

Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου)

Τμήμα Τ2: Κ. Κορδάς & Δ. Σαμψωνίδης

Μάθημα 23

Μποζονικός διαδότης, σταθερά
σύζευξης, υπολογισμός και σύγκριση
χρόνου ζωής σωματιδίων και ενεργών
διατομών αλληλεπιδράσεων

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Υπενθύμιση:
κινηματική και μονάδες (τα έχουμε
κάνει εκτενώς στην αρχή του
μαθήματος)

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$E = mc^2$ = η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα m
 c = ταχύτητα του φωτός

ενέργεια E
 μάζα m

Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας



γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + mc^2$

$E = m \gamma c^2$, όπου $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, και $\beta = v/c$, με v = ταχύτητα σωματιδίου

$p = m \gamma v = m \gamma \beta c$, όπου p = ορμή

$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$

Όσον αφορά τις μονάδες:

$[E] = \text{MeV}$, και από τους τύπους βλέπουμε ότι για τις μονάδες της ορμής έχουμε: $[pc] = [E]$

$\rightarrow [pc] = \text{MeV} \rightarrow [p] = \text{MeV}/c$

* Για τις μονάδες μάζας έχουμε:

$[E] = [mc^2] \rightarrow [mc^2] = \text{MeV}$
 $\rightarrow [m] = \text{MeV}/c^2$

Σημείωση: με $c = 1$, γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

Χρήσιμα: $\beta = \frac{pc}{E}$ και $\beta\gamma = \frac{p}{mc}$

Μονάδες (1)

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

μονάδα ενέργειας $\equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$
Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^9 \text{ eV}$)

Σταθερά του Planck = $\hbar = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$\alpha = 1/137$ η σταθερά λεπτής υφής
(αδιάστατο μέγεθος και άρα ίδια τιμή σε όλα τα συστήματα μονάδων)

Προσοχή:

αν γράφουμε στον τύπο της δύναμης Coulomb και της δυναμικής ενέργειας τον παράγοντα $1/4\pi\epsilon_0$, σημαίνει ότι χρησιμοποιούμε το Διεθνές Σύστημα μονάδων

(S.I = mks), οπότε το φορτίο "e" είναι σε Coulomb και: $e^2 = 4\pi\epsilon_0 \alpha \hbar c$, όπου $\alpha = 1/137$

Αν όμως γράφουμε τον τύπο της δύναμης Coulomb και της αντίστοιχης δυναμικής ενέργειας έχοντας θέσει $1/4\pi\epsilon_0 = 1$, αυτό σημαίνει ότι χρησιμοποιούμε το σύστημα μονάδων cgs, οπότε το φορτίο "e" είναι σε esu και: $e^2 = \alpha \hbar c$, όπου $\alpha = 1/137$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε:

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μονάδες (2)

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV (= 10^9 eV)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \hbar = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{σταθερά λεπτής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε: $e^2 = \alpha \hbar c$, όπου $\alpha = 1/137$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c² (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = mv/c$)

Χρόνος σε: 1/MeV (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = 1/MeV (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$1 \text{ amu} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV/c}^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV/c}^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV/c}^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV/c}^2$$

Μονάδες – Παραδείγματα (1)

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

Αν σε όλους τους υπολογισμούς βάζουμε ενέργειες σε MeV, και επίσης βάζουμε $\hbar c = 1$ και $c = 1$, τότε ό,τι και να βρούμε (μήκος, χρόνος, ορμή, κλπ.) θα το βρούμε σε MeV. Και μετά πρέπει να το μετατρέψουμε σε χρόνο (sec), μήκος (m), κλπ.

Παράδειγμα Α: Ας υποθέσουμε ότι υπολογίσαμε κάποιο μήκος κύματος λ , και έχοντας βάλει $\hbar c = c = 1$ στους τύπους, βρήκαμε $\lambda = 3 \cdot 10^6 / \text{MeV} \rightarrow \lambda = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1}$ και θέλουμε να δώσουμε το λ σε μέτρα που είναι και οι μονάδες μηκών στο Διεθνές Σύστημα (S.I) μονάδων.

* Γνωρίζοντας ότι $\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$, και ότι έχουμε βάλει τόση ώρα παντού $\hbar c = 1$ και $c = 1$, οπότε και $\hbar c = 1$, έχουμε ουσιαστικά χρησιμοποιήσει τη σχέση $197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = 1$, οπότε $197 \text{ MeV} = 1 \text{ fm}^{-1}$, και $1 \text{ MeV}^{-1} = 197 \text{ fm}$, οπότε:
 $\lambda = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1} = 3 \cdot 10^6 \cdot 197 \text{ fm} = 591 \cdot 10^6 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 591 \cdot 10^{-9} \text{ m} \rightarrow \lambda = 591 \text{ nm}$

Παράδειγμα Β: Αν είχαμε υπολογίσει κάποιον χρόνο $\tau = 1 \text{ MeV}^{-1}$ και θέλαμε να τον δώσουμε σε seconds, τότε: επειδή ξέρουμε ότι $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, και έχουμε βάλει $c = 1 \rightarrow 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 1 \rightarrow 1 \text{ m} = (1/3) \cdot 10^{-8} \text{ s}$

Οπότε, ξέροντας από το $\hbar c = 1$ ότι: $1 \text{ MeV}^{-1} = 197 \text{ fm} = 197 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, έχουμε επίσης ότι: $1 \text{ MeV}^{-1} = 197 \cdot 10^{-15} \cdot (1/3) \cdot 10^{-8} \text{ s} = 65.7 \cdot 10^{-23} \text{ s}$

** οπότε $\tau = 1 \text{ MeV}^{-1} \rightarrow \tau = 65.7 \cdot 10^{-23} \text{ s}$

Μονάδες – Παραδείγματα (2)

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

Αν σε όλους τους υπολογισμούς βάζουμε ενέργειες σε MeV, και επίσης βάζουμε $\hbar c = 1$ και $c = 1$, τότε ό,τι και να υπολογίζουμε (μήκος, χρόνος, ορμή, κλπ.) θα είναι σε MeV γιατί θα υπάρχουν “αόρατοι” παράγοντες $\hbar c$ και c τα οποία τα έχουμε βάλει = 1

! Για να το μετρέψουμε στις κανονικές μονάδες μήκους, χρόνου, κλπ απλά πολλαπλασιάζουμε το αποτέλεσμα των MeV που βρήκαμε, με το σωστό συνδυασμό $\hbar c$ και c ώστε να φτιάξουμε τις σωστές μονάδες, και μετά αντικαθιστούμε $\hbar c = 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ και $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

→ Έτσι φτάνουμε πιο γρήγορα στο αποτέλεσμα:

