

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι

Εισαγωγή και Επισκόπηση

1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η φυσική των υψηλών ενεργειών ασχολείται κύρια με τη μελέτη των θεμελιακών συστατικών της ύλης και τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις. Η πειραματική έρευνα σε αυτό το πεδίο της επιστήμης πραγματοποιείται με τεράστιους επιταχυντές σωματίων και τα αντίστοιχα ανιχνευτικά τους συστήματα. Οι υψηλές ενέργειες είναι απαραίτητες για δύο λόγους: Πρώτον, για να ξεετάσουμε τα θεμελιακά συστατικά στη μικροσκοπική κλίμακα που τα χαρακτηρίζει, χρειαζόμαστε ακτινοβολία με όσο το δυνατό μικρότερο μήκος κύματος και όσο το δυνατό μεγαλύτερη ενέργεια και δεύτερον, πολλά από τα θεμελιακά συστατικά έχουν μεγάλες μάζες, οπότε για τη δημιουργία και μελέτη τους απαιτούνται οι αντίστοιχες υψηλές ενέργειες.

Πριν από πενήντα χρόνια ήταν γνωστά μόνο μερικά «στοιχειώδη» σωματρία — το πρωτόνιο και το νετρόνιο, το ηλεκτρόνιο και το νεutrίνο, μαζί με το κβάντο του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου (το φωτόνιο). Το σύμπαν, όπως το γνωρίζουμε σήμερα, φαίνεται να αποτελείται σχεδόν αποκλειστικά από τα σωματρία αυτά. Προσπάθειες όμως, τόσο για την κατανόηση των λεπτομερειών της πυρηνικής δύναμης μεταξύ πρωτονίων και νετρονίων, όσο και για τη συνέχιση των πρωτοπόρων ανακαλύψεων νέων, ασταθών σωματίων στις κοσμικές ακτίνες, ωθούσαν στην κατασκευή διαρκώς μεγαλύτερων επιταχυντών και την παρατήρηση αρκετών εκατοντάδων νέων ασταθών καταστάσεων σωματίων, που ονομάστηκαν *αδρόνια* (ισχυρά αλληλεπιδρώντα σωματρία).

Από αυτό το φαινομενικό χάος ξεπροβάλλει μια μάλλον απλή εικόνα:

- (i) Τα θεμελιώδη συστατικά της ύλης είναι τα *φερμιόνια* με σπιν $\frac{1}{2}$, τα *κουάρκ*, με κλασματικά ηλεκτρικά φορτία ($+\frac{2}{3}e$ και $-\frac{1}{3}e$), και τα *λεπτόνια*, όπως το ηλεκτρόνιο και το νεutrίνο, με ακέραια ηλεκτρικά φορτία. Τα νεutrόνια και τα πρωτόνια αποτελούνται από τρία κουάρκ.
- (ii) Τα συστατικά αυτά μπορούν να αλληλεπιδρούν με ανταλλαγή διαφόρων θεμελιωδών *μποζονίων* (σωμάτια ακέραιου σπιν), τα οποία είναι οι φορείς ή τα κβάντα των τεσσάρων τύπων των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων ή πεδίων. Η οικεία σε όλους *βαρύτητα*, για τις κλίμακες μάζας και απόστασης που συναντάμε στη σωματιδιακή φυσική, είναι η λιγότερο σημαντική από τους τέσσερις τύπους. Εκτός από τη βαρύτητα, οι *ηλεκτρομαγνητικές* αλληλεπιδράσεις είναι υπεύθυνες για τα περισσότερα «εξω-πυρηνικά» φαινόμενα στη φυσική (επειδή οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις έχουν τη μεγαλύτερη εμβέλεια) και επιφέρουν τις δέσμιες καταστάσεις ατόμων και μορίων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα των *ασθενών* αλληλεπιδράσεων είναι η εξαιρετικά αργή διαδικασία της ραδιενεργούς β-διάσπασης των πυρήνων. Οι *ισχυρές* αλληλεπιδράσεις συγκρατούν μαζί τα κουάρκ στο πρωτόνιο και τα εναπομένοντα αποτελέσματά τους φαίνονται υπεύθυνα για τις αλληλεπιδράσεις νεutrονίων και πρωτονίων, δηλαδή για την πυρηνική δύναμη. Τόσο η ασθενής όσο και η ισχυρή αλληλεπίδραση είναι μικρής εμβέλειας (μικρότερη ή της τάξης του *femtometer*, $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$).

Υπάρχουν πολλές ασυνήθιστες, έως και αλλόκοτες όψεις αυτής της εικόνας. Τα κλασματικά φορτισμένα κουάρκ δεν έχουν παρατηρηθεί ως ελεύθερα σωμάτια, και φαίνεται ότι είναι μόνιμα περιορισμένα (εγκλωβισμένα) στο εσωτερικό των αδρονίων. Τα κουάρκ εμφανίζονται σε μια ποικιλία τύπων ή *γεύσεων* (είναι γνωστές έξι), όπως και τα λεπτόνια (τρεις τύποι φορτισμένων και αφόρτιστων λεπτονίων). Δεν έχουμε κατανοήσει ούτε το μηχανισμό του εγκλωβισμού των κουάρκ ούτε την πραγματική αιτία για την ύπαρξη «αντιγράφων» γεύσεων κουάρκ και λεπτονίων, όταν το σύμπαν, σύμφωνα με ό,τι βλέπουμε σήμερα, φαίνεται να αποτελείται κυρίως από δύο τύπους κουάρκ και από ένα ουδέτερο και ένα φορτισμένο λεπτόνιο.

Η πολλαπλότητα γεύσεων των κουάρκ και λεπτονίων παραλληλίζεται από την ύπαρξη τεσσάρων τύπων θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων. Στην περίπτωση αυτή, έχει υπάρξει κάποια πρόοδος. Υπάρχουν σοβαροί λόγοι να υποθέσουμε ότι μερικές, ίσως όλες οι αλληλεπιδράσεις είναι *ενοποιημένες* και είναι διαφορετικές όψεις μιας μοναδικής αλληλεπίδρασης. Η ασθενής και η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση έ-

χουν την ίδια σύζευξη μεταξύ των φερμιονικών συστατικών και των αντίστοιχων ενδιάμεσων μποζονίων — είναι διαφορετικές όψεις της ίδιας ηλεκτρασθενούς αλληλεπίδρασης. Σε αντιστοιχία με τον ηλεκτρομαγνητισμό (όπου μεσολαβεί το πεδίο του άμαζου φωτονίου με άπειρη εμβέλεια), η ασθενικότητα των ασθενών αλληλεπιδράσεων οφείλεται στην μικρής-εμβέλειας φύση τους (μεσολαβούν τα βαριά μποζόνια W^\pm, Z^0 , των οποίων οι μάζες βρέθηκε ότι είναι της τάξης των 100 μαζών πρωτονίου). Σε αρκετά υψηλές ενέργειες και μεταφορές ορμών, πολύ πάνω από την παραπάνω κλίμακα μαζών, η ηλεκτρομαγνητική και η ισχυρή αλληλεπίδραση πρέπει να έχουν την ίδια πραγματική ένταση.

Η αιτία που η συμμετρία στις υψηλές ενέργειες σπάει στις χαμηλές ενέργειες, και τα αντίστοιχα μποζόνια έχουν τόσο διαφορετικές μάζες είναι ακόμη ένα αναπάντητο πρόβλημα. Το σημαντικό σημείο όμως είναι ότι οι εντάσεις των διαφόρων αλληλεπιδράσεων δεν είναι σταθερά καθορισμένες, αλλά εξαρτώνται από την ενεργειακή κλίμακα. Στις υψηλές ενέργειες, οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις γίνονται ασθενέστερες και στην κολοσσιαία ενέργεια των 10^{15} GeV, η ισχυρή και ηλεκτρασθενής αλληλεπίδραση ίσως ενοποιούνται.

Η μελέτη της σωματιδιακής φυσικής είναι στενά συνδεδεμένη με τη μελέτη της εξέλιξης του σύμπαντος. Πιστεύουμε ότι η αρχή του σύμπαντος οφείλεται σε μια «μεγάλη έκρηξη»-διαστολή μιας ενεργειακής φυσαλίδας, κατά την οποία δημιουργήθηκαν όλοι οι τύποι των σωματιών — κουάρκ, λεπτόνια και κβάντα. Υπόλειμμα της μεγάλης έκρηξης είναι το σημερινό διαστελλόμενο σύμπαν, του οποίου η θερμοκρασία ελαττώνεται. Η έρευνά μας λοιπόν προς υψηλότερες ενέργειες είναι μια αντιστροφή στο χρόνο, προς τις πολύ αρχικές φάσεις της δημιουργίας που καθόρισαν τα χαρακτηριστικά του σύμπαντος που παρατηρούμε σήμερα.

1.2. ΦΕΡΜΙΟΝΙΑ ΚΑΙ ΜΠΟΖΟΝΙΑ

Μια από τις πιο θεμελιακές έννοιες, στην οποία υπόκειται η ανάλυσή μας για τις αλληλεπιδράσεις των σωματιών και πεδίων, είναι το θεώρημα σπιν-στατιστικής (Pauli 1940), που συνδέει τη στατιστική που ακολουθεί κάποιο σωματίο με το σπιν του. Τα σωματίια με ημιακέραιο σπιν ($\frac{1}{2}\hbar, \frac{3}{2}\hbar, \dots$) ακολουθούν τη στατιστική Fermi-Dirac και γι' αυτό ονομάζονται *φερμιόνια*, ενώ τα σωματίια με ακέραιο σπιν ($0, \hbar, 2\hbar, \dots$) υπακούν στη στατιστική Bose-Einstein και ονομάζονται *μποζόνια*.

Η στατιστική στην οποία υπακούει κάποιο σωματίο καθορίζει τη συμμετρία της κυματοσυνάρτησης, που περιγράφει ένα ζεύγος ταυτόσημων σωματιών, έστω σωματίο 1 και 2, κάτω από την εναλλαγή τους. Εάν τα σωματίια είναι ταυτόσημα, τότε

το τετράγωνο της κυματοσυνάρτησης, $|\psi|^2$, το οποίο δίνει την πιθανότητα να βρθεί το σωματίο 1 σε μια συντεταγμένη και το σωματίο 2 σε μια άλλη, μένει αμετάβλητο κάτω από την εναλλαγή $1 \leftrightarrow 2$. Έτσι

$$\psi \xrightarrow{1 \leftrightarrow 2} \pm\psi.$$

Ισχύει ο ακόλουθος κανόνας:

$$\begin{aligned} \text{Ταυτόσημα μποζόνια: } \psi &\xrightarrow{1 \leftrightarrow 2} +\psi && \text{συμμετρική} \\ \text{Ταυτόσημα φερμιόνια: } \psi &\xrightarrow{1 \leftrightarrow 2} -\psi && \text{αντισυμμετρική} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Για να εφαρμόσουμε τον παραπάνω κανόνα, πρέπει πρώτα να εκφράσουμε την ολική κυματοσυνάρτηση του ζευγαριού σαν γινόμενο δύο συναρτήσεων, που εξαρτώνται αντίστοιχα από τις χωρικές συντεταγμένες και τον προσανατολισμό των σπιν:

$$\psi = \alpha(\text{χώρος}) \beta(\text{σπιν}) \quad (1.2)$$

Το χωρικό τμήμα, α , περιγράφει την τροχιακή κίνηση του ενός σωματίου ως προς το άλλο, και μπορεί να παρασταθεί από μια σφαιρική αρμονική συνάρτηση $Y_\ell^m(\theta, \varphi)$, όπως περιγράφεται στο Κεφάλαιο 3. Η εναλλαγή στις χωρικές συντεταγμένες των σωματίων 1 και 2 (αφήνοντας το σπιν ανέπαφο) είναι ισοδύναμη με τις αντικαταστάσεις $\theta \rightarrow \pi - \theta$, $\varphi \rightarrow \varphi + \pi$, και εισάγει έναν πολλαπλασιαστικό παράγοντα $(-1)^\ell$ στην α , όπου ℓ είναι ο κβαντικός αριθμός της τροχιακής στροφορμής. Έτσι αν το ℓ είναι άρτιο (περιττό), η κυματοσυνάρτηση α είναι συμμετρική (αντισυμμετρική) σε εναλλαγή.

Όπως σχολιάζεται στο Κεφάλαιο 3, η συνάρτηση β πρέπει να είναι συμμετρική (ομόρροπα σπιν) ή αντισυμμετρική (αντίρροπα σπιν) σε εναλλαγή. Από την εξίσωση (1.2) συνεπάγεται ότι για ταυτόσημα μποζόνια, οι συναρτήσεις α και β πρέπει να είναι και οι δύο είτε συμμετρικές είτε αντισυμμετρικές, ενώ για ταυτόσημα φερμιόνια μία συμμετρική α προϋποθέτει μία αντισυμμετρική β και αντίστροφα.

Ως παράδειγμα, ας θεωρήσουμε τη διάσπαση του ουδέτερου ρ -μεσονίου με σπιν $J=1$ σε δύο ουδέτερα πιόνια: $\rho^0 \rightarrow 2\pi^0$. Τα πιόνια είναι και τα δύο αφόρτιστα και χωρίς σπιν. Επειδή η β είναι αναγκαστικά συμμετρική, ο κανόνας για ταυτόσημα μποζόνια μας λέει ότι η α πρέπει να είναι συμμετρική, και έτσι τα δύο πιόνια μπορούν να υπάρχουν μόνο σε μια κατάσταση με άρτια ολική τροχιακή στροφορμή J . Έτσι η διάσπαση $\rho^0 \rightarrow 2\pi^0$ απαγορεύεται, εξαιτίας της διατήρησης της τροχιακής στροφορμής και της μποζονικής συμμετρίας. Διασπάσεις όμως σε φορτισμένα (μη ταυτόσημα) πιόνια μπορούν να πραγματοποιηθούν, όπως:

$$\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-, \rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0.$$



ΣΧΗΜΑ 1.1 Παραδείγματα της ακολουθίας διασπάσεων $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow e^+$ σε γαλάκτωμα G5 εκτεθειμένο στο Pic du Midi. Η σταθερότητα της εμβέλειας ($\approx 600 \mu\text{m}$) του μιονίου υποδηλώνει διάσπαση του πιονίου από ηρεμία σε δύο σωμάτια: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$. Τα πρώτα παραδείγματα διάσπασης πιονίου παρατηρήθηκαν από τους Lattes, Muirhead, Occhialini, και Powell το 1947. Παρατηρήστε τόσο τον πολύ πυκνό ιονισμό, κοντά στο τέλος της εμβέλειας, στις τροχιές του πιονίου και του μιονίου, σε σύγκριση με την λεπτή τροχιά του σχετικιστικού ηλεκτρονίου, όσο και τις εκτροπές του μιονίου (σκέδαση Coulomb) καθώς διασχίζει το γαλάκτωμα.

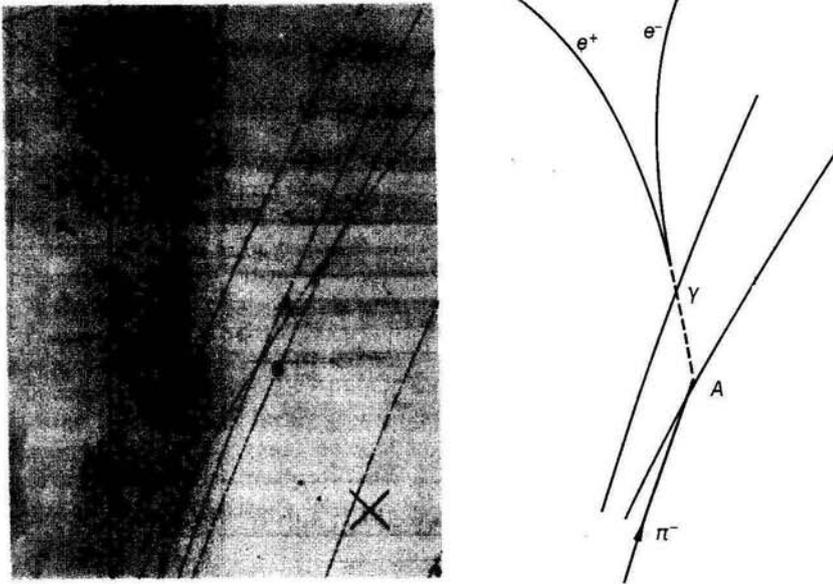
Η (απαγορευτική) αρχή του Pauli είναι μια γνωστή εφαρμογή της αντισυμμετρικότητας της κυματοσυνάρτησης δύο ταυτόσημων φερμιονίων σε εναλλαγή. Υποθέστε ότι δύο ταυτόσημα σωμάτια βρίσκονται στην ίδια κβαντική κατάσταση, οπότε η ψ είναι κατ' ανάγκη συμμετρική. Αυτό όμως παραβιάζει τον κανόνα ότι δύο ταυτόσημα φερμιόνια πρέπει να έχουν αντισυμμετρική ψ . Άρα δύο ταυτόσημα φερμιόνια δεν μπορεί να βρίσκονται στην ίδια κβαντική κατάσταση – η αρχή του Pauli. Από

την άλλη πλευρά, δεν υπάρχει κανένας περιορισμός στον αριθμό των μποζονίων (φωτονίων, για παράδειγμα) που μπορεί να βρίσκονται στην ίδια κβαντική κατάσταση. Παράδειγμα της περίπτωσης αυτής είναι το laser.

1.3. ΣΩΜΑΤΙΑ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΩΜΑΤΙΑ

Η σχετικιστική κυματική εξίσωση, που προτάθηκε το 1928 από τον Dirac, συμπεριέλαβε και την ιδιοστροφορμή – τον κβαντικό αριθμό του σπιν – του ηλεκτρονίου, η οποία είχε ήδη εισαχθεί από τους Uhlenbeck και Goudsmit για να εξηγηθεί το φαινόμενο Zeeman στην ατομική φυσική. Στη θεωρία του Dirac, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια περιγράφονται από κυματοσυναρτήσεις τεσσάρων συνιστωσών, που αντιστοιχούν στις δύο δυνατές καταστάσεις-σπιν, $J_z = \pm \frac{1}{2} \hbar$, η καθεμία είτε με θετική είτε με αρνητική ενέργεια. Οι καταστάσεις αρνητικής ενέργειας ερμηνεύονται ως καταστάσεις ενός αντισωματίου, του ποζιτρονίου (δες Παράρτημα Δ). Η ύπαρξη του ποζιτρονίου αποδείχτηκε από τον Anderson το 1933 σε ένα πείραμα θαλάμου νεφώσεων με κοσμικές ακτίνες. Η ύπαρξη αντισωματίων είναι μια γενική ιδιότητα των φερμιονίων και μποζονίων, κατά την οποία το αντισωματίο έχει την ίδια μάζα με το σωματίο, αλλά αντίθετο φορτίο και αντίθετη μαγνητική ροπή.

Φερμιόνια και αντιφερμιόνια μπορούν να δημιουργηθούν ή να καταστραφούν σε ζεύγη. Για παράδειγμα, μια ακτίνα- γ , παρουσία ενός πυρήνα (για να διατηρείται η ορμή), μπορεί να μετατραπεί σε ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου (δες Σχήμα 1.2), και μια δέσμια κατάσταση e^+e^- , που ονομάζεται positronium, μπορεί να εξαϋλωθεί σε δύο ή τρεις ακτίνες- γ . Θεωρητικά οι καταστάσεις ενός σωματίου και του αντισωματίου του συνδέονται με τη διαδικασία συζυγίας σωματίου-αντισωματίου. Αν σε κάθε φερμιόνιο αντιστοιχίσουμε ένα φερμιονικό αριθμό +1 και σε κάθε αντιφερμιόνιο το -1, τότε ο φερμιονικός αριθμός διατηρείται. Επομένως, για κάθε φερμιόνιο, η διαδικασία της συζυγίας σωματίου-αντισωματίου δίνει το αντιφερμιόνιό του με αντίθετα φορτίο, μαγνητική ροπή και φερμιονικό αριθμό, αλλά την ίδια μάζα και σπιν. Για τα μποζόνια δεν υπάρχει αντίστοιχος νόμος διατήρησης κάποιου αριθμού, οπότε η συζυγία σωματίου-αντισωματίου έχει την ίδια επίδραση με τη συζυγία φορτίου.



ΣΧΗΜΑ 1.2 Μετατροπή ενός φωτονίου σε ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου σε θάλαμο φυσαλίδων. Το εισερχόμενο αρνητικά φορτισμένο πιόνιο χάνει το φορτίο του στο σημείο *A* μέσω της αντίδρασης: $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0$, που ακολουθείται από την διάσπαση των ουδέτερων πιονίων: $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Επειδή ο χρόνος ζωής του π^0 είναι 10^{-16} s μόνο, το ζεύγος των φωτονίων παρουσιάζεται σαν να προέρχεται απευθείας από το σημείο της πρώτης αντίδρασης.

1.4. ΒΑΣΙΚΑ ΣΥΣΤΑΤΙΚΑ ΤΩΝ ΦΕΡΜΙΟΝΙΩΝ: ΚΟΥΑΡΚ ΚΑΙ ΛΕΠΤΟΝΙΑ

1.4.1. Κουάρκ

Η πειραματική μαρτυρία αποδεικνύει ότι η ύλη αποτελείται από δύο είδη θεμελιωδών φερμιονίων, τα κουάρκ και τα λεπτόνια, τα οποία είναι χωρίς δομή και με διάσταση μικρότερη των 10^{-17} m. Τα κουάρκ έχουν κλασματικά ηλεκτρικά φορτία είτε $+\frac{2}{3}|e|$ είτε $-\frac{1}{3}|e|$. Παρατηρείται μια ποικιλία από έξι γεύσεις, τις *u*, *d*, *s*, *c*, *b*, *t* και διακρίνονται από τους κβαντικούς αριθμούς τους (Πίνακας 1.1). Τα *u* και *d* κουάρκ είναι τα ελαφρότερα και έχουν προσεγγιστικά την ίδια μάζα (με προσέγγιση ενός MeV). Όπως θα δούμε στη συνέχεια, τα πρωτόνια και τα νετρόνια αποτελούνται από *u* και *d* κουάρκ, οπότε η κατά προσέγγιση ισότητα της μάζας του πρωτονίου και του νετρονίου συνεπάγεται την ισότητα της μάζας των *u* και *d* κουάρκ. Υπόκειται σε πανομοιότυπες με τα άλλα κουάρκ ισχυρές αλληλεπιδράσεις, διαφέρουν όμως

στα ηλεκτρικά τους φορτία και συνεπώς στις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις. Η ισότητα των ισχυρών αλληλεπιδράσεων των u και d κουάρκ εξηγεί το αναλλοίωτο του ισοσπίν σε αλληλεπιδράσεις αδρονίων που αποτελούνται από u και d κουάρκ. Για το λόγο αυτό, τα u και d κουάρκ ομαδοποιούνται σαν μια ισοτοπική δυάδα ($I = \frac{1}{2}$, με τρίτη συνιστώσα $I_3 = +\frac{1}{2}$ για το u και $I_3 = -\frac{1}{2}$ για το d). Στο s κουάρκ αποδίδεται ο κβαντικός αριθμός της «παραξενιάς» (strangeness), με τιμή $S = -1$ (είναι συστατικό των αποκαλούμενων παραξενών σωματίων, που παρατηρήθηκαν για πρώτη φορά στις κοσμικές ακτίνες τη δεκαετία του 1950), στο c κουάρκ αποδίδεται ο κβαντικός αριθμός της «χάρης» (charm) $C = +1$, στο b κουάρκ ο «πυθμενικός» (bottom) κβαντικός αριθμός $B = -1$ και στο t κουάρκ ο «κορυφαίος» (top) κβαντικός αριθμός $T = +1$. Τα c και b κουάρκ θεωρήθηκαν ως συστατικά των βαριών, βραχύβιων αδρονικών καταστάσεων που παρατηρήθηκαν αντίστοιχα το 1974 και 1977. (Αυτοί οι κβαντικοί αριθμοί θα συζητηθούν πληρέστερα στο Κεφάλαιο 5. Οι μάζες που δίνονται στον Πίνακα 1.1 πρέπει να ληφθούν ως ενδεικτικές). Σε κάθε κουάρκ αντιστοιχεί ένα αντικουάρκ με αντίθετο φορτίο, παραξενιά, κ.λπ.

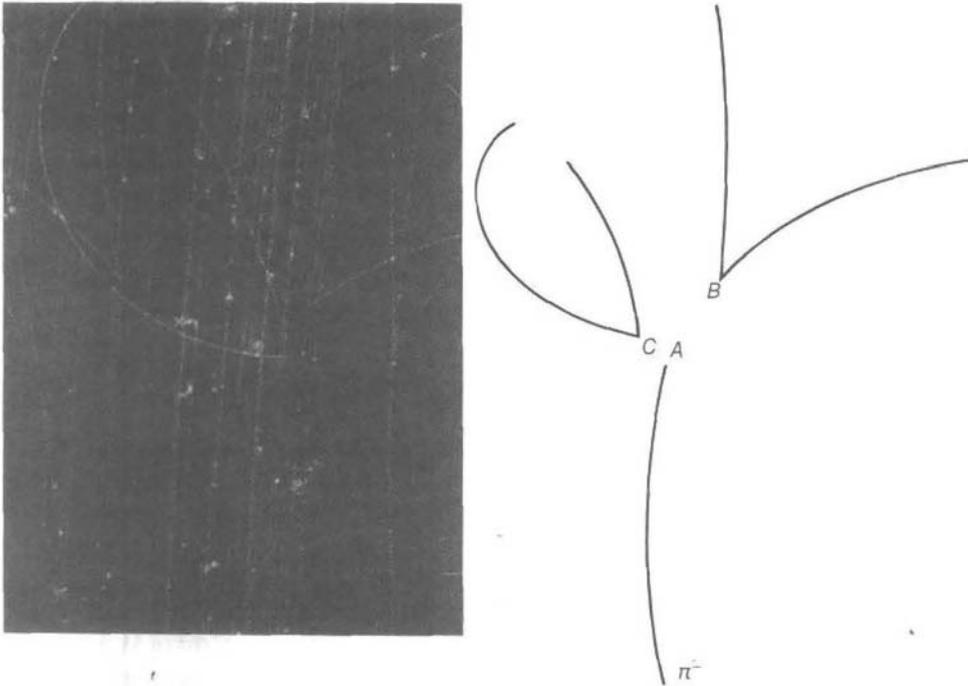
Τα αδρόνια είναι τα ισχυρά αλληλεπιδρώντα σωματίια, που είναι κατασκευασμένα από δύο τύπους συνδυασμών κουάρκ:

$$\begin{aligned} \text{Βαρυόνια} &= QQQ && (\text{τρία κουάρκ}) \\ \text{Μεσόνια} &= Q\bar{Q} && (\text{ζεύγος κουάρκ-αντικουάρκ}) \end{aligned} \quad (1.3)$$

Το γεγονός ότι υπάρχουν μόνο δύο τύποι συνδυασμών κουάρκ εξηγείται επιτυχώς από τη θεωρία των δυνάμεων μεταξύ κουάρκ (κβαντική χρωμοδυναμική). Επειδή τα κουάρκ έχουν ημιακέραιο σπιν, συμπεραίνουμε ότι τα βαρυόνια θα χαρακτηρίζονται από ημιακέραιο σπιν, ενώ τα μεσόνια από ακέραιο σπιν. Για παράδειγμα:

<i>Βαρυόνια</i>	<i>Μεσόνια</i>
$uud = p$ (πρωτόνιο)	$u\bar{d} = \pi^+$ (πιόνιο)
$udd = n$ (νετρόνιο)	$\bar{s}d = K^0$ (καόνιο)
$uds = \Lambda$ (λάμδα υπερόνιο)	$c\bar{c} = \psi$ -μεσόνιο

Όπως αναμένεται από τη συζήτησή μας για τα μποζόνια και τα φερμιόνια, ο κανόνας διατήρησης των κουάρκ απεικονίζεται στη διατήρηση του βαρυονικού αριθμού, ενώ δεν υπάρχει κανόνας διατήρησης για τα μεσόνια. Συνοψίζοντας, σε κάθε βαρυόνιο (αντιβαρυόνιο) αντιστοιχεί ένας βαρυονικός αριθμός $+1$ (-1), και ο ολικός βαρυονικός αριθμός διατηρείται.



ΣΧΗΜΑ 1.3 Ένα παράδειγμα παραγωγής ζευγαριού παράξενων σωματίων στο σημείο A , σύμφωνα με την αντίδραση $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$, από αρνητικό πiónιο ορμής $4 \text{ GeV}/c$, μέσα σε θάλαμο φυσαλίδων υδρογόνου. Το υπερόνιο Λ διασπάται στο B σύμφωνα με την αντίδραση $\Lambda \rightarrow \pi^- + p$, ενώ το μεσόνιο K^0 διασπάται στο C σύμφωνα με την αντίδραση $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. (Προσφορά του CERN.)

Τα μεσόνια είναι σημαντικά επειδή, αν και είναι όλα ασταθή και δεν τα συναντούμε στην κανονική ύλη, η ανακάλυψη δύο μεσονίων στις κοσμικές ακτίνες το 1947, του πιονίου και του καονίου, αποτελεί τη γένεση της σωματιδιακής φυσικής. Στο Σχήμα 1.1 παρουσιάζονται παραδείγματα της ανακάλυψης των φορτισμένων πιονίων μέσω της ασθενούς διάσπασης, $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$, ενώ στο Σχήμα 1.3 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα παραγωγής ενός ζευγαριού παράξενων σωματίων, Λ και K^0 :

	π^-	$+ p$	\rightarrow	K^0	$+ \Lambda$	
Περιγραφή με κουάρκ	$\bar{u}d$			uud	$\bar{s}d$	usd
Παραξενιά	0			0	+1	-1

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.1 Κουάρκ.

