

Πυρηνική και Στοιχειώδη Ι (5ου εξαμήνου)

Ασκήσεις Πυρηνικής

Δ. Σαμψωνίδης - Κ. Κορδάς
21-Ιανουαρίου-2011

Σημείωση

- **Εδώ βάζουμε κάποιες Ασκήσεις και το ελάχιστο που χρειάζεται για τη λύση αυτών των ασκήσεων και μόνο**
 - **Δηλαδή:**
 - **τα λίγα που αναφέρουμε εδώ, ΔΕΝ υποκαθιστούν τις πλήρεις διαφάνειες που είναι ανηρτημένες στην ιστοσελίδα του μαθήματος**
http://skiathos.physics.auth.gr/atlas/Nuclear_Physics/
- Επίσης, ασκήσεις έχουμε και σε άλλα μαθήματα (π.χ., η σκέδαση Rutherford με το άλφα από το Πολώνιο να πέφτει πάνω σε φύλλο χρυσού).

Ενέργεια σύνδεσης και μάζες πυρήνων

- **Ενέργεια σύνδεσης = $B(N,Z)$ =**

πόση ενέργεια πρέπει να δώσω για να διαλύσω τον πυρήνα στα συστατικά του νουκλεόνια (εις τα εξ ων συνετέθη)

Μπυρήνα + Ενέργεια Σύνδεσης = Σm (ελεύθερα νουκλεόνια)

- Η ενέργεια (=μάζα) που έχουν οι σταθεροί πυρήνες είναι **μικρότερη** απ' το να έχουμε τα συστατικά νουκλεόνια μόνα τους, ελεύθερα

- Αλλιώς δεν υπήρχε λόγος για τα νουκλεόνια να παραμείνουν στη σταθερότητα της παρέας
- **Πόσο μικρότερη? Όσο η ενέργεια σύνδεσης**

Μπυρήνα = Σm (ελεύθερα νουκλεόνια) - $B(Z,N)$

Ενέργεια σύνδεσης, μάζες πυρήνων και πυρηνικές αντιδράσεις

- **Αρχικοί πυρήνες \rightarrow Τελικοί πυρήνες + Q**
- **Να θυμάστε: η μάζα είναι μια μορφή ενέργειας**
- **Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά**
Η ενέργεια πριν είναι όση η μάζα των αρχικών πυρήνων.
Αυτή η ενέργεια χρησιμοποιείται στο να φτιαχτούν τα προϊόντα, και η υπόλοιπη ελευθερώνεται ως κινητική ενέργεια (Q) που τη μοιράζονται τα προϊόντα
- **$\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$**
αν $Q > 0$ (εξωθερμική) η διάσπαση γίνεται μόνη της και δίνει και ενέργεια
- **Μπυρήνα = Σm (ελεύθερα νουκλεόνια) - B(N,Z)**

Ενέργεια σύνδεσης, μάζες πυρήνων και πυρηνικές αντιδράσεις

- **Ενέργεια σύνδεσης = $B(N,Z)$**

$$\text{Μπυρήνα} = \sum m (\text{ελεύθερα νουκλεόνια}) - B(N,Z)$$

Πίνακας 4.2 → Table 4.2. *Energies of some light nuclei*

στο βιβλίο σας

Πειραματικές τιμές

Nucleus	Binding energy (MeV)	Binding energy of last nucleon (MeV)	Binding energy per nucleon (MeV)	Spin and parity
${}^2_1\text{H}$	2.22	2.2	1.1	1^+
${}^3_2\text{H}$	8.48	6.3	2.8	$\frac{1}{2}^+$
${}^4_2\text{He}$	28.30	19.8	7.1	0^+
${}^5_2\text{He}$	27.34	-1.0	5.5	$\frac{3}{2}^-$
${}^6_3\text{Li}$	31.99	4.7	5.3	1^+
${}^7_3\text{Li}$	39.25	7.3	5.6	$\frac{3}{2}^-$
${}^8_4\text{Be}$	56.50	17.3	7.1	0^+
${}^9_4\text{Be}$	58.16	1.7	6.5	$\frac{3}{2}^-$
${}^{10}_5\text{B}$	64.75	6.6	6.5	3^+
${}^{11}_5\text{B}$	76.21	11.5	6.9	$\frac{3}{2}^-$
${}^{12}_6\text{C}$	92.16	16.0	7.7	0^+
${}^{13}_6\text{C}$	97.11	5.0	7.5	$\frac{1}{2}^-$
${}^{14}_7\text{N}$	104.66	7.6	7.5	1^+
${}^{15}_7\text{N}$	115.49	10.8	7.7	$\frac{1}{2}^-$
${}^{16}_8\text{O}$	127.62	12.1	8.0	0^+
${}^{17}_8\text{O}$	131.76	4.1	7.8	$\frac{5}{2}^+$

Άσκηση 1: Γίνεται η αντίδραση?