Παράδειγμα Α: Ας υποθέσουμε ότι υπολογίσαμε ένα μήκος κύματος $\lambda = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1}$ και θέλουμε να δώσουμε το λ σε μέτρα, τότε:

$$\lambda = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1} = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1} \cdot \hbar c = 3 \cdot 10^6 \text{ MeV}^{-1} \cdot 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} = \mathbf{591 \text{ nm}}$$

Παράδειγμα Β: Αν είχαμε υπολογίσει κάποιον χρόνο $\tau = 1 \text{ MeV}^{-1}$ και θέλαμε να τον δώσουμε σε seconds, τότε:

$$\tau = 1 \text{ MeV}^{-1} = 1 \text{ MeV}^{-1} \cdot \hbar c / c = 1 \text{ MeV}^{-1} \cdot 197 \text{ MeV} \cdot \text{fm} / (3 \cdot 10^8 \text{ m/s}) = \mathbf{65.7 \cdot 10^{-23} \text{ s}}$$

Μονάδες

- Οι ταχύτητες που συναντάμε στη φυσική των σωματιδίων είναι κοντά στο c .

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

- Οι στροφορμές, δράσεις, γενικά το γινόμενο $x p \sim \hbar$ ή $E t \sim \hbar$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου: } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

- Φυσικές διαστάσεις είναι το c και το $\hbar$.
 - Είναι βολικό ένα σύστημα μονάδων όπου $c = \hbar = 1$

- $M = E/c^2$ [E] ,
- $L = \hbar c/E$ [E⁻¹]
- $T = \hbar/E$ [E⁻¹],

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi \hbar c} = \frac{1}{137}$$

Μονάδες

	Quantity	N.U.	Conv. Factor to SI
E	GeV		$1\text{GeV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
P	GeV		
M	GeV		$1\text{kg} = 5.61 \cdot 10^{26} \text{ GeV}$
length	$1/\text{GeV}$		$1\text{m} = 5.07 \cdot 10^{15} \text{ GeV}^{-1}$
time	$1/\text{GeV}$		$1\text{sec} = 1.52 \cdot 10^{24} \text{ GeV}^{-1}$
J	dimensionless		
Q	dimensionless		

Μονάδες

Αυτό μας επιτρέπει

- Να εκφράζουμε όλα τα φυσικά μεγέθη σε μονάδες ενέργειας: απόσταση είναι $[E]^{-1}$. Ορμή είναι $[E]$. Κοκ.
- Τα φυσικά μεγέθη να εκφράζονται σε “λογικές” μονάδες

Φυσική μονάδα μήκους: μήκος κύματος Compton: $\hbar / m_0 c = 1$

Φυσική μονάδα χρόνου: $\tau = \hbar / m_0 c^2 = 1$

Φυσική μονάδα ενέργειας: $E = m_0 c^2 = 1$

Μάζα πρωτονίου: 10^{-24} g $\rightarrow$ Ενέργεια ηρεμίας ≈ 1 GeV.

Άρα, αν πάρουμε ως ενέργεια αναφοράς το 1 GeV, όλα τα φυσικά μεγέθη είναι ποσότητες κοντά στη μονάδα.

Ηλεκτρόνιο: 2000 φορές πιο ελαφρύ $\rightarrow$ Ενέργεια ηρεμίας ≈ 0.5 MeV

Τα διαγράμματα Feynman ως
εργαλεία για τον υπολογισμό του
χρόνου ζωής ενός σωματιδίου και
της ενεργού διατομής μιας
αλληλεπίδρασης σωματιδίων

α.
Ενεργός διατομή, χρόνος ζωής,
ρυθμός αντίδρασης
(αλληλεπιδράσεις και διασπάσεις)

Ορισμός ενεργού διατομής, σ (από αλληλεπίδραση $1 + 1$)

1) Αν έχουμε την αντίδραση ενός βλήματος με έναν στόχο: $\alpha + X \rightarrow \text{οτιδήποτε}$, τότε:

$$\text{Πιθανότητα αλληλεπίδρασης ενός βλήματος με ένα στόχο} = \frac{\sigma}{\text{επιφάνεια που φωτίζουν τα βλήματα}}$$

2) Αν μια δέσμη σωματιδίων/βλημάτων α , που έχει ροή Φ σωματίδια ανά μονάδα επιφάνειας και ανά μονάδα χρόνου, συγκρούεται με ΕΝΑ σωματίδιο στόχου, τύπου X , τότε:

αν τα εισερχόμενα φωτίζουν μια επιφάνεια A γύρω από το στόχο, σε χρόνο dt θα έχουν περάσει $\Phi * A * dt$ σωματίδια γύρω από το στόχο.

και επειδή το καθένα από αυτά τα N βλήματα έχει πιθανότητα σ/A να αλληλεπιδράσει με το στόχο, τότε σε χρόνο dt ο αριθμός βλημάτων που θα αλληλεπιδράσουν με το στόχο, dN , είναι: $dN = \Phi * A * dt * (\sigma/A) = \Phi * \sigma * dt \rightarrow \text{Αριθμός αλληλεπιδράσεων ανά μονάδα χρόνου} = dN/dt = \sigma * \Phi$

$$\rightarrow \text{Αριθμός αλληλεπιδράσεων ανά μονάδα χρόνου} = \text{ρυθμός αλληλεπιδράσεων (} R \text{)} = \sigma * \Phi$$

Οπότε μπορούμε χρηστικά να ορίσουμε την ενεργό διατομή, σ , ως τη σταθερά αναλογίας (με μονάδες επιφάνειας) μεταξύ του ρυθμού αλληλεπιδράσεων $R (=dN/dt)$ και της ροής βλημάτων Φ .

Έτσι, η ενεργός διατομή, σ , ισούται με το ρυθμό αλληλεπιδράσεων ανά μονάδα ροής των προσπίπτων σωματιδίων και ανά σωματίδιο του στόχου ($\sigma = R/\Phi$).