Κουάρκ		Αντικουάρκ
$Q/ e = +\frac{2}{3}$	u, c, \dots	$Q/ e = -\frac{2}{3} \bar{u}, \bar{c}, \dots$
$Q/ e = -\frac{1}{3}$	d, s, b	$Q/ e = +\frac{1}{3} \bar{d}, \bar{s}, \bar{b}$
$u = \text{«up»}, \text{άνω}$ $d = \text{«down»}, \text{κάτω}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} I = \frac{1}{2}$	$m_u \simeq m_d \simeq 350 \text{ MeV}/c^2$
$s = \text{«strange»}, \text{παράξενο } (S = -1)$		$m_s \simeq 300 \text{ MeV}/c^2$
$c = \text{«charmed»}, \text{χαριτωμένο } (C = +1)$		$m_c \simeq 1600 \text{ MeV}/c^2$
$b = \text{«bottom»}, \text{πυθμενικό } (B = -1)$		$m_b \simeq 4500 \text{ MeV}/c^2$
$t = \text{«top»}, \text{κορυφαίο } (T = +1)$		$m_t \simeq 180000 \text{ MeV}/c^2$

1.4.2. Λεπτόνια

Τα λεπτόνια φέρουν ακέραια ηλεκτρικά φορτία, 0 ή $\pm |e|$, και είναι γνωστοί τρεις τύποι λεπτονίων (δες Πίνακα 1.2). Τα ουδέτερα λεπτόνια ονομάζονται νετρίνα και έχουν πολύ μικρή ή μηδενική μάζα ηρεμίας. Το ηλεκτρόνιο είναι το πιο γνωστό λεπτόνιο, ενώ το μόνιο είναι ένα ασταθές «βαρύ ηλεκτρόνιο» που παρατηρήθηκε στις κοσμικές ακτίνες τη δεκαετία του 1930, – προϊόν της διάσπασης των πιονίων που παράγονται στην ατμόσφαιρα (δες Σχήμα 1.1). Το τ λεπτόνιο πρωτοπαρατηρήθηκε το 1974 σε πειράματα επιταχυντών. Τα λεπτόνια εμφανίζονται σε δυάδες, όπου το ένα λεπτόνιο είναι νετρίνο το οποίο χαρακτηρίζεται από ένα δείκτη που αναγράφει το φορτισμένο μέλος της δυάδας. Τα φορτισμένα λεπτόνια διακρίνονται από τα αντιλεπτόνια από το πρόσημο του φορτίου τους. Τα νετρίνα έχουν διαμήκη πόλωση με $J_Z = -\frac{1}{2}$ («αριστερόστροφα»), όπου z είναι η διεύθυνση του διανύσματος της ταχύτητας, ενώ τα αντινετρίνα έχουν $J_Z = +\frac{1}{2}$ («δεξιόστροφα»).

Τα φορτισμένα λεπτόνια συμμετέχουν στις ηλεκτρομαγνητικές και ασθενείς αλληλεπιδράσεις, ενώ τα νετρίνα αλληλεπιδρούν με άλλα σωματάρια μόνο με ασθενή αλληλεπίδραση. Τα κουάρκ εκτός από ασθενείς και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις, υπόκεινται και σε ισχυρές (συγκεκριμένα κουάρκ-κουάρκ) αλληλεπιδράσεις. Ενώ οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις έχουν ως αποτέλεσμα σύνθετα συστήματα από κουάρκ (αδρόνια), μόνο χαλαρά δέσμοι και ασταθείς συνδυασμοί φορτισμένων λεπτονίων πραγματοποιούνται (για παράδειγμα το positronium e^+e^- , που συγκρατείται από αλληλεπιδράσεις Coulomb).

Οι νόμοι διατήρησης για φερμιόνια εφαρμόζονται βέβαια και για τα κουάρκ και για τα λεπτόνια. Συγκεκριμένα, οι λεπτονικοί αριθμοί L_e, L_μ, L_τ παίρνουν την τιμή $+1$ για τον αντίστοιχο τύπο λεπτονίου και -1 για το αντίστοιχο αντιλεπτόνιο. Παραδείγματα διατήρησης των λεπτονικών αριθμών είναι:

παραγωγή ζεύγους ηλεκτρονίων από φωτόνιο (Σχήμα 1.2),

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

$$L_e \quad 0 \quad -1 \quad +1$$

διάσπαση πιονίου,

$$\pi^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-$$

$$L_\mu \quad 0 \quad -1 \quad +1$$

διάσπαση μιονίου,

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

$$L_\mu \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad -1$$

$$L_e \quad 0 \quad -1 \quad +1 \quad 0$$

(1.4)

ενώ η διάσπαση

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma$$

$$L_\mu \quad -1 \quad 0 \quad 0$$

$$L_e \quad 0 \quad -1 \quad 0$$

απαγορεύεται από τη διατήρηση του λεπτονικού αριθμού. Το ποσοστό του ρυθμού διάσπασης του μιονίου μέσω του παραπάνω καναλιού είναι πειραματικά ελεγμένο με ακρίβεια καλύτερη από 10^{-9} .

Ενώ σε όλες τις αλληλεπιδράσεις ο ολικός αριθμός των κουάρκ διατηρείται, ο αριθμός των κουάρκ συγκεκριμένης γεύσης διατηρείται απόλυτα μόνο στις ισχυρές και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις (ισοδύναμο με τη διατήρηση του Ξ_3 , της παραξενιάς και παρόμοιων κβαντικών αριθμών). Σε ασθενείς αλληλεπιδράσεις, η γεύση των κουάρκ μπορεί και να μεταβάλλεται ($\Delta S=1, \Delta C=1$, κ.λπ.).

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.2 Λεπτόνια.

Ε̅αδούιέα	Ήλετρονία
$Q/ e =-1 \quad e^- \quad \bar{\nu}_e \quad \bar{\nu}_\mu \quad \bar{\nu}_\tau$	$Q/ e =+1 \quad e^+ \quad \nu_e \quad \nu_\mu \quad \nu_\tau$
$Q/ e =0 \quad \bar{\nu}_e \quad \bar{\nu}_\mu \quad \bar{\nu}_\tau$	$Q/ e =0 \quad \nu_e \quad \nu_\mu \quad \nu_\tau$
$m_e = 0.511 \text{ MeV}/c^2$ $m_\mu = 105.66 \text{ MeV}/c^2$ $m_\tau = 1777.0 \text{ MeV}/c^2$	

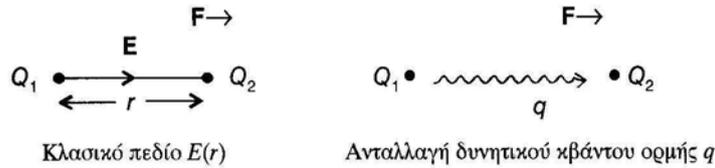
1.5. Αλληλεπιδράσεις και Πεδία στη Σωματιδιακή Φυσική

1.5.1. Κλασική και κβαντική εικόνα

Κλασικά, η αλληλεπίδραση από μια απόσταση περιγράφεται με βάση το δυναμικό ή το πεδίο του ενός σώματος, το οποίο επιδρά στο άλλο σώμα. Στην κβαντική θεωρία, η αλληλεπίδραση περιγράφεται με βάση την ανταλλαγή κβάντων (μποζονίων), συγκεκριμένων για κάθε τύπο αλληλεπίδρασης. Επειδή τα κβάντα μεταφέρουν ενέργεια και ορμή, οι νόμοι διατήρησης ισχύουν μόνο αν η διαδικασία πραγματοποιείται μέσα σε χρονικό διάστημα που καθορίζεται από την Αρχή της Αβεβαιότητας, δηλαδή $\Delta E \cdot \Delta t \leq \hbar$. Αυτά τα πρόσκαιρα κβάντα τα ονομάζουμε *δυναμικά* (virtual).

Το ότι οι δύο αυτές περιγραφές είναι ισοδύναμες σε μακροσκοπικό επίπεδο μπορεί να γίνει κατανοητό θεωρώντας το ηλεκτροστατικό πεδίο μεταξύ δύο σημειακών φορτίων, Q_1 και Q_2 . Στην κλασική περίπτωση, η δύναμη \mathbf{F} που ασκείται στο Q_2 οφείλεται στο πεδίο $\mathbf{E}(r)$ λόγω του Q_1 : $\mathbf{F} = \mathbf{E}(r) Q_2 = \hat{\mathbf{r}} Q_1 Q_2 / r^2$. Κβαντομηχανικά, η δύναμη μεταξύ των δύο φορτίων οφείλεται στην ανταλλαγή δυναμικών φωτονίων ορμής q , όπου q είναι η μεταβολή της ορμής του φορτίου όταν εκπέμπει ή απορροφά το φωτόνιο που προκαλεί την δύναμη. Η αρχή της αβεβαιότητας συσχετίζει την αβεβαιότητα στη θέση του φωτονίου με την ορμή του:

$$qr \simeq \hbar.$$



Για κάθε φωτόνιο που ανταλλάσσεται έχουμε μεταφορά ορμής q μέσα σε χρόνο $t=r/c$ ή δύναμη $dq/dt = hc/r^2$. Ο αριθμός των φωτονίων που εκπέμπονται και απορροφούνται από κάθε φορτίο θεωρούμε ότι είναι ανάλογος του γινομένου των φορτίων, οπότε καταλήγουμε στο νόμο του Coulomb $F=Q_1 Q_2/r^2$, όπως και στην κλασική περίπτωση. Η κβαντική θεώρηση της συνεχούς εκπομπής και απορρόφησης δυναμικών φωτονίων από τη φορτισμένη πηγή δεν είναι περισσότερο ή λιγότερο πλασματική από την κλασική θεώρηση του πεδίου, που περιβάλλει το φορτίο. Ούτε το πεδίο ούτε τα δυναμικά κβάντα είναι άμεσα παρατηρήσιμα. Η μετρήσιμη ποσότητα είναι η δύναμη. Επειδή όμως παρατηρήθηκε ότι η διάδοση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων γίνεται πράγματι με τη μορφή ελεύθερων φωτονίων, η κβαντική περιγραφή

της ανταλλαγής δυνητικών φωτονίων στη στατική περίπτωση είναι κατάλληλη για τη μελέτη των αλληλεπιδράσεων σε μικροσκοπική κλίμακα.

1.5.2. Η θεωρία Yukawa

Η εμβέλεια των στατικών αλληλεπιδράσεων εξαρτάται από τη μάζα του ελεύθερου κβάντου του πεδίου. Στο συμπέρασμα αυτό, κατέληξε ο Yukawa το 1935, προσπαθώντας να περιγράψει τη μικρής εμβέλειας δύναμη μεταξύ νετρονίων και πρωτονίων που βρίσκονται στον πυρήνα των ατόμων. Υποθέτοντας ότι το κβάντο που ανταλλάσσεται έχει μάζα m , η αρχή της αβεβαιότητας το υποχρεώνει να υπάρχει για χρονικό διάστημα $\Delta t \leq \hbar/mc^2$, μέσα στο οποίο η μέγιστη απόσταση που μπορεί να διανύσει είναι $R \simeq c \Delta t \leq \hbar/mc$. Η εμβέλεια του πεδίου δίνεται λοιπόν από το μήκος κύματος Compton του αντίστοιχου κβάντου. Με τη βοήθεια της σχετικιστικής σχέσης μεταξύ της ολικής ενέργειας E και της ορμής p ενός ελεύθερου σωματίου μάζας m ,

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (1.5)$$

μπορούμε να δώσουμε μια πιο ποσοτική μορφή στο παραπάνω συμπέρασμα.

Η διαφορική εξίσωση που περιγράφει την κυματοσυνάρτηση ψ ενός ελεύθερου σωματίου κατασκευάζεται αντικαθιστώντας στη σχέση (1.5) τους κβαντομηχανικούς τελεστές:

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad \hat{p} = -i\hbar \nabla = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}},$$

οπότε καταλήγουμε στην εξίσωση Klein-Gordon:

$$\nabla^2 \psi - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0, \quad (1.6)$$

που περιγράφει τη διάδοση στο κενό σωματίου μάζας m χωρίς σπιν. Αν θέσουμε $m=0$, η εξίσωση (1.6) μετασχηματίζεται στη γνωστή κυματική εξίσωση, που περιγράφει τη διάδοση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος, όπου το ψ μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι είτε το δυναμικό ενός σημείου στο χώρο και το χρόνο είτε το πλάτος του κύματος του αντίστοιχου ελεύθερου άμαζου φωτονίου. Στην περίπτωσή μας δεν ενδιαφέρει η διάδοση του κύματος, αλλά το στατικό δυναμικό. Αν αγνοήσουμε το χρονοεξαρτώμενο όρο της (1.6), καταλήγουμε στη σφαιρικά συμμετρική εξίσωση για το στατικό δυναμικό U :

$$\nabla^2 U(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} U(r)$$

για τιμές του $r > 0$, όταν έχουμε σημειακή πηγή στην αρχή των αξόνων $r=0$. Ολοκλη-

ρώνοντας καταλήγουμε στη σχέση:

$$U(r) = \frac{g}{4\pi r} e^{-r/R}, \quad (1.7)$$

όπου

$$R = \frac{\hbar}{mc}. \quad (1.8)$$

Η ποσότητα g προέκυψε ως σταθερά της ολοκλήρωσης και ταυτίζεται με την ισχύ της σημειακής πηγής. Η ανάλογη εξίσωση στον ηλεκτρομαγνητισμό για $r > 0$ είναι $\nabla^2 U(r) = 0$ με λύση $U = Q/4\pi r$, όπου Q είναι το φορτίο στην αρχή των αξόνων. Το g δηλαδή της θεωρίας του Yukawa παίζει τον ίδιο ρόλο με το φορτίο στην ηλεκτροστατική και μετρά το «ισχυρό πυρηνικό φορτίο».

Οι πυρηνικές δυνάμεις χαρακτηρίζονται από εμβέλεια $R \approx 10^{-15} m$. Επομένως, η υπόθεση του Yukawa προέβλεψε την ύπαρξη ενός κβάντου, χωρίς σπιν και μάζα $mc^2 = \hbar c/R \approx 100 \text{ MeV}$. Το πιόνιο που ανακαλύφτηκε το 1947 έχει μάζα $\approx 140 \text{ MeV}$, σπιν 0, αλληλεπιδρά ισχυρά με τους πυρήνες και θεωρήθηκε, κάπως υπεραπλουστευμένα τότε, το κβάντο της πυρηνικής δύναμης.

1.5.3. Ο Μποζονικός Διαδότης

Ας θεωρήσουμε ένα σωματίο που σκεδάζεται από κάποιο δυναμικό, την επίδραση του οποίου μπορούμε να παρατηρήσουμε μέσω της γωνιακής απόκλισης του σωματίου ή ισοδύναμα από τη μεταφορά ορμής \mathbf{q} . Για τη σκέδαση σωματίου στο δυναμικό $U(\mathbf{r})$ αντιστοιχεί ένα πλάτος $f(\mathbf{q})$, το οποίο είναι απλά ο μετασχηματισμός Fourier του δυναμικού (όπως και στην κλασική οπτική, η γωνιακή κατανομή του φωτός που περιθλάται από ένα εμπόδιο είναι ο μετασχηματισμός Fourier του εμποδίου). Δηλαδή*,

$$f(\mathbf{q}) = g_0 \int U(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} dV, \quad (1.9)$$

όπου g_0 είναι η ισχύς σύζευξης του σωματίου με το δυναμικό. Για κεντρικό δυναμικό, $U(\mathbf{r}) = U(r)$, η ολοκλήρωση πραγματοποιείται εύκολα, θέτοντας

$$\begin{aligned} \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} &= qr \cos\theta \\ dV &= r^2 d\varphi \sin\theta d\theta dr, \end{aligned}$$

όπου θ και φ είναι αντίστοιχα η πολική και αζιμουθιακή γωνία. Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (1.7) και (1.8) και θέτοντας για συντομία τις μονάδες $\hbar = c = 1$,**

* Δες §6.2 για την απόδειξη της σχέσης.

** Δες §1.11 για συζήτηση των μονάδων.

$$\begin{aligned}
 f(\mathbf{q}) &= 4\pi g_0 \int_0^\infty U(r) \frac{\sin qr}{qr} r^2 dr \\
 &= g_0 g \int_0^\infty e^{-mr} \frac{e^{iqr} - e^{-iqr}}{2iq} dr
 \end{aligned}$$

καταλήγουμε στη σχέση:

$$f(\mathbf{q}) = \frac{g_0 g}{|\mathbf{q}^2 + m^2}. \quad (1.10)$$

Η εξίσωση αυτή περιγράφει, στο χώρο των ορμών, το νόμο της δύναμης (1.7) για τον πραγματικό χώρο. Οι δύο περιγραφές είναι ισοδύναμες.

Εξετάσαμε λοιπόν τη σκέδαση σωματίου σύζευξης g_0 από στατικό δυναμικό U , που προκαλείται από μια πηγή με ισχύ g . Το προσπίπτον σωματίο σκεδάστηκε χωρίς να χάσει ενέργεια. Σε μια πραγματική σκέδαση όμως, μεταξύ δύο σωματίων μεταφέρεται ενέργεια E και ορμή q . Καταλήγουμε λοιπόν ότι η σχέση (1.10) ακόμη ισχύει, εφόσον θεωρήσουμε ότι το q είναι μεταφορά τετραορμής $q = (\mathbf{q}, iE)$, όπου $q^2 = \mathbf{q}^2 - E^2$, σε μονάδες $\hbar = c = 1$ (δες Παράρτημα Α για συζήτηση πάνω στα τετραδιανύσματα).

Συνοψίζοντας, το πλάτος σκέδασης που οφείλεται σε ανταλλαγή ενός μποζονίου είναι το γινόμενο των παραγόντων κορυφής g_0 και g , οι οποίοι περιγράφουν τη σύζευξη του μποζονίου με το σκεδαζόμενο και σκεδάζον σωματίο αντίστοιχα, με τον όρο του διαδότη $(q^2 + m^2)^{-1}$:

$$f(q^2) = \frac{g_0 g}{q^2 + m^2}. \quad (1.11)$$

Η ενεργός διατομή της σκέδασης είναι το γινόμενο του $|f|^2$ με ένα παράγοντα του φασικού χώρου διαιρεμένο με την προσπίπτουσα ροή, όπως περιγράφεται στο Κεφάλαιο 4 και στο Παράρτημα Ε. Αργότερα θα εισάγουμε και άλλους αναγκαίους παράγοντες, που σχετίζονται με το σπιν του σωματίου. Η (1.11) όμως είναι η βασική σχέση που περιγράφει την αλληλεπίδραση δύο σωματίων μέσω ανταλλαγής μποζονίου και θα τη χρησιμοποιούμε συνέχεια σε όλη την έκταση του βιβλίου.

Για παράδειγμα, στη σκέδαση δύο φορτισμένων σωματίων, ο διαδότης του φωτονίου ($m=0$) εισάγει στην ενεργό διατομή την εξάρτηση $1/q^4$, που είναι η βάση για τον τύπο της σκέδασης Rutherford. Η αναπαράσταση της αλληλεπίδρασης των σωματίων με κβαντικά πεδία είναι εφικτή με τη βοήθεια των διαγραμμμάτων Feynman, για τα οποία υπάρχουν τυποποιημένοι κανόνες εύρεσης της σύζευξης για κάθε κορυφή, διαδότη, κ.λπ., με στόχο τον υπολογισμό των στοιχείων πίνακα. Στο βιβλίο

όμως αυτό, τα διαγράμματα Feynman θα χρησιμοποιηθούν αποκλειστικά για τη σχηματική απεικόνιση των αλληλεπιδράσεων μέσω ανταλλαγής κβάντου.

1.6. ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΕΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ

Η σταθερά σύζευξης που προσδιορίζει την ισχύ της αλληλεπίδρασης μεταξύ φορτισμένων σωματιών και φωτονίων είναι η αδιάστατη σταθερά λεπτής υφής:

$$a = \frac{e^2}{4\pi\hbar c} = \frac{1}{137.03599}, \quad (1.12)$$

η οποία ονομάζεται έτσι, επειδή καθορίζει το μέγεθος της λεπτής υφής (διαχωρισμός λόγω σύζευξης σπιν-τροχιάς) στα ατομικά φάσματα. Η ποσότητα a εισάγεται στο στοιχείο πίνακα για την διαδικασία που μελετάμε, το τετράγωνο του οποίου δίνει την πιθανότητα αποσύνθεσης ή την ενεργό διατομή.

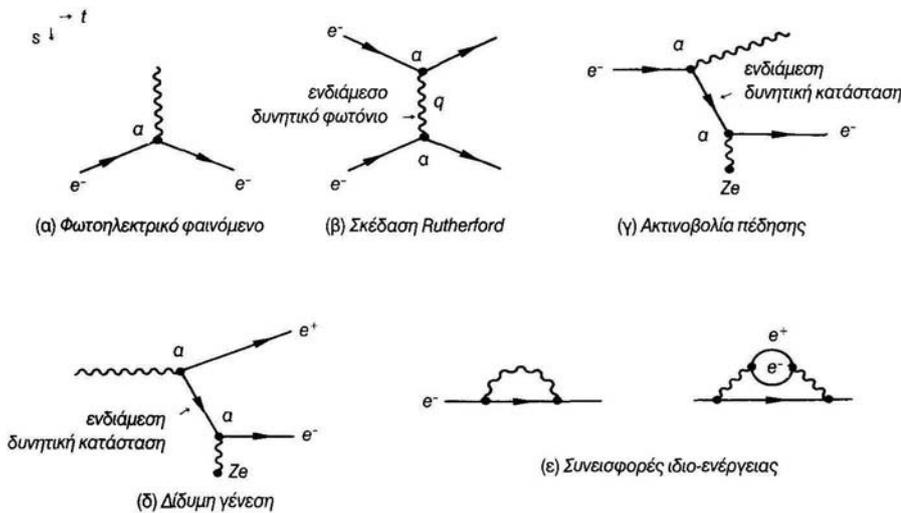
Στο Σχήμα 1.4 παρουσιάζονται διαγράμματα που αναπαριστούν διάφορες ηλεκτρομαγνητικές διαδικασίες. Ο χρόνος t εξελίσσεται οριζόντια, ενώ ο χώρος s κατακόρυφα. Τα βέλη δείχνουν τη φορά κίνησης των σωματιών, που πλησιάζουν ή απομακρύνονται από τις κορυφές. Τα εισερχόμενα ηλεκτρόνια (ορμής \mathbf{p}) μπορούν πάντα να αντικατασταθούν από τα εξερχόμενα αντισωματίά τους (ποζιτρόνια) με ορμή $-\mathbf{p}$, χωρίς καμιά αλλαγή στο στοιχείο πίνακα.

Η απλούστερη διαδικασία, αυτή της απορρόφησης ή εκπομπής ενός φωτονίου από ένα ηλεκτρόνιο, παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.4(α). Η διαδικασία αυτή μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο για ηλεκτρόνιο, δέσμο σε άτομο, έτσι ώστε να διατηρείται η ορμή. Το φωτόνιο συζεύγνυται με το ηλεκτρόνιο με πλάτος \sqrt{a} (ή e , σε μονάδες $\hbar=c=1$), οπότε η ενεργός διατομή του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, που αντιστοιχεί στο τετράγωνο του στοιχείου πίνακα, είναι ανάλογη του a (ή e^2). Επειδή το a είναι υψωμένο στην πρώτη δύναμη, η διαδικασία αυτή ονομάζεται πρώτης τάξης.

Στο Σχήμα 1.4 (β) παρουσιάζεται η δεύτερης τάξης διαδικασία της σκέδασης Coulomb δύο ηλεκτρονίων, μέσω της ανταλλαγής ενός δυνητικού φωτονίου ορμής q το οποίο συζεύγνυται με τα ηλεκτρόνια στις δύο κορυφές. Το δυνητικό φωτόνιο εισάγει στο στοιχείο πίνακα τον λεγόμενο όρο του διαδότη $1/q^2$ [δες Εξίσωση (1.11)], ο οποίος είναι ανάλογος με το $\sqrt{a}\sqrt{a}/q^2$. Η ενεργός διατομή της σκέδασης είναι $da/dq^2 \propto a^2/q^4$ (ο τύπος της σκέδασης Rutherford).

Το Σχήμα 1.4(γ) παρουσιάζει την εκπομπή ενός πραγματικού φωτονίου από ένα ηλεκτρόνιο που έχει επιταχυνθεί από το ηλεκτρικό πεδίο ενός πυρήνα με φορτίο Ze (η διαδικασία παραγωγής ακτινοβολίας πέδησης). Για να διατηρηθεί η ορμή, πρέπει να πραγματοποιηθεί ανταλλαγή ενός δυνητικού φωτονίου, οπότε η ενεργός διατο-

μή είναι της τάξης του α^3 και ανάλογη με το $Z^2\alpha^3$. Σημειώστε ότι συμπεριλάβαμε και μια ενδιάμεση κατάσταση δυνητικού ηλεκτρονίου, αφού ένα ηλεκτρόνιο δεν είναι δυνατό να εκπέμπει πραγματικό φωτόνιο και να διατηρείται η ενέργεια και η ορμή χωρίς να ελαττώνεται η μάζα ηρεμίας του (το ηλεκτρόνιο τότε βρίσκεται «εκτός μαζικού φλοιού» - «off mass shell»).



ΣΧΗΜΑ 1.4 Διαγράμματα Feynman για μερικές ηλεκτρομαγνητικές διαδικασίες.

Στο τελευταίο Σχήμα 1.4(δ), παρουσιάζεται η διαδικασία δημιουργίας ζεύγους e^+e^- από φωτόνιο στο πεδίο ενός πυρήνα, η οποία είναι επίσης της τάξης α^2 . Τα διαγράμματα (γ) και (δ) σχετίζονται, αφού το τελευταίο μπορεί να προέλθει από το πρώτο με αντικατάσταση της γραμμής του εισερχόμενου ηλεκτρονίου από τη γραμμή του εξερχόμενου ποζιτρονίου.

Η θεωρία πεδίου, που ασχολείται με τον υπολογισμό των ενεργών διατομών για τέτοιες ηλεκτρομαγνητικές διαδικασίες, ονομάζεται κβαντική ηλεκτροδυναμική (ΚΗΔ ή QED). Μια πολύ σπουδαία ιδιότητα της κβαντικής ηλεκτροδυναμικής είναι το γεγονός ότι είναι επανακανονικοποιήσιμη. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.4(ε), είναι δυνατόν το ηλεκτρόνιο να εκπέμπει και να απορροφήσει ξανά δυνητικά φωτόνια (ή ζεύγη), με αποτέλεσμα τέτοιοι όροι «ιδιο-ενέργειας» να συνεισφέρουν στη μάζα (και το φορτίο) του ηλεκτρονίου. Πράγματι, τα αντίστοιχα ολοκληρώματα αποκλίνουν και τα θεωρητικά υπολογισμένα, «γυμνή» μάζα m_0 και φορτίο e_0 απειρίζονται. Αποκλίνοντες όροι αυτού του τύπου εμφανίζονται σε όλους τους υπολογισμούς στην κβαντική ηλεκτροδυναμική, όπως για παράδειγμα στις διαδικασίες των

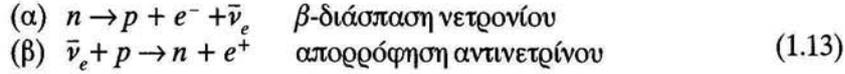
Σχημάτων 1.4(α)-(δ). Βρέθηκε όμως ότι είναι δυνατό να απορρίψουμε όλους τους απειρισμούς στη μάζα m_0 ή το φορτίο e_0 και να θέσουμε ως μάζα και φορτίο τις φυσικές τιμές m , e (που καθορίζονται πειραματικά). Η διαδικασία αυτή λέγεται επανακανονικοποίηση. Οι υπολογισμοί της κβαντικής ηλεκτροδυναμικής, αν εκφραστούν ως προς τις φυσικές ποσότητες e και m , δίνουν πάντα πεπερασμένες τιμές (και εξαιρετικά ακριβείς) για τις ενεργές διατομές, τους ρυθμούς διάσπασης και άλλα πειραματικά μετρήσιμα μεγέθη.

Μια άλλη ζωτική ιδιότητα των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων είναι το αναλλοίωτο βαθμίδας. Για παράδειγμα στην ηλεκτροστατική, η ενέργεια αλληλεπίδρασης, η οποία μπορεί να μετρηθεί πειραματικά, εξαρτάται μόνο από τις μεταβολές του στατικού δυναμικού και όχι από τις απόλυτες τιμές του, οπότε παραμένει αναλλοίωτη κάτω από αυθαίρετες αλλαγές στην κλίμακα του δυναμικού ή βαθμίδα. Παρόμοια στην κβαντομηχανική, η φάση του φερμιονικού πεδίου (π.χ. η κυματοσυνάρτηση ενός ηλεκτρονίου) είναι αυθαίρετη, οπότε κάποιος μπορεί να διαλέξει όπως θέλει τις φάσεις όλων των φερμιονικών πεδίων σε όλα τα σημεία στο χωρόχρονο, χωρίς καμιά αλλαγή στη φυσική. Αυτό το τοπικό αναλλοίωτο βαθμίδας έχει ως αποτέλεσμα (είναι ισοδύναμο με την ύπαρξη) διατηρήσιμα ρεύματα και τη διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου.

Αναφέραμε την επανακανονικοποίηση και το αναλλοίωτο βαθμίδας, επειδή είναι στενά συνδεδεμένα. Πολλές σωματιδιακές θεωρίες στο παρελθόν, δεν είχαν τις ιδιότητες αυτές, οπότε συναντούσαν ανυπέροβλητες δυσκολίες. Η καταπληκτική επιτυχία της QED, με την οποία επιτυγχάνουμε ακριβείς υπολογισμούς για όλες τις ηλεκτρομαγνητικές διαδικασίες οποιασδήποτε τάξης του α , είναι τέτοια, ώστε σήμερα είναι γενικά αποδεκτό ότι όλες οι θεωρίες των θεμελιωδών πεδίων πρέπει να είναι επανακανονικοποιήσιμες θεωρίες βαθμίδας.

