

Πυρηνική Φυσική και Φυσική Στοιχειωδών Σωματιδίων (5ου εξαμήνου, χειμερινό)

Τμήμα Τ2: Κ. Κορδάς & Δ. Σαμψωνίδης

Μάθημα 6

Σκεδάσεις και μέγεθος πυρήνα

Κώστας Κορδάς

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

Πυρηνική & Στοιχειώδη, Αριστοτέλειο Παν. Θ/νίκης

Σήμερα

- **Μέγεθος των πυρήνων.**

- Βιβλίο C&G : Κεφ. 4, έως και παρ. 4.3
- Βιβλίο Ελευθεριάδη: Κεφ. 3
- Σημειώσεις Πυρηνικής: Κεφ. 2
- http://skiathos.physics.auth.gr/atlas/Nuclear_Physics/

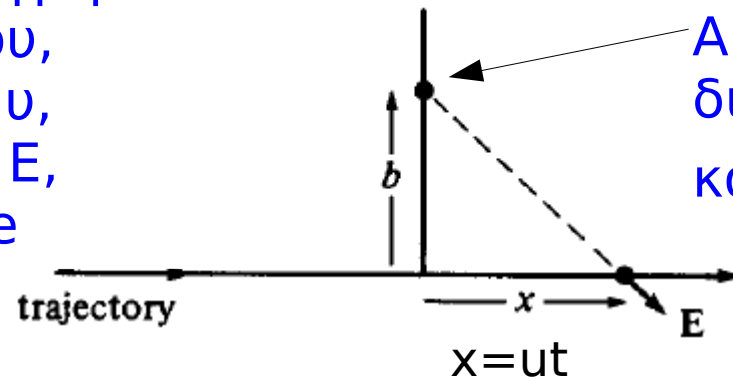
1. “Σκέδαση Rutherford” (=σκέδαση σημειακών σωματιδίων με δύναμη Coulomb)

- Βιβλίο C&G: παρ. 13.1 και A.4 , βιβλίο Χ. Ε: παράγραφος 3.3.3
- ή το βιβλίο σας στη “Γενική Φυσική V”

Φορτισμένο σωματίδιο-βλήμα σκεδάζεται από ένα ακίνητο σωματίο: μεταβολή της ορμής του βλήματος

Τροχιά γρήγορου
σωματιδίου,
ταχτητας v ,
ενέργειας E ,
φορτίου ze

b = impact parameter = παράμετρος κρούσης



Ακίνητο σωματίο του υλικού
διέλευσης, μάζας m_R
και φορτίου $z'e$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(z'e)x}{(b^2 + x^2)^{3/2}}, \quad E_y = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(z'e)b}{(b^2 + x^2)^{3/2}}$$

Εξίσωση κίνησης: Δύναμη = $\frac{dp}{dt} = zeE$

**Μεταβολή
ορμής:**

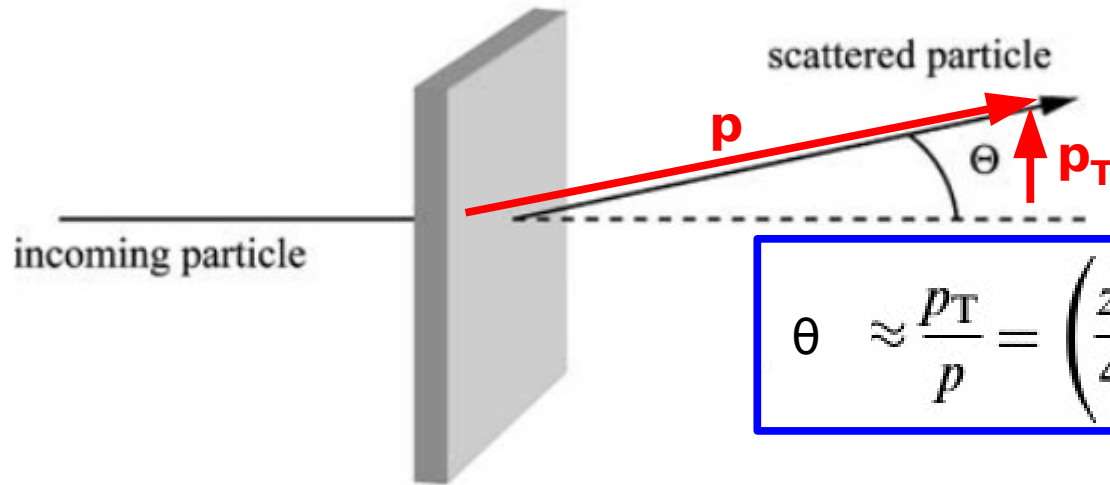
$$\Delta p_x = ze \int_{-\infty}^{\infty} E_x dt \approx \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{vt dt}{(b^2 + v^2 t^2)^{3/2}} = 0$$

Δεν έχουμε
συνολική
μεταβολή
ορμής κατά τον
άξονα κίνησης

$$\Delta p_y = p_T \quad p_T = ze \int_{-\infty}^{\infty} E_y dt = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{b dt}{(b^2 + v^2 t^2)^{3/2}} = -\left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{bv} \rightarrow p_T \sim 1/v$$

Μεταβολή ορμής κάθετα στην κίνηση

Φορτισμένο σωματίδιο-βλήμα σκεδάζεται από ένα ακίνητο σωματίο: αλλαγή κατεύθυνσης βλήματος (1)



Απόδειξη: παράγραφος 13.2,
και παράρτημα A.4
Cottingham & Greenwood

$$\theta \approx \frac{p_T}{p} = \left(\frac{zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{b p v}$$

Απόκλιση από την
αδιατάρακτη τροχιά του:
- αντιστρόφως ανάλογη
της ορμής του

Αν το βλήμα είναι πρωτόνιο $z=1$, και αν ο στόχος έχει φορτίο $z' = Z$, τότε το βλήμα εκτρέπεται κατά γωνία θ που δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση

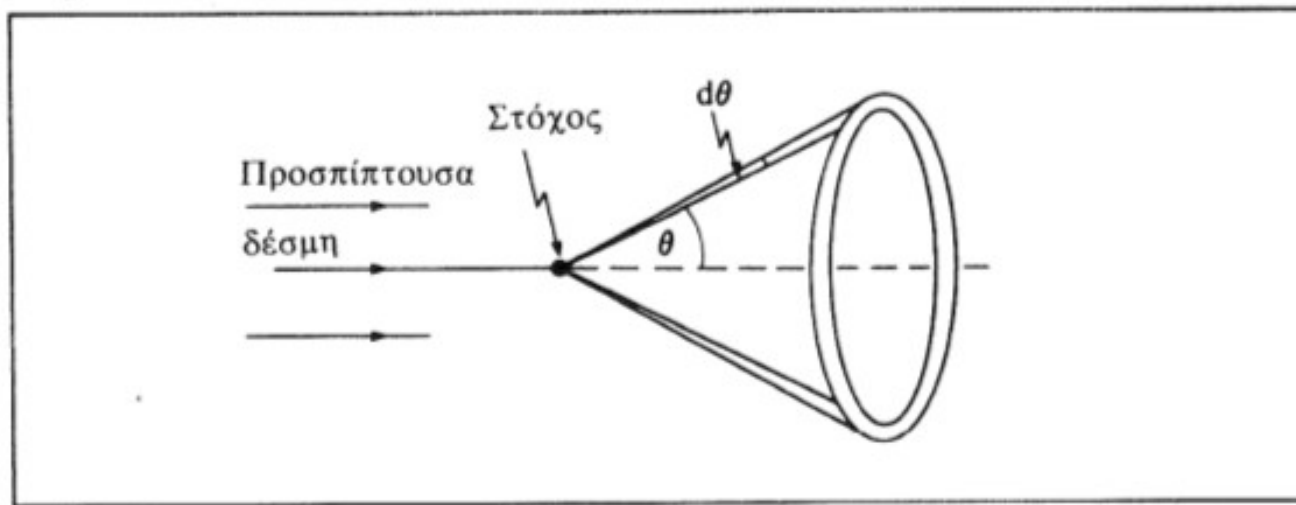
$$\theta = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{b p v} \quad (\text{A.4})$$

Φορτισμένο σωματίδιο-βλήμα σκεδάζεται από ένα ακίνητο σωματίο: αλλαγή κατεύθυνσης βλήματος (2)

Αν το βλήμα είναι πρωτόνιο $z=1$, και αν ο στόχος έχει φορτίο $z' = Z$, τότε το βλήμα εκτρέπεται κατά γωνία θ που δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση

$$\theta = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{b p v} \quad (\text{A.4})$$

ΣΧΗΜΑ Α2 Η γεωμετρία της ελαστικής σκέδασης από ένα σταθερό στόχο.



Οι παράμετροι κρούσης μεταξύ b και $b+db$ αντιστοιχούν σε γωνίες σκέδασης μεταξύ θ και $\theta-d\theta$, όπου

$$d\theta = \frac{db}{b^2} \left(\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 p v} \right).$$

Φορτισμένο σωματίδιο-βλήμα σκεδάζεται από ακίνητο σωματίο: διαφορική ενεργός διατομή αλληλεπίδρασης (1)

Αν το βλήμα είναι πρωτόνιο $z=1$, και αν ο στόχος έχει φορτίο $z' = Z$, τότε το βλήμα εκτρέπεται κατά γωνία θ που δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση

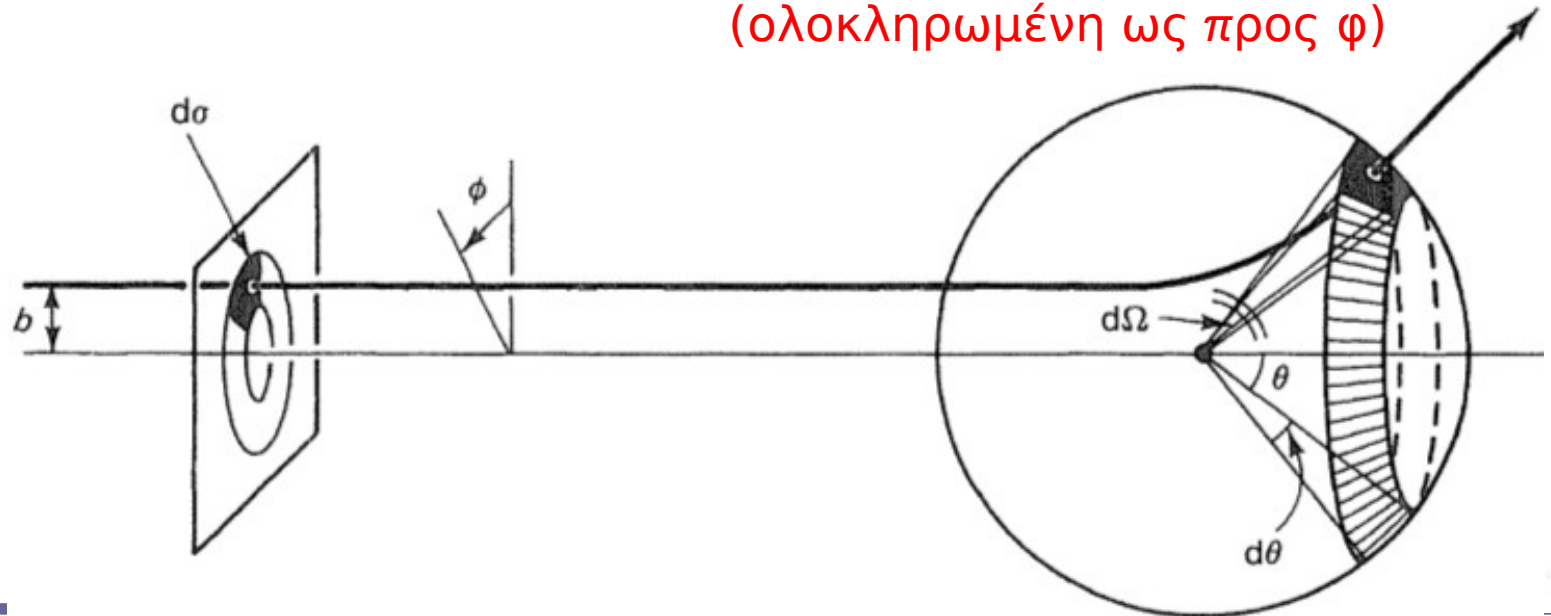
$$\theta = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{b p v}$$
$$d\theta = \frac{db}{b^2} \left(\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 p v} \right)$$

Η ολική ενεργός διατομή της αλληλεπίδρασης είναι η ενεργός επιφάνεια που παρουσιάζει ο στόχος στο πρωτόνιο-βλήμα, και αντιστοιχεί σε σκεδάσεις που προκαλούνται από το πέρασμα του βλήματος από μια ελάχιστη έως μια μέγιστη παράμετρο κρούσης b

Το ενεργό εμβαδό που παρουσιάζεται στο πρωτόνιο, και αντιστοιχεί σε αυτό το εύρος παραμέτρων κρούσης db , είναι $2\pi b db$ και μπορούμε να το ερμηνεύσουμε σαν μια συνεισφορά στην ενεργό διατομή της ελαστικής σκέδασης,

$$d\sigma_e = 2\pi b db$$

Η $d\sigma$ αντιστοιχεί σε σκέδαση προς στερά γωνία $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ (ολοκληρωμένη ως προς ϕ)



Φορτισμένο σωματίδιο-βλήμα σκεδάζεται από ακίνητο σωματίο: διαφορική ενεργός διατομή αλληλεπίδρασης (2)

Αν το βλήμα είναι πρωτόνιο $z=1$, και αν ο στόχος έχει φορτίο $z' = Z$, τότε το βλήμα εκτρέπεται κατά γωνία θ που δίνεται προσεγγιστικά από τη σχέση

$$\theta = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{2}{bpu}$$

$$d\theta = \frac{db}{b^2} \left(\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 pu} \right)$$