$\rightarrow$ φυσικά η ενεργός διατομή έχει μονάδες επιφάνειας

(και μπορούμε να το κάνουμε αληθινές μονάδες επιφάνειας, ακόμα κι αν μας το δίνουν σε GeV^{-2} , χρησιμοποιώντας ότι $c=30\text{cm/ns}$, και $\hbar * c = 197 \text{ MeV} * \text{fm}$)

Χρόνος ζωής (τ) και πλάτος ή εύρος (Γ) σωματιδίου, κάπως... ταχυδακτυλουργικά

Πεπερασμένος χρόνος ζωής (τ) σημαίνει αβεβαιότητα (Γ) στην τιμή της ενέργειας (μάζας) ενός σωματιδίου:

- αρχής της αβεβαιότητας $\Delta E \Delta t = \hbar$,

όπου $\Delta E = (\Delta m)c^2$, και $\Delta t = \tau \rightarrow$

$$\tau = \frac{\hbar}{(\Delta m)c^2} = \frac{\hbar}{\Gamma}$$

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$$

- Η διασπορά στην κατανομή της μάζας του σωματιδίου είναι το “εύρος” του (Γ) και είναι μέτρηση του χρόνου ζωής του (τ)

$$\tau = \frac{1}{\Gamma}$$

Αν βάλουμε $\hbar = 1$ στον αριθμητή, τότε ο τύπος $\tau = \hbar / \Gamma$, δίνει $\tau = 1 / \Gamma$, οπότε ο χρόνος ζωής τ θα βγεί σε μονάδες $1/\text{GeV}$ ή το εύρος Γ σε μονάδες $1/\text{sec}$. Μετά, χρησιμοποιώντας ότι $c = 30\text{cm/ns}$, και $\hbar * c = 197 \text{ MeV} * \text{fm}$ θα μπορώ εύκολα να δώσω το χρόνο σε σωστές μονάδες (sec, λεπτά, ώρες, κλπ).

- Για σωματίδια που διασπώνται με τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις $\tau \sim 10^{-23} \text{ s}$, που είναι περίπου όσο χρόνο χρειάζεται το φως για να διαπεράσει ένα αδρόνιο (διάμετρος $\sim 1\text{fm} \sim 10^{-15} \text{ m}$). Δεν μπορεί όμως να μετρηθεί μια τροχιά ενός σωματιδίου με χρόνο ζωής 10^{-23} s , γιατί διασπάται πολύ πριν διασχίσει κάποια παρατηρήσιμη απόσταση.
 - Οπότε, μετρώντας τα προϊόντα της διάσπασης και χρησιμοποιώντας τις αρχές διατήρησης ενέργειας και ορμής, κατασκευάζουμε τη **μάζα (ενέργεια) του διασπώμενου σωματιδίου**, η οποία έχει μια κατανομή: από το εύρος της κατανομής αυτής μπορούμε να βρούμε το Γ

Σχόλιο 1: Σχέση εύρους (Γ) σωματιδίου και χρόνου ζωής (τ) (1/2)

Έστω ένα σωματίδιο με κυματοσυνάρτηση $\psi(x,t)$.

Πιθανότητα εύρεσης του σωματιδίου ανά μονάδα όγκου $= |\psi|^2 = \psi \psi^*$

Για σωματίδιο ορμής p και ενέργειας E , στη θέση x , τη χρονική στιγμή t :

$$\psi(x,t) \sim e^{i(kx-\omega t)} = e^{i(px-Et)/\hbar}, \quad (\text{αφού } p = \hbar k \text{ και } E = \hbar \omega)$$

τότε: $|\psi|^2 = \psi \psi^* \sim e^{i(px-Et)/\hbar} e^{-i(px-Et)/\hbar} = 1 \rightarrow$ ανεξάρτητο του χρόνου !

Δηλαδή, η πιθανότητα εύρεσης του σωματιδίου ανά μονάδα όγκου δεν αλλάζει ποτέ, δηλ, το σωματίδιο δεν διασπάται.

Εμείς όμως βλέπουμε διασπάσεις!

και μάλιστα ακολουθούν το ραδιενεργό νόμο διάσπασης:

- Αριθμός διασπάσεων ανά μονάδα χρόνου $\sim e^{-\lambda t}$,
με $\lambda = 1/\tau$, όπου τ = μέσος χρόνος ζωής

→ Πώς γίνεται;

Σχόλιο 1: Σχέση εύρους (Γ) σωματιδίου και χρόνου ζωής (τ) (2/2)

Πιθανότητα εύρεσης του σωματιδίου ανά μονάδα όγκου $= |\psi|^2 = \psi \psi^*$

Αν $\psi \sim e^{i(kx-\omega t)} = e^{i(px-Et)/\hbar}$, πιθανότητα = σταθερή $\rightarrow$ δεν διασπάται.

Μπορεί όμως να διασπάται,

αν η ενέργεια έχει και μιγαδική συνιστώσα, δηλ. $E \rightarrow E_R + i\frac{\Gamma}{2}$

Τότε:

$$|\psi|^2 = \psi \psi^* = e^{\frac{ipx - iE_R t - \frac{\Gamma}{2}t}{\hbar}} e^{\frac{-ipx + iE_R t - \frac{\Gamma}{2}t}{\hbar}} = e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t}$$

$\rightarrow$ δηλ., η πιθανότητα εύρεσης του σωματιδίου τη στιγμή t (= “επιβίωσης” του σωματιδίου μέχρι τότε) πέφτει εκθετικά με τον χρόνο!

Έστω ένας πληθυσμός N_0 τέτοιων σωματιδίων τη στιγμή $t=0$.

Μετά από χρόνο t θα έχουν επιβιώσει:

$$N_t = N_0 e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t}$$

($N_t = N_0$ * πιθανότητα επιβίωσης καθενός τους)

$$\rightarrow \frac{dN}{dt} = -\frac{\Gamma}{\hbar} N_0 e^{-\frac{\Gamma}{\hbar}t} = -\frac{\Gamma}{\hbar} N(t), \text{ και } \frac{dN/N}{dt} = -\frac{\Gamma}{\hbar}$$

$$\frac{\Gamma}{\hbar} = \lambda = \frac{1}{\tau}$$

Νόμος ραδιενεργών διασπάσεων !

1) Ρυθμός διασπάσεων πέφτει εκθετικά με το χρόνο
Και

2) Ποσοστό διασπάσεων $|dN/N|$ ανά μονάδα χρόνου = σταθερό!

Σχόλιο 2: Γιατί το Γ είναι το “εύρος” του σωματιδίου; Τι σχέση έχει με το “παίξιμο” στην ενέργειά του; (1/2)

Για σωματίδιο ορμής p και ενέργειας E , στη θέση x , τη χρονική στιγμή t :

$$\psi(x,t) \sim e^{i(kx-\omega t)} = e^{ikx} e^{-i\omega t}$$

$$E \rightarrow E_R + i\frac{\Gamma}{2}, \frac{E}{\hbar} \rightarrow \frac{E_R}{\hbar} + i\frac{\Gamma/\hbar}{2}, \omega = \frac{E}{\hbar}$$

$$\left. \vphantom{\begin{aligned} & \psi(x,t) \sim e^{i(kx-\omega t)} = e^{ikx} e^{-i\omega t} \\ & E \rightarrow E_R + i\frac{\Gamma}{2}, \frac{E}{\hbar} \rightarrow \frac{E_R}{\hbar} + i\frac{\Gamma/\hbar}{2}, \omega = \frac{E}{\hbar} \end{aligned}} \right\} \psi(x,t) = e^{\frac{ipx - iE_R t - \frac{\Gamma}{2}t}{\hbar}} \rightarrow \psi(t) = \psi(0) e^{\frac{-(iE_R + \frac{\Gamma}{2})t}{\hbar}}$$

Αλλά, το σωματίδιο δεν είναι και πλήρως εντοπισμένο και με μία τιμή ενέργειας/ορμής $\rightarrow \Delta p * \Delta x \geq \hbar/2$

Ρεαλιστικά, όσον αφορά τη χρονική εξέλιξη, η κυματοσυνάρτηση του σωματιδίου είναι άθροισμα όρων $e^{-i\omega t}$, καθένας με άλλο ω , δηλ. με άλλη ενέργεια $E = \hbar * \omega$.