Άσκηση 1:

Γίνεται η αντίδραση $^{12}\text{C} \rightarrow \alpha + \alpha + \alpha$?

Αν ναι, πόση κινητική ενέργεια παίρνουν τα προϊόντα?

Αν όχι, πόση ενέργεια χρειάζεται να δώσουμε για να σπάσουμε τον πυρήνα του ^{12}C ?

Δίνονται:

$$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2 \quad \text{και} \quad 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{- } M(n) = 939.57 \text{ MeV}, M(p) = 938.27 \text{ MeV}, M(e) = 0.511 \text{ MeV}, m(\nu)=0$$

- Ενέργειες Σύνδεσης (B) είναι:

$$B(^4\text{He}) = 28.30 \text{ MeV}, B(^{12}\text{C}) = 92.16 \text{ MeV}$$

(Γνωρίζουμε φυσικά ότι το σωματίδιο α είναι ο πυρήνας ^4He)

Άσκηση 1: Γίνεται η αντίδραση? - Λύση

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά
 - Η μάζα είναι μιά μορφή ενέργειας
 - Άρα: $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$
 - Για να γίνεται η αντίδραση πρέπει $Q \geq 0$ (“εξωθερμική”)
- Η μάζα κάθε πυρήνα υπολογίζεται από τις μάζες των συστατικών του (πρωτόνια και νετρόνια) και την ενέργεια σύνδεσής τους
 - $M(^{12}\text{C}) = 6 \cdot M(p) + 6 \cdot M(n) - B(^{12}\text{C})$
 $= 6 \cdot 938.27 \text{ MeV} + 6 \cdot 939.57 \text{ MeV} - 92.16 \text{ MeV} = 11162.8 \text{ MeV}$
 - $M(\alpha) = 2 \cdot M(p) + 2 \cdot M(n) - B(\alpha) = \dots = 3723.38 \text{ MeV}$
- $M(^{12}\text{C}) = 3 \cdot M(\alpha) + Q \rightarrow Q = M(^{12}\text{C}) - 4 \cdot M(\alpha) = -7.26 \text{ MeV}$ (δηλ. $Q < 0$)
- Άρα, η μάζα του ^{12}C δεν είναι αρκετά μεγάλη για να γίνεται η αντίδραση αυθόρμητα.
 - Μπορεί να γίνει μόνο αν δώσουμε ενέργεια 7.26 MeV στον ^{12}C

Άσκηση 2: Γίνεται η αντίδραση?

Άσκηση 2:

Γίνεται η αντίδραση $^{210}\text{Po} \rightarrow ^{206}\text{Pb} + a$?

Αν ναι, πόση κινητική ενέργεια παίρνουν τα προϊόντα?

Αν όχι, πόση ενέργεια χρειάζεται να δώσουμε για να σπάσουμε τον πυρήνα του ^{210}Po ?

Δίνονται: το βιβλίο σας

$$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2 \quad \text{και} \quad 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{- } M(n) = 939.57 \text{ MeV}, M(p) = 938.27 \text{ MeV}, M(e) = 0.511 \text{ MeV}, M(\nu) = 0$$

$$\text{- Ενέργεια Σύνδεσης (B) για το } ^4\text{He} \text{ είναι } 28.30 \text{ MeV}$$

$$M(^{210}\text{Po}) = 209.98287 \text{ amu}, M(^{206}\text{Pb}) = 205.97447 \text{ amu},$$