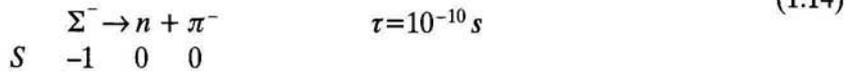
1.7. ΑΣΘΕΝΕΙΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ

Στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις συμμετέχουν τόσο τα κουάρκ όσο και τα λεπτόνια. Σε αναλογία με τον ηλεκτρομαγνητισμό, λέμε ότι φέρουν «ασθενές φορτίο». Η αλληλεπίδραση αυτή είναι τόσο ασθενική, ώστε συνήθως επισκιάζεται από τις πολύ ισχυρότερες ηλεκτρομαγνητικές και ισχυρές αλληλεπιδράσεις και παρατηρείται όταν οι αλληλεπιδράσεις αυτές δεν ενεργούν εξαιτίας κάποιων νόμων διατήρησης. Άρα οι παρατηρήσιμες ασθενείς αλληλεπιδράσεις περιλαμβάνουν είτε νετρίνα (τα οποία δεν έχουν ούτε ηλεκτρικό ούτε ισχυρό φορτίο) είτε κουάρκ με μεταβολή γεύσεων ($\Delta S=1$, $\Delta C=1$, κ.λπ., που απαγορεύονται στις ισχυρές και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις). Ακολουθούν δύο παραδείγματα ασθενών αλληλεπιδράσεων, που περιλαμβάνουν νετρίνα:

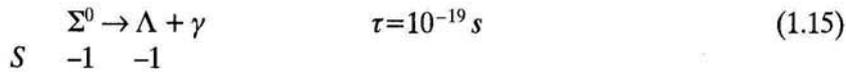


Σημειώστε ότι οποιαδήποτε άλλη διάσπαση του νετρονίου απαγορεύεται από το νόμο διατήρησης βαρυνικού αριθμού, ενώ η διατήρηση του λεπτονικού αριθμού απαιτεί την ταυτόχρονη παρουσία ενός ουδέτερου (ν_e) και ενός φορτισμένου (e) λεπτονίου.

Ένα άλλο παράδειγμα ασθενούς αλληλεπίδρασης είναι η καθαρά αδρονική διάσπαση του υπερονίου σίγμα:



η οποία περιλαμβάνει το μετασχηματισμό παράξενου κουάρκ ($S=-1$) σε μη παράξeno ($S=0$). Η αντίδραση αυτή μπορεί να συγκριθεί με την ηλεκτρομαγνητική διάσπαση του Σ^0 (του ουδέτερου υπερονίου σίγμα):



Αν και η γεύση των κουάρκ διατηρείται, η διάσπαση αυτή είναι καθαρά ηλεκτρομαγνητική, επειδή ένα μέλος μιας τριάδας βαρυνίων ($\Sigma^{0,\pm}$) μετασχηματίζεται σε απλό βαρυνίο (Λ), γεγονός που απαγορεύεται στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις (εξαιτίας της διατήρησης του ισοσπίν, δες Κεφάλαιο 4). Ο λόγος των χρόνων ζωής στις αντιδράσεις (1.14) και (1.15) μας φανερώνει ότι στην περίπτωση αυτή, η ηλεκτρομαγνητική σύζευξη είναι $(10^{-10}/10^{-19})^{1/2} \approx 10^5$ φορές μεγαλύτερη της ασθενούς σύζευξης.

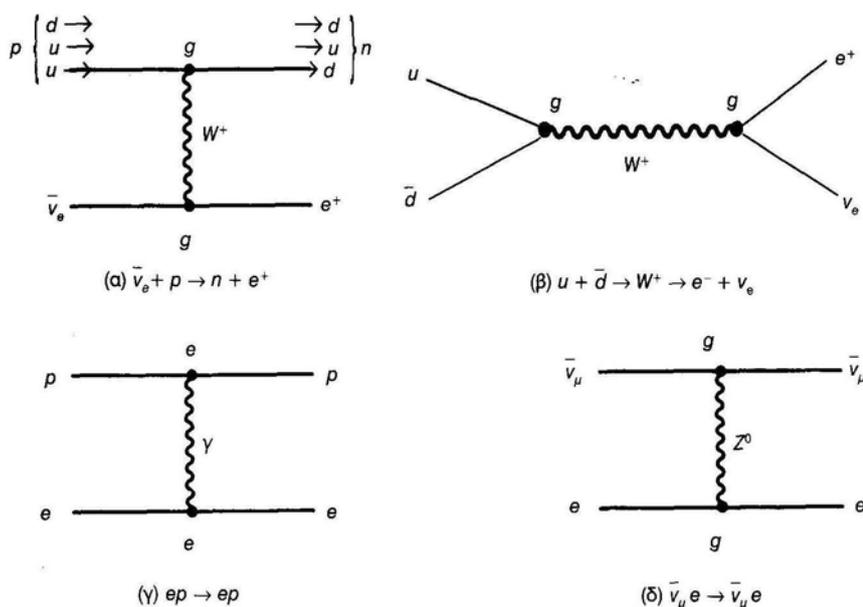
Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.5, στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις μεσολαβούν τα βαριά μποζόνια W^\pm και Z^0 , σε αναλογία με την ανταλλαγή φωτονίων που πραγματοποιείται στις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις. Οι μάζες των W^\pm και Z^0 είναι αντίστοιχα 80 GeV και 91 GeV. Ανταλλαγή του W^\pm οδηγεί στη μεταβολή των φορτίων του λεπτονίου και αδρονίου που συμμετέχουν στην αντίδραση [όπως στην (1.13)], οπότε έχουμε αντίδραση «φορτισμένου-ρεύματος», ενώ ανταλλαγή του Z^0 δεν συνοδεύεται από μεταβολή φορτίου και η αντίστοιχη αντίδραση λέγεται «ουδέτερου-ρεύματος». Στο Σχήμα 1.6 παρουσιάζεται το πρώτο πειραματικό παράδειγμα αντίδρασης ουδέτερου-ρεύματος, η ελαστική σκέδαση $\bar{\nu}_\mu e^-$, ενώ στο Σχήμα 1.7 παρουσιάζεται η πρώτη μαρτυρία παραγωγής και διάσπασης του W , $W^+ \rightarrow e^+ \nu_e$, από σύγκρουση $p \bar{p}$ υψηλών ενεργειών. Υπεραπλοποιώντας την αναπαράσταση της διαδικασίας, μπορούμε να αντικαταστήσουμε τις συζεύξεις των W και Z με τα κουάρκ και τα λεπτόνια με ένα μόνο αριθμό, g , οπότε από τη σχέση (1.11) λαμβάνουμε:

$$f(q^2) = \frac{g^2}{q^2 + M_{W,Z}^2} \quad (1.16)$$

σε αντιπαράβολή με το e^2/q^2 που θα είχαμε για την ηλεκτρομαγνητική σκέδαση του Σχήματος 1.5(γ). Για $q^2 \ll M_{W,Z}^2$, το πλάτος (1.16) είναι ανεξάρτητο του q^2 , που σημαίνει ότι η αντίστοιχη ασθενής αλληλεπίδραση είναι σημειακή. Ο Fermi για να περιγράψει τη β-διάσπαση το 1935, θεώρησε μια τέτοια αλληλεπίδραση επαφής, ισχύος G , μεταξύ τεσσάρων φερμιονίων. Πράγματι, όταν $q^2 \rightarrow 0$,

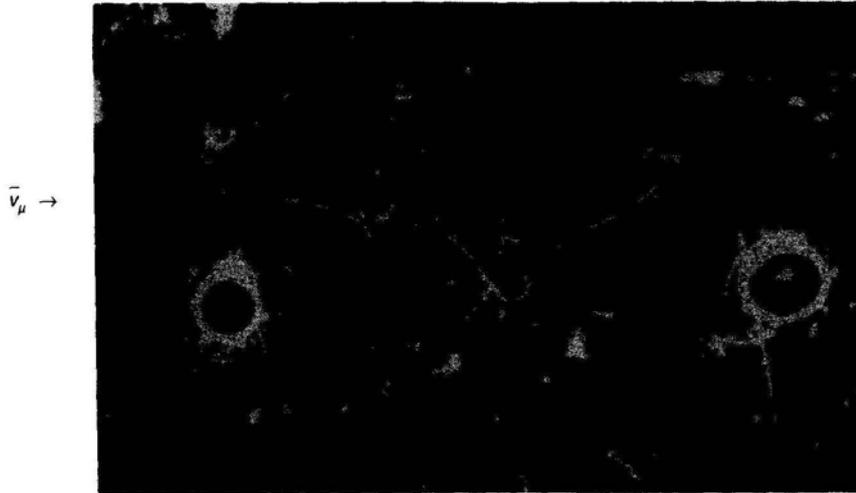
$$G \equiv \frac{g^2}{M_W^2} \simeq 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}, \quad (1.17)$$

όπου η τιμή προέρχεται από μετρήσεις ρυθμών β-διάσπασης.

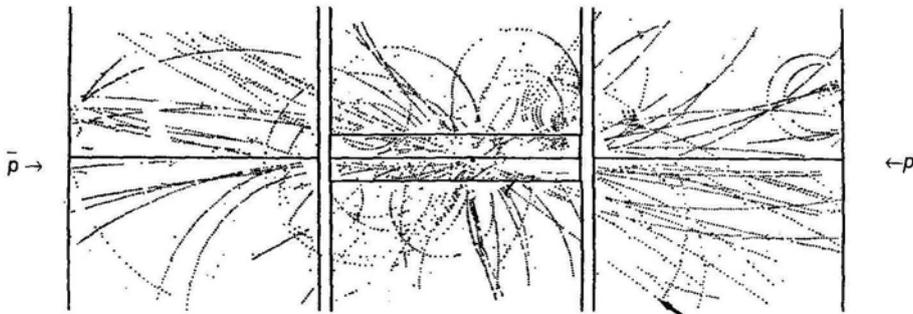


ΣΧΗΜΑ 1.5 Στα διαγράμματα (α) και (β) παρουσιάζονται φορτισμένου-ρεύματος ασθενείς αλληλεπιδράσεις, στο (γ) ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση και στο (δ) ουδέτερου-ρεύματος ασθενής αλληλεπίδραση. Τα διαγράμματα (β) και (δ) αντιστοιχούν στις παρατηρούμενες αντιδράσεις των Σχημάτων 1.7 και 1.6.

Στην *ηλεκτρασθενή θεωρία* (1967/8) των Glashow, Salam και Weinberg προτάθηκε η *ισότητα της σταθεράς σύζευξης* g των W^\pm και Z^0 με τα λεπτόνια και τα κουάρκ, με την αντίστοιχη σταθερά των φωτονίων, δηλαδή $g=e$, γεγονός που αντιστοιχούσε στην ενοποίηση της ασθενούς αλληλεπίδρασης με την ηλεκτρομαγνητική (αγνοώντας κάποιους αριθμητικούς συντελεστές και γωνίες ανάμιξης, που θα συζητηθούν στο Κεφάλαιο 9). Από τις μετροημένες τιμές του G στην (1.17) και την (1.12) αναμενόταν ότι:



ΣΧΗΜΑ 1.6 Το πρώτο παράδειγμα της ουδέτερου-ρεύματος ασθενούς αλληλεπίδρασης $\bar{\nu}_\mu + e \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e$ που παρατηρήθηκε στον ακτινοβολημένο με δέσμη $\bar{\nu}_\mu$ βαρέος-υγρού θάλαμο φυσαλίδων Gargamelle στο CERN (Hasert et al., 1973). Ένα ηλεκτρόνιο ενέργειας 400 MeV εκτοξεύεται σε μικρή γωνία ($1.5 \pm 1.5^\circ$) ως προς τη δέσμη και ταυτοποιείται από την πέδηση και την δίδυμη γένεση κατά μήκος της τροχιάς (δες Κεφάλαιο 2). Για κάθε παλμό από τον επιταχυντή διασχίζουν το θάλαμο $10^9 \bar{\nu}_\mu$ και παρατηρήθηκαν τρία τέτοια γεγονότα από 1.4 εκατομμύρια φωτογραφίες. (Προσφορά του CERN.)



ΣΧΗΜΑ 1.7 Ένα από τα πρώτα γεγονότα παραγωγής και διάσπασης μποζονίου W , $W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$. Προέρχεται από την κρούση ενός πρωτονίου 270 GeV (από δεξιά) με ένα αντιπρωτόνιο 270 GeV (από αριστερά) στον δακτύλιο SPS στο CERN (Arnison et al., 1983). Ανάμεσα στις 66 τροχιές που παρατηρήθηκαν στην περιοχή εκτός της δέσμης, υπήρχε και ένα ποζιτρόνιο μεγάλης ενέργειας (βέλος) που ταυτοποιήθηκε στο καλορίμετρο. Η ενέργεια του ποζιτρονίου ήταν 42 GeV και η κάθετη στη δέσμη συνιστώσα της ορμής του ήταν 26 GeV/c. Το έλλειμμα της εγκάρσιας ορμής σε όλο το γεγονός είναι 24 GeV/c, σε συμφωνία με ένα νεutrino που προέρχεται από τη διάσπαση $W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$. (Προσφορά του CERN.)

$$M_{W,Z} \approx \frac{e}{\sqrt{G}} \approx \sqrt{\frac{4\pi\alpha}{G}} \approx 90 \text{ GeV}, \quad (1.18)$$

σε συμφωνία με τις τιμές που μετρήθηκαν κατά την ανακάλυψη των σωματίων W και Z^0 το 1983.

Ενώ η ομοτιμία, δηλαδή η συμμετρία κάτω από χωρικές αναστροφές, διατηρείται στις ηλεκτρομαγνητικές και ισχυρές αλληλεπιδράσεις, δεν διατηρείται στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Για παράδειγμα, το σπιν των νετρίνων είναι πάντα πολωμένο αριστερόστροφα, ενώ των αντινετρίνων δεξιόστροφα.

1.8. ΙΣΧΥΡΕΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΚΟΥΑΡΚ

Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις πραγματοποιούνται μεταξύ των κουάρκ, των συστατικών των αδρονίων. Το μέγεθος της σύζευξης μπορεί να εκτιμηθεί από την πιθανότητα διάσπασης ή το πλάτος Γ των ασταθών βαρυονίων. Ας εξετάσουμε την κατάσταση $\Sigma(1385)$, η οποία σχηματίζεται ως συντονισμός με κεντρική τιμή μάζας 1385 MeV κατά την αλληλεπίδραση των K^-p :

$$K^- + p \rightarrow \Sigma^0(1385) \rightarrow \Lambda + \pi^0 \quad \Gamma = 36 \text{ MeV}. \quad (1.19)$$

Η Q -τιμή της διάσπασης είναι 130 MeV, ενώ ο χρόνος ζωής της κατάστασης μπορεί να εκτιμηθεί από το μετρημένο πλάτος Γ : $\tau = \hbar / \Gamma = 10^{-23} \text{ s}$. Αν συγκρίνουμε τη διάσπαση αυτή με την ηλεκτρομαγνητική (1.15), η οποία έχει συγκρίσιμη Q -τιμή (=77 MeV),

$$\Sigma^0(1192) \rightarrow \Lambda + \gamma \quad \tau = 10^{-19} \text{ s}, \quad (1.20)$$

βρίσκουμε ότι, σε αναλογία με τη σταθερά α , στην ισχυρή σύζευξη έχουμε την α_s , όπου

$$\frac{\alpha_s}{\alpha} \simeq \left(\frac{10^{-19}}{10^{-23}} \right)^{1/2} \simeq 100 \quad (1.21)$$

ή

$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \simeq 1$$

Αυτή είναι η τιμή της σύζευξης των ισχυρών φορτίων g_s των κουάρκ, η οποία πραγματοποιείται με την ανταλλαγή του κατάλληλου μποζονίου, που ονομάζεται γλιουόνιο, του ουδέτερου, άμαζου φορέα της ισχυρής δύναμης σε αναλογία με το φωτόνιο στην κβαντική ηλεκτροδυναμική (ΚΗΔ, QED). Στην QED υπάρχουν μόνο δύο τύποι φορτίων, που ονομάζονται θετικό (+) και αρνητικό (-). Στη θεωρία που εξετάζει τις δυνάμεις μεταξύ των κουάρκ και ονομάζεται κβαντική χρωμοδυναμική

(ΚΧΔ ή QCD), υπάρχουν έξι τύποι ισχυρού φορτίου, το οποίο συχνά λέγεται «χρώμα» — απλά ένα αυθαίρετο όνομα για έναν εσωτερικό βαθμό ελευθερίας. Κάθε κουάρκ έχει ένα από τα τρία χρώματα (έστω κόκκινο, μπλε ή πράσινο) και κάθε αντικουάρκ έχει το αντίστοιχο αντιχρώμα. Η συμμετρία του χρώματος υποθέτουμε ότι είναι ακριβής, οπότε η δύναμη μεταξύ δύο κουάρκ είναι ανεξάρτητη του χρώματος των κουάρκ. Για παράδειγμα στο Σχήμα 1.8(β) παρουσιάζουμε ένα κόκκινο κουάρκ που αλληλεπιδρά με ένα μπλε μέσω της ανταλλαγής ενός κόκκινου-αντιμπλέ γκλουονίου ($r\bar{b}$). Στο διάγραμμα αυτό παρουσιάστηκε η ανταλλαγή ενός μόνο γκλουονίου, αν και, όταν $\alpha_s \simeq 1$, δεν μπορεί να πραγματοποιείται μόνο αυτή η διαδικασία, αλλά είναι πολύ πιο πιθανή η ανταλλαγή πολλών γκλουονίων. Για σφοδρές συγκρούσεις με πολύ μεγάλες q^2 , όπου $\alpha_s < 1$, η ανταλλαγή ενός γκλουονίου είναι ικανοποιητική προσέγγιση, ενώ σε χαμηλές q^2 (ή ισοδύναμα σε μεγάλες αποστάσεις) η σύζευξη α_s γίνεται μεγάλη, όπως στη (1.21), και δεν μπορούν να γίνουν υπολογισμοί με βάση τη θεωρία διαταραχών. Η συμπεριφορά αυτή σε μεγάλες αποστάσεις συνδέεται μάλλον με τον εγκλωβισμό των κουάρκ και των γκλουονίων στο εσωτερικό των αδρονίων. Η μορφή του δυναμικού μεταξύ δύο κουάρκ που χρησιμοποιείται συνηθέστερα είναι:

$$V_s = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + kr, \quad (1.22)$$

όπου ο πρώτος όρος, που επικρατεί σε μικρές αποστάσεις r , προέρχεται από την ανταλλαγή ενός γκλουονίου και, με εξαίρεση τον αριθμητικό συντελεστή, είναι το ίδιο με το δυναμικό Coulomb μεταξύ στοιχειωδών φορτίων:

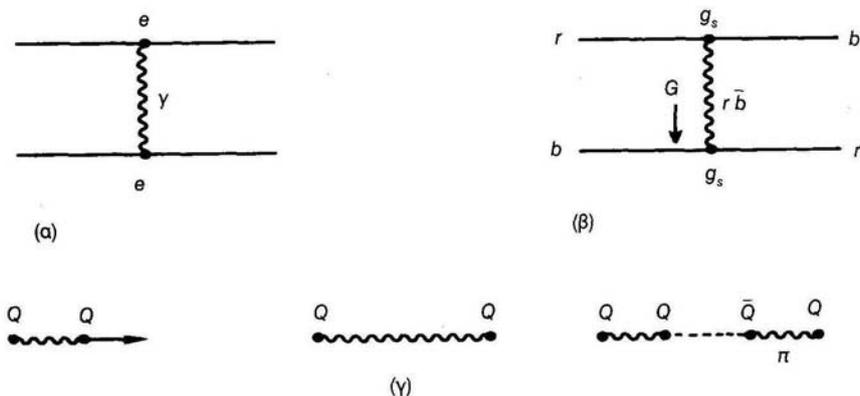
$$V_{em} = \frac{-\alpha}{r}.$$

Ο δεύτερος γραμμικός όρος σχετίζεται με τον εγκλωβισμό στα μεγάλα r . Υπάρχει άμεση πειραματική μαρτυρία και για τους δύο όρους του δυναμικού (1.22).

Εξαιτίας του γραμμικού όρου στην (1.22), όλες οι προσπάθειες για την απελευθέρωση ενός κουάρκ από κάποιο αδρόνιο καταλήγουν στην παραγωγή ενός νέου $Q\bar{Q}$ ζεύγους (μεσόνιο). Η φύση της QCD είναι τέτοια, ώστε οι δυναμικές γραμμές του πεδίου του χρώματος πλησιάζουν μεταξύ τους εξαιτίας μιας ισχυρής αλληλεπίδρασης γκλουονίου-γκλουονίου, σχηματίζοντας μια σωλήνα ροής ή χορδή (δες Σχήμα 8.23). Τεντώνοντας τη χορδή αυτή, η αποθηκευμένη ενέργεια $k r$ στην (1.22) φτάνει τελικά στο όριο όπου είναι ενεργειακά πιο πιθανή η δημιουργία ενός ζεύγους $Q\bar{Q}$ και η ύπαρξη δύο κοντών χορδών παρά μιας μακριάς. [Σχήμα 1.8(γ)].

Στο όριο των υψηλών ενεργειών, το περιοριστικό δυναμικό έχει δραματικές επιπτώσεις. Η διαδικασία εξαύλωσης $e^+e^- \rightarrow$ αδρόνια, μπορεί να θεωρηθεί ως αποτέλεσμα της θεμελιώδους διαδικασίας $e^+e^- \rightarrow Q\bar{Q}$ ακολουθούμενη από «καταμερισμό» των κουάρκ και αντικουάρκ σε αδρόνια, σύμφωνα με την παραπάνω

διαδικασία με τις χορδές των γκλουονίων. Επειδή οι εγκάρσιες ορμές κατά τη δημιουργία των μεσονίων είναι της τάξης μερικών μόνο $m_{\pi}c$, τελικά παρατηρούνται δύο αντίρροποι πίδακες (jet) αδρονίων, σε συμφωνία με τα διανύσματα των ορμών των αρχικών κουάρκ (δες Σχήμα 2.23).



ΣΧΗΜΑ 1.8 (α) Ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση μεταξύ δύο φορτισμένων σωματιών, μέσω της ανταλλαγής ενός φωτονίου με σύζευξη $|e|$. (β) Ισχυρή χρωματική δύναμη μεταξύ κουάρκ μέσω της ανταλλαγής ενός γκλουονίου με σύζευξη g_s . Ένα κόκκινο κουάρκ αλληλεπιδρά με ένα μπλε κουάρκ ανταλλάσσοντας ένα κόκκινο-αντιμπλέ γκλουόνιο. (γ) Οι προσπάθειες για την απελευθέρωση ενός κουάρκ, τραβώντας τη γκλουονική «χορδή», έχουν ως αποτέλεσμα το σχηματισμό ζευγαριού κουάρκ-αντικουάρκ (μεσόνιο).

1.9. ΒΑΡΥΤΙΚΕΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ

Η βαρύτητα δεν παίζει σημαντικό ρόλο στη σωματιδιακή φυσική στην ενεργειακή κλίμακα προσιτή σε επιταχυντές, αλλά για πληρότητα θα την αναφέρουμε με συντομία. Χρησιμοποιώντας τη Νευτώνεια σταθερά K , η δύναμη μεταξύ δύο ίσων σημειακών μαζών M δίνεται από τη σχέση KM^2/r^2 , όπου r είναι η μεταξύ τους απόσταση. Σε σύγκριση με την ηλεκτροστατική δύναμη μεταξύ δύο στοιχειωδών φορτίων, e^2/r^2 , η ποσότητα $KM^2/\hbar c$ είναι αμελητέα. Για παράδειγμα, αν πάρουμε ως M τη μάζα του πρωτονίου, τότε:

$$\frac{KM^2}{4\pi\hbar c} = 4.6 \times 10^{-40}, \quad (1.23)$$

ενώ

$$\frac{e^2}{4\pi\hbar c} = \frac{1}{137}.$$

Έτσι για τις κλίμακες μάζας που χρησιμοποιούνται στη φυσική υψηλών ενεργειών, η βαρυτική σύζευξη είναι αμελητέα, ενώ μπορεί να πλησιάσει τη μονάδα για υποθετικό σωματίο με μάζα ίση με τη μάζα του Planck, $M_p = (4\pi\hbar c/K)^{1/2} = 2 \times 10^{19}$ GeV.

Η βαρύτητα είναι σημαντική στην καθημερινή μας ζωή γιατί είναι αθροιστική. Επειδή υπάρχει μόνο ενός τύπου βαρυτικό φορτίο (δεν υπάρχουν αρνητικές μάζες), το δυναμικό σε ένα πρωτόνιο είναι το άθροισμα των δυναμικών που οφείλονται σε όλα τα νουκλεόνια και ηλεκτρόνια πάνω στη γη. Από την άλλη μεριά, επειδή υπάρχουν δύο τύποι ηλεκτρικού φορτίου και ο κόσμος είναι ηλεκτρικά ουδέτερος, η εξαιρετικά μεγάλη ηλεκτρική δύναμη στο πρωτόνιο, εξαιτίας όλων των άλλων πρωτονίων στη γη, αναιρείται από την αντίροπη δύναμη που ασκούν τα ηλεκτρόνια.

1.10. ΝΟΜΟΙ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΣΤΙΣ ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ

Στον Πίνακα 1.3, παρουσιάζεται μια σύνοψη των χαρακτηριστικών των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων που έχουμε περιγράψει. Συμπεριλάβαμε ακόμη τυπικές ενεργές διατομές κρούσεων και τυπικούς χρόνους ζωής για διασπάσεις μέσω των διαφόρων αλληλεπιδράσεων. Οι χρόνοι ζωής και τα πλάτη των αδρονικών καταστάσεων που διασπώνται από τις διάφορες αλληλεπιδράσεις παρουσιάζονται στο Σχήμα 1.9. Το πλάτος εξαρτάται κύρια από την εμπλεκόμενη σύζευξη και σε μικρότερο βαθμό από τη μάζα της κατάστασης, η οποία είναι διαθέσιμη στο χώρο των φάσεων για την παραγωγή των τελικών σωματίων.

Στον Πίνακα 1.4 δίνεται ένας κατάλογος από μερικές ποσότητες οι οποίες διατηρούνται στους διάφορους τύπους αλληλεπιδράσεων. Μερικοί νόμοι διατήρησης είναι απόλυτοι ή σχεδόν απόλυτοι. Άλλες ιδιότητες, όπως το αναλλοίωτο κάτω από τη χωρική αναστροφή (διατήρηση ομοτιμίας), διατηρούνται σε μερικές αλληλεπιδράσεις, ενώ σε άλλες παραβιάζονται. Συχνά και η παραβίαση ακολουθεί κάποιο κανόνα. Για παράδειγμα, στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις, όταν υπάρχει παραβίαση στη διατήρηση της παραξενιάς S , ισχύει ο κανόνας $\Delta S = 1$.

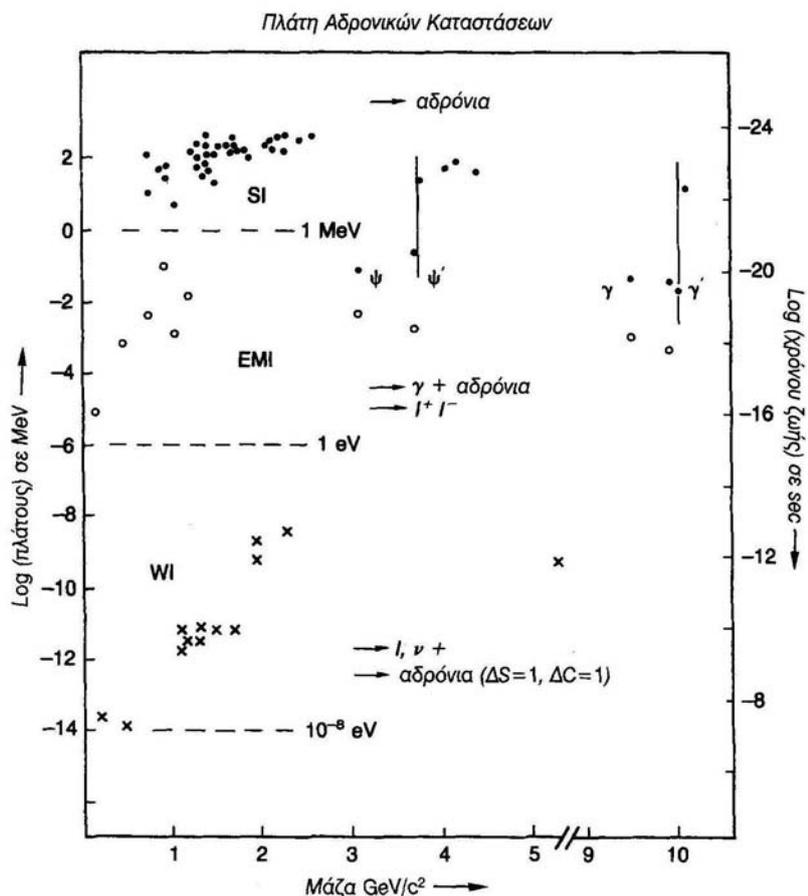
ΠΙΝΑΚΑΣ 1.3 Θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις (M =μάζα νουκλεονίου).