Κάθε τέτοιος όρος συμμετέχει στο άθροισμα με έναν συντελεστή $g(\omega)$, που είναι ο μετασχηματισμός Fourier της $\psi(t)$

$$\psi(t) = \psi(0) * \sum g(\omega) e^{-i\omega t}, \text{ όπου } g(\omega) = \int_0^\infty \psi(t) e^{i\omega t} dt = \psi(0) \int_0^\infty e^{\frac{-(iE_R + \frac{\Gamma}{2})t}{\hbar}} e^{i\frac{E}{\hbar}t} dt$$

$$\text{οπότε, } g(\omega) = \frac{\text{σταθερά}}{(E_R - E) - i\frac{\Gamma}{2}}$$

Σχόλιο 2: Γιατί το Γ είναι το “εύρος” του σωματιδίου; Τι σχέση έχει με το “παίξιμο” στην ενέργειά του; (2/2)

$$\psi(t) = \psi(0) * \Sigma \underbrace{g(\omega)}_{\text{συνάρτηση}} e^{-i\omega t}, \text{ με: } g(\omega) = \frac{\text{σταθερά}}{(E_R - E) - i\frac{\Gamma}{2}}$$

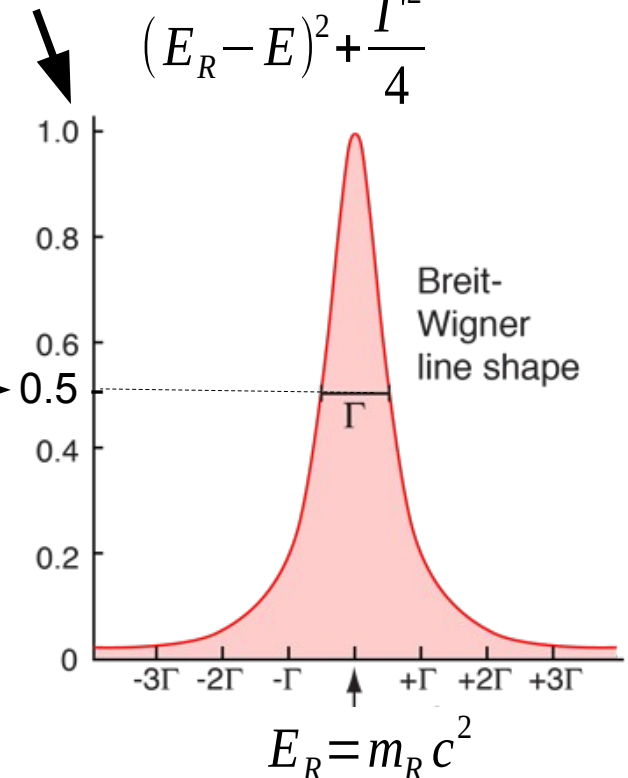
Πιθανότητα το σωματίδιο να έχει ενέργεια $E = |g(\omega)|^2 = \frac{\text{σταθερά}}{(E_R - E)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$

Έτσι, έχουμε ότι:
η ενέργεια ($m c^2$) ενός σωματιδίου με πεπερασμένο χρόνο ζωής τ ,
“παίζει” γύρω από μια μέση τιμή,
η οποία είναι και η πιο πιθανή τιμή.

Το δε “εύρος” / “παίξιμο” είναι ίσο με Γ ,
που είναι ίσο με το
“πλήρες πλάτος στο μισό του ύψους”
= Full Width at Half Maximum = FWHM.
Το Γ συνδέεται με το μέσο χρόνο ζωής με:

$$\frac{\Gamma}{\hbar} = \frac{1}{\tau} \rightarrow \Gamma \tau = \hbar$$

(που θυμίζει την αβεβαιότητα: $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$)



Ρυθμός διασπάσεων ή αλληλεπιδράσεων και σχέση με χρόνος ζωής (τ) και εύρος (Γ) σωματίου, ή με την ενεργό διατομή αλληλεπίδρασης (σ)

Διασπάσεις: $1/\tau =$ “1 διάσπαση ανά έναν χρόνο ζωής κατά μέσο όρο” =
= **ρυθμός διασπάσεων ενός σωματιδίου**

Επειδή με $\hbar=1$ γράφω $1/\tau = \Gamma$, λέω ότι ο ρυθμός διάσπασης είναι ανάλογος του Γ .

Σκεδάσεις: **Ρυθμός αλληλεπιδράσεων** $= N * \sigma * \Phi$,
όπου N = αριθμός στόχων και Φ = ροή βλημάτων
(Φ = αριθμός βλημάτων ανά μονάδα χρόνου και μονάδα επιφάνειας)

Έτσι:

- α) Στις συγκρούσεις** έχουμε ότι ο **ρυθμός αλληλεπιδράσεων** είναι ανάλογος της **ενεργού διατομής**, σ . Οπότε αν ξέρουμε το σ (και τη ροή Φ , και τον αριθμό στόχων N), βρίσκουμε το ρυθμό αλληλεπιδράσεων.
- β) Στις διασπάσεις** έχουμε ότι ο **ρυθμός διασπάσεων** είναι ανάλογος του **εύρους**, Γ . Οπότε αν ξέρουμε το Γ μπορούμε να βρούμε το ρυθμό διασπάσεων, δηλαδή το χρόνο ζωής, τ , του διασπώμενου σωματιδίου

β.
Ρυθμός αντίδρασης
(αλληλεπιδράσεις και διασπάσεις)
από χρυσό κανόνα Fermi

Υπολογισμός τάξης μεγέθους ενεργών διατομών (σ) και χρόνων ζωής (τ) με χρήση στοιχείων από το “χρυσό κανόνα του Fermi”

Χρυσός Κανόνας του Fermi:

Ρυθμός αντίδρασης (δηλ. διάσπασης ή σύγκρουσης) =

$|\text{“Στοιχείο Πίνακα”}|^2 * (\text{πυκνότητα καταστάσεων στο “χώρο των φάσεων”})$

$= |\text{“Matrix Element”}|^2 * (\text{συνάρτηση της διαθέσιμης ενέργειας, } E, \text{ για τα προϊόντα της αντίδρασης})$

$\Rightarrow \text{Ρυθμός αντίδρασης} \sim |M|^2 * \rho(E)$

Διασπάσεις: Ρυθμός διασπάσεων = 1 σωματίδιο ανά χρόνο $\tau = 1/\tau = \Gamma$, όταν έχουμε ένα σωματίδιο.