Άσκηση 2: Γίνεται η αντίδραση? - Λύση

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά
 - Η μάζα είναι μία μορφή ενέργειας
 - Άρα: $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$
 - Για να γίνεται η αντίδραση πρέπει $Q \geq 0$ (“εξωθερμική”)
- Η μάζα κάθε πυρήνα υπολογίζεται από τις μάζες των συστατικών του (πρωτόνια και νετρόνια) και την ενέργεια σύνδεσής τους
 - $M(^{210}\text{Po}) = 209.98287 \text{ amu} = 209.98287 * 931.49 \text{ MeV} = 195596.94 \text{ MeV}$
 - Παρόμοια $M(^{206}\text{Po}) = 191863.16 \text{ MeV}$
 - $M(\alpha) = 2 * M(p) + 6 * M(n) - B(\alpha) = \dots = 3723.38 \text{ MeV}$
- $M(^{210}\text{Po}) = M(^{206}\text{Po}) + M(\alpha) + Q \rightarrow Q = M(^{210}\text{Po}) - M(^{206}\text{Po}) - M(\alpha) = \mathbf{10.4 \text{ MeV}}$
(δηλ. $Q > 0$, και άρα γίνεται αυθόρμητα)
- Άρα, η μάζα του ^{210}Po είναι αρκετή για να γίνεται η αντίδραση αυθόρμητα.
- Η ενέργεια του ^{210}Po χρησιμοποιείται για να φτιαχτούν τα ^{206}Po και α , και το περίσυμα Q μοιράζεται ως κινητική ενέργεια στα προϊόντα. Το α όμως είναι κατά πολύ ελαφρύτερο από το ^{206}Po , και άρα παίρνει τη μερίδα του λέοντος. Σε σχετικά καλή προσέγγιση λοιπόν, όλο το Q το παίρνει το α ως κινητική ενέργεια.

Άσκηση 3: Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U)

Άσκηση 3:

α) Πόση ενέργεια εκλύεται κατά την παρακάτω αντίδραση σχάσης ουρανίου ^{235}U ?



β) Πόση ενέργεια εκλύεται κατά την παραπάνω αντίδραση σχάσης από **1 kg** ουρανίου ^{235}U ?

Δίνονται:

$$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2 \quad \text{και} \quad 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$M(n) = 1.0087 \text{ amu}, \quad M({}^{235}\text{U}) = 235.0439 \text{ amu},$$

$$M(\text{Ba}) = 140.9139 \text{ amu}, \quad M(\text{Kr}) = 91.8973 \text{ amu}$$

Άσκηση 3: Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U) - Λύση

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά , Η μάζα είναι μιά μορφή ενέργειας
 - $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$, για αυθόρμητη σχάση πρέπει $Q \geq 0$
- Η μάζα κάθε πυρήνα δίνεται σε amu. Μπορώ να τις κάνω MeV αμέσως, ή να τις αφήσω σε amu, να βρω το Q σε amu και να το κάνω σε MeV στο τέλος.
- $M(^{235}\text{U}) + M(n) = M(^{141}\text{Ba}) + M(^{92}\text{Kr}) + 3 * M(n) + Q$
 $\rightarrow Q = M(^{235}\text{U}) - M(^{141}\text{Ba}) - M(^{92}\text{Kr}) - 2 * M(n) = 0.2513 \text{ amu} \rightarrow$
 $Q = 0.2513 * 931.49 \text{ MeV} = \mathbf{234.1 \text{ MeV}}$ (δηλ. $Q > 0$: άρα γίνεται αυθόρμητα)
- Οπότε κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., για ENAN μόνο πυρήνα ^{235}U), εκλύεται ενέργεια **234.1 MeV**.
- Για να βρούμε πόση ενέργεια εκλύεται κατά τη σχάση 1 kg ^{235}U , πρέπει να ξέρουμε πόσοι πυρήνες υπάρχουν σε 1kg ^{235}U .
- Ξέρουμε ότι σε 1 mol ^{235}U έχουμε $6.02 * 10^{23}$ πυρήνες και το 1 mol ζυγίζει όσο ο μαζικός αριθμός σε γραμμάρια, δηλαδή 235 gr.
 $\rightarrow 1 \text{ kg } ^{235}\text{U} = 4.255 \text{ mol} = 25.6 * 10^{23} \text{ πυρήνες } ^{235}\text{U}$.
- Ενέργεια από 1 kg $^{235}\text{U} = 25.6 * 10^{23} * 234.1 \text{ MeV} = 6 * 10^{26} \text{ MeV} = 6 * 10^{26} * 10^6 \text{ eV} = 6 * 10^{26} * 10^6 * 1.6 * 10^{-19} \text{ Cb*V} = 9.6 * 10^7 \text{ MJ}$ (θυμάστε ότι 1 Cb*V = 1 Joyle = 1J)

Άσκηση 4: Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U)

Άσκηση 4:

a) Πόση ενέργεια εκλύεται κατά την παρακάτω αντίδραση σχάσης του ουρανίου?



b) Συγκρίνετε την ενέργεια αυτή με την ενέργεια που εκλύεται σε χημικές αντιδράσεις (όπου έχουμε ανταλλαγές ηλεκτρονίων των ατόμων, τα οποία έχουν ενέργειες της τάξης των eV, κι έτσι η τάξη μεγέθους για χημικές αντιδράσεις δύο ατόμων είναι eV)

c) Αν ένας πυρηνικός αντιδραστήρας έχει σχεδιαστεί να δίνει 1 MW θερμότητας συνεχώς, πόσες σχάσεις ουρανίου σαν την παραπάνω πρέπει να συμβαίνουν κάθε δευτερόλεπτο για να συντηρούν την ισχύ αυτή? Πόσο ουράνιο-235 καταναλώνεται κάθε χρόνο στον αντιδραστήρα?