Αλληλεπίδραση	Βαρυτική	Ηλεκτρομαγνητική	Ασθενής	Ισχυρή
Κβάντο πεδίου	Βαρυτόνιο	Φωτόνιο	Ενδιάμεσα μποζόνια W^\pm, Z^0	Γκλουόνιο
Σπιν-ομοτιμία	2^+	1^-	$1^-, 1^+$	1^-
Μάζα (mc^2), GeV	0	0	80, 91	0
Εμβέλεια, m	∞	∞	10^{-18}	$\leq 10^{-15}$
Πηγή	Μάζα	Ηλεκτρικό φορτίο	«Ασθενές φορτίο»	«Χρωματικό φορτίο»
Σύζευξη	K (Νεύτωνα)	—	G (Fermi)	—
Αδιάστατη σταθερά σύζευξης	$KM^2/\hbar c = 0.53 \times 10^{-38}$	$a = e^2/4\pi\hbar c = 1/137$	$(Mc/\hbar)^2 G/\hbar c = 1.02 \times 10^{-5}$	$a_s \sim 1$, για μεγάλα r < 1 , για μικρά r
Τυπική ενεργός διατομή, m^2 (1 GeV)	—	10^{-33}	10^{-44}	10^{-30}
Τυπικός χρόνος ζωής για διάσπαση, s	—	10^{-20}	10^{-8}	10^{-23}

ΠΙΝΑΚΑΣ 1.4 Νόμοι διατήρησης.

Διατηρούμενη Ποσότητα	Αλληλεπίδραση		
	Ισχυρή	Ηλεκτρομαγνητική	Ασθενής
Ενέργεια/ορμή Φορτίο Βαρυονικός αριθμός Λεπτονικός αριθμός	Ναι	Ναι	Ναι
I (ισοσπίν)	Ναι	Όχι	Όχι ($\Delta I = 1$ ή $1/2$)
S (παραξενιά)	Ναι	Ναι	Όχι ($\Delta S = 1, 0$)
C (χάρη)	Ναι	Ναι	Όχι ($\Delta C = 1, 0$)
P (ομοτιμία)	Ναι	Ναι	Όχι
C (συζυγία φορτίου)	Ναι	Ναι	Όχι
CP (ή T)	Ναι	Ναι	Ναι*
CPT	Ναι	Ναι	Ναι

* Παραβίαση τάξης 10^{-3} στη διάσπαση του K^0 .



ΣΧΗΜΑ 1.9 Πλάτη και χρόνοι ζωής αδρονικών καταστάσεων. Η κατακόρυφη κλίμακα είναι σε δυνάμεις του 10. Στην αριστερή κλίμακα δίνεται το πλάτος Γ σε MeV, ενώ στη δεξιά δίνεται ο μέσος χρόνος ζωής σε δευτερόλεπτα, όπου $\tau = \hbar/\Gamma$. Επειδή $\hbar = 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV s}$, μια κατάσταση πλάτους 1 MeV έχει $\tau = 6.6 \times 10^{-22} \text{ s}$ και μια κατάσταση με $\tau = 10^{-22} \text{ s}$ έχει $\Gamma = 6.58 \text{ MeV}$. Οι αδρές τελείες • αναφέρονται σε αδρονικές καταστάσεις (συντονισμοί), που διασπώνται με ισχυρές αλληλεπιδράσεις (π.χ. σε αδρόνια, διατηρώντας τα I, S, C...). Παρατηρήστε ότι οι καταστάσεις αυτές έχουν $\Gamma > 10 \text{ MeV}$, εκτός από τις στενές, χαμηλής ενέργειας καταστάσεις των μεσονικών Ψ και Y συντονισμών. Για τις καταστάσεις αυτές, η QCD προβλέπει ότι η ενεργός σύζευξη (μέσω τριπλής ανταλλαγής γκλουονίων, δεξ παράγραφο 5.15) είναι ασθενέστερη από αυτή των υπολοίπων καταστάσεων. Οι κύκλοι ο αναφέρονται σε διασπάσεις αδρονίων, μέσω ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων, σε ζεύγη λεπτονίων ή σε φωτόνιο/φωτόνια και άλλα αδρόνια. Οι διασπάσεις αυτές δεν διατηρούν το ισοσπίν, I. Τα x αναφέρονται σε διασπάσεις αδρονίων, μέσω της ασθενούς αλληλεπίδρασης, είτε σε ζεύγος ηλεκτρονίου-νετρίνου ή σε αδρόνια με μεταβολές στο ισοσπίν I, στη παραξενιά S, στη χάρη C, κ.λπ. Ο μικρότερος απευθείας μετρήσιμος χρόνος ζωής είναι 10^{-16} s , για τη διάσπαση $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Μικρότεροι χρόνοι ζωής υπολογίζονται με τις μετρήσεις των πλατών και τη χρήση της παραπάνω σχέσης.

1.11. ΜΟΝΑΔΕΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΥΨΗΛΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ

Θεμελιώδη μεγέθη στη φυσική είναι το μήκος, η μάζα και ο χρόνος, ενώ οι αντίστοιχες μονάδες στο γνωστό μας σύστημα SI είναι το μέτρο, το χιλιόγραμμα και το δευτερόλεπτο. Οι μονάδες αυτές όμως δεν είναι κατάλληλες στη σωματιδιακή φυσική, όπου τυπικό μήκος και μάζα είναι αντίστοιχα 10^{-15} m και 10^{-27} kg.

Τα μήκη στη σωματιδιακή φυσική εκφράζονται συνήθως με βάση το femtometer ή fermi ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$), ενώ οι ενεργές διατομές με βάση το barn ($1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$), το millibarn ($1 \text{ mb} = 10^{-31} \text{ m}^2$) ή microbarn ($1 \text{ } \mu\text{b} = 10^{-34} \text{ m}^2$). Η μονάδα ενέργειας βασίζεται στο ηλεκτρονιοβόλτ ($1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$) και τα πολλαπλάσιά του: MeV ($= 10^6 \text{ eV}$), GeV ($= 10^9 \text{ eV}$) και TeV ($= 10^{12} \text{ eV}$). Οι μάζες μετρικούνται συνήθως σε MeV/c^2 , υποδηλώνοντας ότι αν η μάζα είναι M , η ενέργεια ηρεμίας θα είναι $\text{Me}^2 \text{ MeV}$. Για παράδειγμα, το πρωτόνιο έχει ενέργεια ηρεμίας 938.27 MeV ή 0.938 GeV. Συχνά οι μάζες δίνονται καταχρηστικά σε MeV ή GeV (εννοώντας την ισοδύναμη ενέργεια ηρεμίας).

Στους υπολογισμούς εμφανίζονται πολύ συχνά οι ποσότητες $\hbar = h/2\pi$ και c , οπότε είναι συμφέρουσα η χρήση ενός συστήματος μονάδων, στο οποίο $\hbar = c = 1$. Αυτό μπορούμε να το κάνουμε, αν επιλέξουμε για μονάδα μάζας κάποια πρότυπη μάζα m_0 (π.χ. του πρωτονίου):

$$m_0 = 1.$$

Τότε φυσική μονάδα μήκους θα είναι το μήκος κύματος Compton του αντίστοιχου πρότυπου σωματίου:

$$\lambda_0 = \frac{\hbar}{m_0 c} = 1,$$

φυσική μονάδα χρόνου θα είναι:

$$t_0 = \frac{\lambda_0}{c} = \frac{\hbar}{m_0 c^2} = 1$$

και φυσική μονάδα ενέργειας θα είναι:

$$E_0 = m_0 c^2 = 1.$$

Στις μονάδες αυτές είδαμε ότι $\hbar = c = 1$. Για να μετατρέψουμε τα αποτελέσματα των υπολογισμών μας στις συνηθισμένες μονάδες, είναι χρήσιμο να θυμόμαστε ότι $\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$. Δηλαδή, ένα σωματίο ενέργειας ηρεμίας $m_0 c^2 = 197 \text{ MeV}$ έχει μήκος κύματος Compton $\hbar/m_0 c = \hbar c/m_0 c^2 = 1 \text{ fm}$.

Στο βιβλίο αυτό θα ασχολούμαστε με τις συζεύξεις των φορτίων – ισχυρού, ηλεκτρικού και ασθενούς – με τα ενδιάμεσα μποζόνια. Σε SI μονάδες, το ηλεκτρικό φορτίο μετριέται σε Coulomb και η σταθερά λεπτής υφής δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}.$$

Τέτοιες μονάδες για τις συζεύξεις φορτίων με μποζόνια, δεν είναι χρήσιμες, οπότε ορίζουμε το e σε μονάδες Heaviside-Lorentz ($\epsilon_0 = \mu_0 = 1$), και με ταυτόχρονη χρήση της $\hbar = c = 1$, καταλήγουμε:

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137},$$

όπως στην (1.12). Παρόμοιοι ορισμοί χρησιμοποιούνται για τα αντίστοιχα φορτία και τις σταθερές σύζευξης στις άλλες αλληλεπιδράσεις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- 1.1. (α) Δείξτε ότι ένα αρνητικό μόνιο που έχει συλληφθεί στην S-στιβάδα από πυρήνα φορτίου Ze και μάζας A ξοδεύει ένα ποσοστό του χρόνου του ίσο με $f \approx 0.25A(Z/137)^3$ μέσα στην πυρηνική ύλη, καθώς και ότι σε χρόνο t διανύει συνολικό διάστημα $ft(Z/137)$ μέσα στην πυρηνική ύλη. (β) Ο νόμος των ραδιενεργών διασπάσεων για ελεύθερα μόνια δίνεται από τη σχέση $dN/dt = -\lambda_d N$, όπου $\lambda_d = 1/\tau$ είναι η σταθερά διάσπασης και $\tau = 2.16 \mu\text{s}$ ο χρόνος ζωής. Για ένα αρνητικό μόνιο που έχει συλληφθεί από άτομο Z , η σταθερά διάσπασης είναι $\lambda = \lambda_d + \lambda_c$, όπου λ_c είναι η πιθανότητα της πυρηνικής σύλληψης ανά μονάδα χρόνου. Στο αλουμίνιο ($Z=13, A=27$), ο μέσος χρόνος ζωής των αρνητικών μονίων είναι $0.88 \mu\text{s}$. Υπολογίστε το λ_c , και χρησιμοποιώντας την έκφραση για το f του ερωτήματος (α) υπολογίστε τη μέση ελεύθερη διαδρομή Λ για το μόνιο στην πυρηνική ύλη. (γ) Από το μέγεθος του Λ στο ερώτημα (β), εκτιμήστε το μέγεθος της σταθεράς σύζευξης στην αντίδραση $\mu^- + p \rightarrow n + \nu$, θεωρώντας ότι η μοναδιαία σταθερά σύζευξης αντιστοιχεί στη μέση ελεύθερη διαδρομή ίση με την εμβέλεια των πυρηνικών δυνάμεων.
- 1.2. (α) Βρείτε μια σχέση για την ενέργεια κάθε ακτίνας- γ , που παράγεται από τη διάσπαση ενός ουδέτερου πιονίου, $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, ως συνάρτηση της μάζας m , ενέργειας E , ταχύτητας βc του πιονίου και της γωνίας εκπομπής θ στο σύστημα κέντρου μάζας (CMS). (β) Δείξτε ότι αν το πιόνιο έχει σπιν 0, τότε η κατανομή θα είναι ισότροπη ως προς θ και ότι η κατανομή ενέργειας των ακτίνων- γ θα είναι σταθερή και θα εκτείνεται από ενέργεια $E(1+\beta)/2$ ως $E(1-\beta)/2$. (γ) Βρείτε μια έκφραση για την ανομοιότητα D (το λόγο των ενεργειών) των δύο ακτίνων- γ που παράγονται από τη διάσπαση του π^0 . Δείξτε ότι στην περίπτωση σχετικιστικών πιονίων, για τις μισές διασπάσεις ισχύει $D > 3$, ενώ για το ένα τέταρτο των διασπάσεων ισχύει $D > 7$.
- 1.3. Ένα αρνητικό μόνιο όταν φτάνει σε ηρεμία μέσα σε υγρό υδρογόνο, μπορεί να σχηματίσει ένα ιόν του μοριακού υδρογόνου H_2^- απομακρύνοντας ένα ηλεκτρόνιο. Γιατί; Αν το

υδρογόνο περιέχει μια μικρή ποσότητα δευτερίου, έχει βρεθεί ότι είναι δυνατό αρνητικά μόνια να σχηματίσουν ιόντα HD^+ . Γιατί; Ποια είναι η τυπική διαπυρηνική απόσταση για ένα τέτοιο ιόν; Αν οι δύο πυρήνες αντιδρούν σχηματίζοντας ^3He , τι έχει συμβεί στο μόνιο;

- 1.4. Έχει προταθεί ότι τα νετρίνα ν_e, ν_μ, ν_τ , κ.λπ. ίσως να είναι γραμμικοί συνδυασμοί των διακριτών ιδιοκαταστάσεων μάζας $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \dots$. Υποθέστε ότι στη διάσπαση $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$, η κατάσταση ν_μ είναι γραμμικός συνδυασμός των καταστάσεων μάζας m_1 και m_2 . Έτσι η ενέργεια και η ορμή του μιονίου που προέρχεται από τη διάσπαση του πιονίου σε ηρεμία, μπορούν να πάρουν δύο διακριτές τιμές. Θεωρώντας ότι η ορμή του μιονίου μπορεί να μετρηθεί με απόλυτη ακρίβεια, δείξτε ότι δύο τέτοιες διακριτές τιμές μπορούν να υπάρξουν, αν $|m_2^2 - m_1^2| > 1 \text{ (eV/c}^2\text{)}^2$. Δείξτε ότι το αναπόφευκτο σφάλμα στη μέτρηση της ορμής του μιονίου έχει ως αποτέλεσμα ένα λιγότερο αυστηρό όριο στην ελάχιστη ανιχνεύσιμη τιμή του $m_2^2 - m_1^2$.
- 1.5. Η ενεργός διατομή της αντίδρασης $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$, για ορμή προσπίπτοντος πιονίου $1 \text{ GeV}/c$, είναι 1 mb (10^{-27} cm^2). Τα σωματάρια Λ και K^0 διασπώνται και τα δύο με μέσο χρόνο ζωής περίπου 10^{-10} s . Με βάση την πληροφορία αυτή, υπολογίστε το σχετικό μέγεθος των συζεύξεων που είναι υπεύθυνες αντίστοιχα για την παραγωγή και τη διάσπαση των σωματίων Λ και K^0 .
- 1.6. Αναφέρατε ποιες από τις παρακάτω αντιδράσεις επιτρέπονται από τους νόμους διατήρησης και ποιες είναι απαγορευμένες, εξηγώντας τους λόγους σε κάθε περίπτωση:



- 1.7. Παλαιότερα είχε υποτεθεί ότι οι αριθμητικές τιμές των φορτίων του ηλεκτρονίου και του πρωτονίου διαφέρουν κατά μια μικρή ποσότητα $|\Delta e|$, οπότε η διαστολή του σύμπαντος θα μπορούσε να αποδοθεί σε μια ηλεκτροστατική άπωση μεταξύ των ατόμων υδρογόνου στο διάστημα. Εκτιμήστε την ελάχιστη τιμή του $|\Delta e/e|$ που είναι αναγκαία για την υπόθεση αυτή. [Αναφορές: Theory, H. Bondi και R.A. Lyttleton, *Nature*, 184, 974 (1959), *Proc. Roy. Soc.*, A252, 313 (1959). Πειραματική άρνηση της πιο πάνω θεωρίας: A.M. Hillas και T.T. Cranshaw, *Nature*, 184, 892 (1959).]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Αρχές Αναλλοιότητας και Νόμοι Διατήρησης

Μία από τις σημαντικότερες έννοιες στη φυσική είναι αυτή της συμμετρίας ή του αναλλοιώτου των εξισώσεων, που περιγράφουν κάποιο σύστημα κάτω από την επίδραση μετασχηματισμών — όπως για παράδειγμα της μετατόπισης ή της στροφής στο χώρο. Με κάθε τέτοιου είδους αναλλοίωτο είναι στενά συνδεδεμένος κάποιος νόμος διατήρησης — όπως για παράδειγμα στις παραπάνω περιπτώσεις αντιστοιχούν οι νόμοι διατήρησης ορμής και στροφορμής. Αν κάποιος τύπος αλληλεπίδρασης ικανοποιεί ορισμένους νόμους διατήρησης, τότε η μαθηματική περιγραφή της αλληλεπίδρασης πρέπει να ικανοποιεί τα αντίστοιχα αναλλοίωτα, γεγονός που περιορίζει δραστικά τις πιθανές μορφές της περιγραφής της και συνεπώς επιτρέπει την πρόβλεψη σχέσεων μεταξύ των ενεργών διατομών για διαφορετικές διαδικασίες που οφείλονται στην αλληλεπίδραση αυτή. Έτσι, για παράδειγμα, η διατήρηση του ισοσπίν στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις είναι ισοδύναμη με το αναλλοίωτο κάτω από στροφές στον «χώρο των ισοσπίν», διαπίστωση που μας οδηγεί στην πρόβλεψη σχέσεων μεταξύ ενεργών διατομών για διάφορες δυνατές καταστάσεις φορτίου στη σκέδαση πιονίου-νουκλεονίου.

Οι μετασχηματισμοί που θα εξετάσουμε είναι είτε συνεχείς είτε διακριτοί. Η μετατόπιση και η στροφή στο χώρο είναι παραδείγματα συνεχών μετασχηματισμών, ενώ η χωρική ανάκλαση ως προς την αρχή των αξόνων (η ομοτιμία) είναι ένας διακριτός μετασχηματισμός. Οι νόμοι διατήρησης που συνδέονται με τις δύο παραπάνω περιπτώσεις είναι αντίστοιχα προσθετικοί και πολλαπλασιαστικοί.

Στο Κεφάλαιο αυτό, θα ασχοληθούμε με τα πιο σημαντικά παραδείγματα αναλλοιώτων και νόμων διατήρησης στη σωματιδιακή φυσική. Το αναλλοίωτο κάτω από

χωροχρονικούς μετασχηματισμούς στην ειδική σχετικότητα συζητείται στο Παράρτημα Α.

3.1. ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΟ ΚΑΙ ΤΕΛΕΣΤΕΣ ΣΤΗΝ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

Ένα σύστημα σωματίων στην κβαντομηχανική αναπαριστάται από μια κυματοσυνάρτηση ή ένα καταστατικό διάνυσμα ψ . Οι εξισώσεις κίνησης του Schrödinger και του Heisenberg περιγράφουν τη χρονική εξέλιξη ενός τέτοιου συστήματος. Το αποτέλεσμα μιας φυσικής μέτρησης στο σύστημα αντιστοιχεί στην αναμενόμενη τιμή κάποιου τελεστή Q που επιδρά στη κυματοσυνάρτηση και είναι $q = \int \psi^* Q \psi dV$. Η χρονική εξέλιξη του q μπορεί να αποδοθεί είτε με τη χρονική εξάρτηση του ψ (αναπαράσταση Schrödinger) είτε ισοδύναμα με τη χρονική εξάρτηση του Q (αναπαράσταση Heisenberg). Στην πρώτη περίπτωση χρησιμοποιούμε τον προφανή συμβολισμό $\psi = \psi_s(t)$. Η εξίσωση κίνησης Schrödinger για το ψ είναι:

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_s(t) = H \psi_s(t), \quad (3.1)$$

όπου H είναι ο τελεστής της ολικής ενέργειας ή Χαμιλτονιανής, ο οποίος δίνει τις ιδιοτιμές E μιας στάσιμης κατάστασης, $H\psi = E\psi$. Η χρονοεξαρτώμενη $\psi_s(t)$ είναι:

$$\psi_s(t) = T(t, t_0) \psi_s(t_0), \quad (3.2)$$

όπου

$$T(t, t_0) = \exp[-i(t-t_0)H/\hbar] \quad (3.3)$$

υποθέτοντας ότι η H δεν έχει άμεση (ρητά) εξάρτηση από τον t . Ο τελεστής T διατηρεί το μέτρο της κυματοσυνάρτησης και είναι μοναδιακός, με $T^{-1} \equiv T^* = \exp[i(t-t_0)H/\hbar]$ και $T^{-1}T = 1$. Έτσι η συζυγής μιγαδική κυματοσυνάρτηση ικανοποιεί τη σχέση:

$$\psi_s(t)^* = \psi_s(t_0)^* T^{-1}(t, t_0). \quad (3.4)$$

Η χρονική εξάρτηση στην αναπαράσταση Heisenberg δεν αποδίδεται στην ψ αλλά στον τελεστή Q . Η παρατηρήσιμη όμως αναμενόμενη τιμή πρέπει να είναι η ίδια, ανεξάρτητα από την αναπαράσταση, οπότε:

$$q = \int \underbrace{\psi_s(t_0)^* Q \psi_s(t_0)}_{\text{Heisenberg}} dV \equiv \int \underbrace{\psi_s(t)^* Q_0 \psi_s(t)}_{\text{Schrödinger}} dV$$

από τις (3.2) και (3.4)

$$\psi_s(t_0)^* Q \psi_s(t_0) = \psi_s(t_0)^* T^{-1} Q_0 T \psi_s(t_0),$$

ή

$$Q = T^{-1} Q_0 T, \quad (3.5)$$

σχέση που δίνει τη χρονική εξάρτηση του τελεστή Q . Έτσι:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{dQ}{dt} &= i\hbar \frac{dT^{-1}}{dt} Q_0 T + i\hbar T^{-1} Q_0 \frac{dT}{dt} \\ &= -H T^{-1} Q_0 T + T^{-1} Q_0 T H \\ &= -H Q + Q H = [Q, H], \end{aligned} \quad (3.6)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε τις (3.3) και (3.5). Με $[Q, H]$ συμβολίζουμε το μεταθέτη των Q και H . Αν το Q εξαρτάται άμεσα (ρητά) από το χρόνο, $\partial Q/\partial t \neq 0$, τότε η σχέση (3.6) γενικεύεται στην:

$$i\hbar \frac{dQ}{dt} = i\hbar \frac{\partial Q}{\partial t} + [Q, H], \quad (3.7)$$

η οποία είναι η εξίσωση κίνησης του Heisenberg για τον τελεστή Q . Όταν $\partial Q/\partial t = 0$, έχουμε $dQ/dt = 0$ αν $[Q, H] = 0$. Έτσι ένας τελεστής, ο οποίος δεν εξαρτάται ρητά από το χρόνο και μετατίθεται με τον τελεστή της Χαμιλτονιανής, θα αποτελεί σταθερά της κίνησης. Γενικά, σε τελεστές που μετατίθενται με τη Χαμιλτονιανή αντιστοιχούν διατηρήσιμοι κβαντικοί αριθμοί.

3.2. ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΤΡΟΦΕΣ

Οι μετασχηματισμοί που είναι αποτελέσματα κβαντομηχανικών τελεστών είναι δύο ειδών: οι συνεχείς μετασχηματισμοί (π.χ. μετατοπίσεις στο χώρο και στο χρόνο) και διακριτοί μετασχηματισμοί (π.χ. χωρική αναστροφή γύρω από το κέντρο των αξόνων). Το παράδειγμα συνεχούς μετασχηματισμού που θα εξετάσουμε αφορά τις χωρικές μετατοπίσεις. Η επίδραση μιας απειροστής χωρικής μετατόπισης δr στην κυματοσυνάρτηση θα είναι:

$$\psi' = \psi(r + \delta r) = \psi(r) + \delta r \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} = \left(1 + \delta r \frac{\partial}{\partial r} \right) \psi = D\psi,$$

όπου

$$D = \left(1 + \delta r \frac{\partial}{\partial r} \right) \quad (3.8)$$

είναι ο τελεστής της απειροστής χωρικής μετατόπισης. Επειδή ο τελεστής της ορμής είναι $p = i\hbar \partial/\partial r$, μπορούμε να γράψουμε την (3.8) ως:

$$D = (1 + ip \delta r/\hbar). \quad (3.9)$$

Μια πεπερασμένη μετατόπιση μπορεί να θεωρηθεί ως ακολουθία n απειροστών

μετατοπίσεων ($\Delta r = n \delta r$), οπότε

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{i}{\hbar} p \delta r \right)^n = \exp\left(\frac{i}{\hbar} p \Delta r\right) \quad (3.10)$$

Κατά συνέπεια, ο τελεστής D είναι μοναδιακός, με $D^*D = D^{-1}D = 1$. Ο τελεστής της ορμής ονομάζεται γεννήτορας του τελεστή των χωρικών μετατοπίσεων D . Αν η Χαμιλτονιανή H δεν επηρεάζεται από τέτοιες χωρικές μετατοπίσεις, $[D, H] = 0$. Από τη σχέση (3.9) είναι προφανές ότι αν ο D μετατίθεται με τον H , τότε το ίδιο ισχύει και για το γεννήτορα p :

$$[p, H] = 0. \quad (3.11)$$

Έτσι, αν η Χαμιλτονιανή είναι αναλλοίωτη κάτω από χωρικές μετατοπίσεις, τότε ο τελεστής της ορμής p (ο γεννήτορας των μετατοπίσεων) μετατίθεται με τη Χαμιλτονιανή και η αναμενόμενη τιμή του p (η ορμή του συστήματος) διατηρείται. Οι ακόλουθες εκφράσεις λοιπόν είναι ισοδύναμες:

- (α) Η ορμή διατηρείται σε ένα απομονωμένο σύστημα.
- (β) Η Χαμιλτονιανή είναι αναλλοίωτη κάτω από χωρικές μετατοπίσεις.
- (γ) Ο τελεστής της ορμής μετατίθεται με τη Χαμιλτονιανή.

Σε πλήρη αναλογία με τον τελεστή D των χωρικών μετατοπίσεων (3.8), ο γεννήτορας των απειροστών στροφών γύρω από κάποιο άξονα είναι:

$$R = 1 + \delta\varphi \frac{\partial}{\partial\varphi}. \quad (3.12)$$

Ο τελεστής της z -συνιστώσας της στροφορμής είναι (δες Παράρτημα Γ)

$$J_z = -i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) = i\hbar \frac{\partial}{\partial\varphi}, \quad (3.13)$$

όπου φ είναι η αζιμουθιακή γωνία γύρω από τον άξονα z . Κατά συνέπεια:

$$R = 1 + \frac{i}{\hbar} J_z \delta\varphi.$$

Μια πεπερασμένη στροφή $\Delta\varphi$ επιτυγχάνεται με n επαναλαμβανόμενες απειροστές στροφές: $\Delta\varphi = n \delta\varphi$, όπου $n \rightarrow \infty$ καθώς $\delta\varphi \rightarrow 0$. Οπότε:

$$R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{i}{\hbar} J_z \delta\varphi \right)^n = \exp\left(\frac{i}{\hbar} J_z \Delta\varphi\right) \quad (3.14)$$

Η διατήρηση της στροφορμής γύρω από κάποιο άξονα αντιστοιχεί στο αναλλοίωτο της Χαμιλτονιανής κάτω από στροφές γύρω από τον άξονα αυτό, γεγονός που εκφράζεται από τη σχέση μετάθεσης $[J_z, H] = 0$.

3.3. ΟΜΟΤΙΜΙΑ

Η χωρική αναστροφή των συντεταγμένων $(x, y, z \rightarrow -x, -y, -z)$ είναι ένα παράδειγμα διακριτού μετασχηματισμού. Ο μετασχηματισμός αυτός είναι αποτέλεσμα του τελεστή της ομοτιμίας P , όπου:

$$P\psi(\mathbf{r}) \rightarrow \psi(-\mathbf{r}).$$

Εφαρμόζοντας ξανά τον τελεστή αυτόν καταλήγουμε ότι $P^2=1$, ότι δηλαδή ο P είναι μοναδιακός τελεστής. Η ιδιοτιμή του τελεστή (αν υπάρχει) θα είναι ± 1 , και η τιμή αυτή ονομάζεται ομοτιμία P του συστήματος. Μια κυματοσυνάρτηση μπορεί να έχει μια καλά ορισμένη ομοτιμία, το οποίο σημαίνει ότι η κυματοσυνάρτηση είναι είτε άρτια ($P=+1$) είτε περιττή ($P=-1$). Για παράδειγμα, για τις συναρτήσεις:

$$\psi = \cos x, P\psi \rightarrow \cos(-x) = \cos x = +\psi: \text{ άρτια } (P = +1)$$

$$\psi = \sin x, P\psi \rightarrow \sin(-x) = -\sin x = -\psi: \text{ περιττή } (P = -1),$$

ενώ για τη συνάρτηση:

$$\psi = \cos x + \sin x, P\psi \rightarrow \cos x - \sin x \neq \pm\psi,$$

δεν υπάρχει καθορισμένη ιδιοτιμή της ομοτιμίας. Ως συνήθως, η ομοτιμία ενός συστήματος θα είναι διατηρήσιμος κβαντικός αριθμός αν $[H, P] = 0$. Για παράδειγμα, κάθε σφαιρικά συμμετρικό δυναμικό έχει την ιδιότητα $H(-\mathbf{r}) = H(\mathbf{r}) = H(r)$, οπότε $[P, H] = 0$: οι δέσμιες καταστάσεις του συστήματος έχουν καθορισμένη ομοτιμία. Γνωστό μας παράδειγμα είναι οι κυματοσυναρτήσεις του ατόμου του υδρογόνου (αγνοώντας φαινόμενα σπιν), των οποίων το γωνιακό τμήμα είναι οι σφαιρικές αρμονικές (δες Παράρτημα, Πίνακα II):

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \chi(r)Y_{\ell}^m(\theta, \varphi)$$

$$= \chi(r) \sqrt{\frac{(2\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!}} P_{\ell}^m(\cos\theta) e^{im\varphi}.$$

Η χωρική αναστροφή $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$ είναι ισοδύναμη με τις:

$$\theta \rightarrow \pi - \theta,$$

$$\varphi \rightarrow \pi + \varphi,$$

όπως στο Σχήμα 3.1, με αποτέλεσμα

$$e^{im\varphi} \rightarrow e^{im(\pi+\varphi)} = (-1)^m e^{im\varphi},$$

$$P_{\ell}^m(\cos\theta) \rightarrow P_{\ell}^m(\cos(\pi-\theta)) = (-1)^{l+m} P_{\ell}^m(\cos\theta)$$

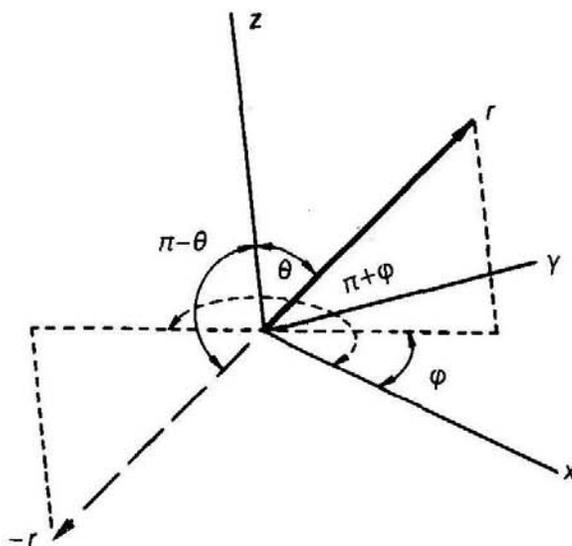
ή

$$Y_{\ell}^m(\theta, \varphi) \rightarrow Y_{\ell}^m(\pi-\theta, \pi+\varphi) = (-1)^{\ell} Y_{\ell}^m(\theta, \varphi). \quad (3.16)$$

Κατά συνέπεια, η ομοτιμία των σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων είναι $(-1)^{\ell}$. Οι ατομικές καταστάσεις s, d, g, \dots έχουν άρτια ομοτιμία, ενώ οι p, f, h έχουν περιττή ομοτιμία. Οι ηλεκτρικές διπολικές μεταπτώσεις χαρακτηρίζονται από τον κανόνα επιλογής $\Delta\ell = \pm 1$, οπότε αποτέλεσμα μιας μετάπτωσης είναι και η αλλαγή της ομοτιμίας της ατομικής κατάστασης. Η ομοτιμία της ηλεκτρομαγνητικής ($E1$) ακτινοβολίας που εκπέμπεται στην περίπτωση αυτή πρέπει να είναι -1 , ώστε να διατηρείται η ομοτιμία ολόκληρου του συστήματος (άτομο + φωτόνιο).