Σκεδάσεις: Ρυθμός αντιδράσεων με έναν στόχο = ροή βλημάτων * $\sigma = \sigma$, όταν ροή βλημάτων = 1 και προσπίπτουν σε έναν στόχο.

Άρα:

Διασπάσεις: $\Gamma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

Σκεδάσεις: $\sigma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

Υπολογισμός τάξης μεγέθους ενεργών διατομών (σ) και χρόνων ζωής (τ) με χρήση στοιχείων από το “χρυσό κανόνα του Fermi”

Χρυσός Κανόνας του Fermi:

Ρυθμός αντίδρασης (δηλ.διάσπασης ή σύγκρουσης) =

$|\text{Στοιχείο Πίνακα}|^2 * (\text{πυκνότητα καταστάσεων στο χώρο των φάσεων})$

= $|\text{Matrix Element}|^2 * (\text{συνάρτηση της διαθέσιμης ενέργειας, } E, \text{ για τα προϊόντα της αντίδρασης})$

=> **Ρυθμός αντίδρασης $\sim |M|^2 * \rho(E)$**

Διασπάσεις: $\Gamma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

Σκεδάσεις: $\sigma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

Περιγράφει πώς η αλληλεπίδραση φέρνει το σύστημα από την αρχική στην τελική κατάσταση: ποιός είναι ο διαδότης, πόση τετραορμή έχει, με πόση “ισχύ” συζεύγνεται με τα αντιδρώντα και προϊόντα σωματίδια

Περιγράφει τον αριθμό διαθέσιμων καταστάσεων για τα προϊόντα, συναρτήσει της ενέργειας που έχουν διαθέσιμη τα προϊόντα

Υπολογισμός τάξης μεγέθους ενεργών διατομών (σ) και χρόνων ζωής (τ) με χρήση στοιχείων από το “χρυσό κανόνα του Fermi”

Χρυσός Κανόνας του Fermi:

Ρυθμός αντίδρασης (δηλ. διάσπασης ή σύγκρουσης) =

$|\text{Στοιχείο Πίνακα}|^2 * (\text{πυκνότητα καταστάσεων στο χώρο των φάσεων})$

= $|\text{Matrix Element}|^2 * (\text{συνάρτηση της διαθέσιμης ενέργειας, } E, \text{ για τα προϊόντα της αντίδρασης})$

=> **Ρυθμός αντίδρασης $\sim |M|^2 * \rho(E)$**

Διασπάσεις: $\Gamma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

Σκεδάσεις: $\sigma \sim (\text{Matrix Element})^2 * (\text{Παράγοντας Χώρου Φάσεων})$

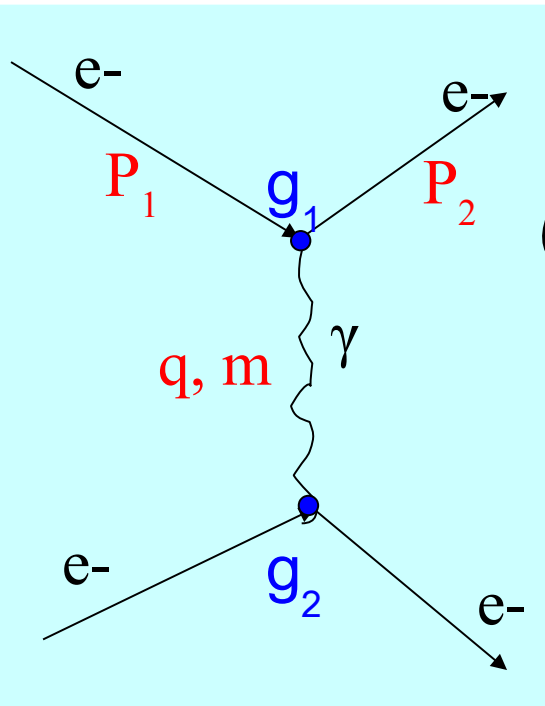
*** Όταν υπάρχει διαθέσιμη ενέργεια, δηλ. το Q της αντίδρασης είναι >0 , τότε η αντίδραση γίνεται, και μάλιστα ο παράγοντας του χώρου των φάσεων, $\rho(E)$, μεγαλώνει με το Q

*** Αν $Q < 0$, τότε ΔΕΝ γίνεται η αντίδραση (από απλή διατήρηση ενέργειας) $\rightarrow \rho(E) = 0$ και έτσι Ρυθμός = 0

Θα δούμε τώρα κάποια συστατικά του Matrix Element, και μετά για $\rho(E)$ θα βάζουμε τη σωστή δύναμη του E ώστε διαστατικά να βρίσκουμε σωστά τις διστάσεις του σ ή του Γ

Υ.
Ρυθμός αντίδρασης,
Στοιχείο Πίνακα,
σταθερές σύζευξης στα διαγράμματα
Feynman,
και σύγκριση ενεργών διατομών και
χρόνων ζωής για διάφορες
αντιδράσεις

Δύο βασικά στοιχεία στο Στοιχείο Πίνακα, M : η ισχύς σύζευξης και ο μποζονικός διαδότης



- **Μεταφορά Ενέργειας & ορμής (τετρα-ορμής): $q = P_1 - P_2$**
όπου P_1 = τετρα-ορμή = $\{E, p_x, p_y, p_z\}$ του σωματιδίου #1, κλπ.

$$q^2 = E^2 - (p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) = E^2 - p^2$$

“Στοιχείο Πίνακα” M ή “πλάτος σκέδασης” $f(q)$:

περιγράφει τη μετάβαση από
την αρχική στην τελική κατάσταση

$$M = f(q) = \frac{g_1 g_2}{q^2 - m^2}$$

•-> **g_1, g_2** η ισχύς της σύζευξης του διαδότη με τα σκεδαζόμενα σωματία σε κάθε κόμβο. Γενικά, τα g_1, g_2 μπορεί να είναι διαφορετικά. Συνήθως, όπως στο διπλανό διάγραμμα, έχουμε: **$g_1 = g_2 (= g)$**

•-> **$q^2 - m^2$** = πόση διαφορά έχει η m^2 του διαδότη στην αλληλεπίδραση αυτή (q^2), από τη “φυσιολογική” τιμή της m^2 του διαδότη (m^2).
(q =τετρα-ορμή και m =μάζα του διαδότη)