Δίνονται: το βιβλίο σας

- παρ. 9.1, 9.2, 9.3

- παρ. 4.4., σελ. 60: $1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2$ και $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$

$m(n) = 1.0087 \text{ amu}$, $m(\text{U}) = 235.0439 \text{ amu}$,

$m(\text{Ba}) = 140.9139 \text{ amu}$, $m(\text{Kr}) = 91.8973 \text{ amu}$

Άσκηση 4: Σχάση ουρανίου-235 (^{235}U) - Λύση

- Από την Άσκηση 3, έχουμε υπολογίσει ότι κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., για ENAN μόνο πυρήνα ^{235}U), εκλύεται ενέργεια **234.1 MeV**
- Οι ενέργειες που εκλύονται κατά τις χημικές αντιδράσεις είναι της τάξης των διαφορών στις ενεργειακές στάθμες των ατόμων, δηλαδή της τάξης των eV-keV, δηλαδή χοντρικά κατά 10^3 έως 10^6 φορές μικρότερες από τα MeV που είναι οι σχάσεις.
- $1 \text{ MW} = 1 \text{ MJ/s}$ (θυμνάστε ότι η ισχύς είναι ενέργεια ανά μονάδα χρόνου)
 $1 \text{ χρόνος} = 1 \text{ y} = 365 * 24 * 60 * 60 \text{ s} = 31536000 \text{ s} = 3.15 * 10^7 \text{ s}$
Οπότε: **$1 \text{ MW} = 3.15 * 10^7 \text{ MJ/y}$**
- Οπότε μπορούμε να βρούμε πόσους πυρήνες χρειαζόμαστε για να πάρουμε τόση ενέργεια σε ένα χρόνο

Αριθμός σχάσεων ^{235}U σε ένα χρόνο = αριθμός πυρήνων ^{235}U που χρειαζόμαστε σε ένα χρόνο = $3.15 * 10^7 \text{ MJ} / 234.1 \text{ MeV} =$

$$3.15 * 10^7 * 10^6 \text{ J} / (234.1 * 10^6 * 1.6 * 10^{-19} \text{ J}) = 0.84 * 10^{24}$$

→ οπότε χρειαζόμαστε:

$$0.84 * 10^{24} / (6.02 * 10^{23}) \text{ mol} = 1.4 \text{ mol} = 1.4 * 235 \text{ gr} = \mathbf{329 \text{ gr } ^{235}\text{U}}$$

Άσκηση 5 & 6: Σύντηξη υδρογόνου για παραγωγή ηλίου στον Ήλιο

Άσκηση 5:

Πόση ενέργεια θα ελευθερόνταν αν το δευτέριο (^2H) μπορούσε να παράγει ήλιο (^4He) με την ακόλουθη αντίδραση σύντηξης?



Δίνονται:

$$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2 \quad \text{και} \quad 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{- } M(n) = 939.57 \text{ MeV}, M(p) = 938.27 \text{ MeV}, M(e) = 0.511 \text{ MeV}, M(\nu) = 0$$

- Ενέργειες Σύνδεσης (B):

$$B(^4\text{He}) = 28.30 \text{ MeV}, B(^2\text{H}) = 2.2 \text{ MeV}, B(^3\text{H}) = 8.48 \text{ MeV}$$

Άσκηση 6:

Ξανακάνετε τους υπολογισμούς λαμβάνοντας υπ'όψιν ότι:



Άσκηση 5: Σύντηξη υδρογόνου - Λύση

- Αρχή διατήρησης της ενέργειας
 - Ενέργεια πριν = Ενέργεια μετά , Η μάζα είναι μιά μορφή ενέργειας
 - $\Sigma M(\text{αρχικά}) = \Sigma M(\text{τελικά}) + Q$, για αυθόρμητη σχάση πρέπει $Q \geq 0$
- Η μάζα κάθε πυρήνα υπολογίζεται από τις μάζες των συστατικών του (πρωτόνια και νετρόνια) και την ενέργεια σύνδεσής τους
 - $M(^2\text{H}) = M(p) + M(n) - B(^2\text{H}) = (938.27 + 939.57 - 2.2) \text{ MeV} = 1875.64 \text{ MeV}$
 - $M(^4\text{He}) = 2*M(p) + 2*M(n) - B(^4\text{He}) = \dots = 3727.38 \text{ MeV}$
 - $2*M(^2\text{H}) = M(^4\text{He}) + Q$
 $\rightarrow Q = 2*M(^2\text{H}) - M(^4\text{He}) = \mathbf{23.9 \text{ MeV}}$ (δηλ. $Q > 0$, και άρα γίνεται)
- Οπότε κατά την αντίδραση αυτή (δηλ., όταν 2 πυρήνες δευτερίου συντήκονται και γίνονται 1 πυρήνας ^4He), εκλύεται ενέργεια **23.9 MeV**.