Η ολική ενεργός διατομή της αλληλεπίδρασης είναι η ενεργός επιφάνεια που παρουσιάζει ο στόχος στο πρωτόνιο-βλήμα, και αντιστοιχεί σε σκεδάσεις που προκαλούνται από το πέρασμα του βλήματος από μια ελάχιστη έως μια μέγιστη παράμετρο κρούσης b

Το ενεργό εμβαδό που παρουσιάζεται στο πρωτόνιο, και αντιστοιχεί σε αυτό το εύρος παραμέτρων κρούσης db , είναι $2\pi b db$ και μπορούμε να το ερμηνεύσουμε σαν μια συνεισφορά στην ενεργό διατομή της ελαστικής σκέδασης,

$$d\sigma_e = 2\pi b db$$

$$= 2\pi \left(\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 pu} \right) \frac{d\theta}{\theta^3}, \text{ με χρήση της (A.4).}$$

Κατά συνέπεια η διαφορική ενεργός διατομή σκέδασης για μικρές γωνίες είναι

$$\frac{d\sigma_e}{d\Omega} = \frac{1}{2\pi \sin \theta} \frac{d\sigma_e}{d\theta} = \left(\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 pu} \right) \frac{1}{\theta^4}$$

Προσέγγιση του $\sin(\theta)$ με θ
→ OK για μικρές γωνίες

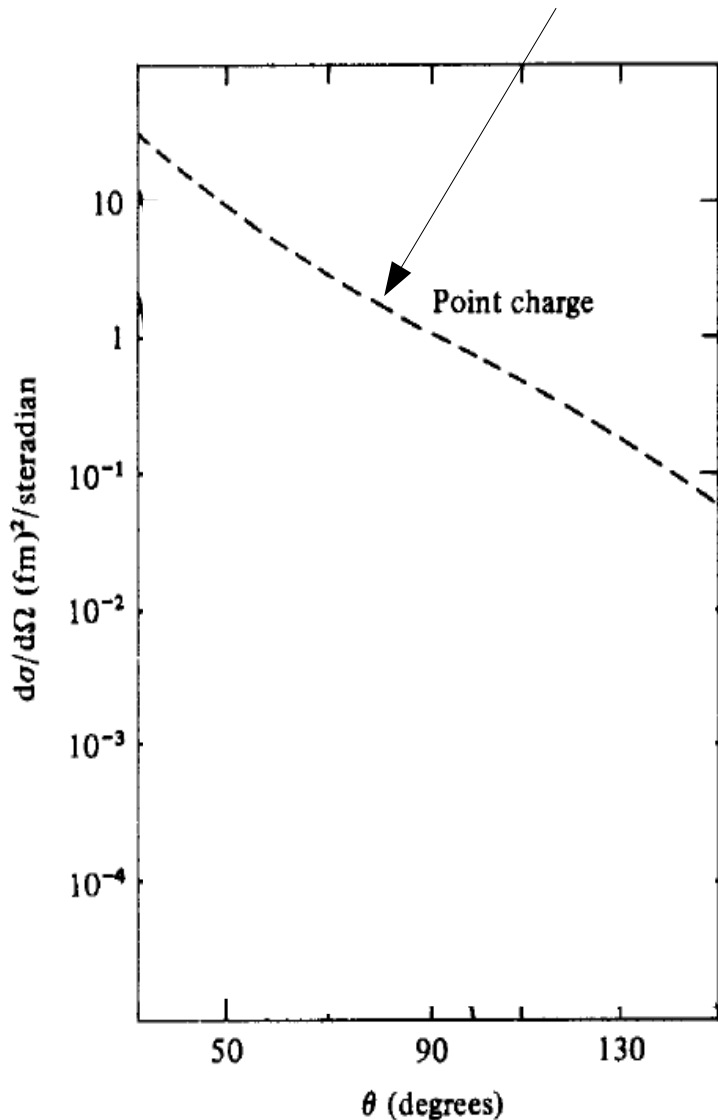
όπου έχουμε αντικαταστήσει το $\sin \theta$ με θ . Αυτό είναι το όριο μικρής γωνίας της περίφημης σχέσης της σκέδασης Rutherford. Η ίδια σχέση προκύπτει και με κβαντομηχανικό υπολογισμό.

2. Κατανομή φορτίου στον πυρήνα με σκέδαση ηλεκτρονίων (=σημειακών σωματιδίων-βλημάτων)

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (1)

Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο
(για ηλεκτρόνιο με $E = 126 \text{ MeV}$)

Ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας



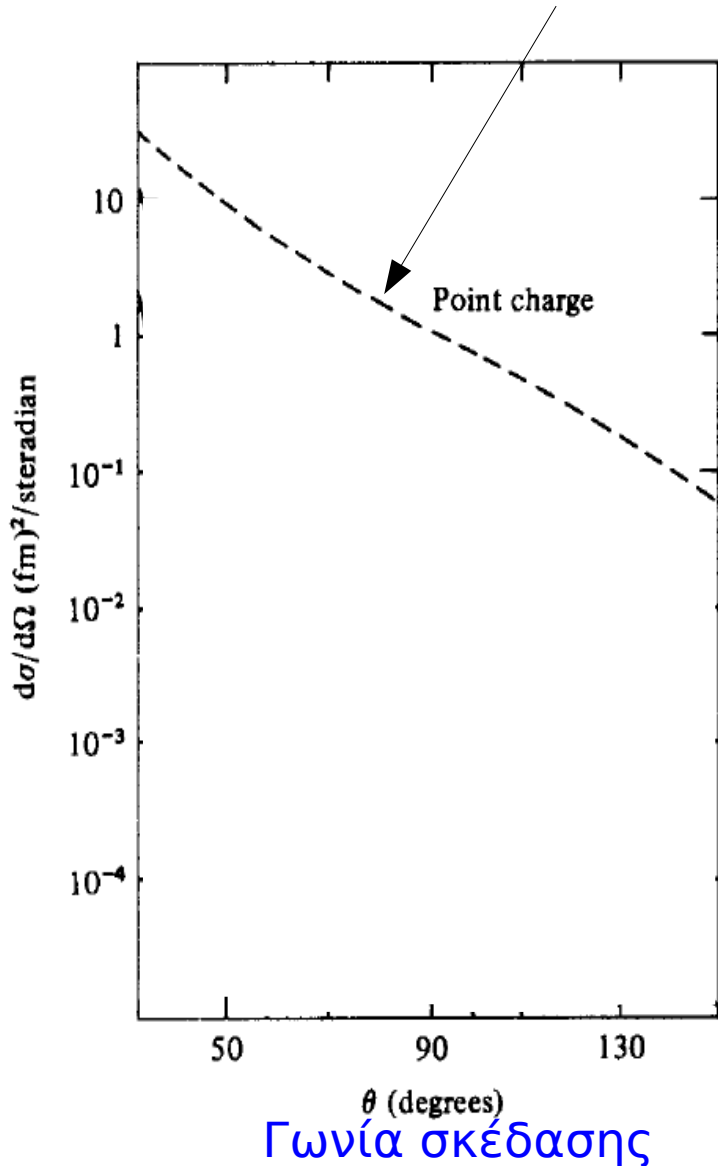
Γωνία σκέδασης

- Σκέδαση ηλεκτρονίων → ευαίσθητα στην κατανομή των πρωτονίων
- Υπολογισμός: Πόση ενέργεια πρέπει να έχει ένα ηλεκτρόνιο ώστε να έχει μήκος κύματος $\lambda = 6 \text{ fm}$? Πόση για $\lambda = 1 \text{ fm}$?