Ρυθμός αλληλεπιδράσεων, στοιχείο πίνακα M , και σταθερά σύζευξης g

- **Ρυθμός αλληλεπιδράσεων:** αριθμός μεταβάσεων από την αρχική στην τελική κατάσταση ανά μονάδα χρόνου.
- Ο ρυθμός εξαρτάται από το τετράγωνο του μέτρου του στοιχείου πίνακα M της μετάβασης: $|M|^2$

$$M = f(q) = \frac{g_1 g_2}{q^2 - m^2} = \frac{g^2}{q^2 - m^2} \quad \longrightarrow \quad |M|^2 \sim \left| \frac{g^2}{q^2 - m^2} \right|^2$$

- **Σκεδάσεις σωματιδίων:** ο ρυθμός αλληλεπιδράσεων είναι ανάλογος της ενεργού διατομής (σ) της αλληλεπίδρασης
- **Διασπάσεις σωματιδίου με μέσο χρόνο ζωής τ και πλάτος Γ :**
ρυθμός διασπάσεων = $1/\tau = \Gamma / \hbar = \Gamma$ (για $\hbar = 1$)

$$\text{θυμηθήτε : } \Gamma \tau = \hbar \rightarrow \tau = \frac{\hbar}{\Gamma}$$

$$\bullet \text{Οπότε: } \sigma \sim |M|^2 \sim g^4 \text{ και } \Gamma \sim |M|^2 \sim g^4$$

Ηλεκτρομαγνητικές Αλληλεπιδράσεις

Η σταθερά σύζευξης σε κάθε κόμβο των διαγραμμάτων Feynman είναι $\sqrt{\alpha}$

Σταθερά λεπτής υφής: α

Μια αδιάστατη ποσότητα που μετράει την ένταση της ζεύξης.

Ο λόγος της ηλεκτροστατικής ενέργεια απώθησης δύο e σε απόσταση ίση με το ισοδύναμο μήκος Compton προς την ενέργεια που αντιστοιχεί στην μάζα ηρεμίας του e .

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \left(\frac{\hbar}{mc}\right)} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137}$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:

MeV για ενέργεια,

$1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,

και θα βάζουμε:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$
$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Η ποσότητα $\alpha^{1/2} \sim e$ εκφράζει την πιθανότητα για την εκπομπή ή απορρόφηση ενός φωτονίου.

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = (\mu\epsilon \ 4\pi\epsilon_0 = 1 \text{ και } \hbar c = 1) \rightarrow \sqrt{\alpha} = e$$

Ηλεκτρομαγνητικές Αλληλεπιδράσεις

Η ισχύς της αλληλεπίδρασης μεταξύ φορτισμένων σωματιών και φωτονίων είναι όσο το φορτίο του ηλεκτρονίου: $g = e \sim \sqrt{\alpha}$:

(η σταθερά της λεπτής υφής α)

Σε κάθε κόμβο, ισχύς σύζευξης $\sim$

$$\sqrt{\alpha}$$

Πιθανότητα σύζευξης $\sim \alpha$

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο :

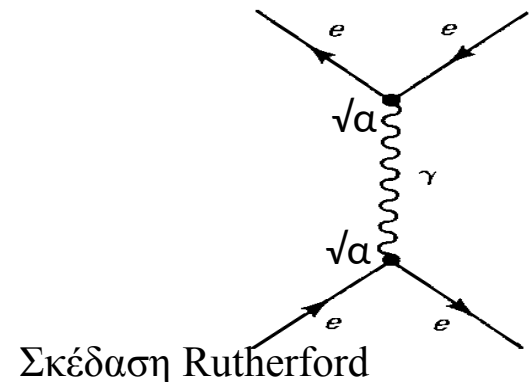
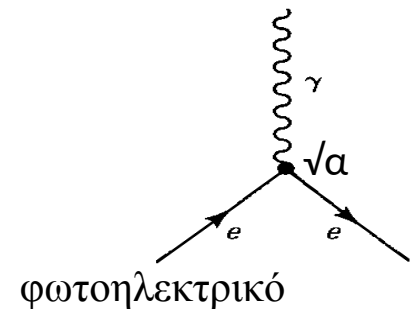
πλάτος της αλληλεπίδρασης $\sim \sqrt{\alpha}$

=> ενεργός διατομή: $\sim \alpha$ (1ης τάξης)

Σκέδαση Coulomb:

πλάτος της αλληλεπίδρασης $\sim \alpha$

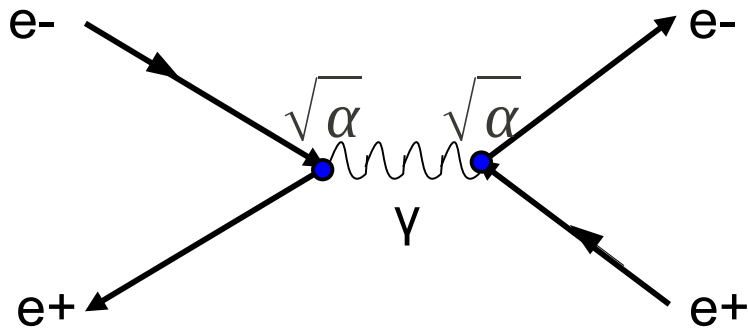
=> ενεργός διατομή: $\sim \alpha^2$ (2ης τάξης)



Άσκηση 1

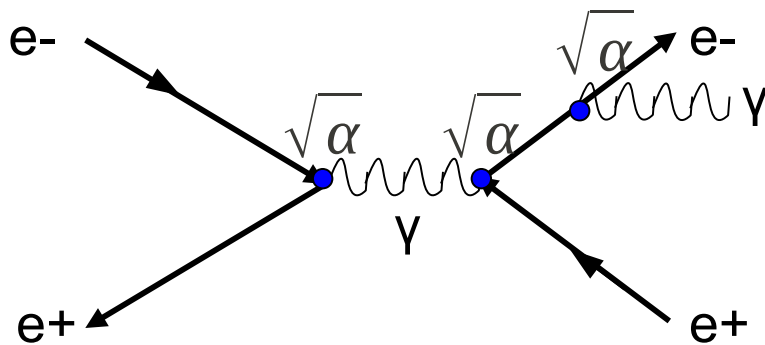
Ποιά απ'τις 2 εκδοχές είναι η πιθανότερη να γίνει; Κατά πόσο σε σχέση με την άλλη;

Διαφορά στην πιθανότητα να συμβούν οι δύο αυτές εκδοχές:



ενεργός διατομή $\sigma \sim \alpha^2$
 $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^-$

Το πάνω είναι πιθανότερο
(κατά $1/\alpha = 137$ πιθανότερο:
κάθε εκπομπή φωτονίου
κοστίζει έναν παράγοντα
 $1/\alpha=137$ μείωση στην
πιθανότητα)