Άσκηση 6: Σύντηξη υδρογόνου σε βήματα - Λύση

- Όπως βρήκαμε στη άσκηση 5 την ενέργεια που εκλύεται σε κάθε μία αντίδραση, έτσι μπορούμε να κάνουμε κι εδώ για κάθε αντίδραση χωριστά:
$${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + e^+ + \nu_e + 0.42 \text{ MeV}$$
$${}^1\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma + 5.49 \text{ MeV}$$
$${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^1\text{H} + {}^1\text{H} + 12.86 \text{ MeV}$$
- Όμως μπορούμε να δουλέψουμε όπως και με τις χημικές αντιδράσεις, και να καταλήξουμε σε μία αντίδραση της οποίας να βρούμε το Q. Οπότε μπορούμε:
 - Να πολλαπλασιάσουμε την κάθε αντίδραση με έναν αριθμό, κι έτσι αντί να περιγράφουμε τη συμμετοχή π.χ., ενός πυρήνα ${}^1\text{H}$ με την αντίδραση που γράφουμε, να βλέπουμε τι κάνουν 2 ή 3 πυρήνες).
 - Να προσθέτουμε τις αντιδράσεις και να απαλείφουμε από το ένα μέλος στο άλλο τα κοινά στοιχεία.
- Στην περίπτωση μας:
$$2 {}^1\text{H} + 2 {}^1\text{H} \rightarrow 2 {}^2\text{H} + 2 e^+ + 2 \nu_e \quad , \text{ και κατόπιν}$$
$$2 {}^1\text{H} + 2 {}^2\text{H} \rightarrow 2 {}^3\text{He} + 2 \gamma \quad , \text{ και τελικά}$$
$${}^3\text{He} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^1\text{H} + {}^1\text{H}$$
- Το άθροισμα δίνει: $4 {}^1\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + 2 e^+ + 2 \nu_e + 2 \gamma + Q$
 $\rightarrow Q = 25 \text{ MeV}$ για κάθε 4 πρωτόνια (${}^1\text{H}$) που συντήκονται.

Άσκηση 7: Σύντηξη υδρογόνου για παραγωγή ηλίου στον Ήλιο

Άσκηση 7:

Πόσο υδρογόνο (^1H) πρέπει να μετατρέπεται σε ήλιο (^4He) κάθε δευτερόλεπτο στον Ήλιο, αν η ηλιακή σταθερά είναι $1.35 \text{ kW} / \text{m}^2$ στην επιφάνεια της Γης και η απόσταση Γης-Ηλίου είναι $1.5 \times 10^8 \text{ km}$? (Υποθέστε εδώ ότι $4 \text{ } ^1\text{H} \rightarrow \text{}^4\text{He}$, χωρίς άλλο προϊόν)

Δίνονται:

$$1 \text{ amu} = 931.49 \text{ MeV}/c^2 \quad \text{και} \quad 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{- } M(n) = 939.57 \text{ MeV}, M(p) = 938.27 \text{ MeV}, M(e) = 0.511 \text{ MeV}, M(\nu) = 0$$

- Ενέργειες Σύνδεσης (B):

$$B(^4\text{He}) = 28.30 \text{ MeV}, B(^2\text{H}) = 2.2 \text{ MeV}, B(^3\text{H}) = 8.48 \text{ MeV}$$