Η ομοτιμία είναι πολλαπλασιαστικός κβαντικός αριθμός, οπότε η ομοτιμία ενός σύνθετου συστήματος $\psi = \varphi_{\alpha}\varphi_{\beta}\dots$ είναι ίση με το γινόμενο των ομοτιμιών κάθε τμήματος.

Στις ισχυρές, όπως και στις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις, η ομοτιμία διατηρείται. Για παράδειγμα αυτό ισχύει και στην αντίδραση $p + p \rightarrow \pi^{+} + p + n$, όπου δημιουργείται ένα μποζόνιο (πιόνιο). Σε μια τέτοια περίπτωση, είναι αναγκαίο να αποδώσουμε μια ιδιο-ομοτιμία (εσωτερική ομοτιμία) στο πιόνιο, ώστε να εξασφαλιστεί η ισότητα της ομοτιμίας στην αρχική και τελική κατάσταση, όπως με τον ίδιο τρόπο και στην ίδια αντίδραση, αποδίδουμε φορτίο στο πιόνιο με σκοπό να διασφαλίσουμε τη διατήρηση του φορτίου.



ΣΧΗΜΑ 3.1

3.3.1. Η ομοτιμία του πιονίου

Όπως θα δειχτεί στο Κεφάλαιο 4, το πιόνιο είναι μποζόνιο με μηδενική ιδιοστροφομή (σπιν) ($J=0$). Χρησιμοποιώντας το γεγονός αυτό και την παρατηρούμενη απορρόφηση αργών αρνητικών πιονίων από δευτέριο σύμφωνα με τις παρακάτω αντιδράσεις:

$$\begin{aligned}\pi^- + d &\rightarrow n + n \\ &\rightarrow 2n + \gamma,\end{aligned}$$

μπορούμε να αποδείξουμε ότι στο πιόνιο πρέπει να αποδοθεί περιττή ομοτιμία. Από μελέτες των μεσονικών ακτίνων- X καθώς και από απευθείας υπολογισμούς, έχει αποδειχτεί ότι η σύλληψη του πιονίου από το δευτέριο πραγματοποιείται από μια ατομική S -κατάσταση. Κατά συνέπεια, επειδή $s_d=1$ και $s_\pi=0$, η ολική στροφορμή πρέπει να είναι $J=1$ σε κάθε σκέλος της αντίδρασης. Στο δεύτερο σκέλος ισχύει $J=L+S$, όπου L είναι η τροχιακή στροφορμή των δύο νετρονίων της τελικής κατάστασης και S το ολικό σπιν τους. Όπως θα δούμε στη σχέση (3.40), η τριπλή κατάσταση με $S=1$ είναι συμμετρική, ενώ η μονή κατάσταση $S=0$ είναι αντισυμμετρική. Επειδή η συμμετρία κάτω από εναλλαγή των δύο ταυτόσημων νετρονίων, δίνει τον όρο $(-1)^{L+S+1}$, ο οποίος σύμφωνα με την (1.2) πρέπει να είναι αρνητικός, συμπεραίνουμε ότι το $L+S$ είναι άρτιο. Το γεγονός ότι η ολική στροφορμή είναι $J=1$ σημαίνει ότι είναι αποδεκτοί οι συνδυασμοί: $L=0, S=1$, ή $L=1, S=0$ ή 1 και $L=2, S=1$. Από τους συνδυασμούς αυτούς μόνο ο $L=S=1$ δίνει άρτιο $L+S$. Συνεπώς η μόνη δυνατή κατάσταση των δύο νετρονίων είναι η 3P_1 με ομοτιμία $(-1)^L=-1$, οπότε και η αρχική κατάσταση πρέπει να έχει αρνητική ομοτιμία.

Για τα νετρόνια και τα πρωτόνια έχουμε κάνει τη σύμβαση ότι έχουν θετική ιδιοομοτιμία. (Επειδή ο βαρυνικός αριθμός διατηρείται, δεν μας ενδιαφέρει το ακριβές πρόσημο — οι ομοτιμίες των νουκλεονίων απαλοίφονται σε κάθε αντίδραση.) Έτσι η ομοτιμία του δευτερίου είναι άρτια και στο πιόνιο πρέπει να αποδοθεί αρνητική ομοτιμία.

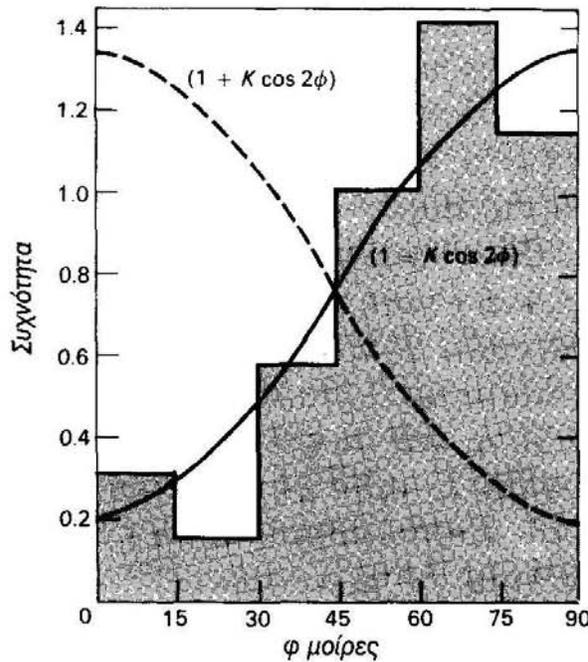
Η ομοτιμία του ουδέτερου πιονίου έχει προσδιοριστεί από τη μελέτη της πόλωσης των ακτίνων- γ στη διάσπαση $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$. Με επιχειρήματα παρόμοια με αυτά της παραγράφου 3.10 για τη διάσπαση του ποζιτρονίου σε δύο φωτόνια, βρίσκουμε ότι αν το πιόνιο έχει περιττή ομοτιμία, τότε τα διανύσματα της επίπεδης πόλωσης (διανύσματα \mathbf{E}) των δύο φωτονίων θα είναι κατά προτίμηση ορθογώνια. Στην πραγματικότητα, η μελέτη έγινε στη «διπλή διάσπαση Dalitz»:

$$\pi^0 \rightarrow (e^+ + e^-) + (e^+ + e^-),$$

στην οποία κάθε φωτόνιο μετατρέπεται σε ένα ζευγάρι ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου. Ο λόγος διακλάδωσης (branching ratio) της αντίδρασης αυτής, ως προς την $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, είναι $a^2 \sim 10^{-4}$. Επειδή επικρατεί η ταύτιση του επιπέδου κάθε ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου με το επίπεδο του διανύσματος \mathbf{E} του φωτονίου που το παρήγαγε, η μέτρηση της γωνιακής κατανομής μεταξύ των επιπέδων των δύο ζευγαριών υποδεικνύει ότι η ομοτιμία του ουδέτερου πιονίου είναι περιττή (δες Σχήμα 3.2).

Είδαμε λοιπόν ότι το πιόνιο έχει σπιν μηδέν και περιττή ομοτιμία, δηλαδή $J^P=0^-$. Η κυματοσυνάρτηση που το περιγράφει έχει ψευδοβαθμωτή συμπεριφορά στους

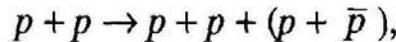
χωρικούς μετασχηματισμούς (αναστροφές και στροφές). Τέτοια μεσόνια ονομάζονται *ψευδοβαθμωτά* μεσόνια. Για παρόμοιους λόγους, τα σωμάτια με $J^P=0^+$ ονομάζονται *βαθμωτά*, με $J^P=1^-$ *διανυσματικά* και με $J^P=1^+$ *αξονικά-διανυσματικά*.



ΣΧΗΜΑ 3.2 Διάγραμμα κατανομής σταθμισμένης συχνότητας της γωνίας φ μεταξύ επιπέδων πόλωσης των ζευγαριών στη «διπλή διάσπαση Dalitz» $\pi^0 \rightarrow (e^+ + e^-) + (e^+ + e^-)$. Για ένα βαθμωτό π^0 , η κατανομή θα έχει τη μορφή $1+K \cos 2\varphi$, ενώ για ψευδοβαθμωτό π^0 , τη μορφή $1- K \cos 2\varphi$. (Από Plano et al. 1959.)

3.4. ΟΜΟΤΙΜΙΑ ΣΩΜΑΤΙΩΝ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΩΜΑΤΙΩΝ

Ενώ ο καθορισμός της ομοτιμίας του πρωτονίου είναι απλά θέμα σύμβασης, η σχετική ομοτιμία του πρωτονίου και του αντιπρωτονίου (και κάθε φερμιονίου με το αντιφερμιόνιό του) δεν είναι. Για παράδειγμα, μπορεί να παράγει κάποιος ένα ζευγάρι πρωτονίου-αντιπρωτονίου με την αντίδραση:



οπότε, όπως ακριβώς και στην περίπτωση παραγωγής ενός πιονίου, η ομοτιμία ενός ζεύγους νουκλεονίου-αντινουκλεονίου είναι μετρήσιμη ποσότητα. Η θεωρία του Dirac για τα σχετικιστικά φερμιόνια (δες Παράρτημα Δ) προβλέπει *αντίθετες ομοτιμίες για το φερμιόνιο και το αντιφερμιόνιο*. Η πρόβλεψη αυτή επιβεβαιώθηκε πειραματικά, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση παρατήρησης του positronium (Παράγραφος 3.10). Αντίθετα, στην περίπτωση μιοζονίων, τα σωμάτια και τα αντισωμάτια έχουν την ίδια εσωτερική ομοτιμία.

Ενώ ο προσδιορισμός της ομοτιμίας στο πιόνιο προκύπτει από το γεγονός ότι ένα πιόνιο μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί μόνο του, τα παράξενα μεσόνια πρέπει να δημιουργούνται πολλά μαζί, όπως στην αντίδραση $p + p \rightarrow K^+ + \Lambda + p$. Έτσι μπορεί να μετρηθεί μόνο η ομοτιμία του ζευγαριού ΛK (ως προς αυτή του νουκλεονίου), η οποία βρέθηκε ότι είναι περιττή. Με σύμβαση, αποδίδουμε στο Λ -υπερόνιο την ίδια (άρτια) ομοτιμία με το νουκλεόνιο, οπότε το καόνιο έχει περιττή ομοτιμία.

3.5. ΕΛΕΓΧΟΙ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΜΟΤΙΜΙΑΣ

Ενώ έχει παρατηρηθεί ότι η ομοτιμία διατηρείται στις καθαρά ισχυρές ή ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις, οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις την παραβιάζουν. Στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις, τα στοιχεία πίνακα περιλαμβάνουν επαλληλίες πλατών με άρτια και περιττή ομοτιμία. Έτσι στην πυρηνική β -διάσπαση, που περιγράφεται με την καλούμενη $V-A$ θεωρία, τα πλάτη της άρτιας και περιττής ομοτιμίας έχουν περίπου το ίδιο μέγεθος. Αυτό ονομάζεται και αρχή της μέγιστης παραβίασης της ομοτιμίας. Μια πληρέστερη παρουσίαση θα γίνει στο Κεφάλαιο 7.

Στις πειραματικές μελέτες των ισχυρών και των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων, έχουν παρατηρηθεί πολύ μικρά ποσοστά παραβίασης της ομοτιμίας. Αυτά δεν οφείλονται σε κατάρρευση της διατήρησης της ομοτιμίας στις παραπάνω αλληλεπιδράσεις, αλλά στο γεγονός ότι η Χαμιλτονιανή, που περιγράφει την αντίδραση, αναπόφευκτα περιέχει συνεισφορές και από ασθενείς αλληλεπιδράσεις μεταξύ των εμπλεκόμενων σωματίων:

$$H = H_{\text{ισχυρή}} + H_{\text{ηλεκτρομαγνητική}} + H_{\text{ασθενής}} \quad (3.19)$$

Στις πυρηνικές μεταπτώσεις, το ποσοστό παραβίασης της ομοτιμίας θα είναι προφανώς της τάξης του πηλίκου της ασθενούς προς την ισχυρή σύζευξη, που τυπικά είναι $\sim 10^{-7}$. Ως παράδειγμα αναφέρουμε την παρατήρηση γωνιακής «πρόσω-όπισθεν» ασυμμετρίας στην γ -αποδιέγερση των πολωμένων πυρήνων ^{19}F :

$$^{19}\text{F}^* \rightarrow ^{19}\text{F} + \gamma (110 \text{ keV}), \quad (3.20)$$

$$J^P = \frac{1}{2}^- \quad J^P = \frac{1}{2}^+,$$

όπου υπάρχει μια ανάμιξη ομοτιμίας μεταξύ των διεγερμένων καταστάσεων. Η παρατηρούμενη ασυμμετρία, $\Delta = -(18 \pm 9) \times 10^{-5}$, είναι σε καλή συμφωνία με την τιμή που αναμενόταν σύμφωνα με τα φαινόμενα των ασθενών ουδέτερων ρευμάτων (Adelberger et al. 1975). Ως δεύτερο παράδειγμα αναφέρουμε την α -διάσπαση της

διεγερμένης κατάστασης ^{16}O στα 8.87 MeV:

$$^{16}\text{O}^* \rightarrow ^{12}\text{C} + \alpha, \quad (3.21)$$

$$J^P=2^- \quad J^P=2^+$$

όπου γνωρίζουμε ότι η αρχική κατάσταση έχει περιττή ομοτιμία και η τελική άρτια. Το εξαιρετικά στενό επιμέρους πλάτος (partial width) της διάσπασης αυτής, $\Gamma_\alpha = (1.0 \pm 0.3) \times 10^{-10}$ eV (Neubeck et al. (1974)), είναι συμβιβαστό με το αναμενόμενο μέγεθος από τη συνεισφορά της παραβίασης της ομοτιμίας (στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις) σε αντιδιαστολή με το πλάτος της γ -διάσπασης $^{16}\text{O}^* \rightarrow ^{16}\text{O} + \gamma$, που είναι 3×10^{-3} eV. [Για περισσότερα παραδείγματα παραβίασης της ομοτιμίας στις πυρηνικές αντιδράσεις δες το άρθρο ανασκόπησης του Tadic (1980)].

Πολύ μικρά φαινόμενα παραβίασης της ομοτιμίας έχουν παρατηρηθεί σε ατομικές μεταπτώσεις. Για παράδειγμα, έχει παρατηρηθεί μια μικρή στροφή (10^{-7} ακτίνια) στο επίπεδο πόλωσης του φωτός, καθώς αυτό διασχίζει και προκαλεί οπτικές μεταπτώσεις σε ατμούς βισμούθιου. Η παραβίαση της ομοτιμίας οφείλεται σε συμβολή των ουδέτερων ασθενών ρευμάτων και των καθαρά ηλεκτρομαγνητικών συνεισφορών στο πλάτος μετάπτωσης, και το μέγεθός της είναι προσεγγιστικά σε συμφωνία με αυτό που αναμένεται από τις συζεύξεις των ουδέτερων ρευμάτων στη θεωρία των Weinberg-Salam-Glashow. [Για μια πρόσφατη ανασκόπηση δες Fortson και Lewis (1984). Τα φαινόμενα των ουδέτερων ρευμάτων θα συζητηθούν με λεπτομέρειες στο Κεφάλαιο 9.]

3.6. ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΦΟΡΤΙΟΥ, ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΟ ΒΑΘΜΙΔΑΣ ΚΑΙ ΦΩΤΟΝΙΑ

Μια σημαντική κατηγορία συνεχών μετασχηματισμών στη σωματιδιακή φυσική είναι οι μετασχηματισμοί βαθμίδας του ηλεκτρομαγνητικού δυναμικού. Θα δούμε στη συνέχεια ότι το αναλλοίωτο βαθμίδας του ηλεκτρομαγνητικού δυναμικού ισοδυναμεί με τη διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου. Το ηλεκτρικό φορτίο είναι γνωστό ότι διατηρείται με μεγάλη ακρίβεια. Για παράδειγμα, στη διάσπαση του νετρονίου, $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ το φορτίο διατηρείται με ακρίβεια καλύτερη από 1 στα 10^{19} (δες Πρόβλημα 1.7).

3.6.1. Διατήρηση Φορτίου και Αναλλοίωτο Βαθμίδας στη Κλασική και Κβαντική Φυσική

Οι έννοιες του αναλλοίωτου βαθμίδας και της διατήρησης του φορτίου μπορούν να εισαχθούν με βάση ένα επιχείρημα που οφείλεται στον Wigner (1949). Το ηλεκτροστατικό δυναμικό φ ενός συστήματος είναι αυθαίρετο. Η συμπεριφορά (δυναμικές εξισώσεις) του συστήματος καθορίζεται από τη μεταβολή του δυναμικού και όχι την

απόλυτη τιμή του. Ας υποθέσουμε τώρα ότι το φορτίο δεν διατηρείται, δηλαδή ότι μπορεί να δημιουργηθεί ή να καταστραφεί από κάποια μαγική διεργασία. Για να δημιουργηθεί φορτίο Q , είναι αναγκαίο ένα έργο W , το οποίο επανακτάται όταν το φορτίο καταστραφεί. Ας υποθέσουμε ότι το φορτίο δημιουργείται σε ένα σημείο όπου το δυναμικό σε μια καθορισμένη κλίμακα είναι φ . Το έργο που καταναλώνεται είναι W , ανεξάρτητα από την τιμή του φ , αφού υποθέσαμε ότι δεν μπορεί καμιά φυσική διεργασία να εξαρτάται από την απόλυτη κλίμακα του δυναμικού. Αν το φορτίο μετακινηθεί σε ένα άλλο σημείο, όπου το δυναμικό είναι φ' , η μεταβολή στην ενέργεια θα είναι $Q(\varphi - \varphi')$. Όταν λοιπόν το φορτίο καταστραφεί, επανερχόμαστε στο αρχικό σύστημα έχοντας όμως ένα ενεργειακό κέρδος $W - W + Q(\varphi - \varphi')$. Συνεπώς, η διατήρηση της ενέργειας μας υποχρεώνει να δεχτούμε ότι δεν μπορούμε να δημιουργήσουμε ή να καταστρέψουμε φορτίο αν η κλίμακα του ηλεκτροστατικού δυναμικού είναι αυθαίρετη. Με άλλα λόγια, η διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου είναι αυτή που μας δίνει την ελευθερία επιλογής κλίμακας δυναμικού.

Η σύνδεση μεταξύ αναλλοίωτου βαθμίδας και διατήρησης φορτίου στην κβαντομηχανική μπορεί να παρουσιαστεί με ένα απλό παράδειγμα. Στο Σχήμα 3.3 παρουσιάζεται μια δέσμη ηλεκτρονίων χαμηλής ενέργειας, που κατευθύνεται προς ένα φράγμα με δύο σχισμές AB , και στο επίπεδο C μπορεί να ανιχνεύσει κανείς το χαρακτηριστικό περιθλασίγραμμα. Το κύμα του ηλεκτρονίου περιγράφεται από μια κυματοσυνάρτηση της μορφής $\psi = \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)$, ή χρησιμοποιώντας μονάδες όπου $\hbar = c = 1$,

$$\psi = \exp i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - Et) = \exp(ipx), \quad (3.22)$$

όπου $p = (\mathbf{p}, iE)$ είναι η τετραταχύτητα του ηλεκτρονίου και $x = (\mathbf{x}, it)$ είναι το τετραδιάνυσμα θέσης. Γενικά μπορούμε να εισάγουμε ένα σταθερό παράγοντα φάσης, τον οποίο, για λόγους που θα δούμε στη συνέχεια, γράφουμε ως $-ea$, όπου e είναι το φορτίο του ηλεκτρονίου:

$$\psi = \exp i(px - ea). \quad (3.23)$$

Η ένταση στο επίπεδο C εξαρτάται από τη διαφορά των φάσεων από τα A και B , ενώ είναι ανεξάρτητη από την ολική (ίδια σε όλο το χώρο) φάση ea , που είναι αυθαίρετη και μη παρατηρήσιμη. Υποθέστε τώρα ότι η φάση είναι διαφορετική σε διαφορετικά σημεία: $ea = ea(x)$. Τότε η χωροχρονική κλίση της ολικής φάσης θα είναι:

$$\frac{\partial}{\partial x} i(px - ea) = i\left(p - e \frac{\partial a}{\partial x}\right). \quad (3.24)$$

Επειδή το a εξαρτάται από το x , η σχετική διαφορά φάσης από τα A και B θα μεταβάλλεται οπότε θα μεταβάλλεται και το προβλεπόμενο περιθλασίγραμμα στο επίπεδο C . Δηλαδή, το αναμενόμενο φυσικό αποτέλεσμα δεν είναι αναλλοίωτο κάτω από

αυθαίρετους τοπικούς μετασχηματισμούς φάσης. Τα ηλεκτρόνια όμως διαθέτουν φορτίο και αλληλεπιδρούν μέσω ενός ηλεκτρομαγνητικού δυναμικού, το οποίο γράφουμε ως τετραδιάνυσμα $A = (\mathbf{A}, i\varphi)$, όπου \mathbf{A} είναι το διανυσματικό και φ το βαθμωτό δυναμικό. Αποτέλεσμα της ύπαρξης του δυναμικού είναι η αλλαγή της φάσης του ηλεκτρονίου στην (3.22), που μπορεί να προκύψει με την αντικατάσταση*:

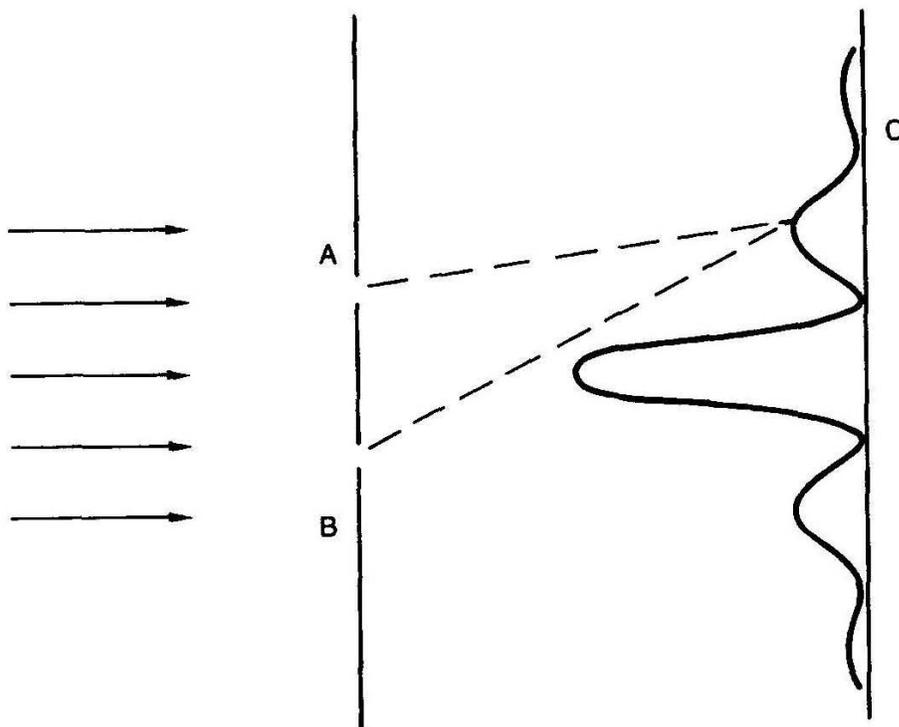
$$p \rightarrow p + eA, \quad (3.25)$$

οπότε η παράγωγος (3.24) γράφεται:

$$\frac{\partial}{\partial x} i(px + eAx - ea) = i\left(p + eA - e\frac{\partial a}{\partial x}\right). \quad (3.26)$$

Η κλίμακα του δυναμικού ή βαθμίδα είναι επίσης αυθαίρετη και, όπως θα δούμε στη συνέχεια, μπορούμε να την αλλάξουμε προσθέτοντας στο A την κλίση οποιουδήποτε βαθμωτού μεγέθους, κάνοντας δηλαδή το λεγόμενο τοπικό μετασχηματισμό βαθμίδας. Έτσι, αν πραγματοποιήσουμε το μετασχηματισμό:

$$A \rightarrow A + \frac{\partial a}{\partial x}, \quad (3.27)$$



ΣΧΗΜΑ 3.3 Περίθλαση δέσμης ηλεκτρονίων από φράγμα με δύο σχισμές A, B , την οποία παρατηρούμε στο επίπεδο C .

* Δες J.D. JACKSON, *Classical Electrodynamics*, 2nd ed., John Wiley, New York, 1975, σ. 254.

τότε η παράγωγος της (3.26) θα ισούται μόνο με ip , θα είναι δηλαδή ανεξάρτητη του a . Με άλλα λόγια, ο αρχικός τοπικός μετασχηματισμός φάσης και ο μετασχηματισμός βαθμίδας (3.27) αλληλοαναιρούνται και το περιθλασίγραμμα στο C παραμένει το ίδιο.

Η αλληλοαναίρεση αυτή εξαρτάται από δύο συνθήκες. Πρώτον, πρέπει να υπάρχει ένα πεδίο μεγάλης εμβέλειας (στο παράδειγμά μας το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο), το οποίο δρα πάνω στα ηλεκτρόνια και αλλάζει τις φάσεις τους (η μεγάλη εμβέλεια είναι αναγκαία, γιατί η απόσταση των σχισμών μπορεί να είναι μεγάλη). Δεύτερον, το ηλεκτρικό φορτίο πρέπει να διατηρείται. Η αλληλοαναίρεση δεν θα πραγματοποιηθεί αν ένα ηλεκτρόνιο χάσει ξαφνικά το φορτίο του και το επανακτήσει αργότερα.

Είδαμε λοιπόν ότι οι κυματοσυναρτήσεις με τις οποίες περιγράφουμε φορτισμένα σώματα είναι δυνατόν να έχουν φάσεις επιλεγμένες αυθαίρετα σε διαφορετικούς χρόνους και θέσεις, χωρίς καμιά διαφορά στα φυσικά αποτελέσματα, αρκεί να διατηρείται το φορτίο και να υπάρχει σύζευξη των φορτίων με ένα μεγάλης εμβέλειας πεδίο (το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο) στο οποίο εφαρμόζονται ταυτόχρονα τοπικοί μετασχηματισμοί βαθμίδας. Οι θεωρίες των σωματιδιακών αλληλεπιδράσεων με την ιδιότητα του τοπικού αναλλοίωτου βαθμίδας παρουσιάζουν υψηλού βαθμού συμμετρία και αποδεικνύεται ότι είναι επανακανονικοποιήσιμες, δηλαδή ότι τα προβλεπόμενα αποτελέσματα της αλληλεπίδρασης, όπως χρόνοι ζωής ή ενεργές διατομές, έχουν πεπερασμένες τιμές που μπορούν να υπολογιστούν σε όλες τις ενέργειες και σε όλες τις τάξεις της σταθεράς σύζευξης.

Στις θεωρίες πεδίου με τοπική συμμετρία βαθμίδας, κάθε απόλυτα διατηρήσιμη ποσότητα, όπως το ηλεκτρικό φορτίο, συνεπάγεται την ύπαρξη ενός πεδίου μεγάλης εμβέλειας σε σύζευξη με το φορτίο. Παρόμοια, αν ο βαρυονικός αριθμός διατηρείται απόλυτα, θα υπάρχει ένα πεδίο μεγάλης εμβέλειας σε σύζευξη με αυτόν [Lee και Yang (1955)]. Δεν υπάρχουν ενδείξεις ύπαρξης ενός τέτοιου πεδίου, του οποίου η οριακή τιμή της σταθεράς σύζευξης είναι 10^9 φορές μικρότερη της βαρυτικής σταθεράς σύζευξης (δες, για παράδειγμα, το Πρόβλημα 9.5). Για το λόγο αυτό, πιθανολογείται ότι τα πρωτόνια διασπώνται έχοντας όμως τεράστιο χρόνο ζωής (δες Κεφάλαιο 9).