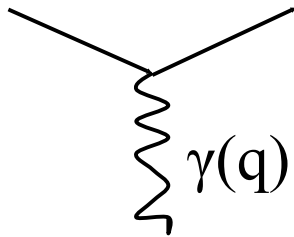
ενεργός διατομή $\sigma \sim \alpha^3$
 $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \gamma$

Οι διαδότες των ασθενών δυνάμεων

- Τα μποζόνια βαθμίδας (gauge bosons): W^+ , W^- , Z^0
- Με μάζες : W^+ , W^- : $80 \text{ GeV}/c^2$,
 Z^0 : $90 \text{ GeV}/c^2$

Ηλεκτρομαγνητικές Δυνάμεις

- κόμβος (διάγραμμα Feynman)



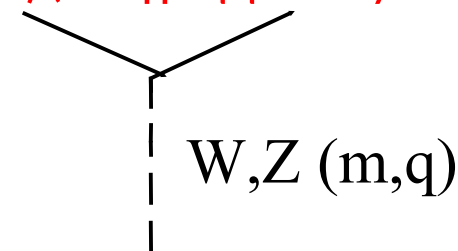
- Σταθερά Σύζευξης

$$\alpha = e^2,$$

$$\text{Στοιχείο Πίνακα, } M = f(q) = \frac{\sqrt{\alpha} \sqrt{\alpha}}{q^2}$$

Ασθενείς Δυνάμεις

- κόμβος (διάγραμμα Feynman)



- Σταθερά Σύζευξης

$$a_w = g^2,$$

$$\text{Στοιχείο Πίνακα, } M = f(q) = \frac{g^2}{q^2 - m^2}$$

Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις

Η σταθερά σύζευξης σε κάθε κόμβο είναι παρόμοια με του φωτονίου, αλλά ο όρος του διαδότη δίνει έναν τεράστιο παρονομαστή στο Matrix Element

$$f(q) = \frac{g^2}{q^2 - M_{W,Z}^2} \quad \text{Για } q^2 \rightarrow 0: |f(q)| = \left| \frac{g^2}{M_{W,Z}^2} \right| = G \simeq 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

Στην ενοποιημένη θεωρία των ηλεκτρομαγνητικών και των ασθενών δυνάμεων (την “ηλεκτρασθενή θεωρία” των Weinberg, Salam και Glasgow, 1968) προτάθηκε η σταθερά της σύζευξης (**g**) των W και Z με τα λεπτόνια και τα κουάρκ, να είναι σχεδόν ίση με την ηλεκτρομαγνητική σύζευξη του φωτονίου με ηλεκτρόνια (**e**). Οπότε **g = sqrt(α_{weak}) ~ sqrt($\alpha_{\text{H/M}}$) = sqrt(α) = e**

Η ασθενής σύζευξη εμφανίζεται με σταθερά **G** (τη σταθερά Fermi) που έχει μέσα και τη σύζευξη στους κόμβους και τον διαδότη: οπότε η σταθερά **G** είναι μικρότερη από την **e²** του ηλεκτρομαγνητισμού κατά $M_{W,Z}^2$ λόγω της μάζας του διαδότη W ή Z

Γνωρίζοντας τη σταθερά του Fermi, **G** (από διάφορες μετρήσεις χρόνων ζωής π.χ., στο χρόνο ζωής του μιονίου), με χρήση του χρυσού κανόνα του Fermi περιμένουμε:

$$M_{W,Z} = \frac{g}{\sqrt{G}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{G}} = \sqrt{\frac{\alpha}{G}} \simeq 90 \text{ GeV}$$

όπως και βρέθηκε στο CERN το 1983!

Ασθενείς Αλληλεπιδράσεις

- Κουάρκς και λεπτόνια φέρουν ‘ασθενές’ φορτίο .
 - Τα νετρίνο έχουν μόνο ασθενές φορτίο: ΔΕΝ έχουν ούτε ‘ισχυρό’, ούτε ηλεκτρομαγνητικό φορτίο
 - Οι ασθενείς δυνάμεις είναι 10^3 - 10^5 φορές ‘ασθενέστερες’ από τις ηλεκτρομαγνητικές → **μικρότερη ισχύ σύζευξης** → **μικρότερος ρυθμός μετάβασης** από την αρχική στην τελική κατάσταση (= **μικρότερη πιθανότητα μετάβασης ανά μονάδα χρόνου**)
 - Οι μόνες που μπορούν να παραβιάζουν τις γεύσεις $\Delta C, \Delta S \neq 0$ (κυρίως μέχρι $\Delta C, \Delta S = \pm 1$. Μεγαλύτερη μεταβολή είναι απίθανη)
 - Περιλαμβάνουν είτε μόνο κουάρκς ή κουάρκς και λεπτόνια
 - Παραδείγματα: διάσπαση νετρονίου, σκέδαση αντνετρίνο-πρωτονίου
- $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$ ($\tau \approx 10^{-10}$ sec) → ασθενής ($\Delta S=1$)
- $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$ ($\tau \approx 10^{-19}$ sec) → ηλεκτρομαγνητική
- Βλέπω καθαρή δημιουργία νέας “γεύσης” κουάρκ: μόνο η ασθενής το κάνει αυτό.
- Βλέπω γ , οπότε H/M

Χρόνος ζωής (τ), εύρος (Γ) σωματίου και σταθερές σύζευξης των διαφόρων αλληλεπιδράσεων

$\Gamma = 1/\tau = 1$ διάσπαση ανά έναν χρόνο ζωής = ρυθμός διασπάσεων:

$$\frac{1}{\tau} = \Gamma \sim a^2$$

Άρα, όπως και η ενεργός διατομή (που είναι μέτρο της πιθανότητας να γίνει μιά σκέδαση ή εξαύλωση), έτσι και το Γ είναι ανάλογο του “ a ”² (όπου η σταθερά σύζευξης “ a ” είναι = a ή a_w ή a_s , ανάλογα αν η αλληλεπίδραση είναι ηλεκτρομαγνητική, ασθενής ή ισχυρή, αντίστοιχα)

Για τις διασπάσεις που γίνονται με την ασθενή αλληλεπίδραση, μπορούμε να βάζουμε κατ’ ευθείαν $\Gamma \sim G^2$

→ το G είναι μια σταθερά με μονάδες $[E]^{-2}$ γιατί περιέχει και τη σύζευξη στους κόμβους του διαγράμματος Feynman (που είναι αδιάστατη) και τον παρονομαστή M_w^2 από τον διαδότη W :

$$G = a_w^2 / M_w^2$$

Άσκηση 2

Συγκρίνετε τις σταθερές σύζευξης για τις εξής διασπάσεις

1) $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$

$\tau = 10^{-23} \text{ sec}$

2) $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$

$\tau = 10^{-19} \text{ sec}$

3) $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$

$(\tau \approx 10^{-10} \text{ sec})$

=> σημειώσεις στοιχειωδών, παράγραφος 1.8.

