G} \rightarrow \tau = \tau_0 * e^G$$

Μέσος χρόνος ζωής (παρ. 2.3)
μητρικού πυρήνα

Πειραματικά, από προσαρμογή στις
μετρήσεις: $\tau_0 = 7 * 10^{-23} s$

Geiger-Nuttall : $\ln \lambda = -a_1 \frac{Z}{\sqrt{E}} + a_2$



α-διάσπαση: χρόνοι ζωής μητρικών

Πίνακας 6.1 στο βιβλίο σας

Μετρήσεις Θεωρία $\tau = \tau_0 * e^G$

↓ ↓

Table 6.1. The α -decay series from $^{238}_{92}\text{U}$

	Q (MeV)	r_s (fm)	r_c (fm)	$\mathcal{G}$	τ_{exp} (s)	τ_{theory} (s)
$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{234}_{90}\text{Th}$	4.27	8.52	60.7	0.53	2.0×10^{17}	3.3×10^{17}
			$(^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow ^{234}_{92}\text{U})$			
$^{234}_{92}\text{U} \rightarrow ^{230}_{90}\text{Th}$	4.86	8.49	53.3	0.51	1.1×10^{13}	1.1×10^{13}
$^{230}_{90}\text{Th} \rightarrow ^{226}_{88}\text{Ra}$	4.77	8.45	53.1	0.51	3.5×10^{12}	3.9×10^{12}
$^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^{222}_{86}\text{Rn}$	4.87	8.41	50.9	0.50	7.3×10^{10}	7.4×10^{10}
$^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow ^{218}_{84}\text{Po}$	5.59	8.37	43.3	0.46	4.8×10^5	4.2×10^5
$^{218}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{214}_{82}\text{Pb}$	6.11	8.33	38.7	0.43	2.6×10^2	1.6×10^2
			$(^{214}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{214}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{214}_{84}\text{Po})$			
$^{214}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{210}_{82}\text{Pb}$	7.84	8.28	30.1	0.36	2.3×10^{-4}	1.1×10^{-4}
			$(^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{210}_{84}\text{Po})$			
$^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^{206}_{82}\text{Pb}$	5.41	8.24	43.7	0.47	1.7×10^7	5.8×10^5

The values of Q are from experiment. The intervening β -decays, which reduce the neutron-to-proton ratio as the nuclei become lighter, are given in parentheses.

Σημείωση: γενικά πολύ καλή περιγραφή, αλλά συνεισφορές από φαινόμενα σχετικά με τους φλοιούς $O(1 \text{ MeV})$ μπορούν να αλλάξουν αρκετά τα Q -values ή τη σταθερότητα ώστε οι χρόνοι ζωής να είναι πολύ διαφορετικοί από την πρόβλεψη

Νόμος Geiger-Nuttall

$$\log t_{1/2} = A \log E_{\alpha} + B$$