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (2)

Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο
(για ηλεκτρόνιο με $E = 126 \text{ MeV}$)

Ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας



Ενεργός διατομή σκέδασης από
σημιακό πυρήνα (a la Rutherford,
για όλες τις θ , όχι μόνο μικρές θ):

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(Z_1 * Z_2 * e^2)^2}{4 E} * \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

- $Z_1 e$ = φορτίο βλήματος
(για ηλεκτρόνια, $e : Z_1 = 1$)
 - E = ενέργεια βλήματος
 - $Z_2 e$ = φορτίο στόχου (πυρήνα).
(για χρυσό, Au : $Z_2 = 79$)
 - θ = γωνία σκέδασης του βλήματος
-
- **Υπολογισμός:** Πόση είναι η ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας ($d\sigma/d\Omega$) για σκέδαση σε $\theta=90^\circ$, ενός ηλεκτρονίου σε χρυσό, με ενέργεια ηλεκτρονίου 126 MeV?

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (3)

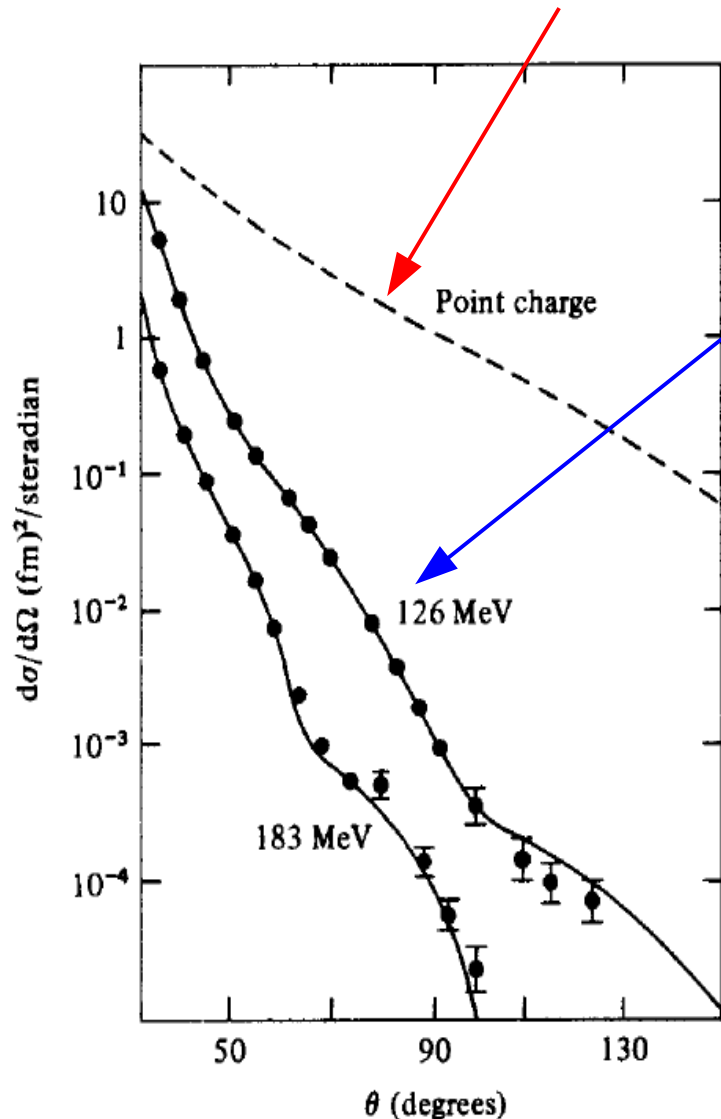
Ο πυρήνας Au ως σημειακό φορτίο
(για ηλεκτρόνιο με $E = 126 \text{ MeV}$)

- Το πείραμα δείχνει απόκλιση από το μοντέλο του σημειακού πυρήνα

→ και μάλιστα, όσο μεγαλύτερη η ενέργεια των ηλεκτρονίων τόσο μεγαλύτερη η απόκλιση, δηλ, τόσο λιγότερο σημειακός δείχνει ο πυρήνας με φορτίο Ze

– μικρότερα και μικρότερα μήκη κύματος → κβαντικά φαινόμενα

- Απλό μοντέλο της πυκνότητας των πρωτονίων περιγράφει τα δεδομένα → δείτε πρόβλημα 4.2 στο βιβλίο C&G όπου “δοκιμάζουμε” κάποιες κατανομές φορτίου για να εξηγήσουμε την παρατηρούμενη ενεργό διατομή



Γωνία σκέδασης

Ενεργός διατομή ανά μονάδα στερεάς γωνίας

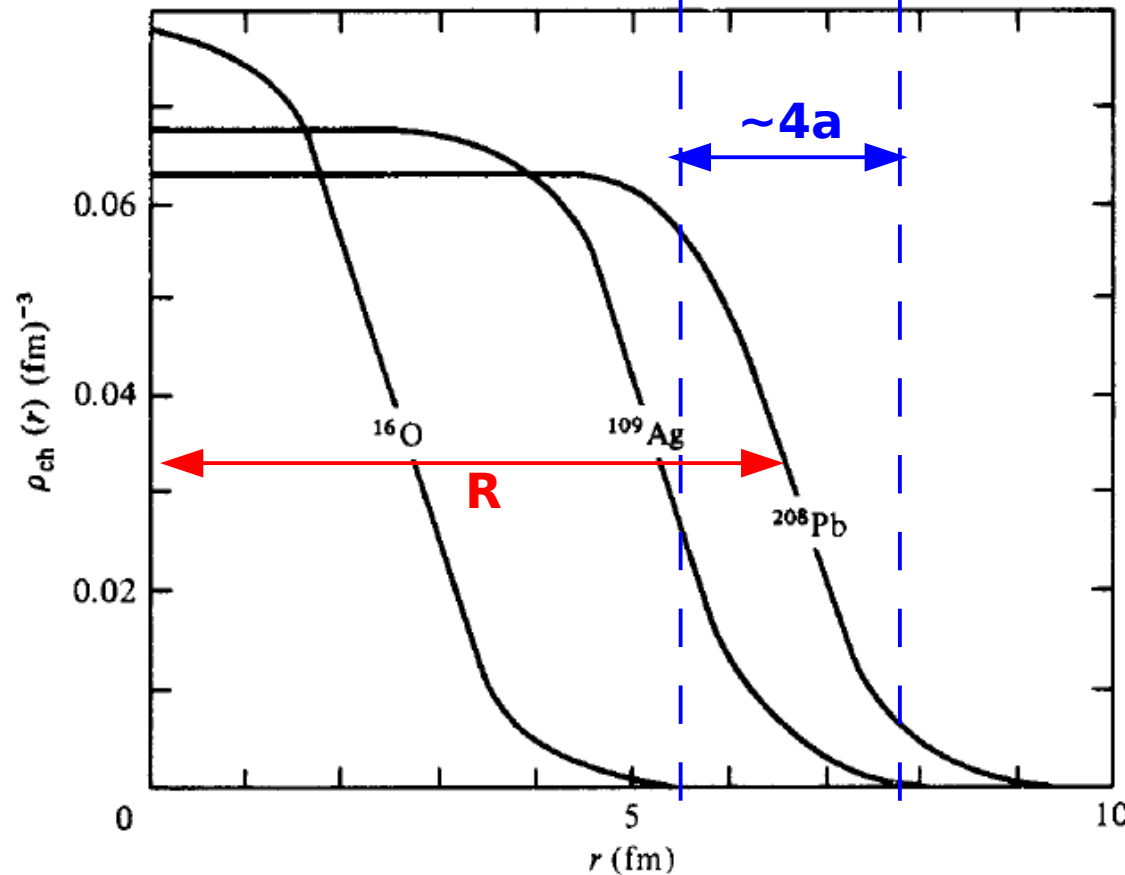
Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (4)