1) Τόσο μικροί χρόνοι, σημαίνει πολύ 'εύκολη'/πιθανή μετάβαση → υπεύθυνη είναι η ισχυρή αλληλεπίδραση

2) Χρόνοι ανάμεσα στην περίπτωση των ισχυρών ($\sim 10^{-23}$) και των ασθενών ($\sim 10^{-10}$) → υπεύθυνη είναι η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση

3) Τόσο πολύ μεγαλύτεροι χρόνοι από την περίπτωση των ισχυρών σημαίνει πολύ 'δύσκολη'/απίθανη μετάβαση → υπεύθυνη είναι η ασθενής αλληλεπίδραση

Άσκηση 2 – λύση και Ισχυρές Αλληλεπιδράσεις

- Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις συμβαίνουν μεταξύ κουάρκ

$$1) \Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0 \quad \tau = \hbar/\Gamma \rightarrow 10^{-23} \text{ sec}$$

$$2) \Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma, \tau = 10^{-19} \text{ sec}$$

$$\Rightarrow \hbar/\tau = \Gamma \sim \alpha^2 \rightarrow \Gamma_1/\Gamma_2 = (\alpha_1/\alpha_2)^2 \rightarrow \tau_2/\tau_1 = (\alpha_1/\alpha_2)^2$$

$\Rightarrow$ Από τους χρόνους ζωής καταλαβαίνω ότι:

$$\alpha_1 = \alpha_{\text{strong}} = \alpha_s, \text{ και } \alpha_2 = \alpha_{\text{ηλεκτρομαγνητικό}} = \alpha$$

$$\Rightarrow (\alpha_s/\alpha) = (10^{-19}/10^{-23})^{1/2} \approx 100$$

Όπου : $\alpha_s = g_s^2/4\pi\hbar c$, g_s είναι το αντίστοιχο φορτίο για τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις:

χρώμα $\Leftrightarrow$ ισχυρό φορτίο

$\Rightarrow$ Κουάρκ : **Red**, **Green**, **Blue** (R, G, B)

$\Rightarrow$ Αντικουάρκ: anti-**Red**, anti-**Green**, anti-**Blue** : R(bar), G(bar), B(bar)

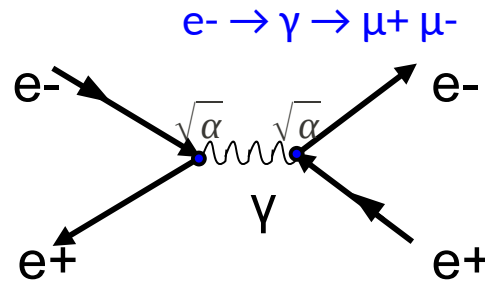
Βασικά χαρακτηριστικά των δυνάμεων

	Ισχυρή	Ασθενής	Ηλεκτρο- μαγνητική	Βαρυτική
Σταθερά σύζευξης	$a_s=0.1-1$	$G = G_F=10^{-5}$ GeV^{-2}	$a= 1/137$	$\text{KM}^2/\hbar c=$ 0.5×10^{-38}
Τυπική ενεργός διατομή	10 mb	10 pb	10^{-2} mb	
Τυπικός χρόνος ζωής (sec)	10^{-23}	$10^{-10} - 10^{-8}$ (στις ασθενείς υπάρχουν μεγάλες διαφοροποιήσεις στους χρόνους ζωής)	10^{-20}	

Ο χρόνος ζωής είναι ένδειξη για το ποιά αλληλεπίδραση είναι υπεύθυνη για τη διάσπαση, και τι “α” (σταθερά σύζευξης) έχει αυτή η αλληλεπίδραση. Να έχετε υπ’ όψιν σας αυτές τις τάξεις μεγέθους.

Άσκηση 3: $\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)$

Γράψτε την εξάρτηση της ενεργού διατομής από τη σταθερά σύζευξης και τη ενέργεια της σύγκρουσης στο κέντρο μάζας για την αλληλεπίδραση εξαϋλώσης $e^+ e^-$ και δημιουργίας $\mu^+ \mu^-$: $e^+ e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$



$$\sigma(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-) \sim |M|^2 * \rho(E) = (\alpha/q^2)^2 * E_{cm}^k = (\alpha/E_{cm}^2)^2 * E_{cm}^k = \alpha^2 * E_{cm}^{-2}$$

Το α είναι αδιάστατο και το α^2 είναι από τους 2 κόμβους στο διάγραμμα Feynman. Το $q^2 = (P_{e^-} + P_{e^+})^2 = (\text{Ολική ενέργεια})^2 - (\text{Ολική ορμή})^2 = E_{cm}^2$, γιατί η ολική ορμή είναι μηδέν στο σύστημα του κέντρου μάζας.

Η **δύναμη** στην ενέργεια σύγκρουσης στο κέντρο μάζας, E_{cm} (που είναι η ενέργεια που είναι διαθέσιμη στα προϊόντα όταν θεωρούμε τις μάζες πολύ μικρές) είναι **"-2"**,
γιατί:

$$[\text{Ενεργός Διατομή}] = [\text{Επιφάνεια}] = [E]^{-2}$$

$$\text{Αφού } E * t = \hbar = 1, \text{ έχουμε ότι: } [t] = 1 / [E]$$

$$\text{και αφού } c = 1, \text{ έχουμε ότι: } [\text{Μήκος}] = [\text{Χρόνος}] = 1 / [E]$$

Άσκηση 4: $\Gamma (\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \nu)$

Γράψτε το είδος των νετρίνων, φτιάξτε το διάγραμμα Feynman, και βρείτε την εξάρτηση του ρυθμού διάσπασης Γ από τη σταθερά σύζευξης και τη διάσπαση του ταυ σε μίονο, αν θεωρήσετε τις μάζες των προϊόντων αμελητέες

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \nu) \sim |M|^2 * \rho(E) \sim (\alpha_w / M_w^2)^2 * m_\tau^5 \sim G^2 * m_\tau^5$$

Το α_w είναι αδιάστατο, αλλά στις ασθενείς έρχεται μαζί με το M_w^2 στον παρονομαστή στον όρο του διαδότη. Είναι α_w^2 από τους 2 κόμβους στο διάγραμμα Feynman.

Το $G = \alpha_w / M_w^2$ είναι η σταθερά Fermi που έχει διαστάσεις $[E]^{-2}$. Οποτε η **δύναμη** στη μάζα του ταυ (που είναι η ενέργεια που είναι διαθέσιμη στα προϊόντα όταν θεωρούμε τις μάζες τους πολύ μικρές) είναι "5",
γιατί:

$$[\text{Εύρος σωματιδίου}, \Gamma] = [E]$$