3.6.2. Το Ηλεκτρομαγνητικό Πεδίο και τα Φωτόνια

Στον ηλεκτρομαγνητισμό, τα πεδία \mathbf{B} , \mathbf{E} μπορούν να γραφούν ως παράγωγοι του διανυσματικού \mathbf{A} και βαθμωτού δυναμικού φ , όπου

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3.28)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}. \quad (3.29)$$

Τα \mathbf{B} και \mathbf{E} ικανοποιούν τις εξισώσεις του Maxwell, οι οποίες συμπεριλαμβάνουν και τη διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου μέσω μιας σχέσης μεταξύ πυκνότητας φορτίου και πυκνότητας ρεύματος: $\partial \rho / \partial t = -\nabla \cdot \mathbf{j}$. Οι τιμές των \mathbf{B} και \mathbf{E} παραμένουν αναλλοίωτες κάτω από μετασχηματισμό βαθμίδας της μορφής:

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla a, \quad (3.30)$$

$$\varphi \rightarrow \varphi' = \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial a}{\partial t}, \quad (3.31)$$

όπου a είναι οποιαδήποτε βαθμωτή συνάρτηση του χώρου και του χρόνου. Αυτή η ελευθερία επιλογής ονομάζεται αναλλοίωτο βαθμίδας και σημαίνει ότι τα \mathbf{A} , φ μπορούν να οριστούν με πολλούς τρόπους. Για παράδειγμα, η βαθμίδα Coulomb είναι αυτή που ικανοποιεί τη σχέση:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0. \quad (3.32)$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (3.29) και την εξίσωση του Maxwell $\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho$ καταλήγουμε στην εξίσωση Poisson:

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi\rho,$$

οπότε στη βαθμίδα αυτή, το φ καθορίζεται μόνο από τη στατική κατανομή φορτίου ρ .

Στον ελεύθερο χώρο, το διανυσματικό δυναμικό \mathbf{A} ακολουθεί την κυματική εξίσωση:

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = 0, \quad (3.33)$$

που αντιστοιχεί στη διάδοση ελεύθερων, άμαζων φωτονίων. Η λύση της είναι ένα επίπεδο κύμα της μορφής:

$$\mathbf{A} = \mathbf{e} A_0 \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t),$$

όπου \mathbf{k} είναι το διάνυσμα διάδοσης και \mathbf{e} είναι το μοναδιαίο διάνυσμα (διάνυσμα πόλωσης) που έχει τη διεύθυνση του πεδίου \mathbf{E} . Η x συνιστώσα του \mathbf{A} είναι:

$$\begin{aligned} A_x &= e_x A_0 \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \\ &= e_x A_0 \exp i(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t), \end{aligned}$$

και

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} = i e_x k_x A_0 \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t),$$

ενώ παρόμοιες είναι οι εκφράσεις για τις y και z συνιστώσες. Χρησιμοποιώντας τη σχέση (3.32):

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = 0,$$

καταλήγουμε ότι στη βαθμίδα Coulomb ισχύει:

$$\mathbf{e} \cdot \mathbf{k} = 0. \quad (3.34)$$

Έτσι το πεδίο \mathbf{E} (και το \mathbf{B}) του επίπεδου ηλεκτρομαγνητικού κύματος στον ελεύθερο χώρο είναι κάθετο στο διάνυσμα διάδοσης (Σχήμα 3.4). Αν εκλέξουμε το \mathbf{k} κατά μήκος του άξονα z , τότε το e_z και το A_z μηδενίζονται και μένουν δύο γραμμικά ανεξάρτητες συνιστώσες:

$$\begin{aligned} A_x &= e_x A_0 \exp i(kz - \omega t + \delta), \\ A_y &= e_y A_0 \exp i(kz - \omega t), \end{aligned}$$

όπου $e^2 = e_x^2 + e_y^2 = 1$, ενώ τα πλάτη και η σχετική φάση δ μεταξύ των συνιστωσών είναι αυθαίρετα. Για παράδειγμα, αν $\delta = 0$, έχουμε επίπεδη πόλωση, ενώ αν $\delta = \pi/2$, έχουμε κυκλική πόλωση. Η κυκλική πόλωση, μπορεί να περιγραφεί και με τη βοήθεια ενός περιστρεφόμενου διανύσματος \mathbf{e} . Οι συνδυασμοί για δεξιόστροφα και αριστερόστροφα κυκλικά πολωμένα κύματα είναι:

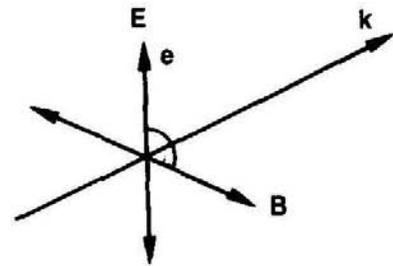
$$\begin{aligned} e_{\Delta} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (e_x + ie_y), \\ e_A &= \frac{1}{\sqrt{2}} (e_x - ie_y). \end{aligned} \quad (3.35)$$

(Σημειώστε ότι $|e_{\Delta}|^2 = |e_A|^2$ για όλες τις τιμές των e_x και e_y , όπως απαιτείται από τη διατήρηση της ομοτιμίας).

Τα διανύσματα πόλωσης του κλασικού πεδίου μπορούν να συσχετιστούν με τις καταστάσεις σπιν των ελεύθερων φωτονίων του πεδίου. Για ένα επίπεδο κύμα, που διαδίδεται στη διεύθυνση z , είναι προφανές ότι επειδή για τις συνιστώσες της ορμής ισχύει $p_x = p_y = 0$, η z συνιστώσα της τροχιακής στροφορμής θα είναι $L_z = xp_y - yp_x = 0$. Έτσι συμπεραίνουμε ότι η z συνιστώσα της ολικής στροφορμής, J_z , οφείλεται αποκλειστικά στο σπιν των φωτονίων.

Ας εξετάσουμε μια στροφή κατά γωνία θ γύρω από τον άξονα z , η οποία πραγματοποιείται με την εφαρμογή του τελεστή στροφής (3.14), $R = \exp(iJ_z \theta)$, όπου για απλότητα παραλείψαμε τον παράγοντα \hbar . Οι μετασχηματισμένες τιμές των συνιστωσών e_x , e_y και e_z είναι:

$$\begin{aligned} e'_x &= e_x \cos\theta - e_y \sin\theta, \\ e'_y &= e_x \sin\theta + e_y \cos\theta, \\ e'_z &= e_z. \end{aligned} \quad (3.36)$$



ΣΧΗΜΑ 3.4

Οι δύο πρώτες εξισώσεις μπορούν να συνδυαστούν:

$$e_R' = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_x' + ie_y') = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_x + ie_y) \exp(i\theta),$$

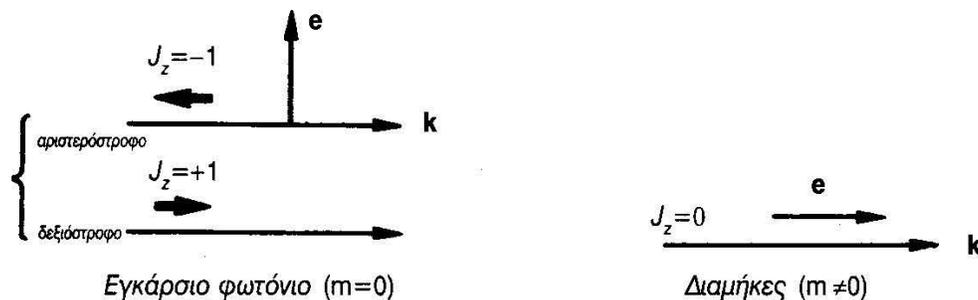
$$e_L' = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_x' - ie_y') = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_x - ie_y) \exp(-i\theta). \quad (3.37)$$

Οπότε οι καταστάσεις e_R , e_L και e_z είναι ιδιοκαταστάσεις του τελεστή στροφής $\exp(iJ_z\theta)$ με $J_z = +1, -1$ και 0 αντίστοιχα και αντιστοιχούν σε $2J + 1 = 3$ δυνατές καταστάσεις ενός φωτονίου με σπιν $J=1$. Όμως εξαιτίας της συνθήκης εγκαρσιότητας (transversality condition) (3.34) έχουμε $e_z=0$ και η κατάσταση ελεύθερου φωτονίου με $J_z=0$ είναι ανύπαρκτη. Γενικότερα, το αναλλοίωτο Lorentz επιτρέπει μόνο δύο καταστάσεις για ένα άμαζο σωματίο με σπιν J : $J_z = \pm J$.

Τα πραγματικά φωτόνια ταξιδεύουν με την ταχύτητα του φωτός και είναι αυστηρά άμαζα (το πειραματικό όριο στη μάζα του φωτονίου είναι $< 10^{-47}$ g (Golhaber and Nieto 1971)). Αυτά καλούνται και εγκάρσια φωτόνια, με την έννοια ότι τα αντίστοιχα πεδία \mathbf{E} και \mathbf{B} είναι κάθετα στο διάνυσμα διάδοσης \mathbf{k} . Όμως οι ηλεκτρομαγνητικές διαταραχές μπορούν να ταξιδεύουν και με $v < c$ (για παράδειγμα σε κυματοδηγούς), οπότε είναι δυνατή η συνύπαρξη εγκάρσιας και διαμήκους συνιστώσας του πεδίου. Σε μια τέτοια περίπτωση, τα φωτόνια δεν μπορεί να είναι ακριβώς άμαζα. Οι δυνατές συνιστώσες του σπιν είναι $J_z = 0, \pm 1$ (Σχήμα 3.5). Φωτόνιο με $J_z = 0$ ονομάζεται *διάμηκες* (ή βαθμωτό). Παράδειγμα διαμήκους φωτονίου είναι το δυνητικό φωτόνιο που μεσολαβεί στη στατική αλληλεπίδραση μεταξύ δύο φορτίων, όπου το διάνυσμα e είναι κατά μήκος της γραμμής που ενώνει τα φορτία.

Η πόλωση του σπιν των σωματιών συχνά αναφέρεται και με τον όρο *ελικότητα* (helicity). Ένα σωματίο με σπιν σ , ορμή \mathbf{p} και ενέργεια E έχει ελικότητα:

$$H = \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{|\boldsymbol{\sigma}| |\mathbf{p}|}. \quad (3.38)$$



ΣΧΗΜΑ 3.5

Έτσι δεξιόστροφα, αριστερόστροφα και βαθμωτά φωτόνια έχουν αντίστοιχα ελκτικότητα $H = +1, -1, 0$. Επειδή με την επίδραση της χωρικής αναστροφής το όρι αλλάζει πρόσημο (δες Πίνακα 3.2), η συνολική ελκτικότητα των φωτονίων, που σχετίζονται με τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις στις οποίες η ομοτιμία διατηρείται, θα πρέπει να είναι μηδέν. Έτσι δεξιόστροφα και αριστερόστροφα φωτόνια εμφανίζονται πάντα με το ίδιο πλάτος και ο όρος «εγκάρσια» αναφέρεται ταυτόχρονα και στις δύο καταστάσεις ελκτικότητας.

Συνοψίζοντας την ενότητα αυτή: το αναλλοίωτο βαθμίδας είναι μια ιδιότητα των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων που σχετίζεται με τη διατήρηση του ηλεκτρικού φορτίου, και για επίπεδα ηλεκτρομαγνητικά κύματα στον ελεύθερο χώρο έχει σαν αποτέλεσμα τη συνθήκη εγκαρσιότητας. Έτσι τα ελεύθερα φωτόνια — οι φορείς του διανυσματικού πεδίου με σπιν 1 — υπάρχουν μόνο σε δύο καταστάσεις και πρέπει να είναι άμαζα. Το γεγονός ότι δεν έχουν μάζα προκύπτει από την (1.7), καθώς και επειδή το πεδίο πρέπει να έχει άπειρη εμβέλεια.

Για να συμπεριλάβουμε ταυτόχρονα φορτισμένα και ουδέτερα πεδία (μποζόνια), μελετούνται περισσότερο πολύπλοκοι μετασχηματισμοί βαθμίδας, όπως αυτοί που παρουσιάστηκαν από τους Yang και Mills (1954). Στην περίπτωση αυτή ανήκουν και οι θεωρίες βαθμίδας για την ενοποίηση των ηλεκτρομαγνητικών και ασθενών αλληλεπιδράσεων, που θα μελετήσουμε στο Κεφάλαιο 9.

3.7. ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΟ ΣΥΖΥΓΙΑΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Όπως μπορούμε να συμπεράνουμε και από το όνομά του, ο τελεστής της συζυγίας φορτίου αλλάζει το πρόσημο του φορτίου και της μαγνητικής ροπής ενός σωματίου (αφήνοντας ανέπαφες όλες τις άλλες συντεταγμένες). Στην κλασική φυσική, η συμμετρία κάτω από την επίδραση της συζυγίας φορτίου καταδεικνύεται από το αναλλοίωτο των εξισώσεων Maxwell στις αλλαγές πρόσημου των πυκνοτήτων φορτίου και ρεύματος καθώς και των πεδίων \vec{A} και \vec{C} . Στη σχετικιστική κβαντομηχανική, ο όρος «συζυγία φορτίου» σημαίνει την ανταλλαγή του σωματίου με το αντισωματίό του. Αντίθετο φορτίο όμως στα βαρυόνια και στα λεπτόνια συνεπάγεται και αλλαγή προσήμου στο βαρυονικό και λεπτονικό αριθμό αντίστοιχα. Παρουσιάζουμε την επίδραση της συζυγίας φορτίου στο ηλεκτρόνιο και το πρωτόνιο στον Πίνακα 3.1. Σημειώστε ότι θετικό (αρνητικό) μ σημαίνει ότι η μαγνητική ροπή είναι ομόρροπη (αντίρροπη) με το διάνυσμα του σπιν.

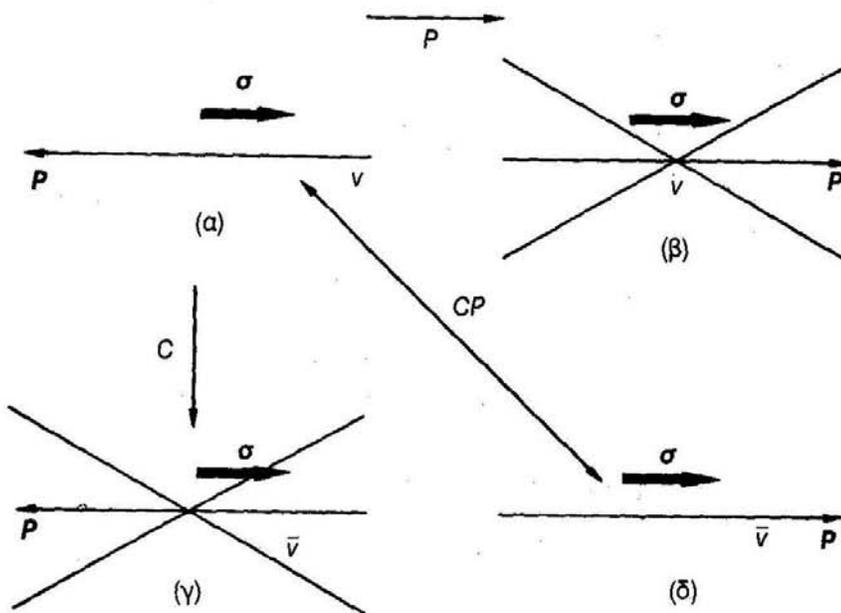
Πειραματικές μαρτυρίες για το αναλλοίωτο των ισχυρών και ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων κάτω από την επίδραση του τελεστή C παρουσιάζονται στην ενότητα 3.11. Αντίθετα, οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις παραβιάζουν το αναλλοίωτο

της συζυγίας φορτίου, όπως ακριβώς συμβαίνει και με την ομοτιμία. Τα φαινόμενα αυτά θα συζητηθούν αναλυτικά στο Κεφάλαιο 7, αλλά αξίζει τον κόπο να τα αναφέρουμε εδώ με συντομία. Χαρακτηριστικό παράδειγμα παραβίασης της ομοτιμίας και της συζυγίας φορτίου από τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις αποτελεί η διαμήκης πόλωση των νετρίνων (ν) και των αντινετρίνων ($\bar{\nu}$) που εκπέμπονται κατά την β -διάσπαση μαζί με ποζιτρόνια και ηλεκτρόνια αντίστοιχα. Τα νετρίνα έχουν σπιν $1/2$ και μηδενική (ή σχεδόν μηδενική) μάζα, οπότε σύμφωνα με τα σχόλια που παραθέσαμε μετά την εξίσωση (3.37), οι δυνατές ιδιοκαταστάσεις του σπιν είναι $J_z = \pm 1/2$, όπου με z συμβολίζουμε τη διεύθυνση του διανύσματος της ορμής \mathbf{p} . Βρέθηκε πειραματικά ότι τα νετρίνα έχουν μόνο $J_z = -1/2$, ενώ τα αντινετρίνα μόνο $J_z = +1/2$. Με άλλα λόγια, τα νετρίνα είναι «αριστερόστροφα» και τα αντινετρίνα «δεξιόστροφα». Αυτό παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.6, όπου η \mathbf{p} στο (α) είναι κατά μήκος του αρνητικού ημιάξονα. Με την επίδραση του τελεστή της ομοτιμίας, που σ' αυτή την περίπτωση αντιστοιχεί στην αναστροφή $z \rightarrow -z$, το πολικό διάνυσμα \mathbf{p} αλλάζει πρόσημο, ενώ το αξονικό διάνυσμα σ , σύμφωνα με τον Πίνακα 3.2, παραμένει αμετάβλητο. Έτσι καταλήγουμε στο διάγραμμα (β). Αυτό αντιστοιχεί σε δεξιόστροφο νετρίνο, το οποίο δεν παρατηρείται στη φύση. Αυτό σημαίνει ότι η ασθενής αλληλεπίδραση δεν είναι αναλλοίωτη κάτω από χωρικές αναστροφές. Σε αντιδιαστολή, μπορούμε να θυμηθούμε τα φωτόνια που εκπέμπονται στις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις. Υπάρχουν δεξιόστροφα και αριστερόστροφα φωτόνια, με την ίδια πιθανότητα, οπότε η αλληλεπίδραση είναι αναλλοίωτη σε χωρικές αναστροφές.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1 Συζυγία φορτίου.

	Πρωτόνιο	Αντιπρωτόνιο
Q	$+e$	$-e$
B	$+1$	-1
μ	$+2.79 (e\hbar/2Mc)$	$-2.79 (e\hbar/2Mc)$
σ	$\hbar/2$	$\hbar/2$

	Ηλεκτρόνιο	Ποζιτρόνιο
Q	$-e$	$+e$
L_e	$+1$	-1
μ	$-e\hbar/2mc$	$+e\hbar/2mc$
σ	$\hbar/2$	$\hbar/2$



ΣΧΗΜΑ 3.6 Αποτελέσματα εφαρμογής των τελεστών C και P σε καταστάσεις νετρίνων. Μόνο οι καταστάσεις (α) και (δ) παρατηρούνται στη φύση.

Παρόμοια, αν εφαρμόσουμε τον τελεστή της συζυγίας φορτίου στην κατάσταση (α) του νετρίνου, καταλήγουμε σε αριστερόστροφο αντινεutrino στο διάγραμμα (γ). Η κατάσταση αυτή δεν παρατηρείται. Όμως αν εφαρμόσουμε επιπρόσθετα στην κατάσταση αυτή και χωρική αντιστροφή, καταλήγουμε σε δεξιόστροφο αντινεutrino (δ), το οποίο παρατηρείται στη φύση. Έτσι η ασθενής αλληλεπίδραση δεν είναι αναλλοίωτη χωριστά στις C και P , αλλά είναι αναλλοίωτη στο συνδυασμό CP . Αν και καταλήξαμε στο συμπέρασμα αυτό μελετώντας μόνο καταστάσεις νετρίνων, σημειώνουμε ότι είναι γενική ιδιότητα όλων των ασθενών αλληλεπιδράσεων είτε συμπεριλαμβάνουν νετρίνα είτε όχι.

3.8. ΙΔΙΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΟΥ ΤΕΛΕΣΤΗ ΤΗΣ ΣΥΖΥΓΙΑΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Ας εξετάσουμε την επίδραση του τελεστή της συζυγίας φορτίου στην κυματοσυνάρτηση ενός φορτισμένου πιονίου, την οποία συμβολίζουμε με $|\pi^\pm\rangle$:

$$C |\pi^+\rangle \rightarrow |\pi^-\rangle \neq \pm |\pi^+\rangle.$$

Στο αποτέλεσμα της επίδρασης μπορεί να εισαχθεί μια αυθαίρετη φάση, η οποία όμως δεν είναι απαραίτητη προς το παρόν. Σημειώνουμε ότι τα $|\pi^+\rangle$ και $|\pi^-\rangle$ δεν

*Το αναλλοίωτο των ασθενών αλληλεπιδράσεων κάτω από την εφαρμογή του μετασχηματισμού CP δεν είναι ακριβές. Μικρές αποκλίσεις από το CP -αναλλοίωτο θα συζητήσουμε στο Κεφάλαιο 7.

είναι ιδιοκαταστάσεις του τελεστή C . Όμως, ο τελεστής της συζυγίας φορτίου μπορεί να έχει καθορισμένη ιδιοτιμή σε ένα ουδέτερο σύστημα. Έτσι για το ουδέτερο πιόνιο:

$$C|\pi^0\rangle = \eta|\pi^0\rangle,$$

όπου η σταθερά η προφανώς ισούται με ± 1 , αφού

$$C\{C|\pi^0\rangle\} = |\pi^0\rangle.$$

Για να βρούμε το πρόσημο, θυμίζουμε ότι τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία παράγονται από κινούμενα φορτία (ρεύματα), τα οποία αλλάζουν πρόσημο με την επίδραση της συζυγίας φορτίου. Κατά συνέπεια, το φωτόνιο έχει $C=-1$. Επειδή ο κβαντικός αριθμός της συζυγίας φορτίου είναι πολλαπλασιαστικός, η ιδιοτιμή της C σε ένα σύστημα n φωτονίων θα είναι $(-1)^n$. Έτσι από τη διάσπαση του ουδέτερου πιονίου:

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma,$$

καταλήγουμε ότι θα έχει την άρτια ιδιοτιμή του C :

$$C|\pi^0\rangle = +|\pi^0\rangle.$$

Κατά συνέπεια, αν οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις είναι αναλλοιώτες κάτω από την επίδραση του C , η διάσπαση

$$\pi^0 \rightarrow 3\gamma$$

θα είναι απαγορευμένη. Πειραματικά έχει βρεθεί ότι το σχετικό ποσοστό πραγματοποίησης των παραπάνω αντιδράσεων είναι:

$$\frac{\pi^0 \rightarrow 3\gamma}{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} < 4 \times 10^{-7}.$$

3.9. ΔΙΑΣΠΑΣΗ ΤΟΥ POSITRONIUM

Ας δούμε τους περιορισμούς που επιβάλλει το C -αναλλοίωτο στις καταστάσεις του positronium, το οποίο εξαυλώνεται σύμφωνα με τις αντιδράσεις:

$$e^+e^- \rightarrow 2\gamma, 3\gamma.$$

Η δέσμια κατάσταση ηλεκτρονίου και ποζιτρονίου θα έχει παρόμοιες ενεργειακές στάθμες με το άτομο του υδρογόνου (με τη μισή περίπου μεταξύ τους απόσταση, αφού η ανηγμένη μάζα του διαφέρει κατά ένα παράγοντα 2 από αυτή του υδρογόνου). Μπορούμε να γράψουμε την ολική κυματοσυνάρτηση της κατάστασης του πο-

ζιτρονίου ως γινόμενο τριών κυματοσυναρτήσεων που εξαρτώνται αντίστοιχα από τις χωρικές συντεταγμένες, το σπιν και το φορτίο:

$$\psi(\text{ολική}) = \Phi(\text{χώρο}) \alpha(\text{σπιν}) \chi(\text{φορτίο}), \quad (3.39)$$

οπότε πρέπει να εξετάσουμε πώς συμπεριφέρονται οι συναρτήσεις αυτές κάτω από την ανταλλαγή σωματίων. Αν το ηλεκτρόνιο και το ποζιτρόνιο ήταν ταυτόσημα φερμιόνια και όχι φερμιόνιο και αντιφερμιόνιο, θα μπορούσαμε να συμπεράνουμε, σύμφωνα με την εξίσωση (1.1), ότι η ψ (ολική) θα ήταν αντισυμμετρική.

Ας δούμε πώς μπορεί να γραφεί η συνάρτηση του σπιν για ένα συνδυασμό δύο σωματίων με σπιν $1/2$. Συμβολίζοντας με $\psi_1(s, s_z)$ και $\psi_2(s, s_z)$ τις συναρτήσεις για τα σωματάρια 1 και 2 αντίστοιχα, και το συνδυασμό τους με $\alpha(S, S_z)$ (όπου s, S είναι τα σπιν και s_z, S_z οι τρίτες προβολές τους), οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί είναι:

$$\alpha(1, 1) = \psi_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \psi_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \quad (3.40\alpha)$$

$$\alpha(1, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\psi_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \psi_2\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) + \psi_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \psi_1\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \right], \quad (3.40\beta)$$

$$\alpha(1, -1) = \psi_1\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \psi_2\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right), \quad (3.40\gamma)$$

$$\alpha(0, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\psi_1\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \psi_2\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) - \psi_2\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \psi_1\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \right], \quad (3.40\delta)$$

όπου οι τρεις πρώτες αποτελούν μια τριάδα με σπιν $S=1$ και $S_z=1, 0, -1$, (τριπλή κατάσταση), ενώ η τελευταία αποτελεί τη μονή κατάσταση με $S=S_z=0$. Οι τρεις πρώτες καταστάσεις είναι *συμμετρικές* κάτω από την εναλλαγή των σωματίων $1 \leftrightarrow 2$ (δηλαδή το α δεν αλλάζει πρόσημο), ενώ η τελευταία κατάσταση είναι *αντισυμμετρική* (το α αλλάζει πρόσημο). Έτσι η συμμετρία της συνάρτησης του σπιν α κάτω από την εναλλαγή των σωματίων εκφράζεται με το $(-1)^{S+1}$, όπου S είναι το ολικό σπιν.

Η κατάταξη σύμφωνα με τις εξισώσεις (3.40) μπορεί να εκφραστεί και στα πλαίσια της θεωρίας ομάδων. Οι καταστάσεις αυτές είναι αναπαραστάσεις της ομάδας $SU(2)$, όπου τα γράμματα αντιστοιχούν στην ειδική μοναδιακή ομάδα (Special Unitary group)* στις δύο διαστάσεις (σε αντιστοιχία με το συνδυασμό των δύο διανυσμάτων βάσης με σπιν $1/2$). Συμβολικά τα αποτελέσματα αυτά γράφονται:

* Ο πίνακας-τελεστής που προκαλεί τους μετασχηματισμούς μεταξύ των μελών της ομάδας έχει οριζουσα $+1$ (από όπου προέρχεται το «ειδικός») και είναι μοναδιακός, δηλαδή διατηρεί το μέτρο της κυματοσυνάρτησης.

$$2 \otimes 2 = 1 \oplus 3, \quad (3.41)$$

εννοώντας ότι με το συνδυασμό δύο θεμελιωδών αναπαραστάσεων «2» της SU(2), παίρνουμε μια αναπαράσταση «3» ($S=1$, τριπλή κατάσταση) και μια αναπαράσταση «1» ($S=0$, μοναχική κατάσταση).

Η χωρική κυματοσυνάρτηση Φ εκφράζεται με τη βοήθεια των σφαιρικών αρμονικών $Y_{\ell}^m(\theta, \varphi)$ που είδαμε στην (3.16). Η εναλλαγή σωματίων είναι ισοδύναμη με τη χωρική αναστροφή, η οποία εισάγει ένα παράγοντα $(-1)^{\ell}$, όπου ℓ είναι η τροχιακή στροφορμή του συστήματος.

Τέλος, ας υποθέσουμε ότι η ανταλλαγή σωματίων στη κυματοσυνάρτηση φορτίου χ έχει ως αποτέλεσμα την εισαγωγή ενός παράγοντα C . Το αποτέλεσμα της ανταλλαγής αυτής στην ολική κυματοσυνάρτηση ψ , που θα συμβολίσουμε με K , θα είναι το γινόμενο των παραγόντων που προέκυψαν από την εναλλαγή αυτή σε καθεμία από τις συναρτήσεις σπιν, χώρου και φορτίου:

$$K = C (-1)^{S+1} (-1)^{\ell}. \quad (3.42)$$

Για να προσδιορίσουμε τα C και K , πρέπει να καταφύγουμε σε επιπλέον πληροφορίες. Όπως είδαμε πριν, υπάρχουν δύο κανάλια εξαϋλωσης του positronium από τη θεμελιώδη του κατάσταση σε δύο ή τρεις ακτίνες- γ αντίστοιχα. Τα κανάλια αυτά πρέπει να αντιστοιχούν προφανώς σε δύο διαφορετικές καταστάσεις σπιν, τη μοναχική ($J=0$) και την τριπλή ($J=1$). Επικαλούμενοι είτε τη συμμετρία Bose του συστήματος των δύο φωτονίων είτε ότι το φωτόνιο δεν έχει μάζα (Σχήμα 3.5), συμπεραίνουμε ότι η διάσπαση σε 2γ πρέπει να έχει $J=0$, οπότε η διάσπαση σε 3γ θα αντιστοιχεί σε $J=1$. Έτσι από τη σχέση $C=(-1)^n$ για ένα σύστημα n φωτονίων, βρίσκουμε ότι $C=+1$ για την κατάσταση με $J=0$ και $C=-1$ για την κατάσταση με $J=1$. Εισάγοντας τους κατάλληλους παράγοντες στην (3.36) καταλήγουμε:

Διάσπαση	$S=J$	ℓ	C	K	Χρόνος ζωής, s
2γ , Μονή (1S_0)	0	0	+1	-1	1.25×10^{-10}
3γ , Τριπλή (3S_1)	1	0	-1	-1	1.4×10^{-7}

Τονίζουμε ότι ο παράγοντας K , που είναι το αποτέλεσμα της εναλλαγής σωματίων στην ολική κυματοσυνάρτηση ψ , είναι $K=-1$. Λαμβάνοντας δηλαδή υπόψη τη συζυγία φορτίου, η ολική κυματοσυνάρτηση είναι αντισυμμετρική, όπως ακριβώς και με δύο ταυτόσημα φερμιόνια.