Άσκηση 7: Σύντηξη υδρογόνου - Λύση

- $4 \text{ } ^1\text{H} \rightarrow \text{}^4\text{He} + Q$
- Γνωρίζετε φυσικά ότι ο πυρήνας του υδρογόνου (^1H) είναι το πρωτόνιο (όπως και ότι το ^4He είναι το σωματίο α , αν και αυτό είναι άσχετη πληροφορία για αυτή την άσκηση εδώ). Παρόμοια με την άσκηση 5, παίρνουμε: $Q = (4 * 938.27 - 3727.38) \text{ MeV} = 25.7 \text{ MeV}$
- Η ενέργεια που εκλύεται στον ήλιο κατά τη σύντηξη 4 πυρήνων υδρογόνου για παραγωγή ηλίου είναι 25.7 MeV , δηλαδή **6.43 MeV ανά πυρήνα υδρογόνου** = **$6.43 * 10^6 * 1.6 * 10^{-19} \text{ J} = 10^{-12} \text{ J}$**
- Ο ήλιος εκπέμπει την ενέργεια αυτή. Όση ενέργεια εκπέμπει από τον ήλιο σε κάθε δευτερόλεπτο, διαχέεται ακτινικά προς τα έξω. Οπότε το σύνολο της ενέργειας που “περνάει” μέσα από μια επιφάνεια $4\pi R^2$ κάθε δευτερόλεπτο, είναι όση εκπέμπει από τον ήλιο σε κάθε δευτερόλεπτο.
- Στη Γη ξέρουμε την ηλιακή σταθερά, δηλ. πόση ηλιακή ενέργεια “πέφτει” σε μια επιφάνεια 1 m^2 , σε κάθε δευτερόλεπτο = **$1.35 \text{ kW} / \text{m}^2 = 1.35 \text{ (kJ/s)} / \text{m}^2$**
- Οπότε, στην απόσταση Γης-Ήλιου (σε ακτίνα $R=1.5 \times 10^8 \text{ km}$ από τον ήλιο), περνούν **$1.35 * 4\pi R^2 \text{ kJ/s} / \text{m}^2$** και άρα ο ήλιος εκπέμπει $3.8 * 10^{26} \text{ J}$ ανά sec.
- Άρα χρειάζονται $(3.8 * 10^{26} \text{ J/s}) / (10^{-12} \text{ J}) = 3.8 * 10^{38}$ πυρήνες υδρογόνου ανά sec.
- Αφού $6.02 * 10^{23}$ πυρήνες ^1H ζυγίζουν 1 gr (όσο ο μαζικός αριθμός), τότε στον ήλιο συντήκονται $3.8 * 10^{38} / 6.02 * 10^{23} = \mathbf{6.3 * 10^{11} \text{ kg } ^1\text{H} \text{ ανά sec!!!}}$

Ραδιενέργεια - Διασπάσεις ασταθών πυρήνων

Ραδιενεργός διάσπαση

Πυρήνες με μεγάλο ατομικό αριθμό διασπώνται (αυθόρμητα ή εξαιτίας εξωτερικής διέγερσης) με ταυτόχρονη έκλυση ακτινοβολίας

(μεταστοιχείωση)

- Αρχικοί πυρήνες : μητρικοί
- Παραγόμενοι πυρήνες : θυγατρικοί.

• Η ενέργεια που απελευθερώνεται κατά τη ραδιενεργό διάσπαση, είτε με τη μορφή κινητικής ενέργειας των σωματίων είτε με τη μορφή Η/Μ ακτινοβολίας, προέρχεται από μετατροπή μέρους της μάζας του αρχικού πυρήνα σε ενέργεια

Χρόνοι ζωής

- Στατιστικό φαινόμενο
- Αν έχουμε N ραδιενεργούς πυρήνες, δεν γνωρίζουμε ποιοί ακριβώς θα διασπαστούν.
- **σταθερά διάσπασης λ** πιθανότητα διάσπασης /μονάδα χρόνου (χαρακτηριστικό του νουκλιδίου)

$$dN = N(t+dt) - N(t) = -N\lambda dt \quad \Rightarrow \dots \Rightarrow N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$$

χρόνος ημιζωής

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

μέσος χρόνος ζωής

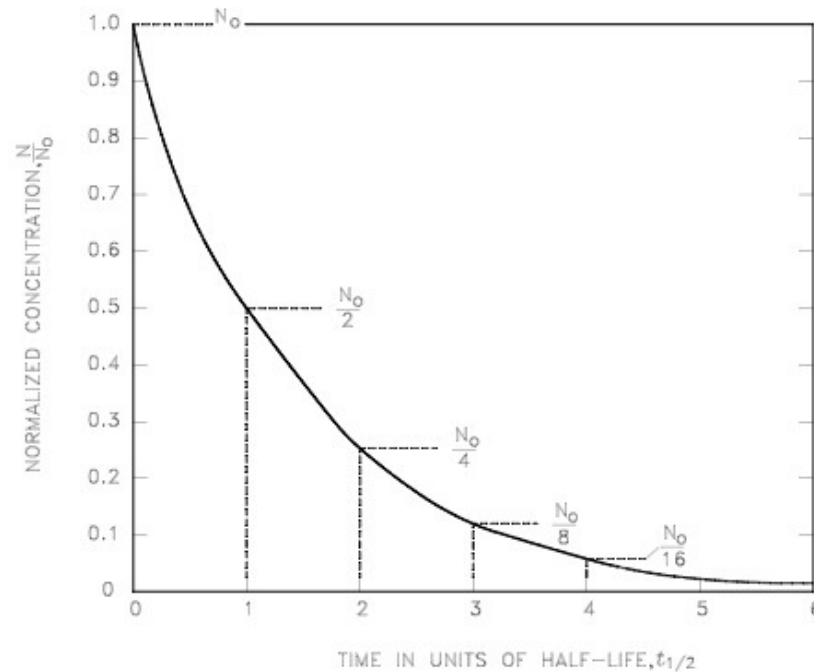
$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