- Απλό μοντέλο της πυκνότητας των πρωτονίων περιγράφει τα δεδομένα

$$\rho_{\text{ch}}(r) = \frac{\rho_{\text{ch}}^0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$

- Συνθήκη “κανονικοποίησης” (εφαρμογή κοινής λογικής στο μέτρημα):
το ολοκλήρωμα της πυκνότητας ρ_{ch} πρέπει να δίνει τον αριθμό των πρωτονίων, Z

$$\int \rho_{\text{ch}}(r) d^3\mathbf{r} = Z$$



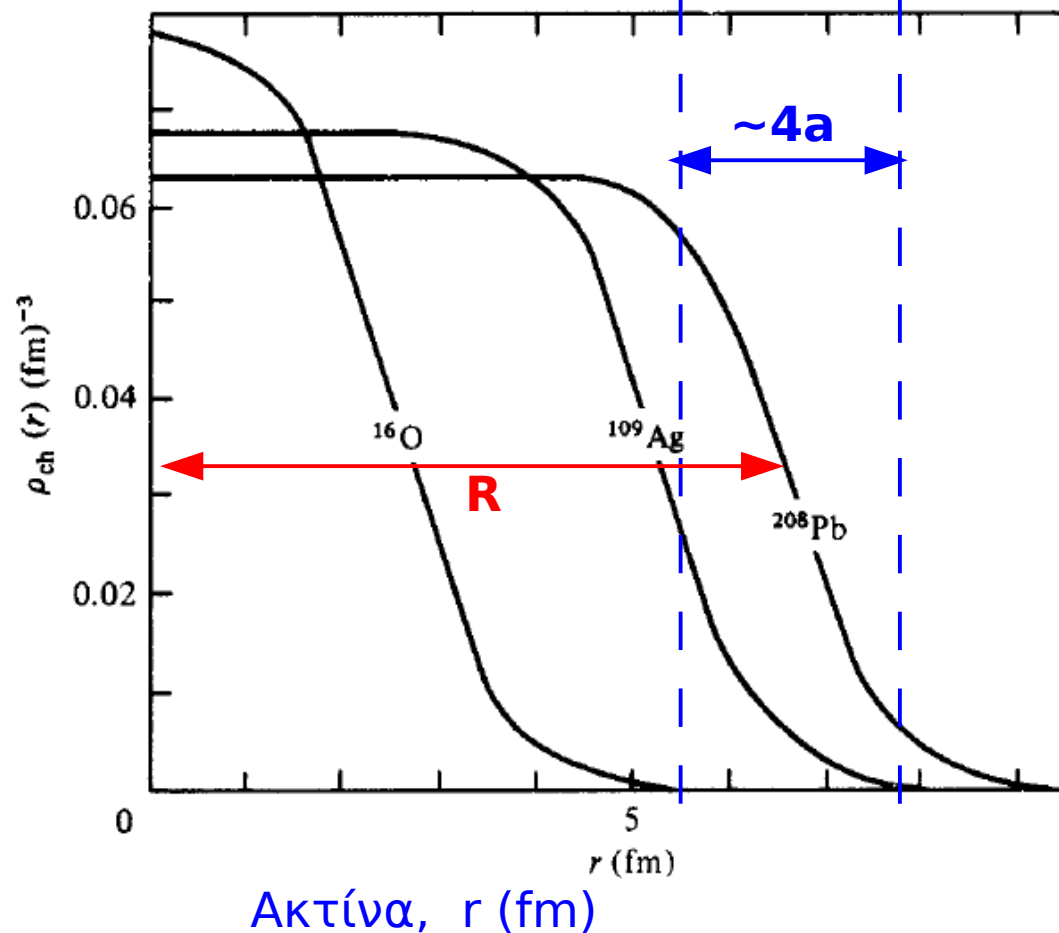
Ακτίνα, r (fm)

Πυκνότητα πρωτονίων (αριθμός ανά fm^3)

Κατανομή φορτίου στον πυρήνα (5)

- Απλό μοντέλο της πυκνότητας των πρωτονίων περιγράφει τα δεδομένα

$$\rho_{\text{ch}}(r) = \frac{\rho_{\text{ch}}^0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$



- Πυκνότητα φορτίου $\sim$ σταθερή μέχρι ακτίνα R .
- Φλοιός με το ίδιο πάχος για κάθε στοιχείο (Φλοιός πάχους $\sim 4a$, με $a \sim 0.5$ fm για όλους)
- Η πυκνότητα φορτίου όμως μικραίνει όσο μεγαλώνει ο πυρήνας: μεγαλύτερος πυρήνας $\rightarrow$ περισσότερα πρωτόνια που απωθούνται και δεν θέλουν να είναι κοντά το ένα στο άλλο (κοιτάξτε y -άξονα για $r=0$)