Ο ρυθμός εξαϋλωσης σε δύο ακτίνες- γ , εκφρασμένος στη μορφή πλάτους $\Gamma = \hbar/\tau$, όπου τ είναι ο χρόνος ζωής, μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια της σχέσης:

$$\Gamma(2\gamma) = 4\pi r_e^2 \hbar c |\psi(0)|^2, \quad (3.43)$$

όπου $r_e = e^2/4\pi mc^2$ είναι η κλασική ακτίνα του ηλεκτρονίου, $\psi(0)$ είναι το πλάτος της ακτινικής κυματοσυνάρτησης ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου στην αρχή των αξόνων. Από τη λύση της εξίσωσης Schrödinger για τη θεμελιώδη κατάσταση του ατόμου του υδρογόνου γνωρίζουμε ότι:

$$|\psi(0)|^2 = \frac{1}{\pi a^3}, \quad (3.44)$$

όπου a είναι η ακτίνα του Bohr. Χρησιμοποιώντας τον παράγοντα 2 από την ανηγμένη μάζα, η ακτίνα του Bohr για το positronium θα έχει την τιμή:

$$a = \frac{2r_e}{\alpha^2}, \quad (3.45)$$

οπότε

$$\Gamma(2\gamma) = \frac{1}{2} mc^2 a^5/2$$

και

$$\tau(2\gamma) = 1.252 \times 10^{-10} \text{ s}, \quad (3.46)$$

σε απόλυτη συμφωνία με την παρατηρούμενη τιμή: $(1.252 \pm 0.017) \times 10^{-10} \text{ s}$. Ο ρυθμός εξαϋλωσης για τη διάσπαση σε 3γ είναι μικρότερος κατά ένα παράγοντα της τάξης του a :

$$\Gamma(3\gamma) = \left(\frac{2}{9\pi}\right)(\pi^2 - 9) a^6 mc^2,$$

$$\tau(3\gamma) = 1.374 \times 10^{-7} \text{ s (πειραματικά } 1.377 \pm 0.004). \quad (3.47)$$

Και οι δύο εξαϋλώσεις 3γ και 2γ ανιχνεύτηκαν για πρώτη φορά από τον Deutsch (1953), ο οποίος μέτρησε το ρυθμό εξαϋλωσης των ποζιτρονίων που σταματούσαν σε αέρια. Οι υπολογισμένες και οι παρατηρούμενες τιμές βρίσκονται σε εξαιρετική συμφωνία. (Για σύγκριση με τις ενεργειακές στάθμες των συστημάτων βαριών κουάρκ-αντικουάρκ, δες Κεφάλαιο 5).

3.10. ΠΟΛΩΣΗ ΦΩΤΟΝΙΩΝ ΣΤΗ ΔΙΑΣΠΑΣΗ POSITRONIUM

Θα ολοκληρώσουμε τη συζήτηση για τους κβαντικούς αριθμούς του positronium, εξετάζοντας την πόλωση των δύο ακτίνων- γ που εκπέμπονται κατά τη διάσπαση της μονής κατάστασης ($J=0$). Το ηλεκτρόνιο και το ποζιτρόνιο είναι αντίστοιχα φερμιόνιο και αντιφερμιόνιο και πρέπει να έχουν αντίθετες εσωτερικές ομοτιμίες (δες Παράρτημα Δ). Η σχετική ομοτιμία των e^+ και e^- δεν επηρεάζει τη μελέτη μας, αφού κάτω από την εναλλαγή σωματίων, η ολική ομοτιμία παραμένει η ίδια. Όμως αυτό συνεπάγεται ότι οι δύο εκπεμπόμενες ακτίνες- γ πρέπει να έχουν περιττή ομοτιμία.

Έστω ότι τα διανύσματα ορμών των δύο φωτονίων είναι \mathbf{k} και $-\mathbf{k}$, ενώ \mathbf{e}_1 και \mathbf{e}_2 είναι οι πολώσεις τους (τα διανύσματα της \mathbf{E}). Η αρχική κατάσταση έχει $J=0$. Οι απλούστεροι γραμμικοί συνδυασμοί που περιέχουν και τα διανύσματα \mathbf{E} και ικανοποιούν τη συμμετρία εναλλαγής για ταυτόσημα μποζόνια είναι:

$$\psi(2\gamma) = \alpha(\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2) \quad (3.48\alpha)$$

και

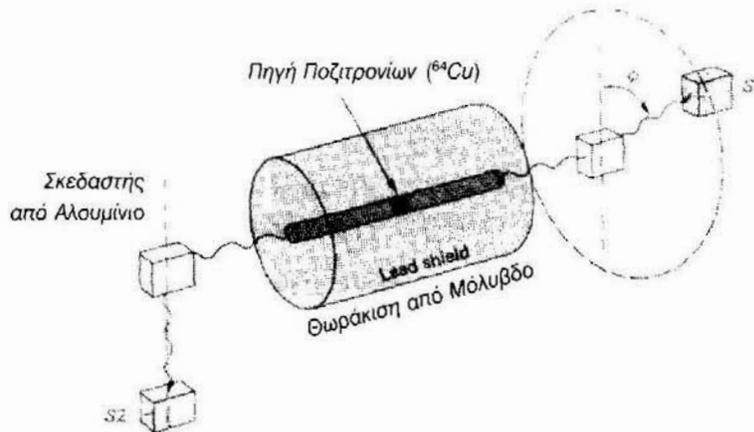
$$\psi(2\gamma) = \beta(\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2) \cdot \mathbf{k}, \quad (3.48\beta)$$

όπου τα α και β είναι σταθερές. Το πρώτο γινόμενο είναι βαθμωτή ποσότητα και συνεπώς άρτιο κάτω από χωρική αναστροφή. Η δεύτερη ποσότητα είναι ψευδοβαθμωτή (γινόμενο πολικού διανύσματος με αξονικό διάνυσμα) και συνεπώς έχει τη περιττή ομοτιμία που αναζητάμε. Αν θέλουμε η $\psi(2\gamma)$ να είναι πεπερασμένη, τα διανύσματα \mathbf{e}_1 και \mathbf{e}_2 δεν πρέπει να είναι παράλληλα. Τα επίπεδα πόλωσης των δύο φωτονίων έχουν μάλιστα την τάση να είναι κάθετα. Η πιθανότητα να παρατηρήσουμε μια γωνία φ μεταξύ των επιπέδων σύμφωνα με την (3.48β) θα είναι $|\psi|^2 \propto \sin^2\varphi$. Η πιθανότητα αυτή μπορεί να επιβεβαιωθεί πειραματικά με την παρατήρηση της γωνιακής κατανομής των ακτίνων- γ σε σκέδαση Compton, η οποία εξαρτάται ισχυρά από την πόλωση, ενώ η μέγιστη τιμή αναμένεται σε επίπεδο κάθετο στο ηλεκτρικό πεδίο. Αυτό είναι προφανές, αν θεωρήσουμε ότι το αρχικό φωτόνιο προκαλεί ταλαντώσεις στο ηλεκτρόνιο του στόχου στη διεύθυνση του \mathbf{E} . Η ένταση της επακόλουθης διπολικής ακτινοβολίας του σκεδασμένου φωτονίου θα παρουσιάζει μέγιστο κάθετα στο \mathbf{E} .

Στο Σχήμα 3.7, παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε από τους Wu και Shaknon (1950). Ο ρυθμός σύμπτωσης των ακτίνων- γ , που σκεδάζονταν σε στόχους αλουμινίου ως συνάρτηση της σχετικής τους αξιμούθιας γωνίας φ , μετρήθηκε με τη βοήθεια ανιχνευτών ανθρακένιου $S1$ και $S2$. Η κατανομή της φ εξαρτάται από την (πολική) γωνία σκέδασης, θ , των ακτίνων- γ και έχει μέγιστο για $\theta \simeq 81^\circ$ (Pryce και Ward 1947, Snyder et al. 1948). Ο παρατηρούμενος λόγος ήταν:

$$\frac{\text{ρυθμός}(\varphi = 90^\circ)}{\text{ρυθμός}(\varphi = 0^\circ)} = 2.04 \pm 0.08, \quad (3.49)$$

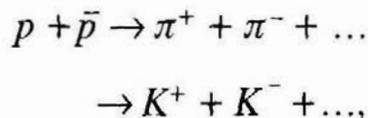
σε συμφωνία με τη θεωρητική αναμενόμενη τιμή 2.00. Τέτοια πειράματα επιβεβαιώνουν την πρόβλεψη της προτιμητέας ορθογώνιας πόλωσης των ακτίνων- γ και συνεπώς αποδεικνύουν την ορθότητα της υπόθεσης ότι τα φερμιόνια και τα αντιφερμιόνια έχουν αντίθετες ιδιο-ομοτιμίες. Παρόμοια επιχειρήματα έχουν χρησιμοποιηθεί για την απόδειξη ότι το ουδέτερο πιόνιο έχει περιττή ομοτιμία (Σχήμα 3.2).



ΣΧΗΜΑ 3.7 Σχεδιάγραμμα της μεθόδου που χρησιμοποίησαν οι Wu και Shakhov (1950) για τη μέτρηση του σχετικού προσανατολισμού των διανυσμάτων πόλωσης των δύο φωτονίων που εκπέμπονται στη διάσπαση του 1S_0 -positronium. Οι S1 και S2 ήταν ανιχνευτές ανθρακένιου και κατέγραφαν τις ακτίνες- γ μετά από σκέδαση Compton σε αλουμίνιο. Τα αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι τα φερμιόνια και αντιφερμιόνια έχουν αντίθετη εσωτερική ομοτιμία, όπως υποδεικνύει η θεωρία του Dirac.

3.11. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΟΥ C-ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΟΥ

Στους πειραματικούς ελέγχους του αναλλοίωτου της συζυγίας φορτίου συγκρίνουμε αντιδράσεις στις οποίες αντικαθιστούμε τα σωμάτια με τα αντισωματίά τους. Στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις για παράδειγμα, συγκρίναμε τους ρυθμούς και τα φάσματα των θετικών και αρνητικών μεσονίων στις αντιδράσεις:



και βρέθηκε ότι οποιαδήποτε παραβίαση του C-αναλλοίωτου είναι $\ll 1\%$.

Η έρευνα για πιθανή παραβίαση του C-αναλλοίωτου στις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις υπήρξε ενδιαφέρουσα. Το 1964 παρατηρήθηκε μια μικρή (0.1%) παραβίαση του CP-αναλλοίωτου στις διασπάσεις των ουδέτερων καονίων (δες Ενότητα 7.14.3). Η προέλευση της παραβίασης ήταν άγνωστη, αλλά προφανώς η παραβίαση αυτή ίσως ήταν αποτέλεσμα της παραβίασης της C-συμμετρίας στις ηλεκτρομαγνητικές (ή ισχυρές) αλληλεπιδράσεις, αφού η ομοτιμία στις αλληλεπιδράσεις αυτές διατηρείται. Ακολούθησε εντατική έρευνα στα προϊόντα της διάσπασης του η-μεσονίου (μάζα $547.45 \text{ MeV}/c^2$), το οποίο διασπάται μέσω ηλεκτρομαγνητικών μεταπτώ-

σεων. Μερικοί πιθανοί τρόποι διάσπασης είναι:

$$\eta \rightarrow \gamma\gamma \quad (3.50\alpha)$$

$$\rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \quad (3.50\beta)$$

$$\rightarrow \pi^+\pi^-\gamma \quad (3.50\gamma)$$

$$\rightarrow \pi^0e^+e^- \quad (3.50\delta)$$

Με βάση τη διάσπαση $\eta \rightarrow \gamma\gamma$, που έχει σχετικό ποσοστό παραγωγής 39.25%, καθορίστηκε ότι η συζυγία φορτίου του η είναι +1. Αν ερμηνεύσουμε τη διάσπαση $\eta \rightarrow \pi^0e^+e^-$ ως αποτέλεσμα της $\eta \rightarrow \pi^0\gamma$ όπου στη συνέχεια έχουμε εσωτερική μετατροπή της ακτίνας- γ σε ζεύγος e^+e^- , τότε, επειδή $C_\gamma = -1$ και $C_{\pi^0} = +1$, θα έπρεπε η αρχική διάσπαση να απαγορεύεται. Η ύπαρξη όμως αυτού του τρόπου διάσπασης θα ήταν μια ξεκάθαρη ένδειξη της C-παραβίασης. Το σημερινό όριο για το ποσοστό παραγωγής της αντίδρασης αυτής είναι $< 4 \times 10^{-5}$.

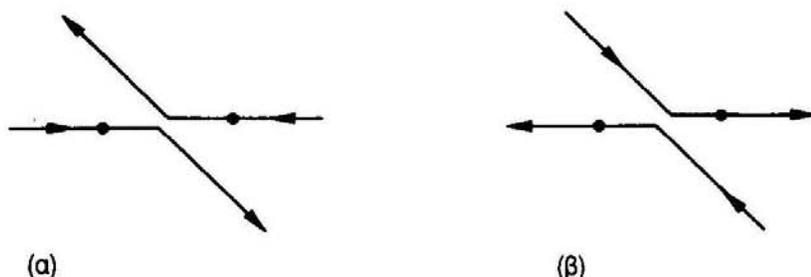
Δυστυχώς η μη παρατήρηση της διάσπασης (3.50δ) δεν αποδεικνύει την ισχύ της C-συμμετρίας, αφού η ερμηνεία του ορίου εξαρτάται από τα διάφορα πρότυπα. Ένας καλύτερος έλεγχος προκύπτει με τη σύγκριση των φασμάτων των π^+ και π^- στις διασπάσεις $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ και $\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. Τα πρώτα πειράματα που έγιναν έδειξαν σημαντική ασυμμετρία. Μεταγενέστερα όμως πειράματα μεγαλύτερης ακρίβειας επιβεβαίωσαν την ισοδυναμία των φασμάτων π^+ και π^- σε επίπεδο κάτω από 0.5%.

Στα τέλη της δεκαετίας του '60, με μια σειρά πειραμάτων αποπειράθηκαν να ανακαλύψουν πιθανή παραβίαση της C-συμμετρίας στις ισχυρές και ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις, αλλά τέτοιες παραβιάσεις δεν παρατηρήθηκαν.

3.12. ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΟ ΤΗΣ ΧΡΟΝΙΚΗΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

Τόσο το αναλλοίωτο όσο και η παραβίασή του σε χρονικές αντιστροφές είναι συνήθη στην κλασική μηχανική. Για παράδειγμα, ο νόμος του Νεύτωνα $F = m d^2x/dt^2$ είναι αναλλοίωτος κάτω από αλλαγή προσήμου στη χρονική συντεταγμένη: ένα φιλμ που παρουσιάζει την τροχιά ενός βλήματος στο πεδίο βαρύτητας της γης είναι εξίσου ρεαλιστικό είτε προβληθεί κανονικά είτε με την αντίστροφη φορά (αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα). Αντίθετα, οι περιπτώσεις των νόμων της θερμικής αγωγιμότητας ή διάχυσης, αφού εξαρτώνται από την πρώτη παράγωγο της συντεταγμένης του χρόνου, δεν δείχνουν τέτοια συμμετρία. Στην περίπτωση αυτή, οι συγκρούσεις μεταξύ των μορίων ικανοποιούν την αρχή της μικροσκοπικής αντιστρεπτότητας. Για κάθε σύγκρουση υπάρχει και η χρονο-αντιστρεπτή σύγκρουση, όπως στο Σχήμα 3.8. Σε ένα αέριο σε ισορροπία, οι δύο τύποι συγκρούσεων πραγματοποιούνται με την ίδια πιθανότητα και η εντροπία είναι σταθερή. Ένα φιλμ που περιγράφει μια μετάβαση από την τάξη στην αταξία, όπως την εκτόνωση ενός αερίου

από πολύ υψηλή πίεση σε περιοχή χαμηλής πίεσης, καθορίζει μια κατεύθυνση στο χρόνο, οπότε αν παιχτεί αντίστροφα, το αποτέλεσμα, φαίνεται μη πραγματικό. Αυτό όμως είναι απλά συνέπεια των αρχικών συνθηκών και δεν έχει καμιά σχέση με το αναλλοίωτο της χρονικής αντιστροφής στις στοιχειώδεις συγκρούσεις.



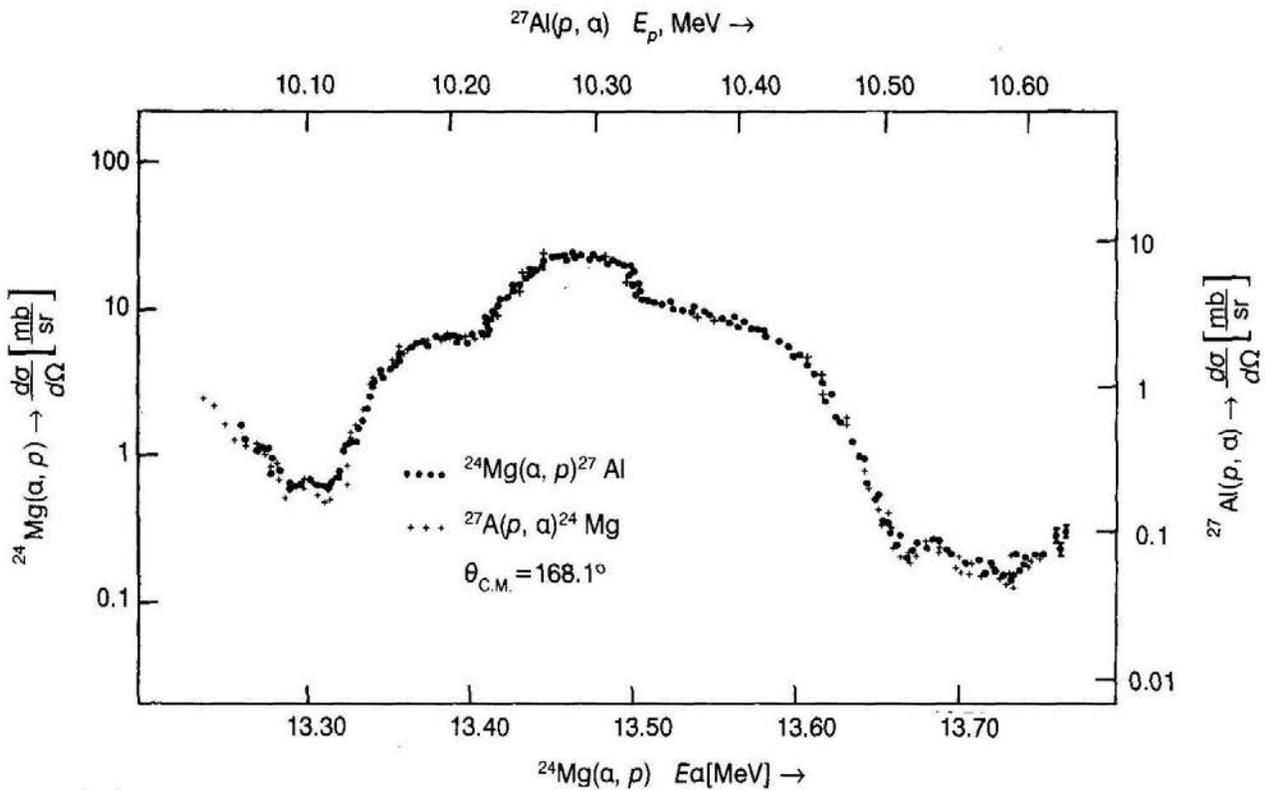
ΣΧΗΜΑ 3.8 (α) Σύγκρουση μεταξύ δύο μορίων. (β) Η χρονο-αντιστρεπτή σύγκρουση.

Στον Πίνακα 3.2, δίνονται οι μετασχηματισμοί των πιο κοινών ποσοτήτων της κλασικής φυσικής κάτω από χωρικές αναστροφές P και χρονικές αντιστροφές T . Σημειώνουμε ότι ένα «στοιχειώδες» σωματίο με σπιν σ δεν αναμένουμε να έχει στατική ηλεκτρική διπολική ροπή, αν η αλληλεπίδραση του σωματίου με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο είναι αναλλοίωτη στις επιδράσεις των T και P . Αυτό φαίνεται παράξενο με μια πρώτη ματιά, επειδή τα μόρια και τα άτομα έχουν μεγάλες ηλεκτρικές διπολικές ροπές, αν και οι αλληλεπιδράσεις στις οποίες συμμετέχουν είναι αναλλοίωτες σε επιδράσεις των T και P . Η ηλεκτρική διπολική ροπή στην περίπτωση των μοριακών ή ατομικών συστημάτων, συνδέεται πάντα με την ύπαρξη δύο εκφυλισμένων ή σχεδόν εκφυλισμένων ενεργειακών ιδιοκαταστάσεων. Για παράδειγμα, η πρώτη διεγερμένη κατάσταση του ατόμου του υδρογόνου ($n=2$) περιέχει τις ενεργειακά εκφυλισμένες στάθμες $s_{1/2}$ και $p_{1/2}$ (αγνοώντας το μικρό αποτέλεσμα που σχετίζεται με τη μετατόπιση Lamb). Οι καταστάσεις αυτές έχουν αντίθετη ομοτιμία, αλλά με την εφαρμογή ενός ηλεκτρικού πεδίου E πραγματοποιείται μια ανάμιξη τους εξαιτίας του φαινομένου Stark. Οι νέες ενεργειακές ιδιοκαταστάσεις είναι γραμμικοί συνδυασμοί των καταστάσεων s ($\ell=0$) και p ($\ell=1$) και προφανώς δεν έχουν καθορισμένη ομοτιμία. Σχετίζονται με μια ασύμμετρη κατανομή ηλεκτρονικού φορτίου σε μορφή αχλαδιού, από όπου προκύπτει μια ηλεκτρική διπολική ροπή μ_e και μια αντίστοιχη ενεργειακή διαταραχή $\pm\mu_e E$. (Οι καταστάσεις δεν είναι ακριβώς εκφυλισμένες, απλά εννοούμε ότι η αρχική ενεργειακή διαφορά τους είναι πολύ μικρή συγκρινόμενη με $\mu_e E$).

Για παράδειγμα, στην περίπτωση του νετρονίου και χωρίς καμιά παραβίαση των P και T , μπορεί να υπάρχει ηλεκτρική διπολική ροπή μόνο αν υπάρχει μια «σκιάδης» κατάσταση νετρονίου σε εκφυλισμό με την πρώτη και με αντίθετη ομοτιμία.

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.2

Ποσότητα	T	P	
\mathbf{r}	\mathbf{r}	$-\mathbf{r}$	
\mathbf{p}	$-\mathbf{p}$	$-\mathbf{p}$	πολικό διάνυσμα
σ (σπιν)	$-\sigma$	σ	αξονικό διάνυσμα ($\mathbf{r} \times \mathbf{p}$)
\mathbf{E} (ηλεκτρικό πεδίο)	\mathbf{E}	$-\mathbf{E}$	($\mathbf{E} = -\partial V/\partial \mathbf{r}$)
\mathbf{B} (μαγνητικό πεδίο)	$-\mathbf{B}$	\mathbf{B}	(όπως το σ , θεωρήστε κυκλικό ρεύμα)
$\sigma \cdot \mathbf{B}$	$\sigma \cdot \mathbf{B}$	$\sigma \cdot \mathbf{B}$	Μαγνητική διπολική ροπή
$\sigma \cdot \mathbf{E}$	$-\sigma \cdot \mathbf{E}$	$-\sigma \cdot \mathbf{E}$	Ηλεκτρική διπολική ροπή
$\sigma \cdot \mathbf{p}$	$\sigma \cdot \mathbf{p}$	$-\sigma \cdot \mathbf{p}$	Διαμήκης πόλωση
$\sigma \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2)$	$-\sigma \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2)$	$\sigma \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2)$	Εγκάρσια πόλωση

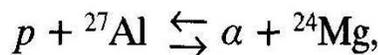


ΣΧΗΜΑ 3.9 Η διαφορική ενεργός διατομή για την αντίδραση $^{24}\text{Mg}(a, p)^{27}\text{Al}$ και την αντίστροφή της, όπως μετρήθηκε από τους Von Witsch et al. (1968).

Μια υπέρθεση των καταστάσεων αυτών δεν έχει καθορισμένη ομοτιμία, επιτρέπει μια ασύμμετρη κατανομή φορτίου και συνεπώς μια ηλεκτρική διπολική ροπή (δες Σχήμα 3.10). Δεν υπάρχει απολύτως καμιά ένδειξη για την ύπαρξη δύο τύπων της κατάστασης του νετρονίου. Αν υπήρχε, τότε ολόκληρη η φυσική της πυρηνικής δομής θα ήταν πολύ διαφορετική. Θα θεωρήσουμε λοιπόν ότι το νετρόνιο βρίσκεται

σε μια κατάσταση με συγκεκριμένη ομοτιμία. Το διάνυσμα του σπιν σ προσδιορίζει τη μοναδική πιθανή διεύθυνση στο χώρο οποιασδήποτε ηλεκτρικής (ή μαγνητικής) διπολικής ροπής (δηλαδή το μ_e και το μ_m πρέπει να είναι ομόρροπα ή αντίρροπα με το σ). Η μέτρηση ηλεκτρικής διπολικής ροπής για το νετρόνιο είναι λοιπόν ένας σημαντικός έλεγχος για το T -αναλλοίωτο, και θα συζητηθεί στην Ενότητα 3.14.

Η διατήρηση της χρονικής αντιστροφής έχει επιβεβαιωθεί πειραματικά για τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις με την εφαρμογή της αρχής λεπτομερούς ισοζυγίου (detailed balance), όπως εξηγείται στην Ενότητα 4.1. Στο Σχήμα 3.9 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα του ελέγχου της λεπτομερούς ισορροπίας για την αντίδραση:



από τα οποία καταλήγουμε ότι το πλάτος της T -παραβίασης ήταν $<0.3\%$ του πλάτους που διατηρεί την T -συμμετρία.

3.13. ΠΑΡΑΒΙΑΣΗ ΤΗΣ CP-ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΙ ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ CPT

Το ενδιαφέρον για τους πειραματικούς ελέγχους του αναλλοίωτου της T -συμμετρίας αυξήθηκε σημαντικά μετά την παρατήρηση της παραβίασης της CP -συμμετρίας στη διάσπαση του K^0 (ασθενείς αλληλεπιδράσεις). Ο λόγος είναι ότι οι μετασχηματισμοί T και CP συνδέονται με το διάσημο *θεώρημα CPT*, το οποίο είναι μια από τις πιο σημαντικές αρχές στην κβαντική θεωρία πεδίου. Το θεώρημα αυτό λέει ότι όλες οι αλληλεπιδράσεις είναι αναλλοίωτες στη διαδοχική εφαρμογή των τριών μετασχηματισμών C , P και T σε οποιαδήποτε σειρά. Η απόδειξη του θεωρήματος αυτού βασίζεται σε πολύ γενικές υποθέσεις και είναι διάχυτη η πεποίθηση ότι η κατασκευή θεωρίας πεδίου που να μην είναι αυτόματα αναλλοίωτη στη CPT -συμμετρία είναι πολύ δύσκολη. Έχοντας όμως γνώση της ιστορίας των πολλά υποσχόμενων νόμων διατήρησης, οι οποίοι τελικά κατέρρευσαν, πρέπει να επισημάνουμε ότι πειραματικά το θεώρημα CPT δεν στηρίζεται σε εξίσου σταθερά θεμέλια, όπως αυτά για τη διατήρηση της ενέργειας, και συνεπώς πρέπει να γίνουν πειραματικοί έλεγχοι.

Μερικά πορίσματα του θεωρήματος CPT , τα οποία πρέπει να επιβεβαιωθούν πειραματικά, σχετίζονται με τις ιδιότητες των σωματιών και αντισωματιών, τα οποία πρέπει να έχουν ίδιες μάζες και χρόνους ζωής, ενώ οι μαγνητικές τους ροπές πρέπει να έχουν ίδιο μέγεθος αλλά αντίθετο πρόσημο. Τα αποτελέσματα αυτά θα μπορούσαν να προκύψουν από το αναλλοίωτο της C -συμμετρίας, αν αυτή διατηρούνταν. Όμως οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις παραβιάζουν το C -αναλλοίωτο, οπότε οι παραπάνω προβλέψεις προκύπτουν από το πιο γενικό θεώρημα.

Τα πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώνουν τα πορίσματα του θεωρήματος

CPT. Σύγχρονα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.3. Τα ακριβέστερα πειραματικά όρια προέρχονται από συγκρίσεις μεταξύ των K^0 και \bar{K}^0 .

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.3 Έλεγχοι του θεωρήματος *CPT*.