$$t = \frac{t_1 N_1 + t_2 N_2 + \dots}{N_1 + N_2 + \dots} = \frac{\int_0^{\infty} t N(t) dt}{\int_0^{\infty} N(t) dt} = \frac{N_0 \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt}{N_0 \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt} = \frac{\lambda^{-2}}{\lambda^{-1}} = \frac{1}{\lambda}$$

Χρόνοι ζωής και ενεργότητα δείγματος

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Χρόνος για την πλήρη
διάσπαση δείγματος $\sim \infty$



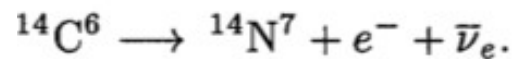
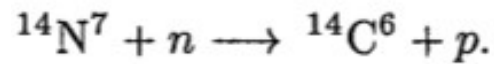
Ενεργότητα = διασπάσεις /μονάδα χρόνου

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

Η ενεργότητα δείγματος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο

Ραδιοχρονολόγηση ^{14}C

Το ισότοπο ^{14}C παράγεται απο την αλληλεπίδραση της κοσμικής με το άζωτο ^{14}N της ατμόσφαιρας

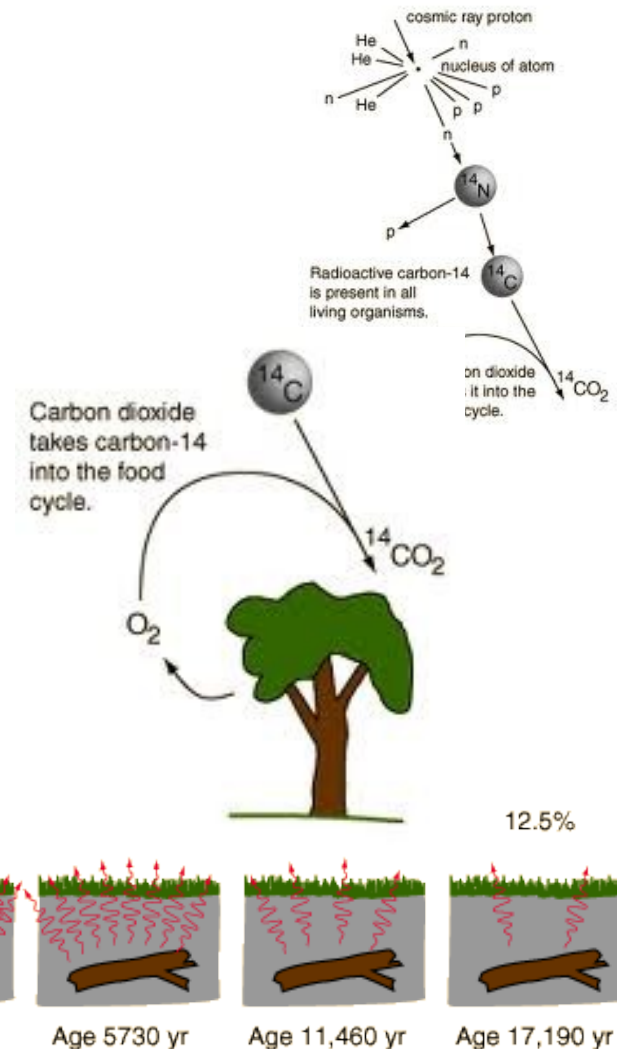


β^- ραδιενεργό
 $T_{1/2} = 5730$ χρόνια.

Ζωντανοί οργανισμοί καταναλώνουν CO_2 το οποίο περιέχει τα ισότοπα του ^{12}C και ^{14}C .

Μετά το τέλος της ζωής του οργανισμού παύει η πρόσληψη ^{14}C και συνεχίζεται μόνο η διάσπασή του.