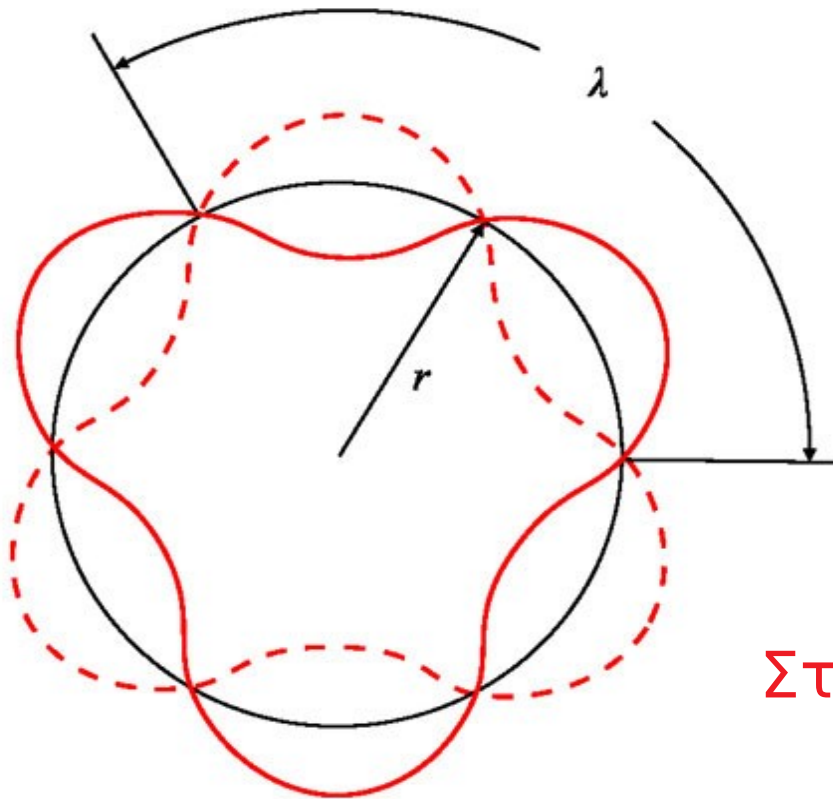
3. Κατανομή φορτίου στον πυρήνα με “μιονικά άτομα”

Άλλος τρόπος μέτρησης κατανομής φορτίου: μιονικά άτομα (1)

- Αν αντί για κάποιο ηλεκτρόνιο, έχουμε ένα μίονιο σε κάποια “ατομική τροχιά”, τότε
 - το μίονιο είναι πολύ κοντά (σημαντικό χρόνο “μέσα”) στον πυρήνα, και αισθάνεται τις λεπτομέρειες της κατανομής φορτίου του πυρήνα
 - οι ενεργειακές του στάθμες επηρεάζονται από την κατανομή φορτίου του πυρήνα
 - οι ακτίνες X που ακτινοβολούνται από αποδιεγέρσεις ατομικών μιονίων συμφωνούν με κατανομή φορτίου σαν της προηγούμενης σελίδας
- Σημείωση: Το μίονιο (μ) αρχικά είχε ονομαστεί “μ μεσόνιο”, ενώ αργότερα έγινε αντιληπτό ότι δεν έχει καμία σχέση με μεσόνιο, όπως θα δείτε στα Στοιχειώδη Σωματίδια

Άλλος τρόπος μέτρησης κατανομής φορτίου: μιονικά άτομα (2) – de Broglie

Αν ηλεκτρόνιο είναι (στάσιμο) κύμα, δεσμευμένο στο άτομο, με $\lambda = h/p$, τότε:



$$2\pi r = n\lambda = n\frac{h}{p}$$

$$\Rightarrow rp = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

$$\Rightarrow \ell = n\hbar$$

Στροφορμή = Κβαντισμένη!!!

ΣΧΗΜΑ 2.8: Η συνθήκη κβάντωσης του Bohr ως συνέπεια της κυματικής φύσης των ηλεκτρονίων. Η (νοητή) περιφέρεια κατά μήκος της οποίας σχηματίζεται το ηλεκτρονιακό στάσιμο κύμα πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος de Broglie.

Να υπολογίσουμε πάλι την “ακτίνα του Bohr” :
αλλά αντί για χρήση αβεβαιότητας ορμής-θέσης,
στο μάθημα αυτό ας το κάνουμε όπως ο Bohr
(ημικλασικά = λάθος αλλά...σωστό αποτέλεσμα!)

Άλλος τρόπος μέτρησης κατανομής φορτίου: μιονικά άτομα (3) – ακτίνα Bohr μιονίου μικρή

$$\text{Στροφορμή} = \vec{r} \times \vec{p} = m u r = n \hbar$$

$$F_{\text{κεντρομόλος}} = F_{\text{Coulomb}} \rightarrow m \frac{u^2}{r} = \frac{Z e^2}{r^2}$$

$$r = \frac{\hbar^2}{m Z e^2} n^2$$

$$r = \frac{\hbar c}{a Z m c^2} n^2$$

$$\text{Σταθερά λεπτής υφής } a = \frac{\hbar / m c}{m c^2} = \frac{1}{137} \rightarrow e^2 = a * \hbar c$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

$$\text{για το μιονίο : } m c^2 = 105 \text{ MeV}$$

$$r = \frac{257 \text{ fm}}{Z} n^2$$

$$r \simeq 5 \text{ fm (for } Z=50 \text{)}$$

Ενεργειακές στάθμες αν ο πυρήνας ήταν σημειακός, και το σωματίο m μόνο του:

$$E = \frac{1}{2} m u^2 - \frac{Z e^2}{r} = -\frac{1}{2} \frac{Z e^2}{r} = -\frac{1}{2} \frac{a^2 Z^2 m c^2}{n^2}$$

μιόνια ~μέσα στον πυρήνα!
→ “αισθάνονται” κατανομή φορτίου

For n=1, m=0.511 MeV:

$$E = -13.6 \text{ eV for } Z=1$$

$$E = -34 \text{ keV for } Z=50$$

For n=1, m=105 MeV:

$$E = -2.8 \text{ keV for } Z=1$$

$$E = -7 \text{ MeV for } Z=50$$

Ενέργειες μεταπτώσεων δεκάδων MeV !!!

4. Κατανομή πυρηνικής ύλης (δηλ. και πρωτονίων και νετρονίων) στον πυρήνα με σκέδαση νετρονίων

Κατανομή πρωτονίων και νετρονίων (1)