		Όριο στη σχετική διαφορά
Χρόνοι ζωής	$\tau_{\pi^+} - \tau_{\pi^-}$	$< 10^{-3}$
	$\tau_{\mu^+} - \tau_{\mu^-}$	$< 10^{-4}$
	$\tau_{K^+} - \tau_{K^-}$	$< 10^{-3}$
	$ \mu_{\mu^+} - \mu_{\mu^-} $	$< 10^{-8}$
Μαγνητικές ροπές	$ \mu_{e^+} - \mu_{e^-} $	$< 10^{-12}$
	$M_{\pi^+} - M_{\pi^-}$	$< 10^{-3}$
Μάζες	$M_{\bar{\pi}} - M_p$	$< 10^{-8}$
	$M_{K^+} - M_{K^-}$	$< 10^{-4}$
	$M_{K^0} - M_{\bar{K}^0}$	$< 10^{-18}$

Ένα άλλο πόρισμα του θεωρήματος *CPT* είναι ότι τα σωματίδια αναμένεται να ακολουθούν την «κανονική» σχέση σπιν-στατιστικής, δηλαδή τα σωματίδια με ακέραιο και ημιακέραιο σπιν ακολουθούν αντίστοιχα τις στατιστικές Bose και Fermi.

Μέχρι το 1964 πιστεύαμε ότι όλοι οι τύποι των αλληλεπιδράσεων είναι αναλλοίωτοι κάτω από τη συνδυασμένη εφαρμογή *CP*. Για τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις ήταν γνωστό ότι παραβιάζουν χωριστά το *C* και *P* αναλλοίωτο, αλλά όχι την *CP*-συμμετρία. Την χρονιά αυτή όμως ανακαλύφτηκε από τους Christenson et al. (1964) ότι το ουδέτερο καόνιο με μεγάλο χρόνο ζωής, το οποίο κανονικά διασπάται με ασθενή αλληλεπίδραση σε τρία πιόνια με ιδιοτιμή της *CP* ίση με -1 , μπορεί να διασπαστεί σε δύο πιόνια (με πιθανότητα 2×10^{-3}) με ιδιοτιμή της *CP* ίση με $+1$. (Τα αποτελέσματα αυτά θα σχολιαστούν λεπτομερειακά στην Ενότητα 7.14).

Η αιτία της παραβίασης της *CP*-συμμετρίας δεν είναι προς το παρόν γνωστή, αν και είναι χαρακτηριστικό των θεωριών των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων που περιέχουν τουλάχιστον έξι γεύσεις κουάρκ. Αν δεχτούμε στη θεωρία της «μεγάλης έκρηξης» για ένα σύμπαν χωρίς καμιά αρχική ασυμμετρία, τότε τα αποτελέσματα της παραβίασης της *CP*-συμμετρίας (ή της *T*-συμμετρίας) βρίσκονται γύρω μας: η χρονική εξέλιξη του σύμπαντος έγινε με τέτοιο τρόπο ώστε η ύλη να υπερέχει της αντιύλης. Ας αναβάλλουμε όμως τη συζήτηση για τα ερωτήματα αυτά μέχρι το Κεφάλαιο 9.

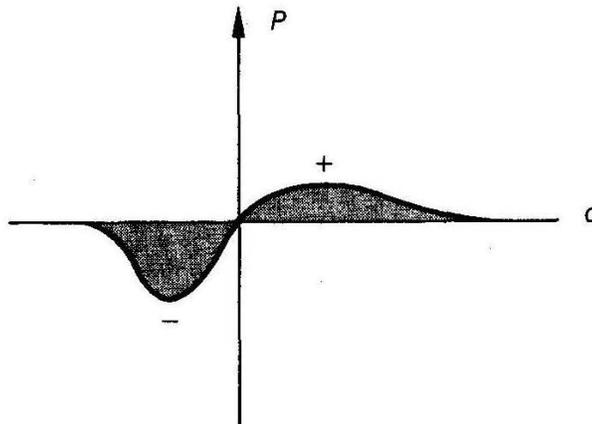
Όπως αναφέραμε παραπάνω, το μέγεθος της παραβίασης της συμμετρίας CP είναι πολύ μικρό και έχει παρατηρηθεί μόνο στο ακριβές «συμβολόμετρο» του συστήματος $K^0 - \bar{K}^0$. Έχουν γίνει επανειλημμένες προσπάθειες μέχρι σήμερα για την εύρεση της παραβίασης της T -συμμετρίας σε άλλες αντιδράσεις, χωρίς όμως επιτυχία. Στη συνέχεια θα συζητήσουμε ένα πείραμα σχετικό με την ηλεκτρική διπολική ροπή του νετρονίου.

3.14. ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΙΠΟΛΙΚΗ ΡΟΠΗ ΤΟΥ ΝΕΤΡΟΝΙΟΥ

Έχουμε τονίσει ότι η ύπαρξη ηλεκτρικής διπολικής ροπής σημαίνει παραβίαση τόσο της T όσο και της P συμμετρίας. Η μέτρηση της διπολικής ροπής, η οποία μπορεί να γίνει με μεγάλη ακρίβεια, αποτελεί ένα ευαίσθητο έλεγχο του αναλλοίωτου της T -συμμετρίας. Πριν περιγράψουμε το πείραμα για τη μέτρηση της ηλεκτρικής διπολικής ροπής (ΗΔΡ) του νετρονίου, ας προσπαθήσουμε από διαστατική ανάλυση να προβλέψουμε το μέγεθος του φαινομένου. Μπορούμε να γράψουμε:

$$\text{ΗΔΡ} = \text{φορτίο } (e) \times \text{μήκος } (l) \times \text{παράμετρος } T\text{-παραβίασης } (f).$$

Το νετρόνιο είναι αφόρτιστο σωματίο, οπότε η διπολική ροπή μπορεί να είναι αποτέλεσμα μιας ασυμμετρίας σε σχέση με τη διεύθυνση του σπιν σ μεταξύ των νεφών θετικού και αρνητικού φορτίου, με μηδενικό συνολικό φορτίο (Σχήμα 3.10).



ΣΧΗΜΑ 3.10 Μια ασύμμετρη κατανομή πυκνότητας θετικού και αρνητικού φορτίου ρ στο νετρόνιο δημιουργεί ηλεκτρική διπολική ροπή.

Επειδή η ομοτιμία επίσης παραβιάζεται, πρέπει με κάποιον τρόπο να εισάγουμε τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Το φυσικό μήκος για τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις είναι $l = GM$, όπου M είναι μια επιλεγμένη μάζα – προφανής μάζα είναι η μάζα του νουκλεονίου – και $G = 10^{-5}/M^2$ είναι η σταθερά σύζευξης της ασθενούς αλληλεπίδρασης. Έχουμε χρησιμοποιήσει μονάδες όπου $\hbar = c = 1$. Έτσι:

$$H\Delta P = 10^{-5} \frac{ef}{M} \sim 10^{-19} fe \text{ cm}, \quad (3.51)$$

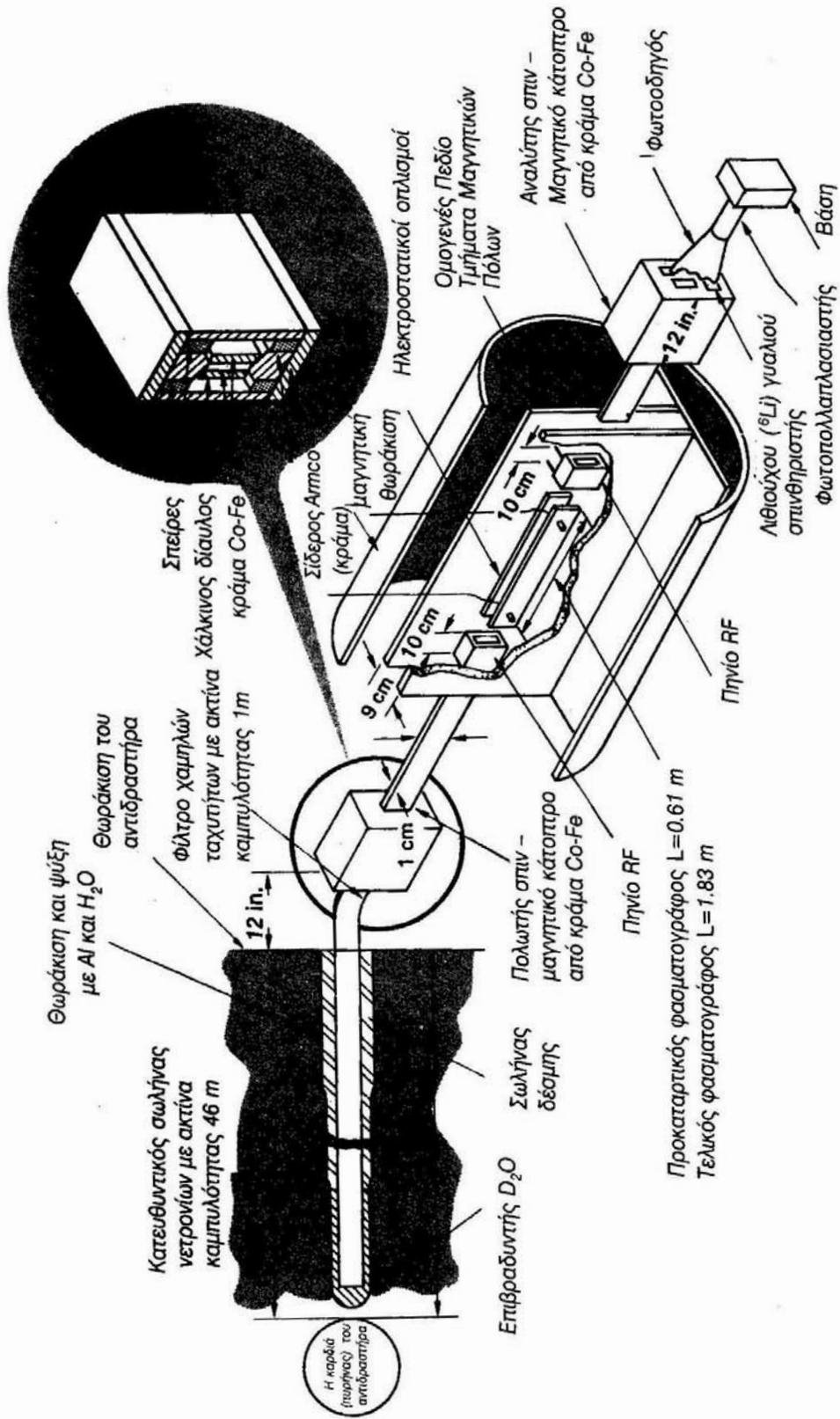
όπου αντικαταστήσαμε το $1/M$ με το μήκος κύματος Compton του πρωτονίου $\hbar/Mc = 2 \times 10^{-14} \text{ cm}$. Τι να επιλέξουμε για f ; Από τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις στις οποίες διατηρείται η ομοτιμία, το θεώρημα CPT μας λέει ότι, αν παραβιάζεται η T -συμμετρία, τότε θα παραβιάζεται και η C , και από τα αποτελέσματα των διασπάσεων του η -μεσονίου (Ενότητα 3.11) παίρνουμε $f < 10^{-2}$. Μπορούμε ακόμη να πάρουμε την παράμετρο της T -παραβίασης από τη διάσπαση του K^0 , οπότε $f < 10^{-3}$. Οποιαδήποτε τιμή κι αν επιλέξουμε, αναμένουμε η μέγιστη τιμή της $H\Delta P$ να είναι της τάξης του $10^{-22} e \text{ cm}$. Σημειώστε ότι το ενεργό μήκος του δίπολου είναι πολύ μικρό συγκρινόμενο με το «μέγεθος» του στοιχειώδους σωματίου, που είναι περίπου 10^{-13} cm .

Στο πείραμα των Dress et al. (1968) χρησιμοποιήθηκε σαν πηγή των (ως επί το πλείστον) θερμικών νετρονίων ένας αντιδραστήρας. Για να μεγιστοποιηθεί η ευαισθησία του πειράματος, τα νετρόνια αυτά «ψύχονταν» από ένα στενό καμπύλο σωλήνα από στιλβωμένο νικέλιο ακτίνας καμπυλότητας 1m (δες Σχήμα 3.11). Η κρίσιμη γωνία για ολική εσωτερική ανάκλαση των νετρονίων από τα τοιχώματα του σωλήνα νικελίου είναι αντιστρόφως ανάλογη με την ταχύτητα, οπότε, για μια δέσμη με πεπερασμένη απόκλιση, μόνο τα νετρόνια με μικρή ταχύτητα διαβιβάζονται με μεγάλη ένταση. Η δέσμη στην έξοδό της από το σωλήνα προσπίπτει σε μαγνήτη πόλωσης, ο οποίος αποτελείται από στιλβωμένο μαγνητισμένο κάτοπτρο από κράμα κοβαλτίου-σιδήρου, όπου η διεύθυνση του πεδίου \mathbf{B} είναι κάθετη στην επιφάνεια. Τα νετρόνια υφίστανται ολική εσωτερική ανάκλαση μόνο για γωνία πρόσπτωσης (σχετικά με την επιφάνεια) μικρότερη από την κρίσιμη γωνία $\theta_{\kappa\sigma}$, όπου:

$$\sin^2 \theta_{\kappa\sigma} = 1 - n^2 = \frac{\lambda^2 N a}{\pi} \pm \frac{\mu B}{T}. \quad (3.52)$$

Τα λ , T και μ είναι το μήκος κύματος, η κινητική ενέργεια και η μαγνητική ροπή των νετρονίων, n είναι ο δείκτης διάθλασης του κατόπτρου, N είναι ο αριθμός των σκεδαζόντων πυρήνων ανά μονάδα όγκου και a είναι μήκος πυρηνικής σύμφωνης σκέδασης. Εξαιτίας του δεύτερου όρου της σχέσης (3.52), το $\theta_{\kappa\sigma}$ εξαρτάται από το πρόσημο του μ και συνεπώς από την κατεύθυνση του σπιν του νετρονίου. Η γωνία ανάκλασης λοιπόν μπορεί να εκλεγεί έτσι ώστε να προκύπτει μια δέσμη με εγκάρσια πολωμένο σπιν. Σε μια τυπική περίπτωση με νετρόνια ταχύτητας $v = 100 \text{ m s}^{-1}$ (θερμοκρασία $1 \text{ }^\circ\text{K}$) και $\theta = 2^\circ$, θα έχουμε δέσμη κατά 70% πολωμένη.

Τα νετρόνια αφού διασχίσουν το φασματογράφο, ανακλώνται από ένα (παρόμοιο με το μαγνήτη πόλωσης) και καταγράφονται σε ανιχνευτή Λιθιούχου (${}^6\text{Li}$) γυαλιού. Η ένταση των νετρονίων παρουσιάζει μέγιστο για τα νετρόνια που δεν αποπολώθηκαν στο φασματογράφο.



ΣΧΗΜΑ 3.11 Διάγραμμα της συσκευής που χρησιμοποιήσαν οι Dress et al. (1968) για να μετρήσουν την ηλεκτρική διπολική ροπή του νετρονίου.

Ο φασματογράφος διαθέτει ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο H (≈ 10 G), το οποίο εξαναγκάζει τα νετρόνια σε μεταπτώσεις με συχνότητα $L\alpha_{\text{neutron}} \nu_L = \mu H/h$, όπου μ είναι η μαγνητική ροπή του νετρονίου ($\nu_L \approx 25$ kHz). Διαθέτει ακόμη ένα μικροκυματικό (RF) πεδίο συχνότητας ν που εφαρμόζεται μέσω δύο πηνίων. Όταν $\nu = \nu_L$, έχουμε συντονισμό όπου πραγματοποιούνται μεταπτώσεις των σπιν και η δέσμη των νετρονίων αποπολώνεται μερικώς, με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται η εξερχόμενη ένταση I . Δύο πηνία χρησιμοποιούνται για να προκαλέσουν φαινόμενο συμβολής, δημιουργώντας αρκετά μέγιστα και ελάχιστα στην καμπύλη συντονισμού (Σχήμα 3.12) και ταχεία αλλαγή στο ρυθμό καταμέτρησης με RF συχνότητα. Τέλος, ένα αναστρέψιμο ηλεκτρικό πεδίο E της τάξης 100 kV/cm εφαρμόζεται στη διεύθυνση του σταθερού μαγνητικού πεδίου H .

Το πείραμα πραγματοποιήθηκε σε περιοχή της καμπύλης συντονισμού, όπου το $dI/d\nu$ είναι μεγάλο, και παρατηρήθηκαν οι μεταβολές στην I όταν αντιστρέφεται το ηλεκτροστατικό πεδίο E . Αν το νετρόνιο έχει ηλεκτρική διπολική ροπή στη διεύθυνση του σπιν, τότε το πεδίο E θα παράγει μια επιπρόσθετη μικρή μεταπτωτική κίνηση και κατά συνέπεια μια μεταβολή στην I όταν η συχνότητα ν παραμένει σταθερή. Το $dI/d\nu$ είναι ανάλογο του χρόνου που ξοδεύει το νετρόνιο μεταξύ των RF πηνίων, και συνεπώς είναι μεγαλύτερο για μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ των πηνίων και για μικρότερες ταχύτητες — γι' αυτό προτιμούνται τα «ψυχρά» νετρόνια. Τα αποτελέσματα πιο πρόσφατων πειραμάτων θέτουν ένα όριο στην ηλεκτρική διπολική ροπή ίσο με:

$$H\Delta P < (0.4 \pm 1.5) \times 10^{-25} e \text{ cm}. \quad (3.53)$$

Πρέπει να τονιστεί ότι ένα πρόβλημα του πειράματος είναι η δυσκολία επίτευξης παράλληλων E και H . Αν υπάρχει μια μικρή συνιστώσα EA κάθετη στο H , θα προκαλέσει ένα επιπλέον μαγνητικό πεδίο $\Delta H = (v/c) EA$ στη διεύθυνση του H και συνεπώς ένα πλαστό φαινόμενο.

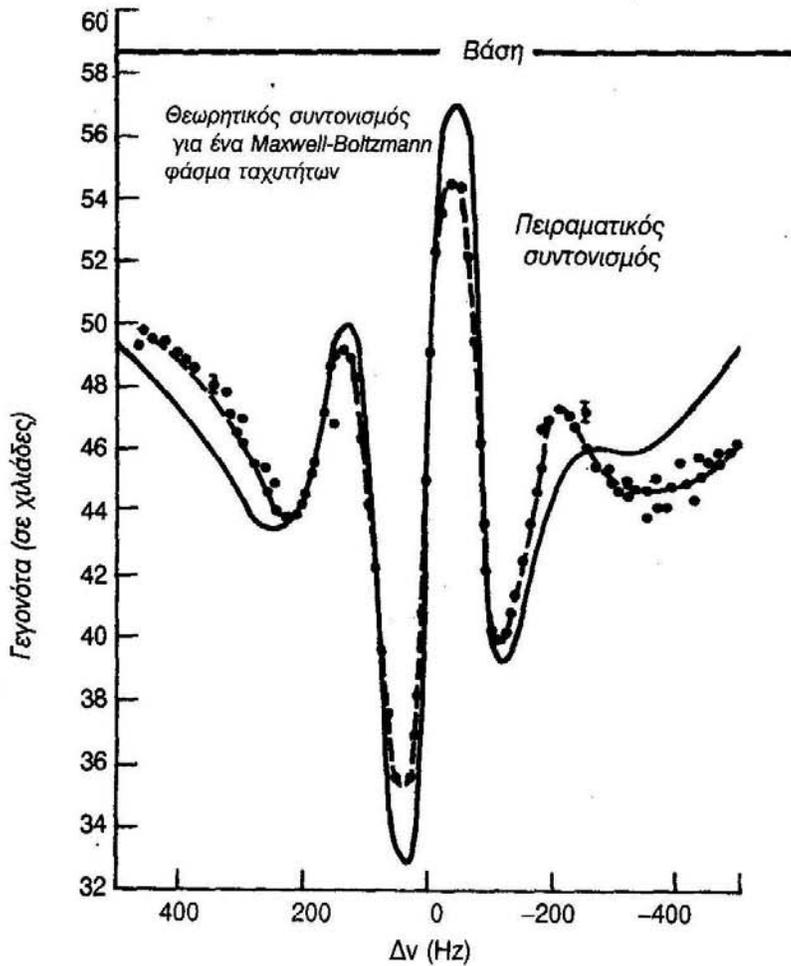
Σύμφωνα με την (3.52), το θ_{no} μπορεί να υπερβεί το $\pi/2$, για υπέρψυχρα νετρόνια ($T \approx 0.002^\circ K$, $v \approx 6 \text{ m s}^{-1}$), δηλαδή τα νετρόνια αυτά μπορούν να ανακλαστούν και με κάθετη πρόσπτωση. Τέτοια νετρόνια μπορούν να συλληφθούν και να αποθηκευτούν σε μαγνητικές «φιάλες», επιτρέποντας μεγαλύτερους χρόνους παρατήρησης και περισσότερο ακριβείς μετρήσεις του $H\Delta P$. Τα πιο πρόσφατα αποτελέσματα με τη μέθοδο αυτή είναι αυτά των Altarev et al. (1981):

$$H\Delta P = (2.3 \pm 2.3) \times 10^{-25} e \text{ cm}$$

και των Pendlebury et al. (1984):

$$H\Delta P = (0.3 \pm 4.8) \times 10^{-25} e \text{ cm}. \quad (3.54)$$

[Για μια πρόσφατη ανακεφαλαίωση των μετρήσεων της ηλεκτρικής διπολικής ροπής του νετρονίου και άλλων σωματίων, δες Ramsey (1982)].



ΣΧΗΜΑ 3.12 Καμπύλη συντονισμού που προέκυψε από τη συσκευή του Σχήματος 3.11, καθώς η ραδιο-συχνότητα μεταβάλλεται στην περιοχή της τιμής του συντονισμού. Ο ρυθμός καταμέτρησης στο πιο απότομο τμήμα της καμπύλης αλλάζει κατά 1% ανά Hz. Η συνεχής καμπύλη αντιστοιχεί σε υπολογισμούς που υποθέτουν μια απλή κατανομή Maxwell για τις ταχύτητες των νετρονίων της δέσμης.

Οι θεωρητικοί υπολογισμοί της ΗΔΡ κυμαίνονται σε πολλές τάξεις μεγέθους. Εφόσον δεν υπάρχει άμεση ένδειξη για C -παραβίαση στον ηλεκτρομαγνητισμό, θεωρούμε συνήθως ότι η ΗΔΡ του νετρονίου σχετίζεται με την παραβίαση της συμμετρίας CP , όπως αυτή που παρατηρήθηκε στη διάσπαση του K^0 (δες Ενότητα 7.14). Αυτό, για το καλούμενο «καθιερωμένο μοντέλο» με τις έξι γεύσεις κουάρκ, οδηγεί σε προβλέψεις της τάξης του $10^{-30} e \text{ cm}$, αλλά με διαφορετικές υποθέσεις, μπορούμε να πάρουμε και υψηλότερες τιμές. Είναι προφανές λοιπόν ότι τα μελλοντικά πειράματα μέτρησης της ηλεκτρικής διπολικής ροπής του νετρονίου έχουν ιδιαίτερη σημασία για την κατανόηση της παραβίασης της CP -συμμετρίας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

- 3.1. Από μια δέσμη πιονίων παράγονται Λ -υπερόνια σύμφωνα με την αντίδραση $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$, τα οποία παρατηρούνται από τη διάσπασή τους, $\Lambda \rightarrow \pi^- + p$. Συμβολίζουμε με J το σπιν των Λ , με z τη κατεύθυνση της δέσμης και θ τη γωνία κάποιου προϊόντος της διάσπασης ως προς τον z , μετρημένη στο σύστημα ηρεμίας του Λ . (α) Ποιες είναι οι δυνατές τιμές του J_z στην περίπτωση όπου το Λ παράγεται ακριβώς κατά τη διεύθυνση του άξονα z ; (β) Δείξτε ότι στην περίπτωση μη πολωμένων πρωτονίων, οι γωνιακές κατανομές διάσπασης για τα πρόσω παραγόμενα ($0 < \theta < \pi/2$) ως συνάρτηση του σπιν του Λ είναι:

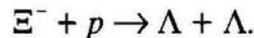
$$J_\Lambda = 1/2 \quad (\text{ισότροπη})$$

$$J_\Lambda = 3/2 \quad (3 \cos^2 \theta + 1),$$

$$J_\Lambda = 5/2 \quad (5 \cos^4 \theta - 2 \cos^2 \theta + 1).$$

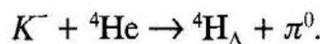
[Αυτή η μέθοδος προσδιορισμού του σπιν του Λ προτάθηκε για πρώτη φορά από τον Adair (1955). Για σχολιασμό της δεξ Sakurai (1964) και Tripp (1965).] (γ) Εξηγήστε πώς μπορείτε να καθορίσετε το σπιν του Σ^\pm από τη (σε κατάσταση- s) σύλληψη του αρνητικού καονίου από υδρογόνο, $K^- + p \rightarrow \Sigma^\pm + \pi^\mp$.

- 3.2. Το υπερώνιο Σ^0 διασπάται ηλεκτρομαγνητικά ως εξής: $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$. Δείξτε πώς η σχετική ομοτιμία των Σ^0 και Λ καθορίζει την πολυπολικότητα των ακτίνων- γ που εκπέμπονται. Βρείτε την απλούστερη σχέση για το στοιχείο πίνακα για άρτια ή περιτή σχετική ομοτιμία, χρησιμοποιώντας το διάνυσμα πόλωσης ϵ του φωτονίου, το διάνυσμα διάδοσης \mathbf{k} και το σπιν σ του Λ . Ο πειραματικός προσδιορισμός της ομοτιμίας του Σ - Λ βασίζεται στην ανάλυση της διάσπασης Dalitz $\Sigma \rightarrow \Lambda e^+ e^-$. Ποια από τις δυνατές τιμές της ομοτιμίας παρουσιάζει την πιο απότομη κατανομή για την αναλλοίωτη μάζα του ζευγαριού $e^+ e^-$;
- 3.3. Δείξτε ότι σε μια διαδικασία όπου διατηρείται η ομοτιμία, ένα βαθμωτό μεσόνιο δεν μπορεί να διασπαστεί σε τρία ψευδοβαθμωτά μεσόνια.
- 3.4. Η ομοτιμία του υπερονίου Ξ , που έχει παραξενιά -2 , μπορεί να προσδιοριστεί μελετώντας τη σύλληψή του σε S -τροχιά υδρογόνου:



Η πόλωση των υπερονίων- Λ μπορεί να προσδιοριστεί από την ασυμμετρία στην ασθενή διάσπαση $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ (δες Ενότητα 7.7). Βρείτε ποια είναι η πόλωση (αν υπάρχει) των Λ που παράγονται στην παραπάνω αντίδραση και δείξτε πώς καθορίζονται οι σχετικές πολώσεις από την ομοτιμία του Ξ .

- 3.5. Η σύλληψη αρνητικών καονίων από ήλιο μερικές φορές καταλήγει στη δημιουργία ενός υπερπυρήνα (Hypernucleus-πυρήνα στον οποίο ένα νετρόνιο αντικαθίσταται από Λ -υπερόνιο), σύμφωνα με την εξίσωση:



Από τη μελέτη των ποσοστών διάσπασης του ${}^4\text{H}_\Lambda$ και της ισοτροπίας των προϊόντων της διάσπασης βρέθηκε ότι $J({}^4\text{H}_\Lambda) = 0$. Δείξτε ότι το παραπάνω αποτέλεσμα συνεπάγεται

αρνητική ομοτιμία για το K^- , ανεξάρτητα από την τροχιακή στροφορμή της κατάστασης από την οποία συλλαμβάνεται.

- 3.6. Δείξτε ότι η αντίδραση $\pi^- + d \rightarrow n + n + \pi^0$ δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί με πιόνια σε ηρεμία.
- 3.7. Δείξτε ότι για πιόνια με μηδενική σχετική τροχιακή στροφορμή, ο συνδυασμός $\pi^+\pi^-$ είναι ιδιοκατάσταση του CP με ιδιοτιμή $+1$, ενώ ο συνδυασμός $\pi^+\pi^-\pi^0$ είναι ιδιοκατάσταση του CP με ιδιοτιμή -1 .
- 3.8. Ποιους περιορισμούς βάζει η διάσπαση $K_1^0 \rightarrow 2\pi^0$ (α) στο σπιν του καονίου, (β) στην ομοτιμία του καονίου;

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- FRASER, W. R., *Elementary Particles*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1966.
- HAMILTON, W. D., «Parity violation in electromagnetic and strong interaction processes», *Prog. Nucl. Phys.*, 10, 1 (1969).
- HENLEY, E. M., «Parity and time-reversal invariance in nuclear physics», *Ann. Rev. Nucl. Science*, 19, 367 (1969).
- JACKSON, J. D., *The physics of Elementary Particles*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1958.
- KEMMER, N., J. C. POLKINGHORNE και D. PURSEY, «Invariance in elementary particle physics», *Rep. Prog. Phys.*, 22, 368 (1959).
- MUIRHEAD, A., *The physics of Elementary Particles*, Pergamon, London, 1965, Κεφάλαιο 5.
- RAMSEY, N. F., «Dipole moments and spin rotations of the neutron», *Phys. Reports*, 43, 409 (1978).
- RAMSEY, N. F., «Electric dipole moments of particles», *Ann. Rev. Nucl. Part. Science*, 32, 211 (1982).
- ROWE, E. G. και E. J. SQUIRES, «Present status of C-, P-, and T-invariance», *Rep. Prog. Phys.*, 32, 273 (1969).
- SAKURAI, J. J., *Invariance Principles and Elementary Particles*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1964.
- TADIC, D., «Parity non-conservation in nuclei», *Rep. Prog. Phys.*, 43, 67 (1980).
- TRIPP, R. D., «Spin and parity determination of elementary particles», *Ann. Rev. Nucl. Science*, 15, 325 (1965).
- WICK, G. C., «Invariance principles of nuclear physics», *Ann. Rev. Nucl. Science*, 8, 1 (1958).
- WILLIAMS, Q. S., *An Introduction to Elementary Particles*, Academic Press, New York, and London, 1971.