Χρονολόγηση με τη σύγκριση της ενεργότητας του ^{14}C στο δείγμα τώρα, σε σχέση με την ενεργότητα του ^{14}C σε ζωντανό οργανισμό.



Άσκηση 8: Χρόνος ζωής

Έχουμε $N_0 = 10^{25}$ πυρήνες ^{238}U σε ένα δείγμα.

α) Πόσοι πυρήνες παραμένουν στο δείγμα αυτό μετά από 100 εκατομύρια (10^8) χρόνια αν η σταθερά διάσπασης του ^{238}U είναι $1.5 * 10^{-10} \text{ y}^{-1}$?

β) Πόσος είναι ο χρόνος ημίσειας ζωής του ^{238}U ?

Άσκηση 9: Χρόνοι ζωής- Ενεργότητα

Ποια η ενεργότητα 1g ^{226}Ra ?

$$t_{1/2} = 1670\text{y} \approx 1.6 \times 10^3 \times 3.1 \times 10^7 \text{ s} \approx 5 \times 10^{10} \text{ s}$$

$$\lambda = 0.693 / 5 \times 10^{10} \approx 1.4 \times 10^{-11} / \text{s}$$

1g περιέχει $N_0 \approx 6 \times 10^{23} / 226 \approx 2.7 \times 10^{21}$ πυρήνες

η ενεργότητα $t=0$ $A(t=0) = \lambda N_0 \approx 1.4 \times 10^{-11} \times 2.7 \times 10^{21} / \text{s} \approx 3.7 \times 10^{10}$
διασπ./s

Μονάδες ενεργότητας

Curie 1Ci = 3.7×10^{10} διασπ./s

Becquerel 1Bq = 1 διασπ./s

Άσκηση 10: Χρόνος ζωής - ραδιοχρονολόγηση

Στη σπηλιά Shanidar στο βόρειο Ιράκ, κατά τις ανασκαφές βρέθηκαν βέλη, εργαλεία, κόκαλα και κάρβουνο. Όταν εξετάστηκε το κάρβουνο παρατηρήθηκαν $\sim 9.4 * 10^2$ διασπάσεις ^{14}C το δευτερόλεπτο, για κάθε κιλό κάρβουνου. Είναι γνωστό ότι 1 kg άνθρακα σε έναν ζωντανό οργανισμό δίνει $1.5 * 10^4$ διασπάσεις ^{14}C το δευτερόλεπτο.

Πρίν πόσα χρόνια κατοικούταν αυτή η σπηλιά από προϊστορικούς ανθρώπους?

Δίνεται: $t_{1/2} = 5730$ χρόνια (\rightarrow άρα ο χρόνος ζωής τ , πόσος είναι?)

Απάντηση: κοιτάξτε σελ. 21 ότι η ενεργότητα μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Επίσης, τα σχετικά με τη ραδιοχρονολόγηση σελ. 22, και την επόμενη άσκηση (11). Έτσι έχουμε: Τώρα $A(t) = 9.4 * 10^2$ διασπάσεις/sec, ενώ όταν πέθανε ο οργανισμός είχαμε $A(0) = 1.5 * 10^4$ διασπάσεις /sec

$$A(t) = A(0) * e^{-t/\tau} \rightarrow t = \dots = \mathbf{23 \text{ χιλιάδες χρόνια πριν.}}$$

Άσκηση 11: Χρόνος ζωής - ραδιοχρονολόγηση

Ενας πάπυρος από Αιγυπτιακό τάφο περιέχει 1g άνθρακα με ενεργότητα 4×10^{-12} Ci. Αν ο λόγος των πυρήνων $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ σε ένα ζωντανό δένδρο είναι 1.3×10^{-12} να βρεθεί η ηλικία του παπύρου.

(Χρ. ημιζωής $^{14}\text{C}=5730$ y)

Προσοχή στις μονάδες!

$$t_{1/2} = 5730 \text{ y} \approx 5730 \times 3.1 \times 10^7 \text{ s} \approx 17.8 \times 10^{10} \text{ s}$$

$$\lambda = 0.693 / 17.8 \times 10^{10} \approx 3.9 \times 10^{-12} / \text{s}$$

1g περιέχει $6 \times 10^{23} / 12 = 5 \times 10^{22}$ πυρήνες C και $N_0 = 5 \times 10^{22} \times 1.3 \times 10^{-12} \approx 6.5 \times 10^{10}$ πυρήνες ^{14}C

η ενεργότητα $A = 4 \times 10^{-12} \times 3.7 \times 10^{10} = 1.5 \times 10^{-1}$ διασπ./s

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \dots t = 1.39 \times 10^{11} \text{ s} = 4483 \text{ y}$$