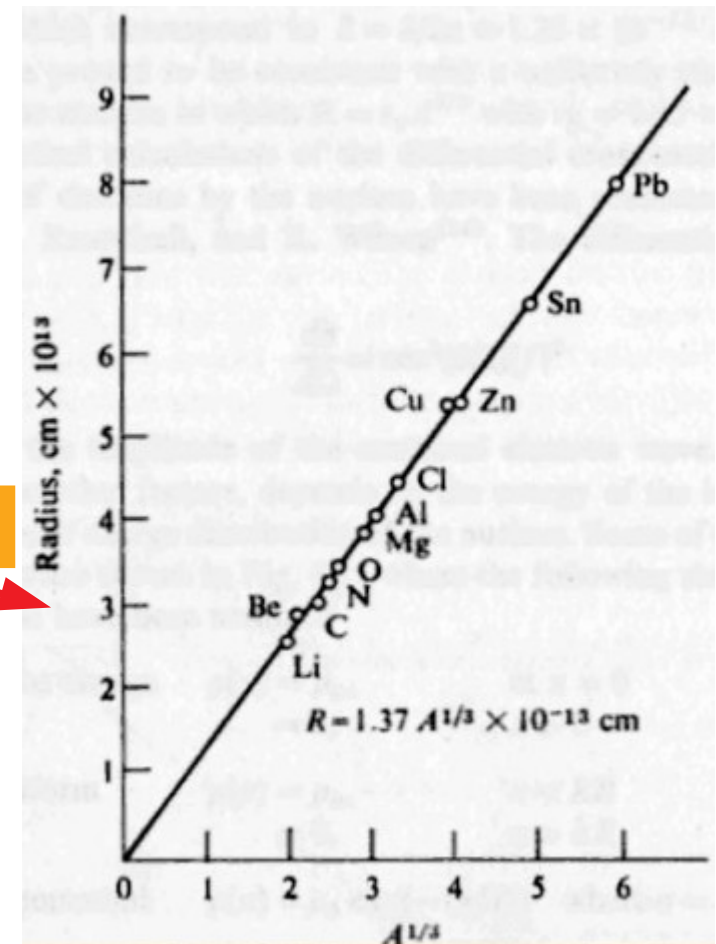
- Με σκέδαση νετρονίων αλληλεπιδρούμε με την ισχυρή δύναμη, που είναι ίδια για όλα τα νουκλεόνια (πρωτόνια ή νετρόνια), κι έτσι αισθανόμαστε τα νουκλεόνια σε όλο τον όγκο του πυρήνα.
- Απλοϊκά, με R =ακτίνα πυρήνα, r_n = ακτίνα νετρονίου, θα είχαμε μια “γεωμετρική ενεργό διατομή”: $\sigma \sim \pi(R+r_n)^2$
- Σωστή ενεργός διατομή (από το οπτικό θεώρημα), με λ μήκος κύματος νετρονίου:

$$\sigma = 2\pi(R + \lambda)^2$$

Μετρώντας το σ για διάφορους πυρήνες, μετράμε το R , και έτσι βγάζουμε πειραματικά την εξής σχέση:

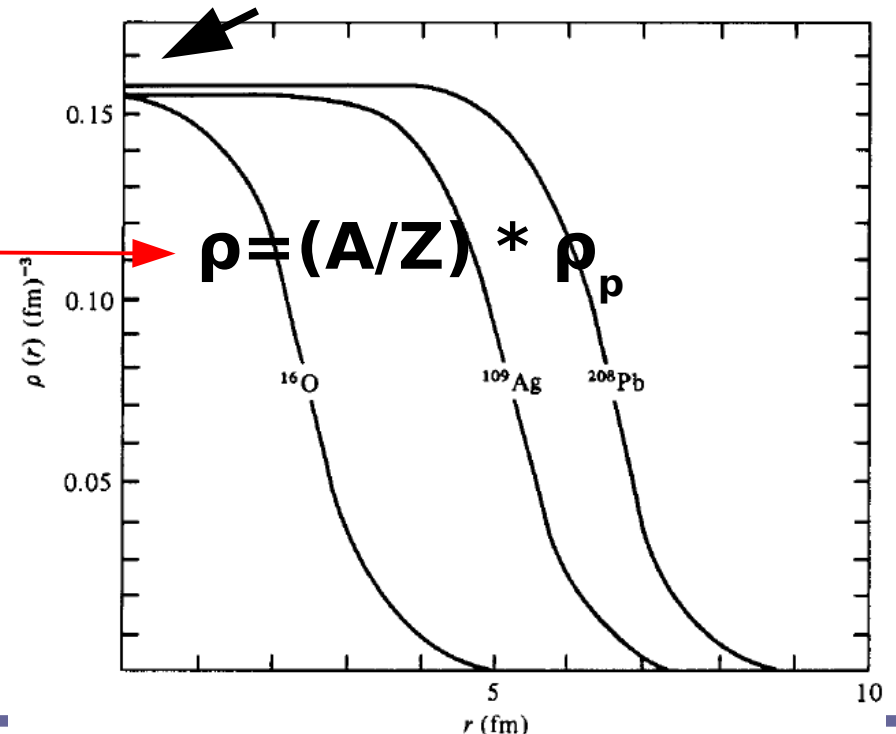
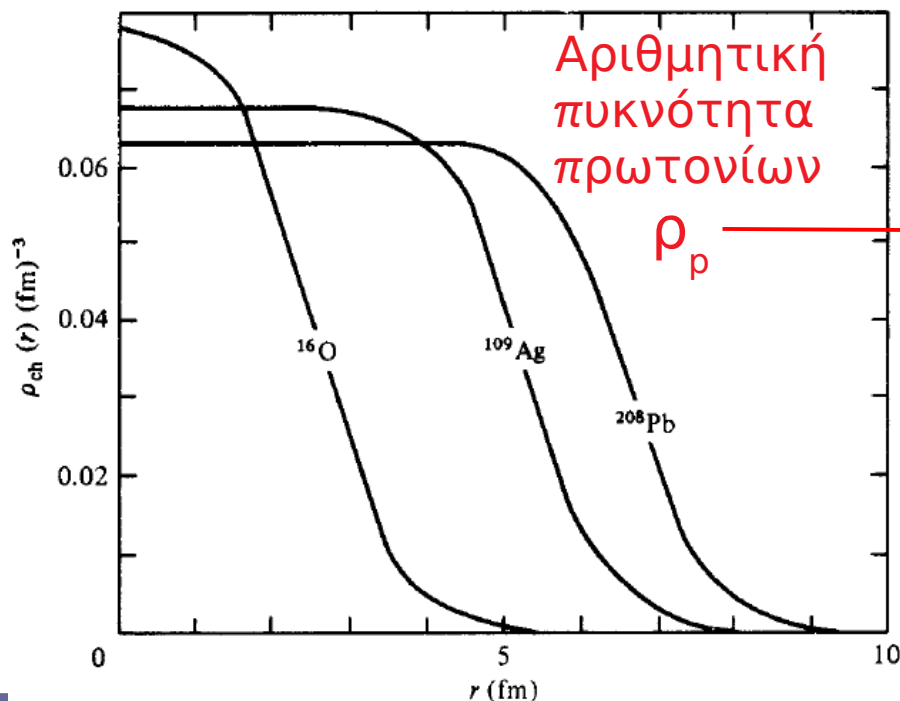
$$R = \text{σταθ.} * A^{1/3}$$

Οπότε: $R^3 = \text{σταθ.} * A$
 $\rightarrow \frac{4}{3} * \pi * R^3 = \text{σταθ.} * A$
 $\rightarrow V = \text{σταθ.} * A$
 $\rightarrow$ πυκνότητα νουκλεονίων
 $\rho = A/V = \text{σταθ.}$



Κατανομή πρωτονίων και νετρονίων (2)

- Βρήκαμε ότι ο όγκος του πυρήνα μεγαλώνει ανάλογα με το A
- Θεωρώντας ότι τα νουκλεόνια $A (=Z+N)$ μοιράζονται σε όλον τον πυρήνα όγκου V , έχουμε:
 - $\rho_n = N/V$, $\rho_p = Z/V$, $\rho_{p+n} = \rho = A/V \rightarrow \rho / \rho_p = (A/V) / (Z/V)$
 - Ολική πυκνότητα νουκλεονίων, **$\rho = (A/Z) * \rho_p$**
 - Έτσι, από την πυκνότητα των πρωτονίων, ρ_p , πάμε σε όλων των νουκλεονίων, **ρ (ίδια τιμή για όλα τα A !)**



Όγκος και ακτίνα πυρήνα

- Ίδια πυκνότητα για όλους τους πυρήνες

$$\rho_0 = 0.17 \text{ νουκλεόνια / fm}^3$$

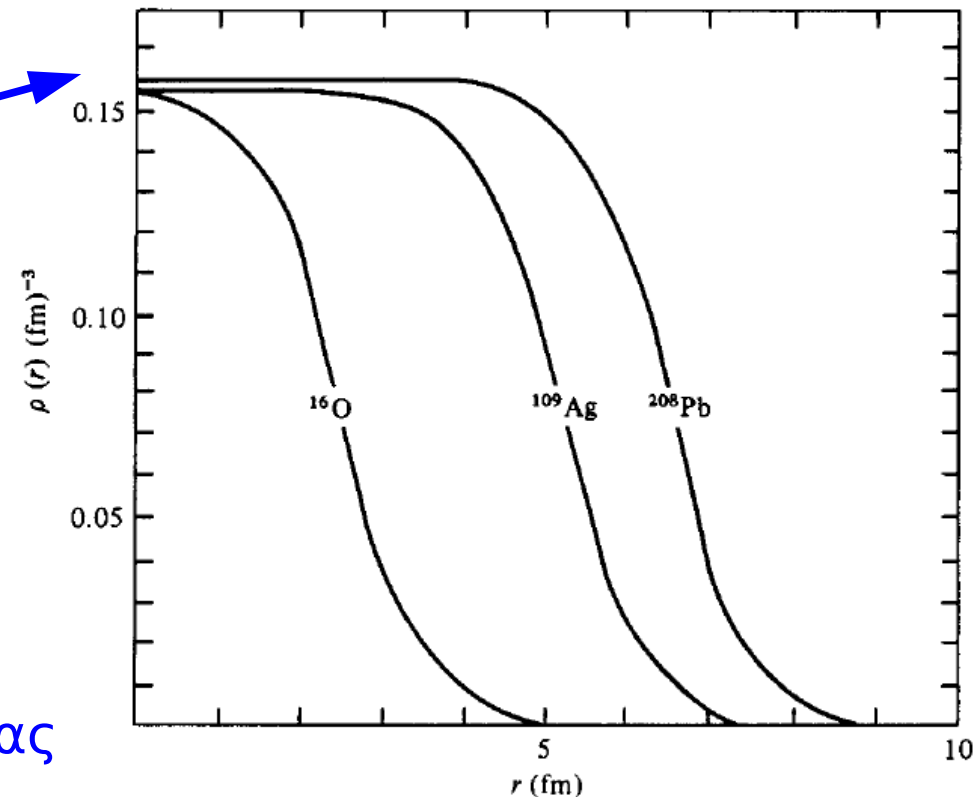
(“πυρηνική πυκνότητα”)

- Αφού η πυκνότητα είναι σταθερή ($\rho = A/V = \text{constant}$) σημαίνει ότι όσον αφορά στο μέγεθος, ο πυρήνας

είναι σαν ένα σακουλάκι (“υγρή σταγόνα”) που ο όγκος του (V) είναι ανάλογος του αριθμού νουκλεονίων (A) που περιέχει:

$$V = \sigma \tau \alpha \theta * A \rightarrow \frac{4}{3} \pi R^3 = \sigma \tau \alpha \theta \times A \rightarrow R^3 \propto A \rightarrow R \propto A^{\frac{1}{3}}$$

$$\rightarrow R = R_0 * A^{1/3} \rightarrow R = 1.1 \text{ fm} \times A^{\frac{1}{3}}$$



Μέγεθος πυρήνα Au

- Ποιό είναι το μέγεθος ενός πυρήνα χρυσού (Au), με $A=197$ σαν κι αυτούς που χρησιμοποιήθηκαν στη σκέδαση Rutherford ?
- Γιατί λοιπόν δούλεψε το πείραμα και είδαμε σκεδάσεις σωματιδίων α από τους πυρήνες χρυσού?

Σχετικιστική κινηματική

Σχετικιστική κινηματική:

$$\underset{\text{ενέργεια}}{E} = \underset{\text{μάζα}}{m} c^2 = \text{η ενέργεια που έχω επειδή απλά και μόνο έχω μάζα } m$$

$c = \text{ταχύτητα του φωτός}$



Η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας

γενικά, με κινητική ενέργεια K , έχουμε: $E = K + m c^2$

$$E = m \gamma c^2, \text{ όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ και } \beta = v/c, \text{ με } v = \text{ταχύτητα σωματιδίου}$$

$$p = m \gamma v = m \gamma \beta c, \text{ όπου } p = \text{ορμή}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad \rightarrow \quad E [\text{MeV}], p [\text{MeV}/c], m [\text{MeV}/c^2]$$

Σημείωση: με $c = 1$, γράφουμε: $E^2 = p^2 + m^2$, κλπ.

Μονάδες

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \equiv \text{μονάδα ταχύτητας} \equiv 1$$

$$\text{μονάδα ενέργειας} \equiv eV = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Cb} * V = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule}$$

Συνήθως χρησιμοποιούμε το MeV ($= 10^6 \text{ eV}$)

$$\text{Σταθερά του Plank} = \mathbf{h} = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}, \text{ όπου } \hbar = \frac{h}{2\pi} \equiv \text{μονάδα δράσης (ενέργειας} \times \text{χρόνου)} \equiv 1$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \hbar c} [mks] = \frac{e^2}{\hbar c} [cgs] = \frac{1}{137}$$

$$\alpha = \text{η σταθερά λεπής υφής} = 1/137$$

Θα χρησιμοποιούμε παντού:
eV για ενέργεια (ή MeV στην πυρηνική),
 $1/4\pi\epsilon_0 = 1$ σε όλους τους τύπους,
και θα βάζουμε

$$e^2 = \alpha \hbar c, \text{ όπου } \alpha = 1/137$$

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

Μετράμε:

Μάζα: MeV/c^2 (αφού $E = mc^2$)

Ορμή: MeV/c (αφού $p = m\gamma\beta c$)

Χρόνος σε: $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα δράσης = Ενέργεια * Χρόνος = 1)

Μήκος σε: μονάδες χρόνου = $1/\text{MeV}$ (αφού η μονάδα ταχύτητας=1)

$$\mathbf{1 \text{ amu}} = 1/12 \text{ μάζας ουδέτρου ατόμου } ^{12}\text{C} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα ηλεκτρονίου} = 0.511 \text{ MeV}/c^2$$

$$\text{Μάζα πρωτονίου} = 938.3 \text{ MeV}/c^2, \text{ Μάζα νετρονίου} = 939.6 \text{ MeV}/c^2$$